Contrôle : Vecteurs

Seconde 9

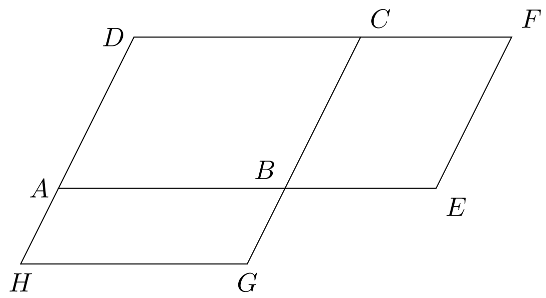
12 Novembre 2024

- Une présentation soignée est de rigueur.
- Tout effort de recherche, même non abouti, sera valorisé.
- La calculatrice est INTERDITE.

Exercice 1 : Égalité de vecteurs (5 points)

(a) Soit $MNOP$ un parallélogramme quelconque. En déduire une inégalité entre deux vecteurs (les points doivent être différents).

(b) Dans la figure suivante, les quadrilatères $ABCD$, $BCFE$ et $ABGH$ sont des parallélogrammes.



i. Donner deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$.

ii. Donner un représentant de $\overrightarrow{DA}$ d'origine C.

iii. Donner un vecteur **opposé** à $\overrightarrow{GH}$.

iv. Donner un vecteur colinéaire à $\overrightarrow{EF}$, **mais de norme différente**.

Exercice 2 : Somme de vecteurs (5 points)

(a) Soit P, Q et R trois points quelconques du plan. Expliciter la relation de Chasles sur les vecteurs $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{QR}$

(b) Simplifier les expressions suivantes :

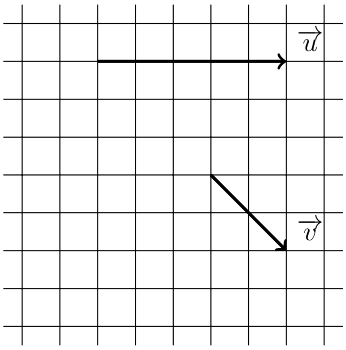
i. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} = \ldots$

ii. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{IJ} = \ldots$

iii. $\overrightarrow{GH} + \overrightarrow{FG} = \ldots$

iv. $\overrightarrow{XY} - \overrightarrow{XZ} = \ldots$

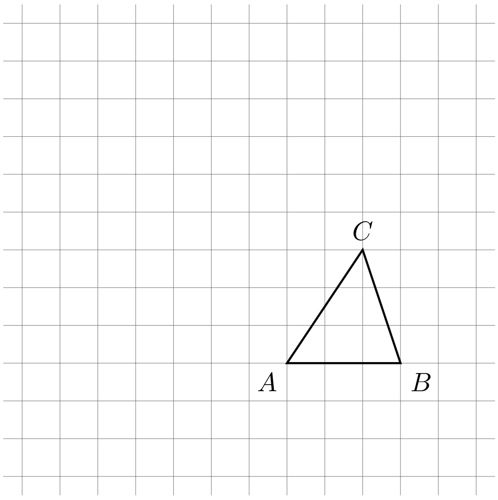
(c) Placer sur la figure suivante le vecteur $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}$.



Exercice 3 : Colinéarité (5 points)

(a) Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs tels que il existe un nombre k vérifiant $\overrightarrow{u} = k \times \overrightarrow{v}$. Que peut-on en déduire de $\overrightarrow{u}$ et de $\overrightarrow{v}$?

(b) Soit ABC le triangle suivant :



i. Placer les points D et E vérifiant $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{BC}$.

ii. Justifier que $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$.

iii. En déduire que $\overrightarrow{DE} = 3\overrightarrow{AC}$

iv. Que peut-on en conclure pour les droites (DE) et (AC) ?

Exercice 4 : Démonstration (5 points)

Soit $ABCD$ un quadrilatère quelconque. On pose quatre points I, J, K et L quatre points définis par

$$\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$
$$\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$
$$\overrightarrow{CK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$$
$$\overrightarrow{DL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$$

(a) Tracer la figure correspondante **dans le cas où $ABCD$ est un carré**.

(b) Justifier que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BJ}$.

(c) En déduire que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

(d) En déduire une expression de $\overrightarrow{IJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$.

(e) De la même manière, en partant de $\overrightarrow{LK} = \overrightarrow{LD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CK}$ (pas besoin de le justifier), montrer que $\overrightarrow{LK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$.

(f) En déduire une expression de $\overrightarrow{LK}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$.

(g) Que peut-on en déduire du quadrilatère $IJKL$?