

4 Variations de fonctions dérivables

Proposition 4. Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I .

- La fonction f est **croissante** sur I si et seulement si f' est **positive** sur I .
- La fonction f est **décroissante** sur I si et seulement si f' est **négative** sur I .
- La fonction f est **constante** sur I si et seulement si f' est **nulle** sur I .

Remarque. — Cela correspond à l'intuition grâce à laquelle la dérivée a été construite, c'est-à-dire que $f'(x)$ est la pente de la tangente à la courbe représentative de f en le point $(x; f(x))$.

- Ce sont des équivalences. Si la fonction est croissante, alors sa dérivée est positive. Si la dérivée d'une fonction est positive, alors cette fonction est croissante.

Exemple. Soit $f : x \mapsto x^2 - 2x + 1$ définie sur \mathbb{R} .

- a) Donner l'expression de la dérivée de f .
- b) Étudier le signe de f' à l'aide d'un tableau de signe.

| x | $-\infty$ | \dots | $+\infty$ |
|------------------|-----------|---------|-----------|
| Signe de f' | | | |

- c) En déduire le tableau de variations de f .

| x | $-\infty$ | \dots | $+\infty$ |
|----------------------|-----------|---------|-----------|
| Variations de f | | | |