

## Fonction inverse : exemple

Terminale STMG2

26 Novembre 2024

### 46 Coût moyen et coût marginal

Une entreprise fabrique chaque semaine une quantité  $q$  (en tonnes) de produit chimique. Elle produit entre 10 et 100 tonnes par semaine. Le coût total de  $q$  tonnes est donné par la fonction définie sur  $[10 ; 100]$  par :

$$C(q) = 3q^2 + 40q + 2\,700.$$

#### Partie A Coût moyen unitaire

Le coût moyen unitaire est le coût moyen d'une tonne de produit lorsque  $q$  tonnes sont produites. On appelle  $C_M$  la fonction représentant le coût

moyen unitaire :  $C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$ .

1. **» Raisonner** Démontrer que pour tout réel  $q$  de  $[10 ; 100]$  :  $C_M(q) = 3q + 40 + \frac{2\,700}{q}$ .

2. **» Calculer**

a. Calculer  $C'_M(q)$ .

b. Démontrer que pour tout réel  $q$  de  $[10 ; 100]$  :

$$C'_M(q) = \frac{3(q-30)(q+30)}{q}.$$

3. **» Représenter** Dresser le tableau de variations de  $C_M$ .

4. **» Modéliser** Quel est le coût moyen unitaire minimal ? Pour quelle quantité de produit chimique est-il atteint ?

## Partie B Coût marginal

Le coût marginal est le supplément de coût engendré par la production d'une tonne de produit supplémentaire, c'est-à-dire :

$$C_m(q) = C(q+1) - C(q).$$

1. **Modéliser** Calculer  $C_m(20)$ . Interpréter ce résultat avec les données de l'énoncé.

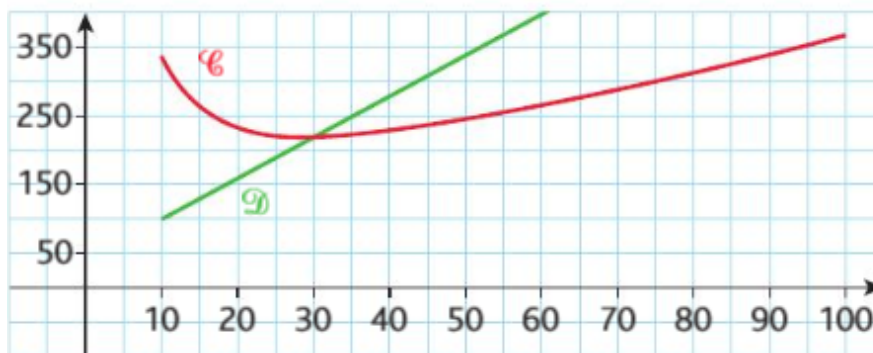
2. **Calculer** Démontrer que pour tout réel  $q$  de  $[10; 100]$  :  $C_m(q) = 6q + 43$ .

3. Déterminer  $C'(q)$ . Quelle est la différence entre  $C_m(q)$  et  $C'(q)$  ?

*Remarque :* En pratique, on assimile le coût marginal de production à la dérivée du coût total.

## Partie C Comparaison du coût marginal et du coût moyen

La courbe  $\mathcal{C}$  représentant le coût moyen unitaire et la droite  $\mathcal{D}$  représentant le coût marginal sont données sur le graphique ci-après.



**» Raisonner • Communiquer • Représenter**

Une règle économique affirme que le coût moyen unitaire est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal. Cette règle s'applique-t-elle ici ?