Calcul Littéral

Seconde 9

1 Introduction : Lire un cours de maths

En mathématiques, un cours est composé de **définitions**, de résultats (comme des **propositions**, des **propriétés** ou des **théorèmes**), de **remarques** ainsi que d'**exemples** ou **exercices**.

Les définitions décrivent ce que sont les objets.

Une **définition** permet l'introduction d'un concept nouveau en mathématiques. Il utilise des définitions déjà connues pour construire quelque chose de nouveau.

Il faut connaitre ses définitions pour comprendre les énoncés des exercices.

Les propositions, les propriétés et les théorèmes décrivent ce que font les objets.

Une **proposition**, une **propriété** ou un **théorème** est un **résultat** à propos des objets définis plus tôt. Ce résultat est vrai parce qu'il a été démontré.

Il faut connaître les résultat du cours pour pouvoir résoudre les exercices.

Exemple.

— *Un triangle rectangle est un triangle dont l'un des angles est droit. C'est une **définition**.*

— *Le **Théorème de Pythagore** est un résultat à propos des triangles rectangles. Il nous en apprend un peu plus sur l'objet « triangle rectangle ».*

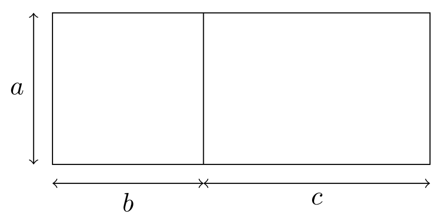
Dans un cours, il y a aussi des remarques pour bien aider à comprendre, il ne faut pas les négliger.

2 Développement et factorisation

Définition 1. — *Une expression littérale est sous forme* développée *si elle correspond à une* ***somme*** *de termes.*

— *Une expression littérale est sous forme* factorisée *si elle correspond à un* ***produit*** *de facteurs.*

Exemple. *L'aire du rectangle suivant*



peut être calculée de deux façons.

— *En* ***multipliant*** *sa largeur (a) et sa longueur ($b+c$) :*

$$a(b+c)$$

— *En* ***ajoutant*** *les aires des deux rectangles :*

$$ab+bc$$

2.1 Développement

Pour développer un produit, on utilise la distributivité de la multiplication sur l'addition.

$$a(b+c) = ab + ac$$

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Pour développer un produit de sommes, on « distribue »chaque terme de la somme de gauche vers chaque terme de la somme de droite.

Exemple. *Développer chacune des expressions suivantes. On fera apparaître les traits de construction de la distributivité.*

a) $4x(2y+5z) =$ ....

b) $3x(-10x+2) =$ ....

c) $-(-4a+2b) =$ ....

d) $(17x-5)(12x+7) =$ ....

e) $(l+L)(l-L) =$ ....

2.2 Factorisation

Pour factoriser une somme, on peut chercher dans chaque terme de la somme un **facteur commun**.

$$\underline{a}b + \underline{a}c = \underline{a}(b + c)$$

Exemple. *Factoriser les expressions suivantes :*

a) $5a + 10b =$ ....

b) $-8y^2 + y =$ ....

c) $21x - 28x^2 =$ ....

d) $35p - 42q =$ ....

e) $x(3x - 2) + 10(3x - 2) =$ ....

3 Identités remarquables

Proposition 1. *Soient a et b deux nombre réels quelconques. Alors,*

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemple. *Développer les expression suivantes :*

a) $(c - 1)(c + 1) =$ ....

b) $(x + 4)^2 =$ ....

c) $(x - 4)^2 =$ ....

Exemple. *Factoriser l'expression suivante.*

$y^2 - 64 =$ ....

4 Expressions Fractionnaires

Définition 2 (Expression fractionnaire)**.**

$$\textit{Expression Fractionnaire} = \frac{\textit{Numérateur}}{\textit{Dénominateur} \neq 0}$$

Exemple. *Les expressions* $\frac{3}{4}$; $\frac{x}{3-x}$ *et* $\frac{a+b}{c-d}$ *sont des expressions fractionnaires.*

L'expression $\frac{x^2-1}{0}$ *ne l'est pas à cause du* 0.

4.1 Simplification de fractions

Exemple. *Simplifier les fractions suivantes :*

a) $\frac{35}{42} =$ ....

b) $\frac{10a^2(1+b)}{5a(2+b)} =$ ....

c) $\frac{a^2+2a+1}{a^2-1} =$ ....

d) $\frac{49-x^2}{x^2-14x+49} =$ ....

4.2 Dénominateurs communs

Proposition 2 (Formule universelle)**.** *Soient* $\frac{a}{b}$ *et* $\frac{c}{d}$ *deux expressions fractionnaires. Alors les expressions fractionnaires*

$$\frac{ad}{bd} \text{ et } \frac{bc}{bd}$$

ont le même dénominateur.

Remarque. *Cette formule est à utiliser* ***en dernier recours****, si vous ne voyez pas comment mettre deux expressions fractionnaires au même dénominateur.*

Exemple. *Simplifier les expressions suivantes :*

a) $\frac{2}{3} + \frac{13}{6} =$ ....

b) $\frac{9}{15} - \frac{35}{25} =$ ....

c) $\frac{3}{p(q-1)} + \frac{5}{(q-1)} =$ ....

d) $\frac{y+1}{y-2} - \frac{y-3}{y^2-4y+4} =$ ....

4.3 Égalité d'expressions fractionnaires

Remarque. *Pour comparer deux expressions fractionnaires* $\frac{a}{b}$ *et* $\frac{c}{d}$ *:*

1. *On les mets au même dénominateur, et on compare les numérateurs ;*
2. *On vérifie que* $ad = bc$*.*