Statistiques : Proportions, Évolutions

Seconde 9

1 Proportions et pourcentages

1.1 Populations

Définition 1. *En statistiques, on étudie des **populations**, c'est-à-dire des ensembles d'éléments appelés **individus**.*

Exemple. *Les ensembles suivants sont des populations pouvant faire l'objet d'études statistiques.*

- *Le sport préféré des habitants de Villeneuve-Le-Roi ;*
- *Les initiales des élèves d'un lycée ;*
- *Le poids de pièces de métal fabriquées par une machine.*
-
-

Définition 2. *On appelle **sous-population** d'une population P une partie des individus de P.*

Exemple. *On donne des exemples de sous-population correspondant aux populations données ci-dessus :*

- *Les sports collectifs ;*
- *Les initiales commençant par des voyelles ;*
- *Les pièces pesant plus de $3.8\,\mathrm{kg}$;*
-
-

Définition 3. *On conidère une population P de N individus et une sous-population S de P de n individus. Alors la **proportion** de S par rapport à P, notée p, est donné par*

$$p = \frac{n}{N}$$

Remarque. *Pour obtenir la proportion d'une sous-population, on divise le nombre d'individus **concernés** par le nombre **total** d'individus.*

Exemple. *On vide une trousse de tous ses stylos $($il y en a $15)$, et on compte le nombre de stylos rouges $($il y en a $3)$.*

a) *Quelle est la population étudiée ? Et la sous-population ?*

b) *Quelle est la proportion de stylos rouges dans cette trousse ?*

1.2 Pourcentages

Remarque. *Si l'on souhaite avoir la proportion p sous la forme de* ***pourcentage****, il suffit de la multiplier par* 100.

Exemple. *On considère les* 56 *animaux d'un zoo : il y a* 28 *lions,* 12 *zèbres et* 16 *alligators.*

a) *Quelle est la population étudiée ?*

b) *Quelles sont les différentes sous-populations à l'étude ?*

c) *Donner la proportion de lions (p_L), de zèbres (p_Z) et d'alligators (p_A)* ***en pourcentage****.*

Remarque.

- *Si l'on connait la nombre total d'individus N et la proportion p de la sous-population S, alors on obtient le nombre d'individus n de S en faisant*
$$n = p \times N$$
.
- *Autrement dit, prendre p% de N, c'est multiplier N par* $\frac{p}{100}$.
- *Si l'on connait n et p, alors le nombre total d'individu N est donné par*
$$N = \frac{n}{p}$$
- *Autrement dit, si n représente p% de la population totale, alors le nombre total d'individu est donné par*
$$N = \frac{n}{p}100$$

Exemple.

a) *Dans le lycée A, il y a* 650 *élèves, dont* 20% *de secondes. Combien y a-t-il de secondes ?*

b) *Il y a* 50 *terminales dans le lycée B, et ils représentent* 25% *de l'ensemble des élèves. Combien y a-t-il d'élèves au total dans le lycée B ?*

1.3 Proportions de proportions

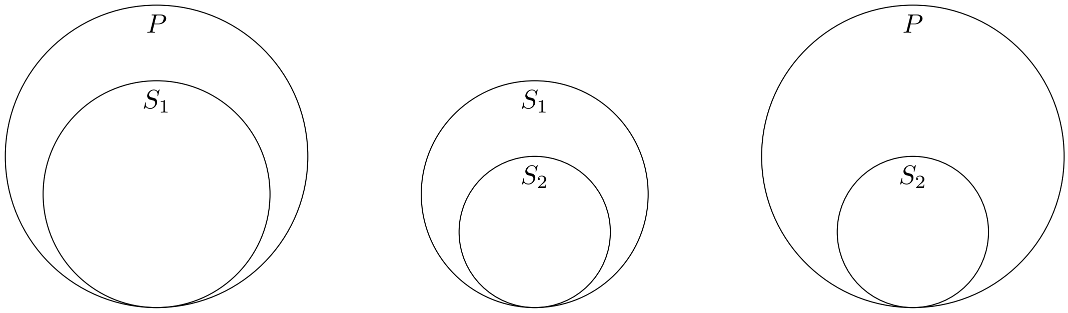
Exemple. *Dans un stade de* 1600 *spectateurs,* 40% *sont venus supporter l'équipe bleue. Parmi les supporteurs de l'équipe bleue, seul* 60% *d'entre eux ont acheté une boisson. Combien de spectateurs sont à la fois supporteur de l'équipe bleue et ont acheté une boisson ?*

Proposition 1. *Soit P une population, S_1 une sous-population de P, et S_2 une sous-population de S_1. Alors, S_2 est une sous-population de P.*

De plus, si on note p_1 la proportion de S_1 par rapport à P et p_2 la proportion de S_2 par rapport à S_1, alors la proportion de S_2 par rapport à P est donnée par

$$p = p_1 \times p_2$$

Remarque. a) *La situation peut-être schématisée ainsi :*



Proportion $= p_1$ *Proportion* $= p_2$ *Proportion* $= p_1 \times p_2$

b) ***Attention si les proportions sont données en pourcentages !*** *Dans ce cas, si l'on a p_1% et p_2%, la proportion de proportions correspondante est*

$$\frac{p_1}{100} \times \frac{p_2}{100}$$

Exemple. *Dans un autre stade* (***dont on ignore le nombre de spectateurs***), 40% *sont venus supporter l'équipe bleue. Parmi les supporteurs de l'équipe bleue, seul* 60% *d'entre eux ont acheté une boisson.* ***Quelle est la proportion de spectateurs étant à la fois supporteur de l'équipe bleue et ayant acheté une boisson*** *?*

2 Évolution

2.1 Variation absolue, variation relative

On considère une quantité qui varie entre V_d sa valeur de départ et V_f sa valeur finale.

Définition 4.

- *La* ***variation absolue*** *de la quantité est donnée par* $V_f - V_d$.
- *La* ***variation relative*** *de la quantité, aussi appelée* ***taux d'évolution****, est donnée par* $\dfrac{V_f - V_d}{V_d}$.

Remarque.

- *La variation absolue possède la même unité que la quantité étudiée, tandis que la variation relative ne possède pas d'unité.*
- *Quand la variation absolue ou relative est positive, c'est que la quantité a augmenté. Quand la variation absolue ou relative est négative, c'est que la quantité a diminué.*
- *Le* ***taux d'évolution*** *peut être donné en pourcentage : il suffit de multiplier le taux d'évolution par* 100.

Exemple. *Je possédais* $V_d = 50$€ *ce mois-ci, et je possèderai* $V_f = 75$€ *le mois prochain. Donner la variation absolue et le taux d'évolution concernant ce changement de budget.*

Proposition 2. *Soit* $t = \dfrac{V_f - V_d}{V_d}$ *le taux d'évolution. Alors* $V_f = (1+t)V_d$.

Autrement dit, il faut multiplier V_d *par* $(1+t)$ *pour faire évoluer cette quantité vers* V_f.

Définition 5. *Le nombre* $1+t$*, où* t *est le taux d'évolution, est appelé* ***Coefficient Multiplicateur****.*

Exemple. *La température de la classe est initialement* $V_d = 20\,°\mathrm{C}$. *Elle augmente de* 25%. *Calculer le coefficient multiplicateur associé et donner la température finale.*