

1

Espérance d'une variable aléatoire discrète

ACTIVITÉ

Calculer le gain espéré à un jeu de dé

Dans un jeu, on lance un dé équilibré. Le joueur :

- gagne 5 points si le 6 sort ;
- gagne 1 point si le 3, le 4 ou le 5 sort ;
- perd 5 points si le 1 ou le 2 sort.

1 Que peut-on dire du slogan utilisé pour ce jeu : « Davantage de gagnants que de perdants » ?

2 On note G le gain (nombre de point) à chaque lancer : il peut être positif ou négatif.

Exemple : $\{G = 5\}$ correspond à l'événement « Le joueur gagne 5 points » dont la probabilité est : $P(G = 5) = \frac{1}{6}$.

Calculer $P(G = 1)$ et $P(G = -5)$.

3 Attiré par le slogan, un joueur décide de jouer 60 fois. Il peut donc espérer obtenir 10 fois chaque face. Calculer le gain total dans cette situation.

En déduire le gain moyen « espéré » par partie. A-t-il intérêt à jouer à ce jeu ?

4 Le gain moyen « espéré » est appelé « espérance de G ».

On note $E(G)$. Vérifier que :

$$E(G) = 5 \times P(G = 5) + 1 \times P(G = 1) + (-5) \times P(G = -5).$$

**À RETENIR**

Définitions

Le tableau ci-dessous représente la loi de probabilité d'une variable aléatoire X .

x_i	x_1	x_2	...	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	...	p_n

L'espérance de X est le nombre :

$$E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$