

Nom :

Prénom :

EXAMEN ECRIT MATHÉMATIQUES APPLIQUEES 1
B. LE BAILLY

Bachelier en Informatique et Systèmes, Première Année

08/01/2024, Durée : 3h00
Tous appareils électroniques interdits



Q1 /10	Q2 /15	Q3 /15	Q4 /25	Q5 /30	Q6 /25	Q7 /40	Total / 160	Total /20

Question 1 (10 points)

En supposant qu'elles soient bien définies, démontrer les égalités suivantes :

a) $\left(\sqrt{x} \sqrt[5]{x^8}\right)^4 = x^5 \sqrt[10]{x^2}$

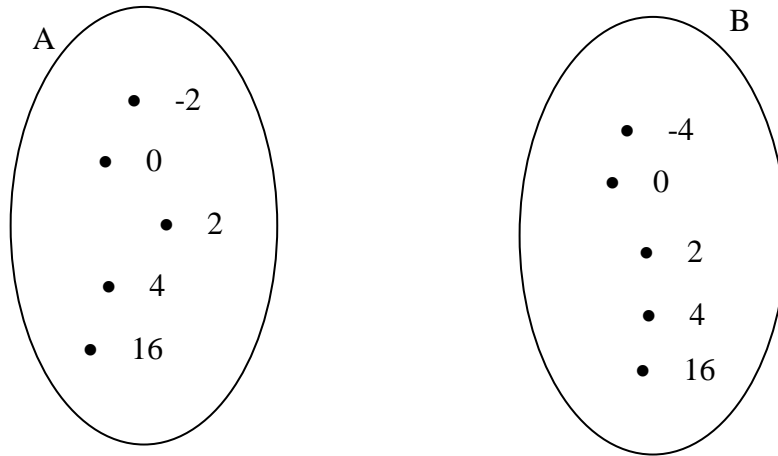
b) $\frac{5^{(a^2)}}{25^a} : \frac{(5^{2a})^{(a-1)}}{(5^a)^a} = 1$

Nom :

Prénom :

Question 2 (15 points)

- a) Représenter ci-dessous la relation binaire R définie de l'ensemble A vers l'ensemble B par « est la racine carrée de » :



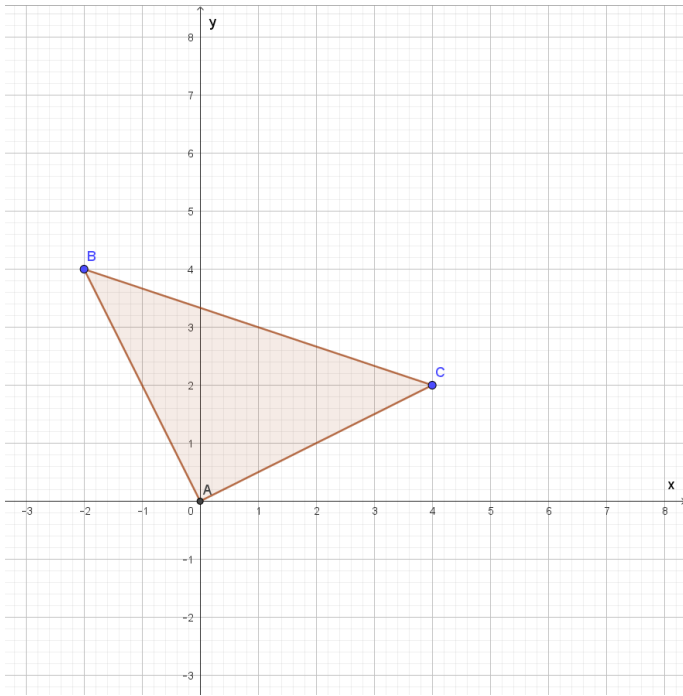
- b) Compléter, en justifiant, le tableau suivant :

La relation R est-elle	
surjective ?	
partout définie ?	
injective ?	
fonctionnelle ?	
bijective ?	

