Exercices : Espérance

TSTMG

Chapitre 5 Partie 1

Calcul d'espérance

24 On donne la loi de probabilité ★

Soit X la variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée par le tableau :

x_i	2	5	10
$p_i = P(X = x_i)$	0,15	0,5	0,35

1. Vérifier que $\sum p_i = 1$.

Ce résultat est général.

2. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X.

25 On donne la loi de probabilité (bis) ★

Une entreprise de fournitures industrielles commercialise un certain modèle de pièces pour pompe hydraulique.
On appelle X la variable aléatoire qui associe à chaque jour ouvrable tiré au hasard dans une année le nombre de pièces vendues. On admet que la loi de probabilité de la variable aléatoire X est définie par le tableau suivant :

Nombre de pièces vendues x_i	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,10	0,16	0,25	0,30	0,13	0,05	0,01

1. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X.

2. Interpréter le résultat dans le contexte de l'expérience aléatoire.

27 Tirages avec remise ★★

Une urne contient trois boules, indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 3.
Un jeu consiste à extraire successivement deux boules de l'urne, la première boule étant remise avant d'extraire la seconde.
On appelle tirage, tout couple (a, b) où a est le numéro de la première boule extraite et b celui de la seconde.
On admet que tous les tirages sont équiprobables.

1. Préciser l'ensemble des neuf tirages possibles (on pourra s'aider d'un tableau).

2. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage (a, b), associe le produit ab.

a) Quelles sont les valeurs prises par X ?

b) Présenter sous forme de tableau la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance $E(X)$.

Déterminer une certaine loi pour obtenir l'espérance voulue

26 Tirage de boules ★★

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher.
Sur chacune d'elles est inscrit un nombre comme l'indique le tableau ci-dessous :

Nombre inscrit	1	2	5	10
Nombre de boules	4	3	2	1

Un joueur mise 4 € puis tire une boule au hasard. Chaque boule a la même probabilité d'être tirée. Il reçoit le montant (en euros) inscrit sur la boule.

1. Le joueur effectue un tirage.
On appelle p_1 la probabilité qu'il perde (c'est-à-dire qu'il reçoive moins de 4 €) et p_2 la probabilité pour qu'il gagne (c'est-à-dire qu'il reçoive plus de 4 €). Calculer p_1 et p_2.

2. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, fait correspondre le « gain » du joueur (positif s'il gagne, négatif s'il perd).

a) Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?

b) Présenter la loi de probabilité de X dans un tableau.

c) Calculer l'espérance $E(X)$.

3. Un jeu est équitable si et seulement si $E(X) = 0$.
On décide de changer le nombre inscrit sur une seule boule portant le nombre 1. Quel nombre doit-on y inscrire pour que le jeu soit équitable ?

28 La commission du vendeur ★★★

Un vendeur vend entre 0 et 4 voitures d'un certain modèle en une semaine. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque semaine choisie au hasard parmi les 52 semaines d'une année, associe le nombre de voitures vendues cette semaine. X suit la loi de probabilité ci-dessous :

Nombre de voitures vendues	0	1	2	3	4
$P(X = k)$	0,26	0,23		0,15	0,05

1. Calculer la probabilité de vendre exactement deux voitures en une semaine.

2. Justifier que la probabilité de vendre au moins deux voitures en une semaine est égale à 0,51.

3. Calculer $P(X \leq 2)$

4. Calculer l'espérance de cette variable aléatoire.
En déduire une estimation du nombre moyen de voitures vendues en une année (c'est-à-dire 52 semaines).