3.2 Extremum

Proposition 7. *Soit une fonction polynomiale du second degré* $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$*. On suppose que* $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ *pour tout* x *réel. Alors,* f *admet un extremum qu'il atteint en* α *et ayant pour valeur* β*.*

Remarque. *Comme dit précédemment, si* $a > 0$*, alors* f *admet un minimum qu'il attent en* $\alpha = \frac{-b}{2a}$*. Sinon, si* $a < 0$*, alors* f *admet un maximum qu'il atteint en* $\alpha = \frac{-b}{2a}$*. Dans les deux cas, cet extremum vaut* $\beta = f(\alpha)$*.*

Exemple. *Soit la fonction polynomiale* $g : x \mapsto 4x^2 + 32x - 5$*.*

a) *Cette fonction admet-elle un minimum ou un maximum ?*

b) *En quelle valeur cet extremum est-il atteint ?*

c) *Que vaut cet extremum ?*

Proposition 8. *Soit* $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$ *une fonction polynomiale du second degré. On suppose que* $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$*. Alors la courbe représentative* $\mathcal{C}_f$ *est une parabole admettant comme axe de symétrie la droite* $x = \alpha$*.*

Exemple. *Soit* $f : x \mapsto x^2 - 2x + 1$*. Alors* f *admet un minimum (car* $a > 0$*) atteint en* $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1$*. Alors* $\mathcal{C}_f$ *admet la droite* $x = 1$ *comme axe de symétrie.*