

Chapitre 3 : Géométrie Repérée

Seconde 3

1 Repères orthonormées

Définition 1. Un repère est donné par trois points $(O; I; J)$ non alignés :

- Le premier point, O , est appelé l'**origine** du repère.
- La droite (OI) est appelée **axe des abscisses**.
- La droite (OJ) est appelée **axe des ordonnées**.

L'unité des abscisses est donnée par la longueur OI . L'unité des ordonnées est donnée par la longueur OJ .

Exemple. Ci-dessous sont représentés deux repères différents.

$I \bullet$

$J \bullet$

$I \bullet \quad O \bullet$

$O \bullet$

$J \bullet$

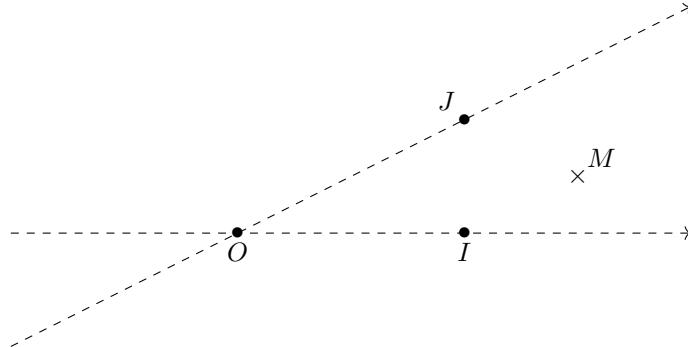
Exercice.

- a) Tracer pour chacun des repères précédents son axe des abscisses et son axe des ordonnées.
- b) À l'aide d'une règle graduée, donner approximativement la longueur en cm de l'unité des abscisses et de l'unité des ordonnées de chaque repère.

Remarque. Pour calculer les coordonnées d'un point M sur un repère $(O; I; J)$, il faut tracer un **parallélogramme** $OPMQ$, avec P un point de (OI) (axe des abscisses) et Q un point de (OJ) (axe des ordonnées).

- L'abscisse de M est obtenu grâce à la longueur OP . Son signe est positif si P appartient à la demi-droite $[OI]$.
- L'ordonnée de M est obtenu grâce à la longueur OQ . Son signe est positif si P appartient à la demi-droite $[OJ]$.

Exemple. Soit $(O; I; J)$ le repère représenté ci-contre.



Exercice. Tracer le parallélogramme $OPMQ$ tel que présenté plus tôt. Quelles sont les coordonnées de M ?

Définition 2. Soit $(O; I; J)$ un repère.

- On dit que le repère est **orthogonal** si l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées sont perpendiculaires : $(OI) \perp (OJ)$.
- On dit que le repère est **normé** si les longueurs OI et OJ sont les mêmes : $OI = OJ$.
- On dit que le repère est **orthonormé** s'il est à la fois orthogonal et normé.

Exercice. Tracer un repère orthonormé $(O; I; J)$, et y placer le point M de coordonées $(-1; 2)$.

À partir de maintenant, les repères $(O; I; J)$ rencontré dans ce cours sont orthonormés.

2 Milieu d'un segment

Proposition 1. Soit $(O; I; J)$ un repère du plan, et A, B deux points du plan. On considère I le milieu du segment $[AB]$. Alors I a pour coordonnées

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

Remarque. Pour obtenir respectivement l'abscisse et l'ordonnée du milieu d'un segment $[AB]$, on fait respectivement la moyenne des abscisses et des ordonnées de A et B .

Exercice.

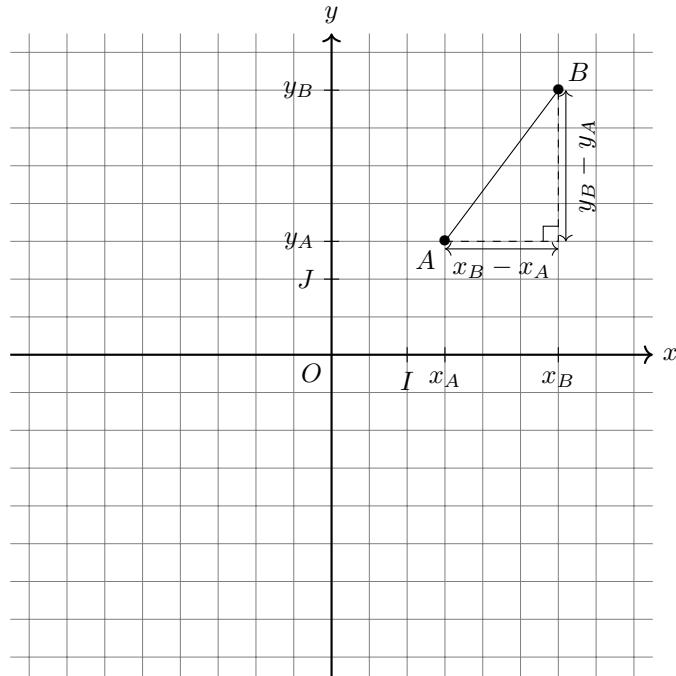
- a) Tracer un repère orthonormé $(O; I; J)$, puis placer les points $A(2; 2)$; $B(-1; 0)$; $C(0; -1)$ et $D(3; 1)$.
- b) Calculer les coordonnées du milieu du segment $[AC]$ et du segment $[BD]$.
- c) Que remarquez-vous ? En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

3 Distance entre deux points

Proposition 2. Soit $(O; I; J)$ un repère orthonormé du plan, ainsi que $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan. Alors, la longueur du segment $[AB]$ est donnée par la formule suivante :

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

Remarque. Cette formule est simplement une conséquence du théorème de Pythagore. On peut le voir à l'aide de la figure suivante :



Exercice. Soit $(O; I; J)$ un repère orthonormé. On considère les points $A(4; 10)$ et $B(5; -3)$. Calculer la longueur du segment $[AB]$.

$$AB =$$