

# Dérivée d'un quotient

Premières Spécialité Mathématiques

27 Novembre 2025

Durant cette activité, on ne demande pas les ensembles de dérivabilité des fonctions étudiées.

## 1 Introduction

On donne la formule de la dérivée de l'inverse d'une fonction  $v$  :

$$\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$$

- a) Tester sur la fonction  $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ .
- b) Calculer la fonction dérivée de  $g: x \mapsto \frac{1}{x^2}$  et  $h: x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$ .
- c) Calculer la fonction dérivée de  $p: x \mapsto \frac{1}{3x^2 - 2x + 1}$

## 2 Dérivée de la division

On souhaite démontrer la règle de dérivation d'un quotient de fonctions. Pour cela, on pose  $u$  et  $v$  deux fonctions.

En remarquant que  $\left(\frac{u}{v}\right) = \left(u \times \frac{1}{v}\right)$ , en déduire que

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

## 3 Application

En déduire la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes :

- a)  $f: x \mapsto \frac{x^2 - 2x + 1}{5x + 1}$
- b)  $g: x \mapsto \frac{2x + 11}{-x^3 + 4x^2 - 5x + 7}$
- c)  $h: x \mapsto \frac{\sqrt{x}}{x^3}$