北京科技大学 2011--2012 学年第二学期

高等数学AII 期中试卷

院(系)________ 班级________ 学号________ 姓名________ 考场________

题号	一	二	三	四	课程考核成绩
得分					
评阅					

说明：1、要求正确地写出主要计算或推导过程，过程有错或只写答案者不得分；
2、考场、学院、班、学号、姓名均需写全，不写全的试卷为废卷；
3、涂改学号及姓名的试卷为废卷；
4、请在试卷上答题，在其它纸张上的解答一律无效.

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不得答题

得分

一、填空题（本题共 36 分，每小题 4 分）

1. 设 $D: 0 \le y \le \sqrt{a^2 - x^2}, 0 \le x \le a$（$a$ 为正常数），由二重积分的几何意义知:
$\iint\limits_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}\,dxdy =$____________.

2. 设 $\vec{A}(x,y,z) = z\vec{i} + 2x^2\vec{j} + 3y^3\vec{k}$， 则 $\vec{A}(2,-1,3) =$____________.

3. 设 $f(x,y)$ 具有一阶连续导数，且 $u = f\left(\dfrac{x}{y}, \dfrac{y}{z}\right)$，则 $du =$

____________________________.

4. 累次积分 $I = \int_0^x d\xi \int_0^{\xi} d\eta \int_0^{\eta} f(\zeta)d\zeta$ 的定积分表达式为____________.

5. 函数 $u = xy^2 + yz^3$ 在点(1，2，－1)处最大方向导数的值为____________.

6. 设 $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \dfrac{2}{3}\pi$，向量 $\vec{A} = \lambda\vec{a} + 17\vec{b}$ 与 $\vec{B} = 3\vec{a} - \vec{b}$ 垂直，则 $\lambda =$________.

7. 设 f 为可微函数，$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$，则 $\text{grad}\, f(r) =$____________.

8. 设 Ω 是由 $x^2 + y^2 = 1$ 与 $z = 0$，$z = 2$ 所围成的圆柱体，则 $\iiint\limits_\Omega (x^2 + y^2)dv =$________.

9. 设可微函数 $f(x,y)$ 对任意实数 $t(t>0)$ 满足 $f(tx,ty) = tf(x,y)$，而 $P(1,-2,2)$ 是 $z = f(x,y)$ 上一点，且 $f_1'(1,-2) = 4$，则此曲面在点 P 处的切平面方程为____________.

得 分

二、选择题（本题共 36 分，每小题 4 分）

10. 已知 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 的偏导数存在，则 【　　　　】.

(A) $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 连续　　(B) $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 可微.

(C) $f(x,y_0)$ 在点 x_0 连续　　(D) $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 有任意方向的方向导数.

11. 设有闭区域 $D: x^2+y^2\le 1$，则二重积分 $\iint\limits_D \sqrt[3]{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 的值等于 【　　　　】.

(A) $\frac{3}{5}\pi$.　　(B) $\frac{3}{4}\pi$.　　(C) $\frac{6}{7}\pi$.　　(D) $\frac{3}{8}\pi$.

12. 设 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导数，且 $z=f(xy^2,x^2y)$，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$ 【　　　　】.

(A) $2yf_1'+2xf_2'+2xy^3f_{11}''+2x^3yf_{22}''+5x^2y^2f_{12}''$.

(B) $2yf_1'+2xy^3f_{11}''+2x^3yf_{22}''+5x^2y^2f_{12}''$.

(C) $2yf_1'+2xf_2'+2xy^3f_{11}''+2x^3yf_{22}''+x^2y^2f_{12}''$.

(D) $2yf_1'+2xf_2'+2xy^3f_{11}''+2xyf_{22}''+5x^2y^2f_{12}''$.

13. 曲线 $x^2+y^2+z^2=6, x+y+z=0$ 在点 $(1,-2,1)$ 处的切线方程为 【　　　　】.

(A) $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{-1}$.　　(B) $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{0}=\frac{z-1}{2}$.

