

# Fonction Inverse

Terminale STMG2

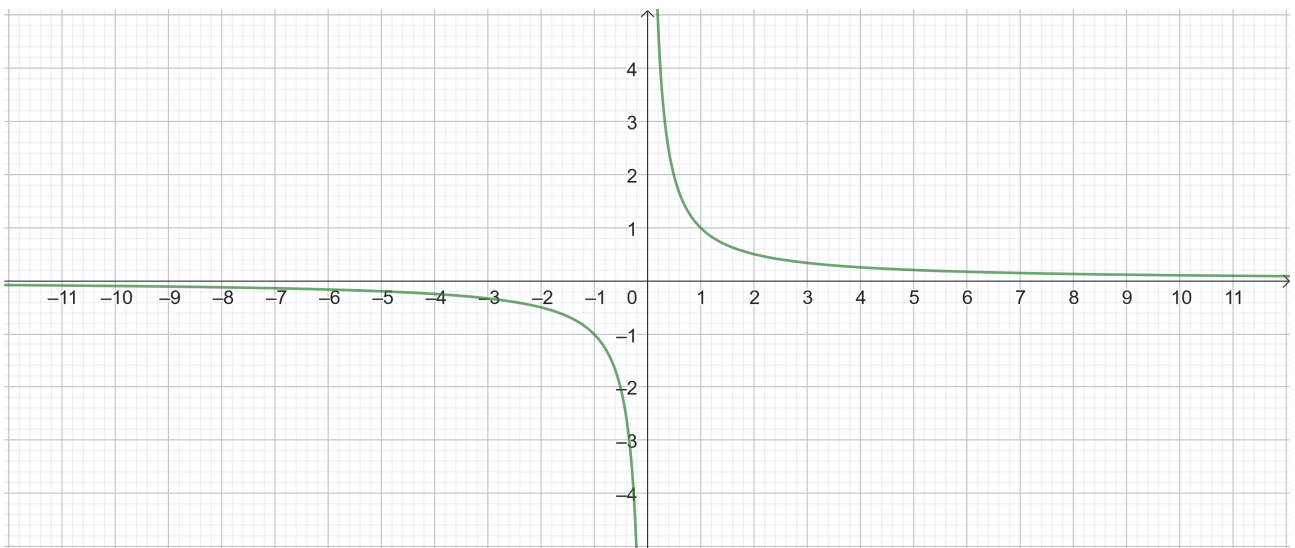
## 1 Représentation de la fonction inverse

**Définition 1.** On appelle *fonction inverse* la fonction définie sur  $] -\infty; 0[ \cup ] 0; +\infty[$  qui à un nombre  $x$  associe le nombre  $\frac{1}{x}$ .

**Remarque.** Cette définition indique que la fonction inverse n'est pas définie en 0. Pour rappel, il est **interdit de diviser par 0**.

**Exemple.** Donner l'inverse de 2; 4;  $-\frac{1}{2}$ ;  $-\frac{1}{2}$ ; 0; 3, 25.

**Proposition 1.** La fonction inverse est représentée par la courbe représentative suivante.



## 2 Dérivée

**Proposition 2.** La fonction inverse est dérivable sur  $] -\infty; 0[ \cup ] 0; +\infty[$ , et sa dérivée est définie par

$$x \mapsto -\frac{1}{x^2}$$

**Proposition 3.** La fonction inverse est **décroissante** sur  $] -\infty; 0[$ , et **décroissante** sur  $] 0; +\infty[$ .

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	—		—
Variations de $f$			

### 3 Comportement asymptotique

**Remarque.** On appelle  $f$  la fonction inverse définie sur  $\mathbb{R}^*$ . Alors,

- Plus les valeurs de  $x$  augmentent, et plus la valeur de  $f(x)$  diminue et se rapproche de 0.
- Plus les valeurs de  $x$  se rapprochent de 0 **en restant positives**, et plus la valeur de  $f(x)$  est grande.

On constate un comportement similaire quand on observe le comportement de  $f(x)$  pour des valeurs de  $x$  négatives.

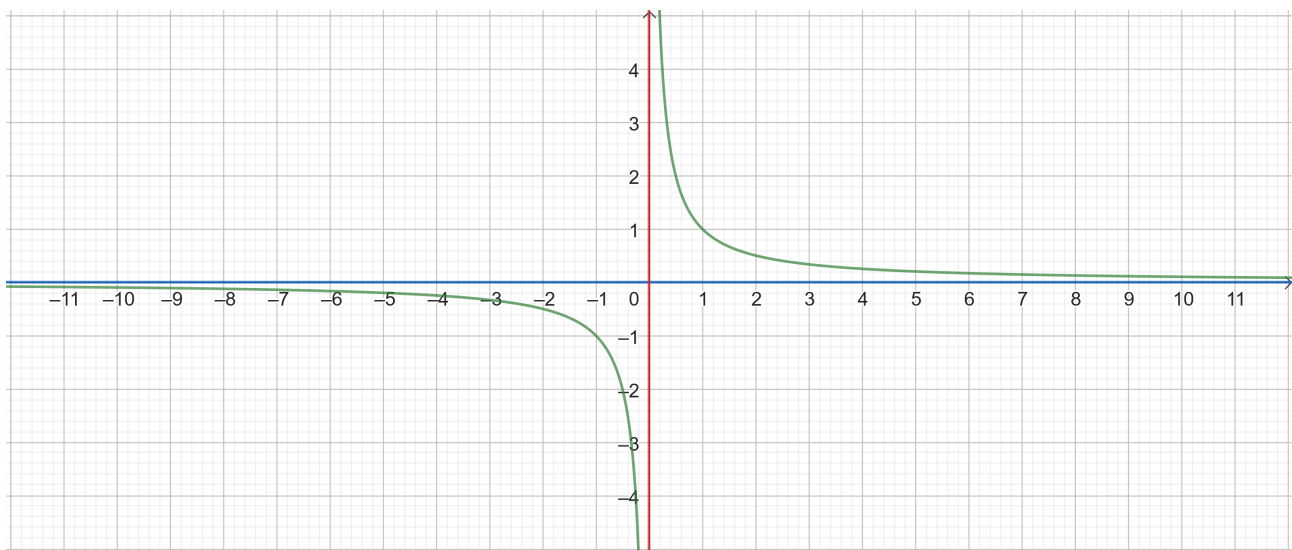
**Proposition 4.** Soit  $f$  la fonction inverse. Alors,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$



**Définition 2.** On dit que la courbe représentative de la fonction inverse :

- admet une asymptote horizontale d'équation  $y = 0$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$  ;
- admet une asymptote verticale d'équation  $x = 0$ .

**Remarque.** Le tableau de variation de la fonction inverse peut être complété ainsi.

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
Variations de $f$	0 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 0	