Suites arithmetiques

TSTMG

1 Termes d'une suite arithmetique

Définition 1 (Rappel)**.** *Une suite arithmétique est une suite numérique* $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *définie par son* ***premier terme*** u_0 *et un nombre* r *appelé la* ***raison****, tel que chaque terme* u_n *pour* $n > 0$ *est obtenu en ajoutant* r *au terme précédent :*

$$u_n = u_{n-1} + r$$

Exemple.

— *La suite*

$$0; 2; 4; 6; 8; 10;$$

est la suite de premier terme 0 *et de raison* 2*.*

$$0 \xrightarrow{+2} 2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{+2} 6 \xrightarrow{+2} 8 \xrightarrow{+2} 10$$

— *La suite*

$$10; 9; 8; 7; 6; 5;$$

est la suite de premier terme 10 *et de raison* -1*.*

— *La suite* $1; 2; 4; 7; 11;$ *n'est pas une suite arithmétique. En effet,*

$$1 \xrightarrow{+1} 2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{+3} 7 \xrightarrow{+4} 11$$

Remarque. *Une suite arithmétique est constante (tous ses termes sont égaux) si et seulement si sa raison est égale à* 0*.*

Proposition 1. *Soit* $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *une suite arithmétique de raison* r*. Alors, son* n *terme est donné par la formule*

$$u_0 + n \times r$$

Exemple.

a) *Donner le* 5 *terme de la suite arithmétique de premier terme* $3,5$ *et de raison* 3 *:* ....

b) *Donner le* 10 *terme de la suite arithmétique de premier terme* 12 *et de raison* 5 *:* ....

En résumé, il y a deux types d'écriture pour le n terme d'une suite arithmétique :

— La formule de récurrence $u_n = u_{n \quad 1} + r$. Pour véri er qu'une suite est arithmétique, on véri e qu'on obtient chaque terme en ajoutant r au terme précédent.

— La formule explicite $u_n = u_0 + n \times r$. On l'utilise une fois qu'on sait qu'une suite est arithmétique, pour calculer directement le n terme.

2 Etude d'une suite arithmetique

2.1 Variation d'une suite arithmetique

Proposition 2.
- *Une suite arithmétique de raison r est* ***croissante*** *si et seulement si r est positive.*
- *Une suite arithmétique de raison r est* ***decroissante*** *si et seulement si r est négative.*

Exemple. *La suite arithmétique*

$$2; 5; 8; 11;$$

est .... *car sa raison vaut* ....
La suite arithmétique

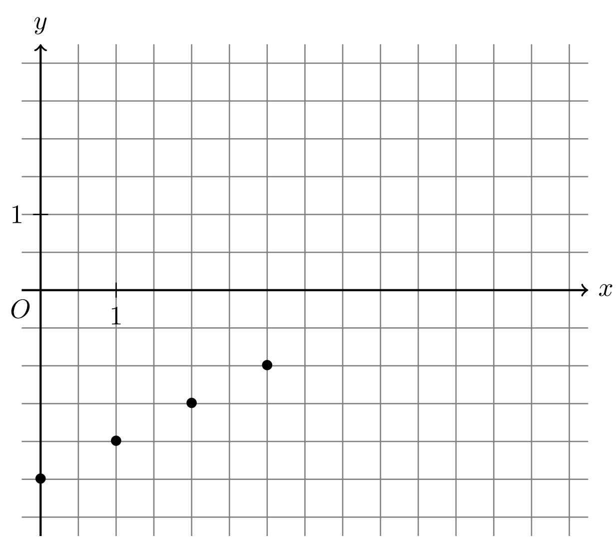
$$4; \quad 2; \quad 8;$$

est .... *car sa raison vaut* ....

2.2 Representation graphique

Proposition 3. *Soit $(u_n)_{n\in}$ une suite arithmétique de raison n. Alors les points $(0, u_0)$, $(1, u_1)$, $(2, u_2)$, ...sont alignés.*

Exemple.



On a représenté ici les premiers termes d'une suite arithmétique $(u_n)_{n\in}$.

a) *Quel est le premier terme* u_0 *de cette suite ?* ....

b) *Quelle est la raison* r *de cette suite ?* ....

c) *Placer les points correspondants aux termes suivants de cette suite.*

d) *À partir de quel terme (quel n ?) la suite devient positive ?* ....

Remarque. *Un phénoméne représenté par une suite arithmétique suit une évolution dite* ***lineaire****.*