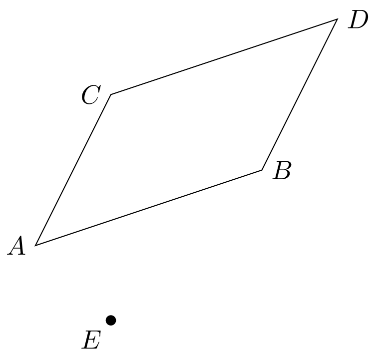
# Vecteurs et translations du plan

Seconde 9

## 1 Définition

**Définition 1.** *Soient $A$ et $B$ deux points du plan. La **translation transformant** $A$ **en** $B$ est une transformation géométrique qui à chaque point $C$ associe un point $D$ tel que $ABDC$ est un parallélogramme (éventuellement applati).*

**Exemple.**




*La translation correspond à l'idée de « glissement » sans rotation. La translation transformant $A$ en $B$ envoie n'importe quel point $C$ dans la même direction, le même sens et la même longueur que si l'on partait de $A$ pour arriver en $B$.*
*Tracer l'image de $E$ par la translation transformant $A$ en $B$.*

**Remarque.** *Une translation dépend donc uniquement d'une* direction (*car* $(AB)$ *et* $(DC)$ *sont parallèles*), *d'un* sens (*car on s'intéresse à $ABDC$ et non pas $ABCD$*) *et d'une* longueur (*car les longueurs $AB$ et $DC$ sont les mêmes*).

*Ces trois caractéristiques sont regroupées derrière la notion de vecteur.*

**Définition 2.** *Un **vecteur** est un objet géométrique caractérisé par trois informations :*

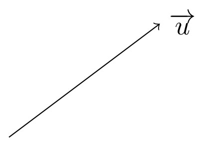
- *Une direction*
- *Un sens*
- *Une longueur (que l'on appelle **norme**)*

**Définition 3.** *Soient deux points $A$ et $B$. Le vecteur caractérisant la translation transformant $A$ en $B$ est noté $\overrightarrow{AB}$.*

**Remarque.**

- *La translation transformant $A$ en $B$ sera plutôt appelée **translation de vecteur** $\overrightarrow{AB}$.*
- *Parmi les caractéristiques définissant un vecteur, il n'y a pas la **position** du vecteur dans le plan.*

**Exemple.** *On représente un vecteur quelconque $\overrightarrow{u}$ à l'aide d'une flèche dans le plan.*



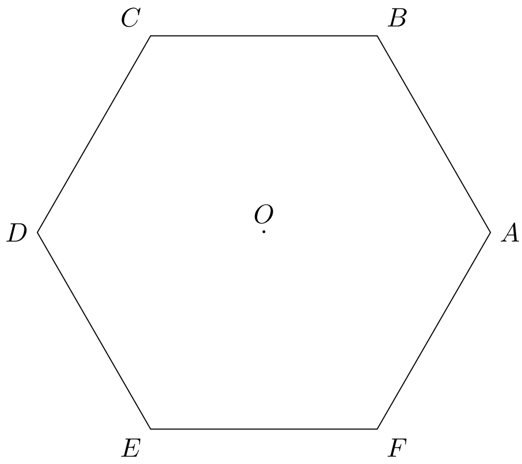

Le vecteur nul est un cas particulier de vecteur de norme nulle. Un tel vecteur n'a **ni direction, ni sens**.

# 2 Opérations sur les vecteurs

## 2.1 Égalité entre vecteurs

**Définition 4.** *Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont la même direction, le même sens et la même norme.*

**Exemple.** *Soit l'héxagone régulier $ABCDEF$ de centre $O$.*




a) *Représenter le vecteur $\overrightarrow{BC}$.*

b) *Représenter deux autres vecteurs égaux à $\overrightarrow{BC}$.*

c) *Représenter* LE *représentant de $\overrightarrow{DC}$ ayant pour **origine** $F$.*

d) *Représenter* LE *représentant de $\overrightarrow{BA}$ ayant pour **extrémité** $F$.*

## 2.2 Opposé d'un vecteur

**Définition 5.** *Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur. Alors l'opposé de $\overrightarrow{u}$, noté $-\overrightarrow{u}$, est le vecteur ayant la même direction que $\overrightarrow{u}$, la même norme que $\overrightarrow{u}$, mais le sens **opposé** au vecteur $\overrightarrow{u}$.*

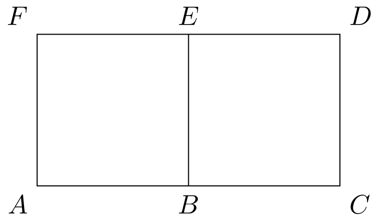
**Proposition 1.** *Soient $A$ et $B$ deux points du plan. Alors $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.*

### 2.3 Addition de vecteurs

**Définition 6.** *Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs. Alors la* **somme de $\overrightarrow{u}$ et de $\overrightarrow{v}$**, *notée $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$, est le vecteur associé à la translation résultant de l'enchaînement de la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$ suivie de la translation de vecteur $\overrightarrow{v}$.*

**Remarque.** *Autrement dit, $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$ décrit le glissement obtenu si l'on parcourt le trajet donné par $\overrightarrow{u}$ puis celui parcouru par $\overrightarrow{v}$.*

**Exemple.** *Les quadrilatères $ABEF$ et $BCDE$ sont des carrés.*




*Tracer sur la figure les vecteurs suivants :*

a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}$
b) $\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{DC}$
c) $\overrightarrow{FA}+(-\overrightarrow{DE})+\overrightarrow{BE}$

**Proposition 2** (Relation de Chasles)**.** *Soient $A$, $B$ et $C$ trois points quelconques du plan. Alors,*

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}.$$

**Proposition 3.** *Soient $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ trois vecteurs du plan. Alors,*

- $(\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v})+\overrightarrow{w}=\overrightarrow{u}+(\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w})$
- $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}=\overrightarrow{v}+\overrightarrow{u}$
- $\overrightarrow{u}+(-\overrightarrow{u})=\overrightarrow{0}$ ($\overrightarrow{0}$ *est le vecteur nul*)
- $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{0}=\overrightarrow{0}+\overrightarrow{u}=\overrightarrow{u}$