Fonction Inverse

Terminale STMG2

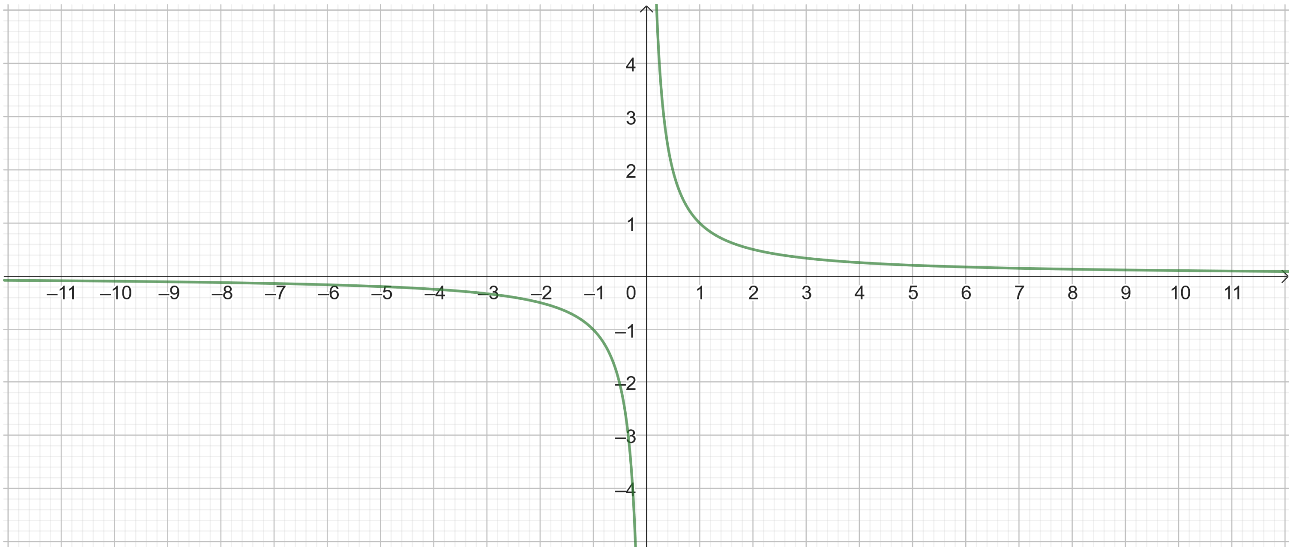
1 Représentation de la fonction inverse

Définition 1. *On appelle* ***fonction inverse*** *la fonction définie sur* $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ *qui à un nombre* x *associe le nombre* $\frac{1}{x}$.

Remarque. *Cette définition indique que la fonction inverse n'est pas définie en* 0. *Pour rappel, il est* ***interdit de diviser par*** 0.

Exemple. *Donner l'inverse de* $2; 4; -2; \frac{1}{2}; -0,2; 0; 3,25$.

Proposition 1. *La fonction inverse est représentée par la courbe représentative suivante.*



2 Dérivée

Proposition 2. *La fonction inverse est dérivable sur* $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$, *et sa dérivée est définie par*

$$x \mapsto -\frac{1}{x^2}$$

Proposition 3. *La fonction inverse est* ***décroissante*** *sur* $]-\infty; 0[$, *et* ***décroissante*** *sur* $]0; +\infty[$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$-$	‖	$-$
Variations de f	$\searrow$	‖	$\searrow$

3 Comportement assymptotique

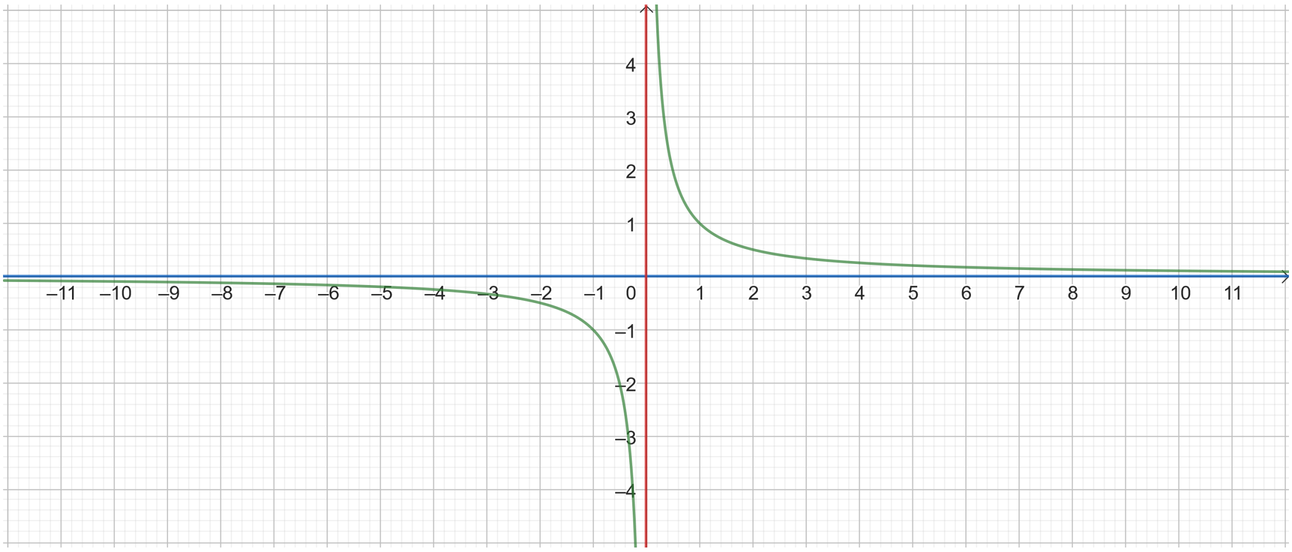
Remarque. *On appelle f la fonction inverse définie sur $\mathbb{R}^*$. Alors,*

- *Plus les valeurs de x augmentent, et plus la valeur de $f(x)$ diminue et se rapproche de 0.*
- *Plus les valeurs de x se rapprochent de 0 **en restant positives**, et plus la valeur de $f(x)$ est grande.*

On constate un comportement similaire quand on observe le comportement de $f(x)$ pour des valeurs de x négatives.

Proposition 4. *Soit f la fonction inverse. Alors,*

$$\lim_{x\to-\infty} = 0 \qquad \lim_{x\to 0^-} = -\infty \qquad \lim_{x\to 0^+} = +\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} = 0$$



Définition 2. *On dit que la courbe représentative de la fonction inverse :*

- *admet une assymptote horizontale d'équation $y = 0$ en $-\infty$ et en $+\infty$;*
- *admet une assymptote verticale d'équation $x = 0$.*

Remarque. *Le tableau de variation de la fonction inverse peut être complété ainsi.*

x	$-\infty$		0		$+\infty$
Variations de f	0 ↘	-∞	‖	$+\infty$ ↘	0