

Dérivée d'un quotient

Premières Spécialité Mathématiques

27 Novembre 2025

Durant cette activité, on ne demande pas les ensembles de dérivabilité des fonctions étudiées.

1 Introduction

On donne la formule de la dérivée de l'inverse d'une fonction v :

$$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$$

- a) Tester sur la fonction $f: x \mapsto \frac{1}{x}$.
- b) Calculer la fonction dérivée de $g: x \mapsto \frac{1}{x^2}$ et $h: x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$.
- c) Calculer la fonction dérivée de $p: x \mapsto \frac{1}{3x^2 - 2x + 1}$

2 Dérivée de la division

On souhaite démontrer la règle de dérivation d'un quotient de fonctions. Pour cela, on pose u et v deux fonctions.

En remarquant que $\left(\frac{u}{v}\right) = \left(u \times \frac{1}{v}\right)$, en déduire que

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

3 Application

En déduire la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes :

- a) $f: x \mapsto \frac{x^2 - 2x + 1}{5x + 1}$
- b) $g: x \mapsto \frac{2x + 11}{-x^3 + 4x^2 - 5x + 7}$
- c) $h: x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{x^3}$