

### 59 Les abonnés à une chaîne YouTube

Un youtubeur compte 35 000 abonnés à sa chaîne au 1<sup>er</sup> janvier 2019. Au cours de l'année 2019, il constate que, chaque mois, il perd 20 % des anciens abonnés mais qu'il en gagne 500 nouveaux.

Pour  $n \geq 1$ , on note  $u_n$  le nombre d'abonnés au 1<sup>er</sup> du  $n$ ème mois, le premier mois étant le mois de janvier 2019.



#### 1. ➤ Calculer

Préciser  $u_1$  et calculer  $u_2$  et  $u_3$ .

2. ➤ Raisonnez • Calculer La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ? Est-elle géométrique ?

3. ➤ Modéliser Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .

#### 4. ➤ Raisonnez

a. On introduit la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier  $n$  par  $v_n = u_n - 500$ . Démontrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique. Préciser la raison et son premier terme.

b. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  et en déduire  $u_n$ .

5. ➤ Calculer Déterminer le nombre d'abonnés au 1<sup>er</sup> janvier 2020.

### 60 Évolution d'un compte bancaire

Au 1<sup>er</sup> janvier 2019, Amélie ouvre un compte dans une banque et y dépose 10 000 €. Ce compte constitue un placement à intérêts composés au taux annuel de 1,5 %. À partir de 2020, chaque 1<sup>er</sup> janvier, Amélie retire 1 500 €, après versement des intérêts.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  la somme d'argent disponible sur le compte d'Amélie au 2 janvier de l'année  $(2019 + n)$ .

Ainsi :  $u_0 = 10\ 000$ .

#### 2. ➤ Raisonnez • Calculer

Montrer que la suite  $(u_n)$  n'est ni une suite arithmétique ni une suite géométrique.

#### 3. ➤ Modéliser

Justifier que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :

$$u_{n+1} = 1,015u_n - 1\ 500.$$

#### 4. ➤ Raisonnez

On pose :  $v_n = u_n - 10\ 000$  pour tout entier naturel  $n$ .

a. Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. En déduire l'expression du terme général de  $v_n$  en fonction de  $n$ , puis en déduire que, pour tout entier naturel  $n$  :

$$u_n = -90\ 000 \times 1,015^n + 100\ 000.$$

#### 5. ➤ Calculer

Calculer la somme disponible sur le compte le 2 janvier 2024.