6 Notion de limite

6.1 Convergence de suites

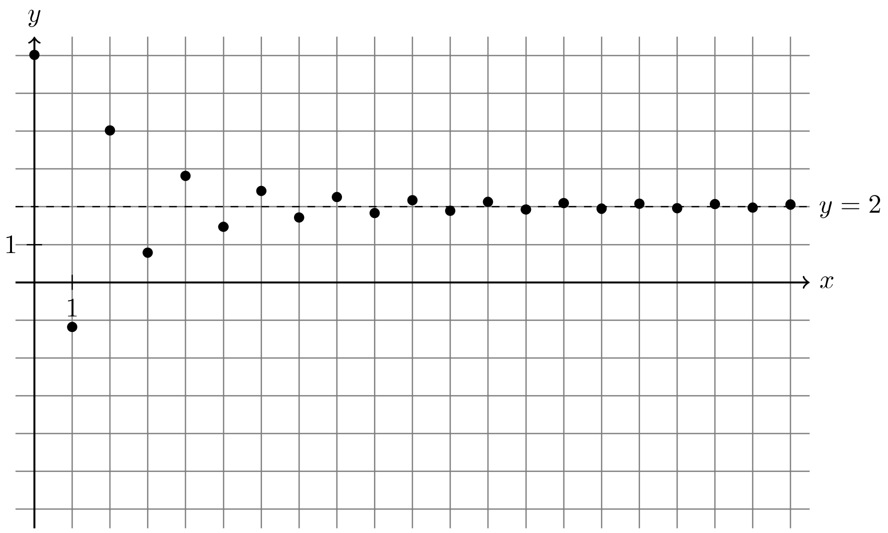
Définition 8 (Limite finie d'une suite). *Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique, et l un nombre réel. On dit que **la suite** $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ **admet** l **comme limite** quand les nombres u_n sont aussi proches de l que l'on veut à mesure que les indices n sont grands. On le note*

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = l$$

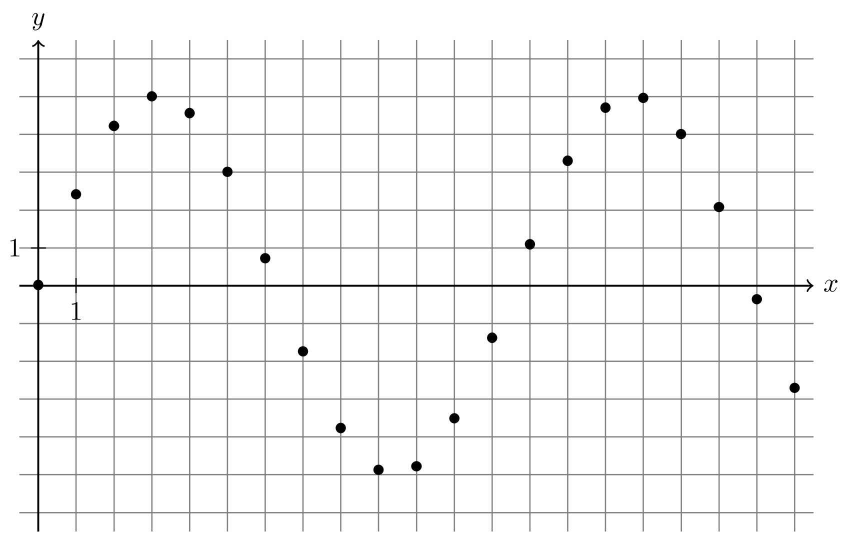
Remarque.

- *Quand une suite admet une limite finie, on dit que la suite **converge**.*
- *Quand une suite ne converge pas, on dit qu'elle **diverge**.*

Exemple. *On représente une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par les points de coordonnées (n, u_n).*



La suite (u_n) semble converger vers le réel 2 : plus n est grand (pour des abscisses de plus en plus grandes), et plus u_n est proche de 2 (les ordonnées des points sont de plus en plus proche de 2).



Ici, la suite représentée ne semble pas admettre de limite finie l. En effet, les ordonnées des points de coordonnées (n, u_n) ne semblent pas se rapprocher d'une valeur en particulier, à la mesure que n augmente.

6.2 Divergence vers l'infini

Définition 9. *Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique. On dit que* **la suite (u_n) *admet* $+\infty$ *comme limite*** *quand les valeurs de u_n sont de plus en plus grandes à la mesure où n augmente. On le note*

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$$

Définition 10. *Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique. On dit que* **la suite (u_n) *admet* $-\infty$ *comme limite*** *quand les valeurs de u_n sont de plus en plus petites à la mesure où n augmente. On le note*

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = -\infty$$

Remarque. *Une suite admettant $+\infty$ ou $-\infty$ comme limite est dite* ***divergente****. Une suite diverge donc dans deux cas :*

- *si elle n'admet pas de limite finie ;*
- *ou si elle admet $+\infty$ ou $-\infty$ comme limite.*

Exemple. *Les deux suites (u_n) et (v_n) représentées ci-après admettent $-\infty$ et $+\infty$ comme limite.*