

2 Schéma de Bernoulli et loi binomiale

2.1 Épreuve de Bernoulli

Exemple. On lance une pièce équilibrée. On gagne 1€ si l'on fait face et rien si on fait pile. Quelle est la probabilité de gagner un euro ? Si on note X le gain possible suite à cette expérience, calculer $E(X)$.

Définition 4. Soit une expérience aléatoire d'univers Ω , et X une variable aléatoire d' Ω . On dit que X **suit une loi de Bernoulli de paramètre** $p \in [0; 1]$, ce que l'on note $X \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$, quand la loi de X est donnée par le tableau suivant :

x_i	1	0
$P(X = x_i)$	p	$1 - p$

Proposition 1. Soit une expérience aléatoire d'univers Ω , et X une variable aléatoire d' Ω suivant une loi de Bernoulli de paramètre p . Alors,

$$E(X) = p$$

Remarque. Une expérience de Bernoulli est donc une expérience durant laquelle on est confronté à un succès (le 1) ou à un échec (le 0).

2.2 Schéma de Bernoulli

Exemple. On lance dix pièces équilibrées. On note X le nombre de pile obtenus après tirage.

Remarque. Dans l'expérience précédente, X compte le nombre de succès de $n = 10$ expériences de Bernoulli indépendantes, ayant toute la même probabilité de succès $p = \frac{1}{2}$. On dit que c'est un **schéma de Bernoulli de paramètres** n et p .

Définition 5. Soit une expérience aléatoire d'univers Ω , ainsi que $n \in \mathbb{N}$ et $p \in [0; 1]$. On dit que X **suit une loi binomiale de paramètres** n et p , ce que l'on note $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n; p)$, quand X comptabilise le nombre de succès de n dans un schéma de Bernoulli de paramètres n et p .

Proposition 2. Soit une expérience aléatoire d'univers Ω , et $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n; p)$. Alors, on a

$$E(X) = n \times p$$

Exemple. Pour chacun des exemples suivants, donner l'espérance de X :

- On tire trois fois une boule dans une urne contenant deux boules vertes et quatre boules rouges, avec remise après chaque tirage. X est le nombre de boules vertes tirées.
- X est le nombre de match gagnés par une équipe de foot sur une saison de 10 matchs. Les matchs sont tous très équitables, et il n'y a pas de match nul.
- On lance quatre fois un dé à 10 faces. X est le nombre de fois où l'on obtient un multiple de 3.