

3 Fonctions croissantes et décroissantes

Définition 6. Soit f une fonction à valeurs réelles, et I un intervalle sur lequel f est définie.

- On dit que f est **croissante sur** I , si pour tout $x < y \in I$, on a $f(x) \leq f(y)$.
- On dit que f est **strictement croissante sur** I , si pour tout $x < y \in I$, on a $f(x) < f(y)$.
- On dit que f est **décroissante sur** I , si pour tout $x < y \in I$, on a $f(x) \geq f(y)$.
- On dit que f est **strictement décroissante sur** I , si pour tout $x < y \in I$, on a $f(x) > f(y)$.
- On dit que f est **constante sur** I , si pour tout $x < y \in I$, on a $f(x) = f(y)$.

Remarque.

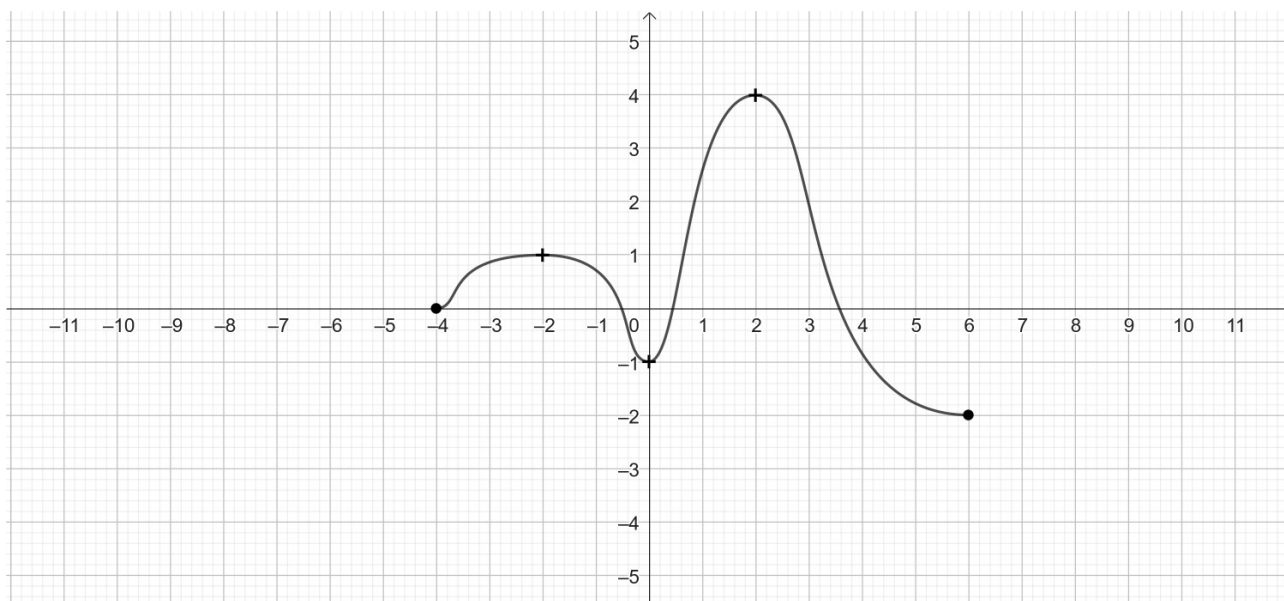
- Si l'intervalle I est clair suivant le contexte, alors on peut dire qu'une fonction est croissante ou décroissante sans préciser l'intervalle I .
- On dit qu'une fonction croissante (ou strictement croissante) **conserve l'ordre**, tandis qu'une fonction décroissante (ou strictement décroissante) **inverse l'ordre**.

Définition 7. Soit f une fonction à valeurs réelles, et I un intervalle sur lequel f est définie.

- On dit que f est **monotone sur** I si f est croissante sur I ou si f est décroissante sur I .
- On dit que f est **strictement monotone sur** I si f est strictement croissante sur I ou si f est strictement décroissante sur I .

Remarque. Pour déterminer qu'une fonction n'est pas monotone sur un intervalle I , il suffit de trouver trois réels $x < y < z \in I$ tels que $f(x)$, $f(y)$ et $f(z)$ ne soient pas dans le même ordre (Ni $f(x) \leq f(y) \leq f(z)$, ni $f(x) \geq f(y) \geq f(z)$).

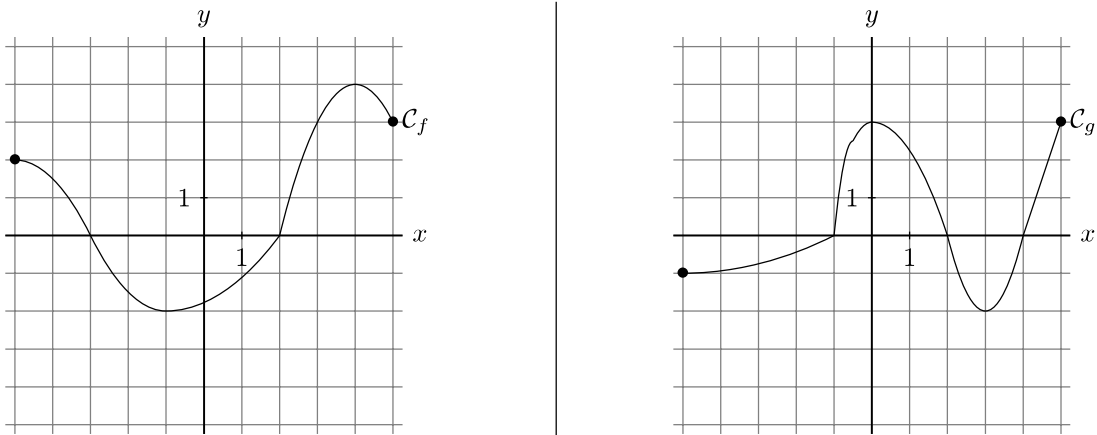
Exemple. Soit une fonction f définie sur l'intervalle $[-4; 6]$ dont la courbe représentative \mathcal{C}_f est donnée ci-dessous.



- Comparer $f(-2)$ et $f(0)$. L'ordre entre -2 et 0 est-il conservé par f ?
- La fonction f est-elle décroissante sur $[-2; 0]$?
- Donner un intervalle I tel que f est croissante sur I :
- Donner un intervalle J tel que la fonction n'est pas monotone sur J :

4 Tableaux

Soient f et g deux fonctions définies sur $[-5; 5]$ dont les courbes représentatives sont données ci-contre.



4.1 Tableau de valeurs

Définition 8. Le tableau de valeurs associe plusieurs antécédents (ligne x) à leurs images (ligne $f(x)$).

Exemple.

x	-5	-3	2	4	5
$f(x)$	2	0	0	4	3

x	-5	-1	0	2	3
$g(x)$					

4.2 Tableau de variation

Définition 9. Le tableau de variation répertorie les plus grand intervalles sur lesquels les fonctions sont monotones.

Exemple.

x	-5	-1	4	5
Variations de f	<div>2 ↘ -2 ↗ 4 ↘ 3</div>			

x	-5	5
Variations de g		

4.3 Tableau de signe

Définition 10. Le tableau de signe d'une fonction f répertorie les intervalles solutions de $f(x) \geq 0$ (où la fonction est *positive*) et $f(x) \leq 0$ (où la fonction est *négative*).

Exemple.

x	-5	-3	2	5	
Signe de f	+	0	-	0	+

x	-5	5
Signe de g		