Vers les inéquations produits et les systèmes

Seconde 9

27 Mai 2024

1 Fonctions affines

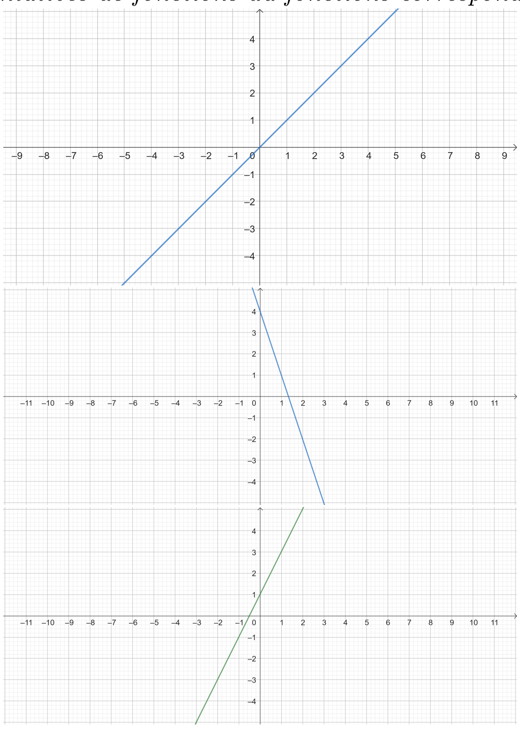
Définition 1. *Une* fonction affine *est une fonction définie sur* $\mathbb{R}$ *de la forme* $f: x \mapsto ax + b$*, où* a *et* b *sont deux nombres réels.*

- *Si* $a = 0$*, on dit que la fonction est* constante.
- *Si* $b = 0$*, on dit que la fonction est linéaire.*

Proposition 1. *Soit* f *une fonction définie sur* $\mathbb{R}$*. La courbe représentative de* f *est une droite si et seulement si* f *est une fonction affine.*

Exercice. *Relier ces différentes courbes représentatives de fonctions au fonctions correspondantes.*

$f: x \mapsto 2x + 1$
$g: x \mapsto -3x + 4$
$h: x \mapsto x$



Exercice. *Résoudre les équations suivantes :*

a) $4x - 4 = 0$
b) $x + 3 = 0$
c) $12x - 2 = 0$
d) $-7x - 14 = 0$

En déduire une formule générale pour trouver l'unique antécédent de 0 *d'une fonction affine* $f: x \mapsto ax + b$*.*

Exercice. *Dresser le tableau de signe des fonctions suivantes :*

a) $f\colon x \mapsto -6x+3$

b) $g\colon x \mapsto 4x+3$

En déduire les deux seuls tableaux de signes possibles pour une fonction affine quelconque.

2 Inequations produits

Exemple. *Soit l'inéquation*

$$(2x+1)(x-2) \geq 0$$

Pour la résoudre, il faut étudier le signe des deux fonctions $f\colon x \mapsto 2x+1$ et $g\colon x \mapsto x-2$.

Ces fonctions s'annulent respectivement sur $-\frac{1}{2}$ et 2.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
Signe de $(2x+1)$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $(x-2)$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $(2x+1)(x-2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Grâce au tableau de signes, on en déduit que l'ensemble des solutions est l'union d'intervalles

$$S = \left]-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty[$$

Exercice. *Résoudre les inéquations-produits suivantes :*

a) $(x-5)(x-9) \leqslant 0$

b) $(-11x-9)(-5x+9) < 0$

c) $(13x+2)(3x-13)(-8x-4) \geqslant 0$

d) $(x-2)(x-11)(x-12) > 0$

e) $(4x+3)^2(6x-2) < 0$

f) $(x-9)(x+9) \geqslant 0$