

# Suites géométriques

Terminale STMG2

## 1 Définition

**Définition 1.** Soit  $a \in \mathbb{R}_+$  et  $q \in \mathbb{R}_+^*$ . On appelle **suite géométrique à termes positifs** de premier terme  $a$  et de raison  $q$  une suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par la relation de récurrence suivante :

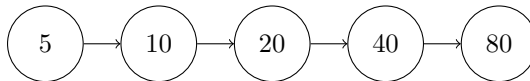
$$\begin{cases} u_0 &= a \\ u_{n+1} &= u_n \times q \end{cases}$$

**Remarque.**

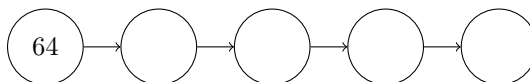
- De la même manière qu'une suite arithmétique consiste à ajouter la même quantité à chaque étape, une suite géométrique consiste à multiplier par une même quantité à chaque étape.
- Ici, on impose que la raison soit strictement positive ( $\in \mathbb{R}_+^*$ ).

**Exemple.** Compléter les schémas suivants décrivant des suites géométriques :

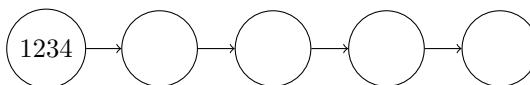
a)  $a = 5$  et  $q = 2$



b)  $a = 64$  et  $q = 0.5$



c)  $a = 1234$  et  $q = 0.1$



**Définition 2** (Formule explicite). Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite géométrique de premier terme  $u_0 = a$  et de raison  $q \in \mathbb{R}_+^*$ . Alors, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a

$$u_n = a \times q^n$$

**Exemple.** Pour chacun des exemples précédents, donner directement  $u_{10}$ .

## 2 Étude d'une suite géométrique

**Proposition 1.** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite géométrique à termes positifs de raison  $q > 0$ .

- Si  $q < 1$ , alors  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est décroissante.
- Si  $q > 1$ , alors  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est croissante.
- Si  $q = 1$ , alors  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est constante.

**Exemple.** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite géométrique de premier terme  $u_0 = 4$  et de raison  $q$ . Donner une valeur  $q_1$  à  $q$  pour que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  soit croissante, puis une valeur  $q_2$  à  $q$  pour que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  soit décroissante. Tester vos choix en observant les premiers termes de la suite.

## 3 Moyenne géométrique

**Définition 3.** Soit  $x$  et  $y$  deux nombres positifs. Alors la **moyenne géométrique** de  $x$  et  $y$  est donnée par

$$\sqrt{xy}$$

**Proposition 2.** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite géométrique à termes positifs. Alors, pour tout  $n > 1$ , on a

$$u_n = \sqrt{u_{n-1}u_{n+1}}$$

**Exemple.** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite géométrique à termes positifs, telle que  $u_9 = 5$  et  $u_{11} = 320$ . Calculer  $u_{10}$ , puis en déduire la raison de cette suite.