(C) $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{0}=\frac{z-1}{1}$.　　(D) $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{0}=\frac{z-1}{-1}$.

14. 双纽线 $(x^2+y^2)^2=x^2-y^2$ 所围成区域的面积可用定积分表示为 【　　　　】.

(A) $2\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2\theta d\theta$.　　(B) $4\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2\theta d\theta$.　　(C) $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2\theta d\theta$.　　(D) $\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2\theta d\theta$.

15. 设函数 $f(x,y)$ 连续，则二次积分 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\mathrm{d}x\int_{\sin x}^{1}f(x,y)\mathrm{d}y=$ 【　　　　】.

(A) $\int_0^1\mathrm{d}y\int_{\pi+\sin x}^{\pi}f(x,y)\mathrm{d}x$.　　(B) $\int_0^1\mathrm{d}y\int_{\pi-\sin x}^{\pi}f(x,y)\mathrm{d}x$.

(C) $\int_0^1\mathrm{d}y\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi+\arcsin x}f(x,y)\mathrm{d}x$.　　(D) $\int_0^1\mathrm{d}y\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi-\arcsin x}f(x,y)\mathrm{d}x$.

16. 设 $F(x,y,z)=\iiint\limits_{\Omega}f(u,v,w)dudvdw$，其中 $\Omega=\{(u,v,w)|a\le u\le x, b\le u\le y, c\le u\le z\}$，

则 $\frac{\partial^3 F}{\partial x\partial y\partial z}=$ 【　　　　】.

(A) $f(u,v,w)$.　　(B) $f(x,v,w)$.　　(C) $f(x,y,w)$.　　(D) $f(x,y,z)$.

17. 三次积分 $I=\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y-y^2}}^{\sqrt{y-y^2}}dx\int_0^{\sqrt{3(x^2+y^2)}}f(x^2+y^2+z^2)dz$ 写成球面坐标的形式为 【　　　　】.

(A) $\int_0^{\pi}d\theta\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\sin\varphi d\varphi\int_0^{\frac{\sin\theta}{\sin\varphi}}r^2f(r^2)dr$.　　(B) $\int_0^{\pi}d\theta\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\sin\varphi d\varphi\int_0^{\frac{\sin\theta}{\sin\varphi}}r^2f(r)dr$.

张玲慧: 好

期中11-12-3

完成

(C) $\int_0^{\pi} d\theta \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi d\varphi \int_0^{\frac{\sin\theta}{\sin\varphi}} r^2 f(r^2) dr$.　　(D) $\int_0^{\pi} d\theta \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi d\varphi \int_0^{\frac{\sin\theta}{\sin\varphi}} r^2 f(r) dr$.

18. 若两直线 $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{\lambda}$ 与 $x+1=y-1=z$ 相交，则 $\lambda=$【　　】.

(A) 1.　　(B) $\frac{2}{3}$.　　(C) $-\frac{5}{4}$.　　(D) $\frac{5}{4}$.

得 分

三、解答题(本题共 2 小题,每题 9 分，满分 18 分)

19. 设 $u(x,y)$ 具有二阶连续偏导数，它满足关系式 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$，$u(x,2x)=x$，$u_1'(x,2x)=x^2$，求 $u_{11}''(x,2x)$，$u_{22}''(x,2x)$，$u_{12}''(x,2x)$.

自觉遵守考试规则，诚信考试，绝不作弊

装订线内不得答题

20. 抛物面 $z=x^2+y^2$ 被平面 $x+y+z=1$ 截成一椭圆，求原点到这椭圆的最长与最短距离.

四、证明题(本题共 2 小题,每题 5 分，满分 10 分)

21. 设 $f'(0)=1, f(0)=0, f'(u)$连续，且 $F(t)=\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le t^2} f(x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}v$，证明：

$$\lim_{t\to 0^+}\frac{F(t)}{t^5}=\frac{4}{5}\pi .$$

22. 设 $f(x)$ 在闭区间$[a,b]$上连续，利用二重积分性质证明：$\left(\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right)^2 \le (b-a)\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.