

# Modèle de propagation d'une rumeur

Maths Spécifiques

4 Avril 2024

## 1 Introduction

Depuis la Seconde Guerre mondiale, la prolifération de rumeurs a engendré des effets désastreux et les chercheurs se sont alors intéressés à leur propagation. Aujourd'hui, avec les multiples sources d'information et l'utilisation généralisée des réseaux sociaux, les vitesses de propagation de ces rumeurs ont considérablement augmenté. La maîtrise du savoir étant un enjeu essentiel pour les sociétés, il est important d'être capable de modéliser cette propagation pour en comprendre le fonctionnement afin de distinguer une information fondée d'une information fausse.

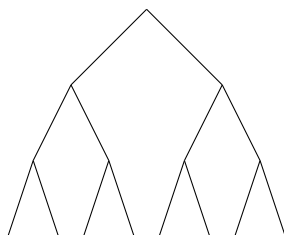
## 2 Premier modèle

On modélise la transmission d'une rumeur par le modèle suivant.

- Il y a trois types de personnes : Propagateur, Renseigné et Ignorant.
- Initialement, il y a  $p$  Propagateurs. Le reste de la population est Ignorante.
- Chaque minute, tous les Propagateurs transmettent la rumeur à  $q$  Ignorants.
- Une fois la rumeur transmise, un Propagateur devient Renseigné.
- Une fois la rumeur entendue, un Ignorant devient Propagateur.

### Question 1

On suppose pour commencer que  $a = 1$  et  $q = 2$ . L'arbre suivant représente l'ensemble du phénomène au bout de 4 minutes.



Combien de personnes sont au courant de la rumeur au bout de 4 minutes ? Quels noeuds de l'arbre correspondent aux Propagateurs et aux Renseignés ?

### Question 2

Prolonger et compléter le tableau suivant.

Minutes	Propagateurs	Renseignés	Total
0	1	0	1
1	2	1	3
2	4	3	7

*Question 3*

Combien de personnes ont eu connaissance de la rumeur au bout de 1 minute ? 3 minutes ? 5 minutes ? 10 minutes ?

*Question 4*

Soit  $(u_n)$  la suite décrivant le nombre de propagateurs au bout de  $n$  minutes. Donner une expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ . Quel est le nom de cette suite ?

*Question 5*

De par ce modèle, le nombre de personnes au courant de la rumeur au bout de  $n$  minutes est donné par la formule

$$p \times \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

Pour les valeurs de  $p$  et de  $q$  suivantes, donner la transmission la plus rapide d'après ce modèle.

- $p = 10$  et  $q = 2$  ;
- $p = 1$  et  $q = 3$ .

### 3 Limites du premier modèle

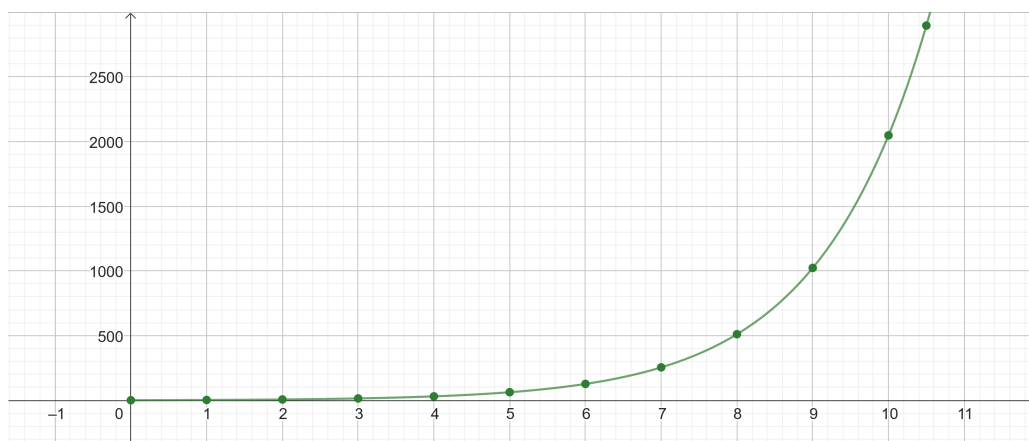
#### Question 6

On suppose encore que  $p = 1$  et  $q = 2$ . Combien de personnes sont au courant de la rumeur au bout de 10 minutes et 30 secondes ?

Le modèle continu nous permet donc de considérer la quantité de personnes au courant de la rumeur à *n'importe quel instant*  $t$ . On note donc  $f(t)$  le nombre de personnes au courant à l'instant  $t$ .

#### Question 7

Dans le cas où  $p = 1$  et  $q = 2$ , la représentation graphique de  $f$  est donnée par



À partir de combien de temps 1500 personnes sont au courant ? Cela vous paraît-il réaliste ?

#### Question 8

Donner cinq raisons pour lesquelles ce modèle n'est pas réaliste selon vous.