Nom :

Prénom :

Question 3 (15 points) Soit le triangle ABC représenté ci-dessous :



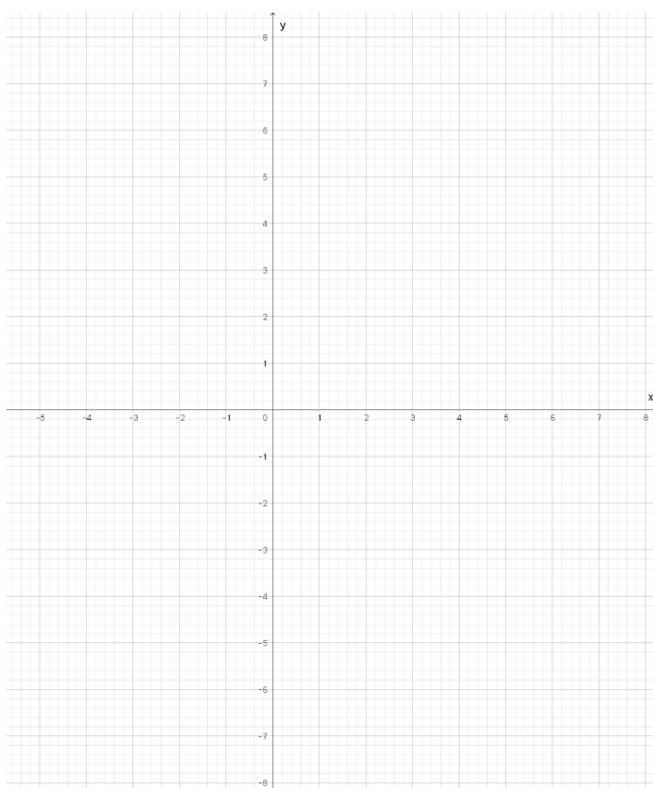
- Représenter la droite parallèle à l'axe Ox passant par le point B. Donner son équation.
- Calculer la pente de la droite d passant par les points B et C.
- Donner l'équation cartésienne de la droite d_1 perpendiculaire à la droite d au point C. Représenter cette droite.
- Donner l'équation cartésienne de la droite d_2 parallèle à la droite d passant par le point A. Représenter cette droite.
- Calculer graphiquement et analytiquement le point de concours des droites d_1 et d_2 .

Nom :

Prénom :

Question 4 (25 points)

- a) Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto y = f(x) = x^2 - 2x - 3$. Compléter les caractéristiques cette parabole et tracer son graphique dans le repère orthonormé ci-dessous :

Axe de symétrie ?		
Sommet ?		
Concavité ?		
Intersection axe Oy ?		
Intersection(s) axe Ox ?		
Image de $x=-2$?		

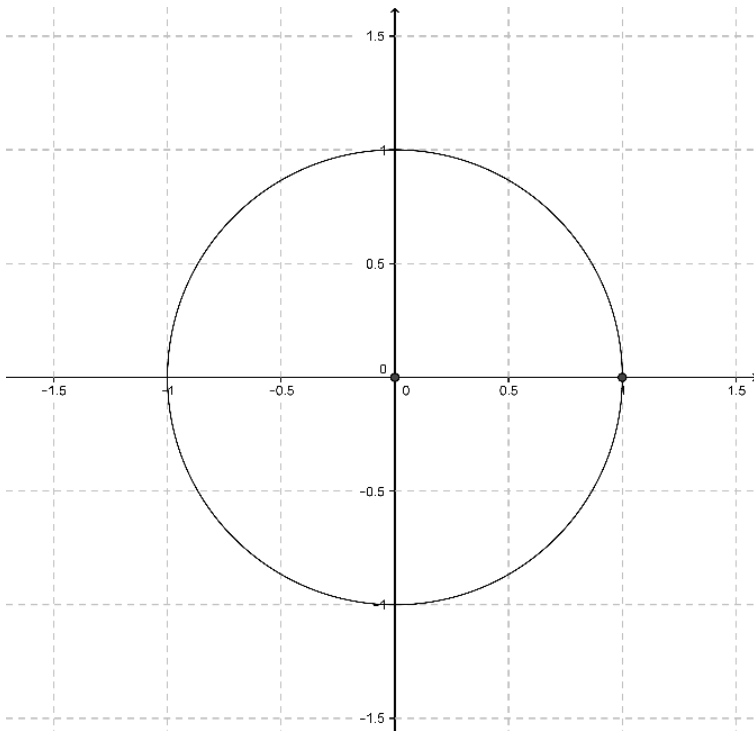
- b) Cette parabole admet-elle une fonction réciproque, Si oui, représenter cette fonction dans le repère orthonormé ci-dessus en expliquant la(les) manipulation(s) graphique(s) effectuée(s). Si non, expliquer pourquoi.
- c) Effectuer, dans le repère orthonormé ci-dessus, une translation de deux unités vers le bas de cette parabole et donner l'équation de la parabole ainsi obtenue.
- d) Représenter, également dans le repère orthonormé ci-dessus, le graphique de la fonction $y = |f(x)|$ en expliquant la(les) manipulation(s) graphique(s) effectuée(s).
- e) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\frac{x^2 - 2x - 3}{4 - 2x} \geq 0$.

