Contrôle: évolutions, arithmétique

Seconde 9

20 Janvier 2025

- Une présentation soignée est de rigueur.
- Tout effort de recherche, même non abouti, sera valorisé.
- Toute résultat, sauf mention contraire, doit être justifié.
- La calculatrice est Autorisée.

Exercice 1 : Évolutions successives, évolutions réciproques (4 points)

- (a) (1 point) La population d'une ville augmente de 5% entre 2022 et 2023 puis augmente de 20% entre 2023 et 2024. Quel est le taux d'évolution de cette population entre 2022 et 2024?
- (b) (1 point) Le prix de vente d'un livre a été soldé de 40% avant d'être remonté de 12%. Le prix du livre est-il plus bas ou plus haut qu'initialement?
- (c) (1 point) La température moyenne d'une planète a augmenté de 3%. De quel pourcentage cette température doit diminuer pour retourner à son état initial?
- (d) (1 point) Un objet de collection a pris de la valeur, au point de voir son prix augmenter de 15%. Quel est le taux de diminution nécessaire en pourcentage pour que cet objet retrouve son prix initial?

Exercice 2 : Diviseurs (5 points)

(a) Soit trois entiers relatifs a, b et k vérifiant :

 $a = k \times b$

Recopier et compléter les phrases suivantes :

- i. (0.5 points) a est un ... de b
- ii. (0,5 points) b est un ... de a
- (b) Donner la liste des diviseurs des nombres suivants :
 - i. (0,5 points) 70
 - ii. (0,5 points) 110
 - iii. (0,5 points) 182
 - iv. (0,5 points) 1050
- (c) (2 points) Lister tous les nombres impairs, à 3 chiffres, divisibles par 3 et 5 et dont le chiffre des centaines est plus grand que la somme du chiffre des unités et du chiffre des dizaines.

Exercice 3: Nombres premiers (5 points)

- (a) (1 point) Rappeler la définition de nombre premier, puis donner 5 nombres premiers.
- (b) (1 point) Les nombres 503 et 507 sont-ils premiers? Détaillez ce que vous avez fait pour obtenir votre réponse.
- (c) (1 point) Donner la décomposition en facteurs premiers de 304 920.
- (d) En 1777, Leonhard Euler propose la formule suivante pour produire des nombres premiers :

$$n^2 - n + 41$$

où n est un nombre entier naturel.

- i. (1 point) Choisir trois valeurs possibles inférieures à 10 pour n. Pour chacune d'entre elle, vérifier que la formule donne bien un nombre premier.
- ii. (1 point) Justifier pourquoi la formule ne donne pas un nombre premier pour n = 41.

Exercice 4: Démonstrations (5 points)

- (a) (2 points) Rappeler la démonstration de la démonstration suivante : le carré d'un nombre impair est un nombre impair.
- (b) i. (0.5 points) Effectuer les additions suivantes : 3+4; 6+7; 99+100. La somme de deux nombres consécutifs semble-t-elle toujours paire ou toujours impaire?
 - ii. (1 point) Recopier et compléter la démonstration suivante :

Soit n un entier relatif. On considère la somme n+(n+1) (c'est la somme de deux entiers consécutifs).

Alors,

$$n + (n+1) = \dots$$

On en déduit que cette somme est impaire.

- (c) i. (0.5 points) Effectuer les sommes suivantes : 3+4+5; 20+21+22; 203+204+205. Vérifier la divisibilité par 3 de chaque résultat. Que remarquez-vous?
 - ii. (1 point) Recopier et compléter la démonstration suivante :

Soit n un entier relatif. On considère la somme n + (n + 1) + (n + 2) (c'est la somme de trois entiers consécutifs).

Alors,

$$n + (n+1) + (n+2) = \dots$$

On en déduit que cette somme est divisible par 3.