Définition 6. Un nombre entier naturel $n \in \mathbb{N}$ est **premier** si et seulement si il admet exactement deux diviseurs positifs : 1 et lui-même.

Remarque.

- Traditionnellement, un nombre premier est **positif**: on ne s'intéresse qu'aux entiers naturels dans ce cadre.
- Le nombre 1 n'est PAS premier : il n'admet qu'un seul diviseur positif.

Exemple. Les nombres suivants sont premiers : 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19...

Proposition 5. Tout entier naturel supérieur ou égal à 2 peut s'écrire comme un produit de nombres premiers.

Exemple.

- $18 = 2 \times 3 \times 3$
- 68 =
- 132 =
- 85 =

Exemple. On peut écrire des fractions sous forme irréductible à l'aide de la décomposition du numérateur et du dénominateur en produit de facteurs premiers.

$$\bullet \ \frac{500}{75} = \frac{2 \times 2 \times 5 \times \cancel{5} \times \cancel{5}}{3 \times \cancel{5} \times \cancel{5}} = \frac{2 \times 2 \times 5}{3} = \frac{20}{3}$$

- $\frac{126}{24} = \dots$
- \bullet $\frac{3}{45} = \dots$