

Домашнее задание 4. Чешев А. Д.

1. Известно, что генеральная совокупность распределена нормально с известным среднеквадратическим отклонением 16. Найдите доверительный интервал для оценки математического ожидания с надежностью 0.95, если выборочное среднее равно 80, а размер выборки равен 256.

hint: какой параметр взять для оценки мат. ожидания нормального распределения?

Решение:

Используем формулу:

$$\bar{X} \pm Z * \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

\bar{X} - выборочное среднее,

Z - значение Z -критерия для заданной надежности (в данном случае 0.95),

σ - известное стандартное отклонение генеральной совокупности,

n - размер выборки.

Для 95% доверительного интервала Z -критерий равен 1.96.

Подставим значения в формулу:

$$80 \pm 1.96 * \frac{16}{\sqrt{256}}$$

Таким образом, получаем, что доверительный интервал для оценки математического ожидания с надежностью 0.95 равен:

$$(80 - 1.96, 80 + 1.96) = (78.04, 81.96)$$

Ответ: (78.04, 81.96).

2. Продавец утверждает, что средний вес пачки печенья составляет 200 грамм. Из партии извлечена выборка из 10 пачек. Вес каждой пачки составляет 202, 203, 199, 197, 195, 201, 200, 204, 194, 190 грамм соответственно. Известно, что их веса распределены нормально. Верно ли утверждение продавца, если учитывать, что уровень значимости равен 1%?

Решение:

Воспользуемся t-критерием Стьюдента.

Имеем 2 гипотезы:

- 1) H_0 : средний вес равен 200 грамм.
- 2) H_1 : средний вес не равен 200 грамм.

Уровень значимости (α) равен 1%, что соответствует значению 0.01. Для двустороннего теста будем использовать $\alpha/2 = 0.005$.

Для вычисления t-статистики используем формулу:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}}, \text{ где:}$$

\bar{X} - выборочное среднее,

μ - предполагаемое среднее (вес, утверждаемый продавцом),

s - выборочное стандартное отклонение,

n - размер выборки.

Вычислим \bar{X} :

$$\bar{X} = \frac{1985}{10} = 198.5$$

Вычислим выборочное стандартное отклонение s :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} = 5.89$$

Вычислим t-статистику:

$$t = \frac{198.5 - 200}{5.89 / \sqrt{10}} = -0.81$$

Возьмем табличное значение $t(\text{критическое}) = \pm 3.25$ (для $n-1=9$ степеней свободы и $\alpha/2=0.005$) и сравним.

$|-0.81| < 3.25$, следовательно не отвергаем гипотезу H_0 и принимаем ее.

Ответ: Утверждение продавца верно.