Nom :

Prénom :

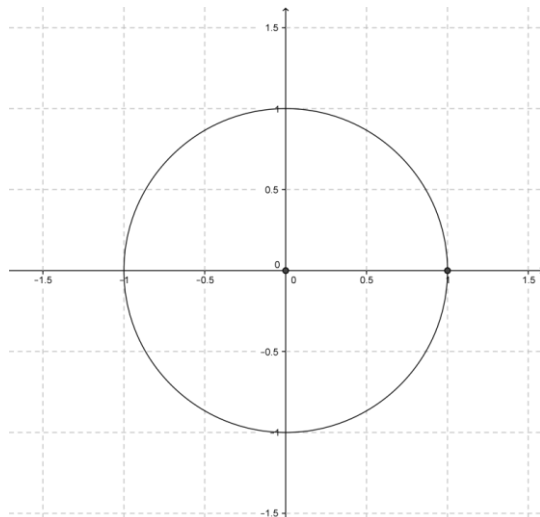
Question 5 (30 points)

- a) Représenter sur le cercle trigonométrique ci-dessous un angle α du deuxième quadrant orienté positivement dont la tangente vaut $-\frac{3}{4}$. Représenter et calculer les valeurs exactes des autres nombres trigonométriques de cet angle α .



- b) Calculer à l'aide du cercle trigonométrique

$\cotg(480^\circ) =$	$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}\right) =$
$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) =$	$\cos\left(\frac{13\pi}{4}\right) =$

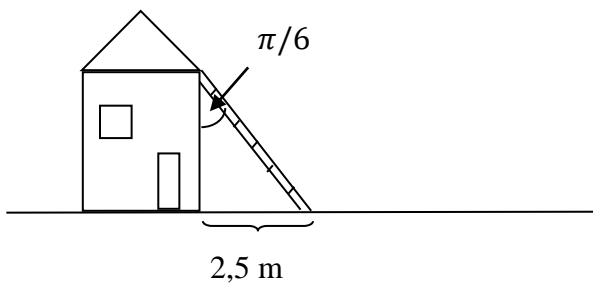


Nom :

Prénom :

c) Vrai ou faux. Justifier

- $\frac{\sin(30^\circ)}{\cos(\frac{11\pi}{6})} = \frac{\sqrt{3}}{3}$?
- Un angle au centre d'un cercle de rayon 3 cm interceptant sur ce cercle un arc de longueur $\frac{\pi}{2}$ cm mesure 30° ?
- L'ensemble des solutions réelles de l'équation $\operatorname{tg}(3x) = -1$ est $S = \left\{x = \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$?
- L'échelle que le couvreur va utiliser pour monter sur le toit de la maison mesure 5 mètres ?

