

Contrôle : fonctions exponentielles

Terminale STMG2

11 Avril 2024

- Une présentation soignée est de rigueur.
- Tout effort de recherche, même non abouti, sera valorisé.
- Toute résultat, sauf mention contraire, doit être justifié.
- La calculatrice est AUTORISÉE.

Exercice 1 : Algèbre et puissances (5 points)

Soit a un nombre réel strictement positif.

Simplifier les expressions suivantes sous la forme a^n avec n un nombre réel.

- (a) (1 point) $\frac{a^2 \times a^8}{a^9}$
- (b) (1 point) $(a^{-3})^5 \times a^{-4}$
- (c) (1 point) $\frac{a^5}{a^{-5} \times a^2}$
- (d) (1 point) $((a^4)^3)^2$
- (e) (1 point) $\frac{a^2}{a^5} \times (a^6)^{-2}$

Exercice 2 : Variations (2 points)

Donner, en le justifiant, le sens de variation des fonctions définies par les relations suivantes :

- (a) (0,5 points) $f(x) = 12 \times 3^x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
- (b) (0,5 points) $g(x) = -0,7 \times 1,2^x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
- (c) (0,5 points) $h(x) = -3 \times 0,6^x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
- (d) (0,5 points) $q(x) = 0,75 \times 3^x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

Exercice 3 : Soldes (8 points)

Les managers d'un grand magasin souhaitent proposer une offre promotionnelle cohérente avec les concurrents. Pour cela, ils observent l'évolution des prix des produits chez deux concurrents, nommés A et B.

- (a) On constate qu'en moyenne, les prix chez A diminuent chaque année de 6%. Par exemple, le 1^{er} Janvier 2020, le lait coûte 1€50, et subit une diminution d'environ 6% annuellement. On note u_n le prix du lait le 1^{er} Janvier 2020 + n .
 - i. (1 point) Donner le prix du lait le 1^{er} Janvier 2021, puis le prix du lait le 1^{er} Janvier 2022.
 - ii. (1 point) Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le premier terme k . En déduire que, pour tout n ,

$$u_n = kq^n$$

- iii. (2 points) On prolonge cette suite en une fonction exponentielle $f(x) = kq^x$. En déduire le prix du lait le 15 Juin 2020, puis le 1^{er} Juin 2024 (soit au milieu d'une année).
- (b) Chez le concurrent B, le prix du lait a augmenté de 4% entre 2020 et 2021, de 9% entre 2021 et 2022, puis a diminué de 5% entre 2021 et 2022.
 - i. (1 point) Montrer qu'entre 2020 et 2022, le prix du lait a augmenté d'environ 7,7%
 - ii. (1 point) En déduire le taux d'évolution moyen annuel du prix du lait entre 2020 et 2022. On pourra s'aider d'un schéma.

- iii. (1 point) On utilise le coefficient multiplicateur trouvé précédemment, nommé q' , pour modéliser le prix du lait à l'aide d'une fonction exponentielle $g(x) = 1,50 \times q'^x$. Cette fonction est-elle croissante ou décroissante?
- iv. (1 point) Déduire à partir de quelle année le lait coûtera le double de son prix initial d'après ce modèle.