

Cours : Introduction aux probabilités conditionnelles

Quentin Canu

08 Janvier 2024

1 Exercice

On lance une fléchette dans une cible : un disque séparé en 8 sections. On est assuré de toucher la cible.

1. Quelle est la probabilité de toucher la section du haut ?
2. On suppose qu'on aime les quatre sections du bas. Quelle est la probabilité de toucher la section la plus à gauche ?

2 Cours

Définition 1. Si A est un événement, alors \overline{A} correspond à la non-réalisation de A .

Exemple. Si $A = \ll \text{obtenir un 6 au dé} \gg$, alors $\overline{A} = \ll \text{ne pas obtenir un 6 au dé} \gg$.

Définition 2. Soit A et B deux événements. Alors $A \cap B$ correspond à la réalisation de A et de B en même temps.

Exemple. Si $A = \ll \text{obtenir un 6} \gg$ et $B = \ll \text{obtenir un nombre pair} \gg$. Alors,

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}.$$

Définition 3. Soit une expérience aléatoire d'univers E (Exemple : le lancer d'un dé équilibré). Soit deux événements A et B tel que la probabilité de B est non nulle. On définit la probabilité conditionnelle de A sachant que B est réalisé, notée $P_B(A)$, par

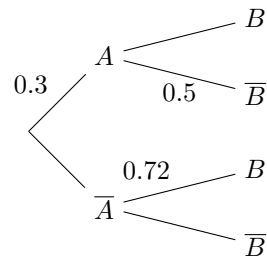
$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Exemple. Avec les événements de l'exemple précédent, on obtient

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}.$$

Etant donné deux événements A et B (avec $P(B) \neq 0$), on peut construire l'arbre pondéré correspondant.

3 Exercice



1. Recopier et compléter l'arbre pondéré.
2. Donner les probabilités $P(\bar{A})$, $P_A(B)$, $P_{\bar{A}}(B)$ et $P(\bar{B})$.

4 Exercice : SVT

On étudie un gène disposant de deux allèles A et a . Un individu peut donc avoir une configuration AA , Aa ou aa . Un enfant reçoit un des allèle de chacun de ses parents avec probabilité équivalente. On suppose que chacun des parents est AA avec une probabilité 0.6 et aa avec une probabilité 0.1. Le but est de dresser un arbre pondéré modélisant la situation.

Indications

1. Combien de possibilités pour chaque parent ? Quelle est la probabilité de chacune de ces possibilités ?
2. A-t-on les mêmes possibilités pour l'enfant ? De quoi cela dépend-il ?
3. Quels événements faut-il représenter d'abord ?