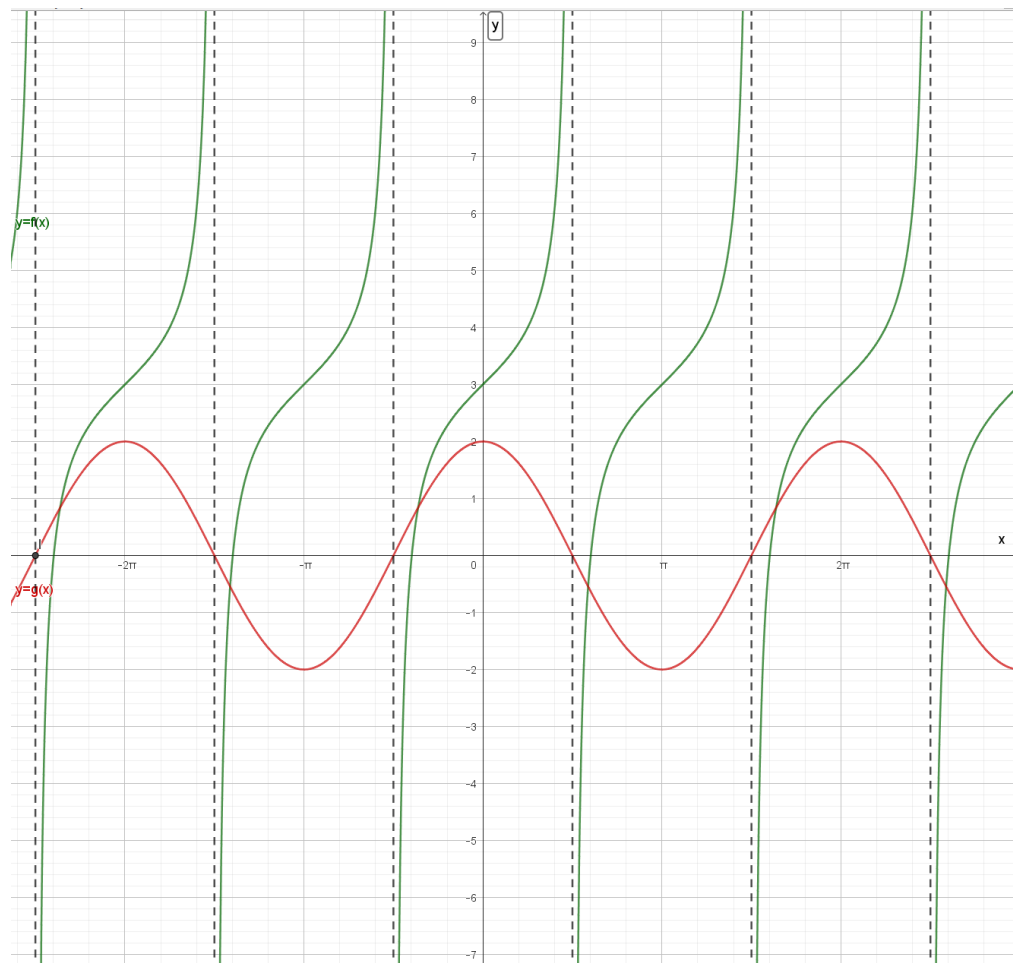


d) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation trigonométrique $2 \cos^2 x = 5 \cos x + 3$.

Nom :

Prénom :

- e) Soient les fonctions $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto y = f(x)$ et $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto y = g(x)$ représentées ci-dessous. Compléter le tableau ci-dessous **en justifiant**.



	Expression analytique ?	Parité ?	Période ?	Surjective ?	Application ?
$y = f(x)$					
$y = g(x)$					

