

# Contrôle : Généralités sur les fonctions.

Quentin Canu

8 Janvier 2023

- Une présentation soignée est de rigueur, et sera notée sur 2.
- Tout effort de recherche, même s'il n'aboutit pas, sera valorisé.
- Toute copie est interdite et sera sanctionnée d'une note de 0.
- La calculatrice est interdite.

## Exercice 1: Vrai ou Faux ? (4 points)

Soit  $f$  est une fonction à valeurs réelles. Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Il n'est pas nécessaire de justifier les réponses dans cet exercice.

- (a) Si  $f(0) = 4$ , alors l'image de 0 par  $f$  est 4.
- (b) Si  $f(-1) = 3$ , alors un antécédent de  $-1$  par  $f$  est 3
- (c) Soit  $C_f$  la courbe représentative de  $f$  : c'est l'ensemble des points de coordonnées  $(x; y)$  vérifiant  $f(y) = x$ .
- (d) Le plus grand ensemble de définition de  $f$  possible est  $\mathbb{R}$ .

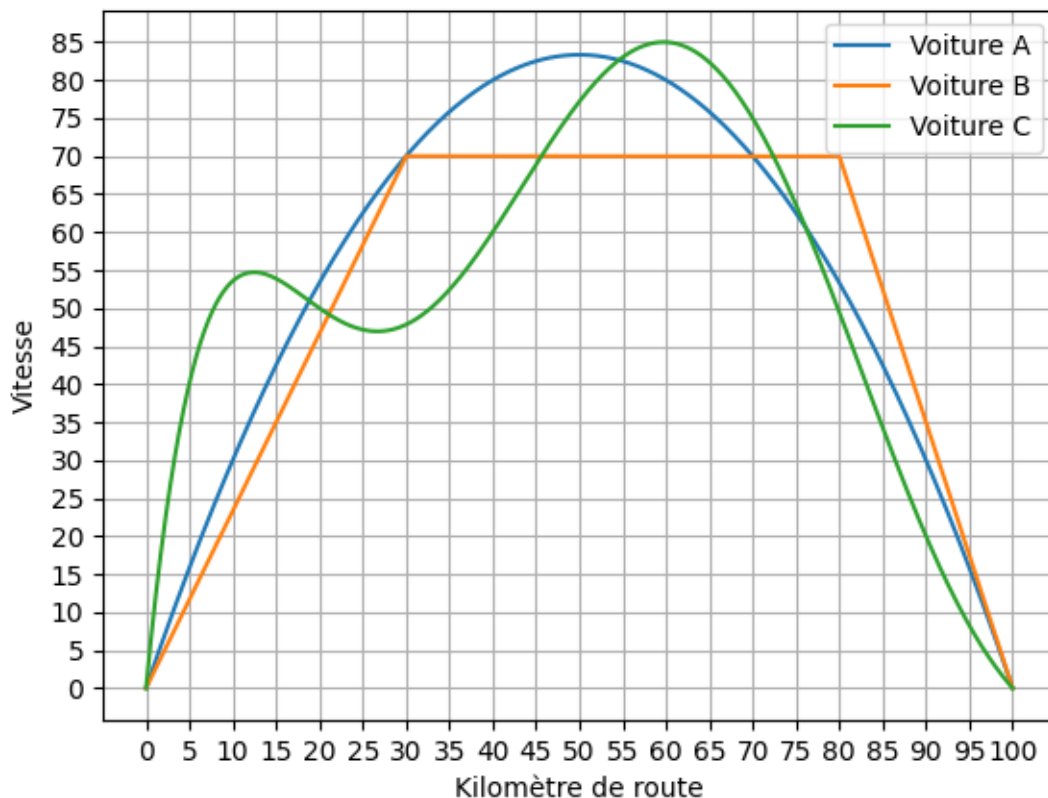
## Exercice 2: Equations du premier degré (4 points)

Résoudre les équations suivantes dans  $\mathbb{R}$  :

- (a)  $8x + 2 = 4$
- (b)  $3 - 14t = 5$
- (c)  $28y = 7y + 2$
- (d)  $51a + 12 = 36a - 73$

## Exercice 3: Voyages en voiture (5 points)

Trois voitures,  $A$ ,  $B$  et  $C$  montent au sommet d'une montagne sur la même route de 50 km. On note  $x$  la distance parcourue le long de cette route en kilomètres, et  $a(x)$ ,  $b(x)$  et  $c(x)$  la vitesse des voitures (en kilomètres par heure) au  $x$ -ième kilomètre. On représente ci-dessous la courbe représentative de ces fonctions.



