

Fonction Inverse

Terminale STMG2

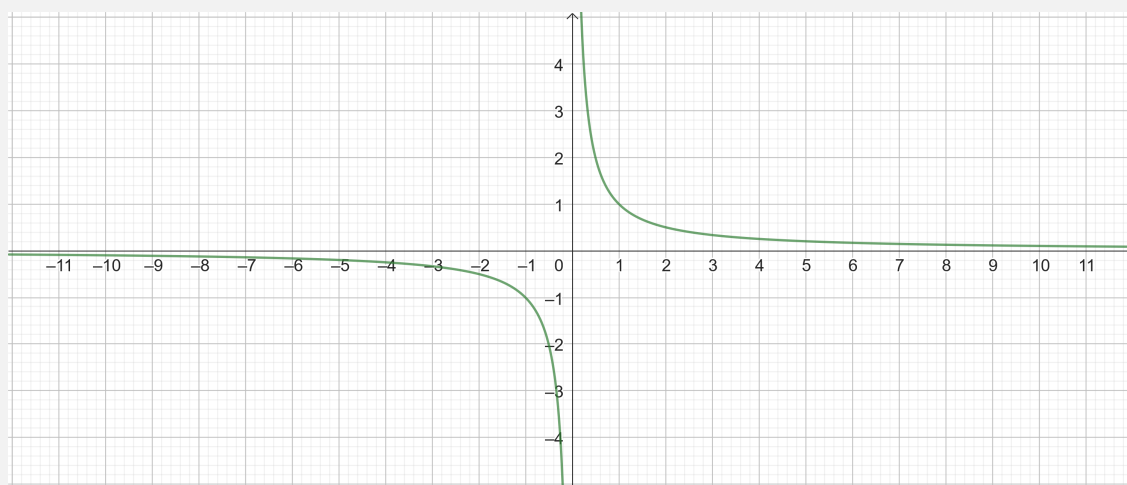
1 Représentation de la fonction inverse

Définition 1. On appelle **fonction inverse** la fonction définie sur $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ qui à un nombre x associe le nombre $\frac{1}{x}$.

Remarque. Cette définition indique que la fonction inverse n'est pas définie en 0. Pour rappel, il est **interdit de diviser par 0**.

Exemple. Donner l'inverse de 2; 4; -2; $\frac{1}{2}$; -0, 2; 0; 3; 25.

Proposition 1. La fonction inverse est représentée par la courbe représentative suivante.

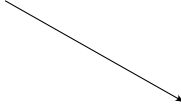
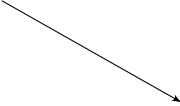


2 Dérivée de la fonction inverse

Proposition 2. *La fonction inverse est dérivable sur $] -\infty; 0[\cup] 0; +\infty[$, et sa dérivée est définie par*

$$x \mapsto -\frac{1}{x^2}$$

Proposition 3. *La fonction inverse est **décroissante** sur $] -\infty; 0[$, et **décroissante** sur $] 0; +\infty[$.*

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	—		—
Variations de f			

Remarque. *La fonction inverse n'est pas décroissante sur son ensemble de définition (c'est-à-dire $] -\infty; 0[\cup] 0; +\infty[$). Par exemple $\frac{1}{-2} < \frac{1}{2}$, alors que $-2 < 2$. Cela souligne l'importance de la valeur interdite 0.*

3 Comportement asymptotique

Remarque. On appelle f la fonction inverse définie sur \mathbb{R}^* . Alors,

- Plus les valeurs de x augmentent, et plus la valeur de $f(x)$ diminue et se rapproche de 0.
- Plus les valeurs de x se rapprochent de 0 **en restant positives**, et plus la valeur de $f(x)$ est grande.

On constate un comportement similaire quand on observe le comportement de $f(x)$ pour des valeurs de x négatives.

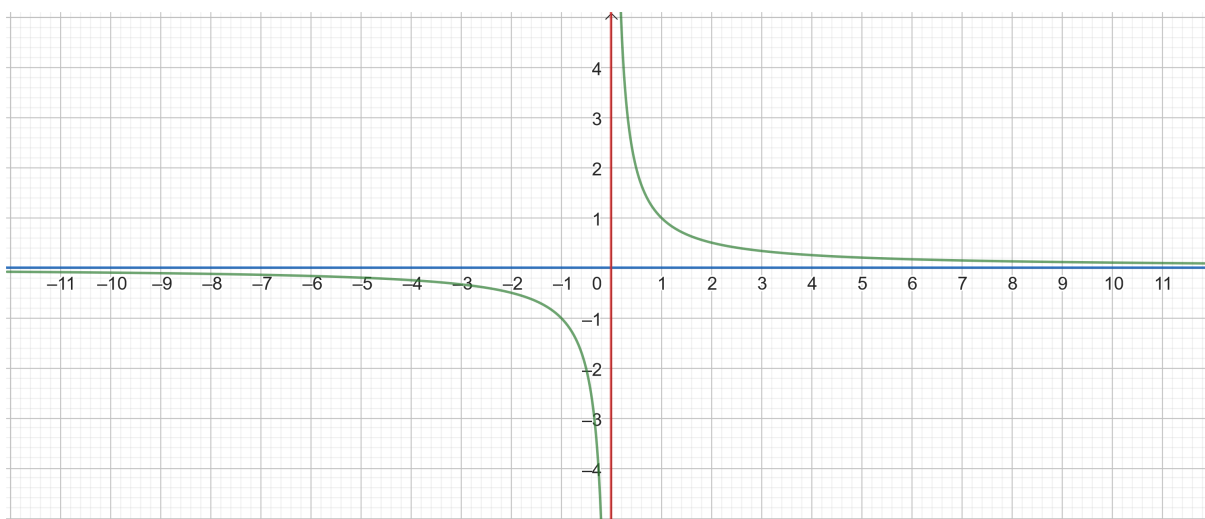
Proposition 4. Soit f la fonction inverse. Alors,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$



Définition 2. On dit que la courbe représentative de la fonction inverse :

- admet une asymptote horizontale d'équation $y = 0$ en $-\infty$ et en $+\infty$;
- admet une asymptote verticale d'équation $x = 0$.

Remarque. Le tableau de variation de la fonction inverse peut être complété ainsi.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variations de f	0 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 0	