

Exercice 1. Soit $f : x \mapsto 2x - 230 + \frac{7200}{x}$.

a) On admet que f est dérivable sur $[30; 120]$. Montrer que pour tout x dans $[30; 120]$,

$$f'(x) = 2 - \frac{7200}{x^2}$$

b) En déduire que pour tout x dans $[30; 120]$,

$$f'(x) = \frac{2(x-60)(x+60)}{x^2}$$

c) Compléter le tableau de signes de f' et le tableau de variations de f :

x	30	120
<i>Signe de $x - 60$</i>				
<i>Signe de $x + 60$</i>				
<i>Signe de f'</i>				
<i>Variations de f</i>				

d) En déduire le minimum de la fonction, et pour quel x ce minimum est atteint.

Exercice 2. Soit (u_n) la suite définie par la relation de récurrence suivante :

$$\begin{cases} u_0 &= 6 \\ u_{n+1} &= 4u_n - 9 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

a) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

b) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ?

c) Soit (v_n) la suite définie par la formule suivante, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$v_n = u_n - 3$$

Montrer que (v_n) est géométrique de raison 4.

d) En déduire une expression de v_n en fonction de n .

e) En déduire une expression de u_n en fonction de n .

f) Calculer u_{100}