

# Dérivation

## Première Spécialité Mathématiques

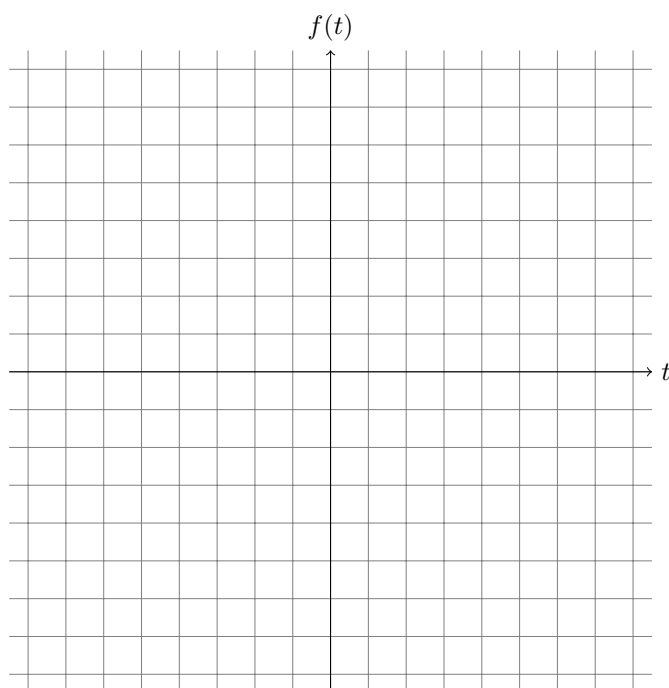
### 1 Taux de variation

**Définition 1.** Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$ . On prend  $a < b \in I$ . On appelle **taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $b$**  la grandeur

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

**Exemple.** Une voiture roule pendant une heure. Soit  $f(t)$  la distance parcourue en km en fonction du temps  $t$  en min.

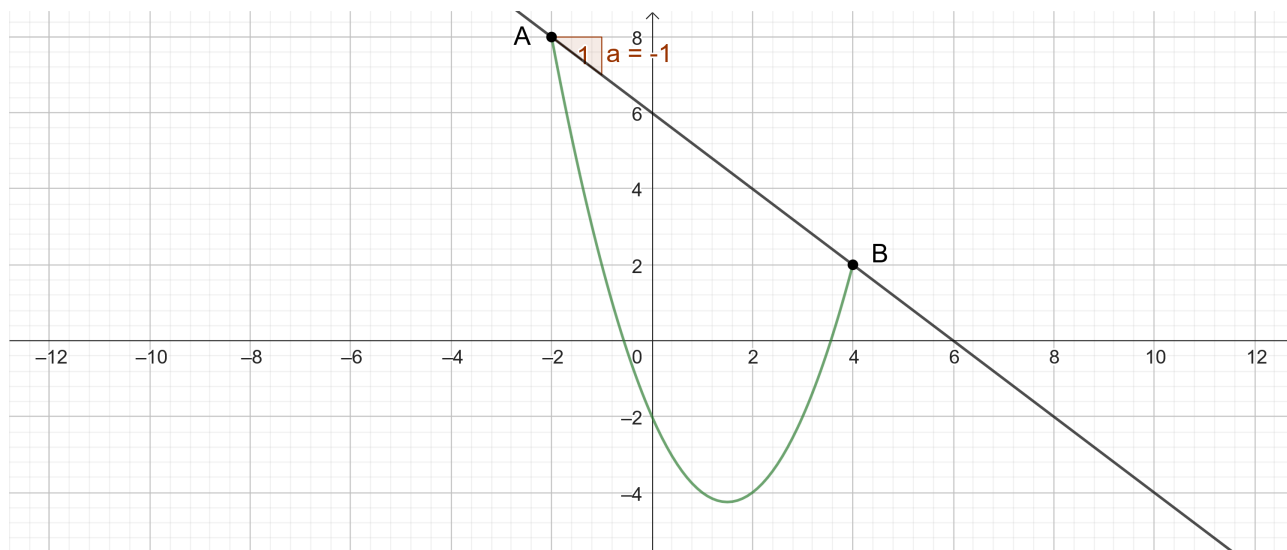
- a) Quelle est l'intervalle de définition de  $f$ ? .....
- b) Dessiner sur le repère suivant une courbe représentative possible pour  $f$ .



- c) En fonction de votre réponse, donner le taux de variation de  $f$  entre 0 et 30, et entre 30 et 60.

- d) Comment interpréter votre résultat? .....

**Proposition 1.** Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$ , et  $a < b \in I$ . Si on se place sur un repère orthonormé, et que l'on considère les points  $A(a; f(a))$  et  $B(b; f(b))$ , alors le taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $b$  correspond à la pente de la droite entre  $A$  et  $B$ .



**Remarque.** Le taux de variation d'une fonction entre  $a$  et  $b$  répond à la question suivante : Pour chaque abscisse parcourue entre  $a$  et  $b$ , de combien d'ordonnées sommes-nous montés ou descendus ?

**Proposition 2.** Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$ . Soit  $J \subseteq I$  un intervalle.

- Si  $f$  est croissante sur  $J$ , alors pour tout  $a < b \in J$ , le taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $b$  est positif.
- Si  $f$  est décroissante sur  $J$ , alors pour tout  $a < b \in J$ , le taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $b$  est négatif.

**Remarque.** Les réciproques sont fausses : un taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $b$  positif n'implique pas que la fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[a; b]$ .

**Exemple.** Soit  $f : x \mapsto (x - 1)^2 - 2$  définie sur  $[-2; 3]$ .

- a) Donner un intervalle  $I$  sur lequel  $f$  est croissante, et un intervalle  $J$  sur lequel  $f$  est décroissante :

$I = \dots\dots\dots$  ;  $J = \dots\dots\dots$

- b) Choisir deux valeurs dans chacun des intervalles, et calculer les taux de variations de  $f$  entre ces deux valeurs.

$\dots\dots\dots$

- c) Calculer le taux de variation entre  $-2$  et  $2$ . Que peut-on en déduire ?  $\dots\dots\dots$