Définition 2. *Soit a un réel. Alors la suite $(\exp(n \times a))_{n\in\mathbb{N}}$ est une* ***suite géométrique*** *de premier terme 1 et de raison $\exp(a)$. On en déduit que pour tout $n \in \mathbb{N}$,*

$$\exp(na) = \exp(a)^n$$

Démonstration. On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \exp(na)$. Étudier u_{n+1} en fonction de u_n, puis déduire que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique.

□

En particulier, on va s'intéresser à $a = 1$.

Définition 3. *Le nombre $e = \exp(1)$ est appelé* ***constante de Néper****, et vaut approximativement $2.718...$*

Par extension de la fonction puissance aux réels, la fonction exponentielle est notée, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

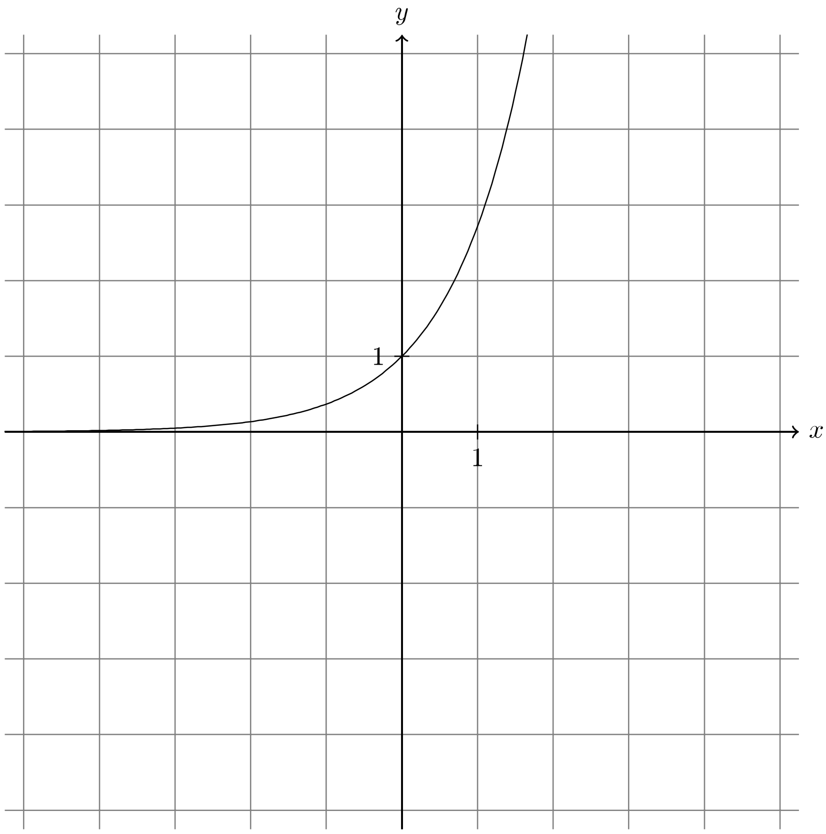
$$\exp(x) = e^x$$

Remarque. *La raison pour laquelle la notation e^x a été adoptée est pour correspondre avec les propriétés algébriques associées aux puissances :*

$$\begin{cases} e^{x+y} = e^x e^y \\ e^{-x} = \dfrac{1}{e^x} \\ e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y} \\ e^{nx} = (e^x)^n \quad \textit{pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

3 Étude de la fonction exponentielle

On représente sur ce repère la courbe représentative de la fonction exponentielle.



Proposition 1. *La fonction exponentielle est strictement positive sur* $\mathbb{R}$ *: pour tout* $x \in \mathbb{R}$*,*

$$\exp(x) > 0$$

Proposition 2. *Le fonction exponentielle est strictement croissante sur* $\mathbb{R}$ *:*

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variation de exp		1 ↗	