北京科技大学 2012-2013 学年第二学期

高等数学 AII 期中试卷

院（系）________ 班级________ 学号________ 姓名________ 考试教室________

说明：1、要求正确的写出主要的计算或推倒过程，过程有错或只写答案者不得分；

2、考场、学院、班级、学号、姓名均需全写，不写全的试卷为废卷；

3、涂改学号以及姓名的试卷为废卷；

4、请在试卷上作答，在其它纸上解答一律无效.

得分

一、填空题（每小题 4 分，共 24 分）

1、二次积分 $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x}} e^{-\frac{y^2}{2}}dy$ 的值等于____________.

2、设 $\vec{A}=z\vec{i}+x^2\vec{j}+y^3\vec{k}$，则 $\vec{A}(2,1,3)=$______________.

3、设 $f(x,y)$ 具有一阶连续偏导数，且 $u=f(xy,yz)$，则 $du=$__________________________.

4、设有 $D:x^2+y^2\le a^2$,则 $\iint\limits_D e^{-x^2-y^2}dxdy=$____________________.

5、曲面 $x^2+y^2+z^2=14$ 在点 $(1,2,3)$ 的法线方程为____________________________.

6、设 $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j},\vec{b}=-2\vec{j}+\vec{k}$,则以 $\vec{a},\vec{b}$ 为邻边的平行四边形的面积为______________________.

7、平面 $x+y+z=1$ 到两定点 $A(1,0,1)$ 和 $B(2,0,1)$ 的距离平方之和为最小的点是______________.

8、设函数 $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$，则 $gradf(1,-1,2)=$________________________.

9、函数 $u=xy^2z$ 在点 $P(1,-1,2)$ 处最大方向导数的值为__________________.

二、单项选择题

10、已知 $f(x,y)=e^{\sqrt{x^2+y^4}}$，则【 】

(A) $f_x(0,0),f_y(0,0)$ 都存在 (B) $f_x(0,0)$ 不存在，$f_y(0,0)$ 存在

(C) $f_x(0,0)$ 存在，$f_y(0,0)$ 不存在 (D) $f_x(0,0),f_y(0,0)$ 都不存在

11、设 Ω 为平面曲线 $\begin{cases}x^2=2z\\ y=0\end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周形成的曲面与平面 $z=8$ 所围区域，则 $\iiint\limits_\Omega (x^2+y^2)dxdydz$ 的值等于【 】

(A) $\frac{3}{2}\pi$ (B) $\frac{1024}{3}\pi$ (C) $\frac{1024}{7}\pi$ (D) $\frac{3}{8}\pi$

12、设 f 具有二阶连续偏导数，且 $u=f(x+y+z,xyz)$，则 $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}=$【 】

(A) $f''_{11}+yf'_2+xy^2zf''_{22}+y(x+z)f''_{12}$ (B) $yf'_1+2xf''_{11}+x^3yf''_{22}+x^2y^2f''_{12}$

(C) $xf'_2+2xy^3f''_{11}+x^3yf''_{22}+x^2y^2f''_{12}$ (D) $xf'_2+2xy^3f''_{11}+xyf''_{22}+x^2y^2f''_{12}$

13、设有直线 $L_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+6}{1},L_2:\begin{cases}x-y=6\\ 2y+z=3\end{cases}$，则两直线的夹角为【 】

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{5}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

14、设 $\Omega_1:x^2+y^2+z^2\le R^2,z\ge 0,\Omega_2:x^2+y^2+z^2\le R^2,x\ge 0,y\ge 0,z\ge 0$, 则【 】

(A) $\iiint\limits_{\Omega_1} xdxdydz=4\iiint\limits_{\Omega_2} xdxdydz.$ (B) $\iiint\limits_{\Omega_1} ydxdydz=4\iiint\limits_{\Omega_2} ydxdydz.$

(C) $\iiint\limits_{\Omega_1} zdxdydz=4\iiint\limits_{\Omega_2} zdxdydz.$ (D) $\iiint\limits_{\Omega_1} xyzdxdydz=4\iiint\limits_{\Omega_2} xyzdxdydz.$

15、设函数 $f(x,y)$ 连续，则二次积分 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}dx\int_{\sin x}^{1}f(x,y)dy$ 等于【　　】

(A) $\int_0^1 dy\int_{\pi+\sin x}^{\pi}f(x,y)dx$　　(B) $\int_0^1 dy\int_{\pi-\arcsin y}^{\pi}f(x,y)dx$

(C) $\int_0^1 dy\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi+\arcsin x}f(x,y)dx$　　(D) $\int_0^1 dy\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi-\arcsin y}f(x,y)dx$

16、设 $u(x,y)$ 具有二阶连续偏导数，它满足关系式 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$，且 $u(x,2x)=x, u_1'(x,2x)=x^2$，

则 $u_{12}''(x,2x)=$【　　】

(A) $\frac{2}{3}x$　　(B) $-\frac{4}{3}x$　　(C) $\frac{4}{3}x$　　(D) $\frac{5}{3}x$

17、由曲面 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 和曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成的立体的体积为【　　】

(A) $(\sqrt{2}-1)\pi.$　　(B) $\frac{4}{3}\pi.$　　(C) $\frac{4}{3}(\sqrt{2}-1)\pi.$　　(D) $\frac{5}{3}(\sqrt{2}-1)\pi.$

18、若两直线 $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{\lambda}$ 与 $x+1=y-1=z$ 相交，则 $\lambda=$【　　】

(A)1　　(B) $\frac{2}{3}$　　(C) $-\frac{5}{4}$　　(D) $\frac{5}{4}$

三、解答题

19、抛物面 $z=x^2+y^2$ 被平面 $x+y+z=1$ 截成一椭圆，求原点到这椭圆的最长与最短距离。

20、设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $\int_x^z \ln\left[1+(z+y-t)^2\right]dt+\int_y^z\sqrt{1+(x+z-t)^4}dt=0$ 所确定，求

$\frac{\partial z}{\partial x}\Big|_{(1,1,1)}$

四、证明题

21、设 $f(x,y)$ 在单位圆域上有连续偏导数，且在边界上取值为零，证明：

$\lim\limits_{\delta\to 0^+}\frac{-1}{2\pi}\iint\limits_D\frac{xf_x+yf_y}{x^2+y^2}dxdy=f(0,0)$，其中 D 为圆环域 $\delta^2\le x^2+y^2\le 1.$

22、设区域 $D=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 4,x\ge 0,y\ge 0\right\}$， $f(x)$ 为 D 上的正值连续函数，a,b 为常数，证明：

$\iint\limits_D\frac{a\sqrt{f(x)}+b\sqrt{f(y)}}{\sqrt{f(x)}+\sqrt{f(y)}}d\sigma=\frac{a+b}{2}\pi.$