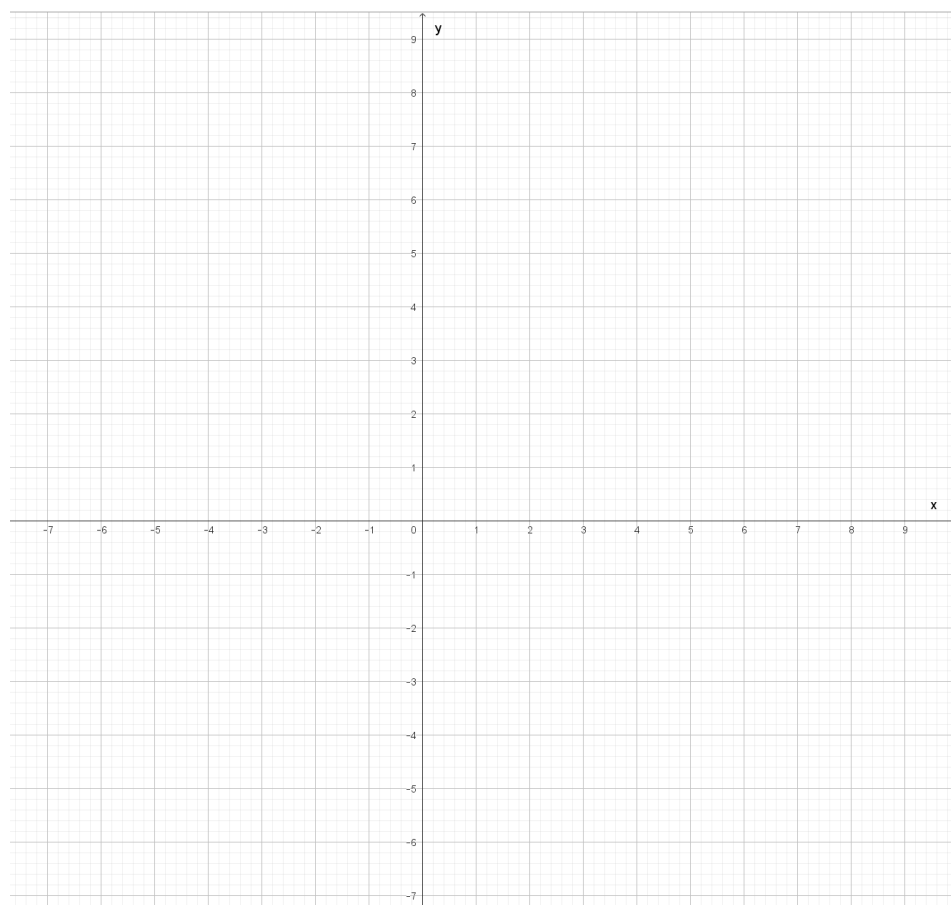
Nom :

Prénom :

Question 6 (25 points)

- a) Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto y = f(x) = 3^x$. Compléter le tableau de valeurs et représenter $f(x)$ dans le repère orthonormé ci-dessous.

x	$y = f(x)$
-1	
0	
$\frac{1}{2}$	
1	
2	



Expliquer pourquoi la fonction $f(x)$ admet une fonction réciproque $f^{-1}(x)$ et la représenter, dans le même repère, en expliquant la(les) manipulation(s) graphique(s) effectuée(s) pour passer du graphe de $f(x)$ au graphe de $f^{-1}(x)$. Donner l'expression analytique de $f^{-1}(x)$.

- b) Vrai ou Faux. Justifier.

- Le domaine de définition de la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto y = f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-\ln x}}$ est $]0, e[$?
- L'image de $x = 0$ par la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto y = f(x) = \log_4\left(\frac{4^x+3}{4^x}\right)$ est 1 ?

Nom :

Prénom :

- $x = 100$ est racine de la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \rightsquigarrow y = f(x) = \sqrt{2 - \log x}$?
- Une population de bactéries initialement évaluée à 20 000 individus et qui diminue de moitié tous les 3 jours sera inférieure à 1000 individus après 15 jours ?

c) Evaluer les expressions suivantes :

- $3 \log_8 2 =$
- $\log_{1/2} 3 - \log_{1/2} 6 =$
- $e^{\ln 5 + \ln \frac{1}{5}} =$

d) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$\bullet \quad 3e^{2x} - 2e^x - 1 = 0$$

$$\bullet \quad 2 \log_4 x + \log_4 2 = \log_4 (x + 1)$$

Nom :

Prénom :

Question 7 (40 points)

Soient les matrices A, B, C, D, E et F suivantes : $A = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$,
 $C \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ où $c_{ij} = j - i + 1$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Calculer à l'aide du calcul matriciel, si cela est possible (sinon, justifier pourquoi cela est impossible), chacune des expressions suivantes :

a) $(A+C) B^T - 2C$

b) $ED + C^{-1}$

c) B^2

d) $\det(D^T)$

e) le mineur de f_{21}

f) le cofacteur de f_{23}

Nom :

Prénom :

g) F^{-1}

h) la matrice Y telle que $YF = D$

i) l'inconnue z du système de 3 équations à 3 inconnues suivant :
$$\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ 2y - z = -1 \end{cases}$$

j) la matrice X telle que $-2X + FE = D^T$

Nom :

Prénom :