

Contrôle : calcul littéral, vecteurs

Seconde 9

4 Octobre 2024

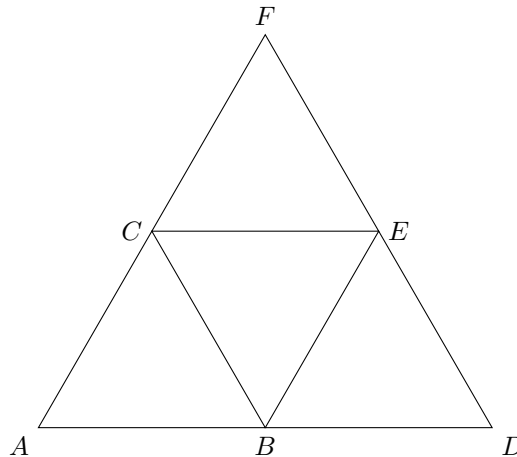
- Une présentation soignée est de rigueur.
- Tout effort de recherche, même non abouti, sera valorisé.
- La calculatrice est INTERDITE.

Exercice 1 : Les identités remarquables (4 points)

- (a) Compléter les identités suivantes :
- $(a + b)^2 =$
 - $a^2 - b^2 =$
- (b) Appliquer les identités remarquables pour simplifier les expressions suivantes :
- $x^2 - 4$
 - $(3y - 4)^2$
 - $16z^2 + 40z + 25$
 - $36c^2 - 81d^2$

Exercice 2 : Vecteurs (4 points)

- (a) Rappeler les trois composantes définissant un vecteur.
- (b) Dans la figure ci-après, les triangles ABC , BDE et CEF sont équilatéraux.



Donner (sans justifier) un vecteur correspondant à chacun des critères suivants :

- Un vecteur égal à \overrightarrow{AB} ;
- Un vecteur égal à \overrightarrow{CF} ;
- Un vecteur égal à \overrightarrow{DB} ;
- Un représentant de \overrightarrow{BC} d'origine E ;
- Un représentant de \overrightarrow{FE} d'extrémité E ;
- Un vecteur de même direction que \overrightarrow{DE} mais pas de même norme ni de même sens.

Exercice 3 : Sciences expérimentales (5 points)

- (a) Pour déterminer une masse volumique M d'un échantillon, en kg cm^{-3} , on divise sa masse m par son volume V :

$$M = \frac{m}{V}$$

- i. Exprimer le volume V d'un échantillon en fonction de sa masse m et de sa masse volumique M .
 - ii. En déduire le volume total de deux échantillons, le premier de masse $m = 36 \text{ kg}$ et de masse volumique $M = 48 \text{ kg cm}^{-3}$, le deuxième de masse $m' = 5 \text{ kg}$ et de masse volumique $M' = 25 \text{ kg cm}^{-3}$.
- (b) La force de poussée permettant la flottaison des bateaux est appelée la poussée d'Archimède. Son intensité est donnée par la formule :

$$F = M \times v \times g$$

où F est la force, M est la masse volumique de l'objet immergé, v le volume immergé et g l'accélération de la pesanteur.

- i. Nous nous plaçons dans le cas où l'objet est entièrement immergé (dans ce cas, $v = V$). En utilisant l'expression de la masse volumique M de la question précédente, montrer que l'intensité de la force peut être simplifiée en $F = mg$, où m est la masse de l'objet immergé.
 - ii. En déduire une expression de g en fonction de m et de F .
- (c) La *loi des gaz parfaits* est une égalité mettant en relation différents paramètres caractérisant un gaz dit « parfait » : la pression (P), la température (T), la quantité de matière (n) et le volume occupé (V). Elle dépend de la *constante des gaz parfaits*, notée R , et est donnée par :

$$P \times V = n \times R \times T.$$

Exprimer R en fonction de P , V , n et T .

Exercice 4 : Développements, factorisations (5 points)

- (a) Développer et simplifier les expressions suivantes :
- i. $(5a + 3)(9a + 4)$
 - ii. $(y - 2)(y + 3) + (2y + 1)(y + 3)$
- (b) Factoriser les expressions suivantes :
- i. $35p + 42q$
 - ii. $(y - 2)(y + 3) + (2y + 1)(y + 3)$
- (c) Simplifier $(x + 1)^2 - (x - 1)^2$. En déduire $10001^2 - 9999^2$.
- (d) Montrer que les trois expressions suivantes sont égales, quelque soit la valeur de t .
- i. $A = (2t - 4)^2 + 12$
 - ii. $B = 4(t - 2)^2 + 12$
 - iii. $C = 4(t - 3)(t - 1) + 16$

Exercice 5 : Bonus (2 points)

Développer et simplifier $(a + b)^3$. En déduire 101^3 .