Exercices : Équations Produit-Nul

Seconde 9

29 Avril 2024

Proposition 1. *Soient $A(x)$ et $B(x)$ deux expressions dépendant d'une inconnue x. Alors, l'équation*

$$A(x) \times B(x) = 0$$

admet pour solutions les valeurs de x telles que $A(x) = 0$ et les valeurs de x telles que $B(x) = 0$.

Exemple. *L'équation*

$$(x+1)(x+2) = 0$$

admet pour solutions -1 (car -1 est solution de $x+1=0$) et -2 (car -2 est solution de $x+2=0$). L'ensemble des solutions de l'équation produit-nul est donc $\mathcal{S} = \{-1; -2\}$.

Exercice 1 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations produit-nul suivantes :

(a) $(-6x+4)(-2x+5) = 0$
(b) $(-2x-2)(-6x+9) = 0$
(c) $(-x+7)(4x+1) = 0$
(d) $(6x-7)(5x+5) = 0$
(e) $(-6x+5)(-x+3) = 0$
(f) $(-9x-4)(-2x+4) = 0$

Exercice 2 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

(a) $(6x+3)(x+8) + (6x+3)(7x+5) = 0$
(b) $(-6x-6)(2x-5) - (-6x-6)(-9x+6) = 0$
(c) $(5x-8)^2 + (5x-8)(-9x-2) = 0$
(d) $(8x-9)(-9x-8) - (8x-9)^2 = 0$

Proposition 2. *Soient $A(x)$ et $B(x)$ deux expressions dépendant d'une inconnue x. Pour résoudre l'équation $\dfrac{A(x)}{B(x)} = 0$, il faut procéder à deux étapes :*

1. *Identifier les valeurs pour lesquelles $B(x) = 0$. L'équation n'a pas de sens si $B(x) = 0$.*
2. *Résoudre l'équation $A(x) = 0$, en excluant les solutions identifiées précedemment.*

Exemple. *L'équation*

$$\frac{x+2}{x+1} = 0$$

est définie sur $\mathbb{R}$ privé de -1 (car si $x = -1$, alors le dénominateur est nul). On résout sur cet ensemble l'équation $x + 2 = 0$, ce qui donne -2 comme unique solution. L'ensemble des solutions de cette équation quotient-nul est $\mathcal{S} = \{-2\}$.

Exercice 1 :

Préciser au préalable quelles sont les valeurs interdite pour les équations ci-après, puis les résoudre :

(a) $\dfrac{9x-4}{-2x-6} = 0$

(b) $\dfrac{100-x^2}{9x-27} = 0$

(c) $\dfrac{-3x-4}{5x+3} = -9$

(d) $\dfrac{1}{5x-2} = \dfrac{6}{4x+9}$