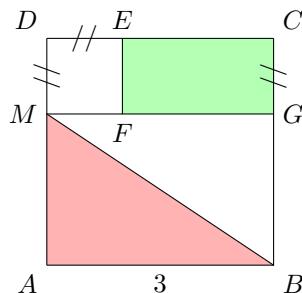
- Pourquoi  $a(0)$ ,  $b(0)$  et  $c(0)$  sont-ils tous les trois égaux à 0? Même question pour  $a(100)$ ,  $b(100)$  et  $c(100)$ ?
- Donner la vitesse de la voiture A et de la voiture B au kilomètre 30.
- Donner sous forme d'intervalle la portion de route sur laquelle la voiture B a été la plus rapide des trois voitures. On utilisera la précision permise par le repère.
- La route est limitée à 80 kilomètres par heures.
  - Quelles voitures ont enfreint cette limitation?
  - Il y a un radar de vitesse au kilomètre 65 sur la route. Une des voitures a-t-elle été flashée? Si oui, laquelle?

**Exercice 4: Comparaison d'aires** (5 points)

On considère un carré  $ABCD$  de côté 3 ainsi qu'un point mobile  $M$  sur le segment  $[DA]$ . On pose alors  $E$  sur le segment  $[CD]$  et  $G$  sur le segment  $[BC]$  tel que

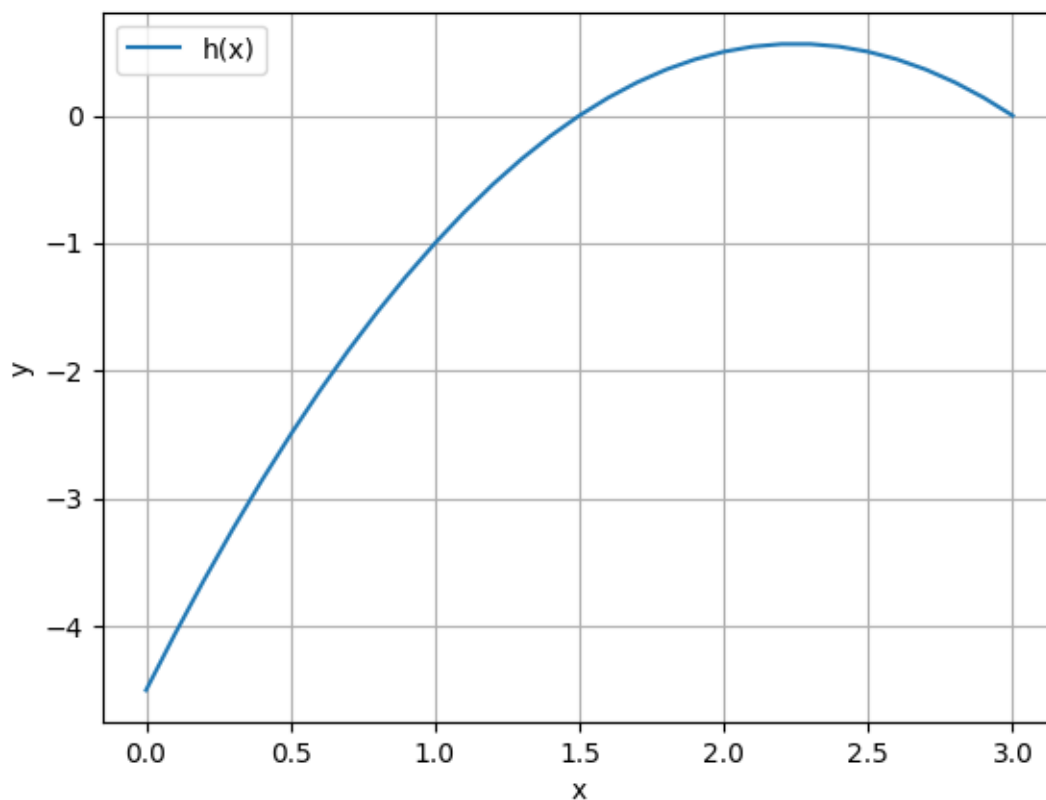
$$DE = DM = CG.$$

Enfin, on pose le point  $F$  tel que le quadrilatère  $DMFE$  soit un carré. Voici ci-dessous une figure pour illustrer.



L'objectif de cet exercice est de trouver pour quelles valeurs de  $DM$  l'aire du rectangle  $ECGF$  est supérieure à l'aire du triangle  $ABM$ .

- Tracer deux figures correspondantes, une pour une « petite » longueur  $DM$  et une autre pour une « grande ». Peut-on conjecturer des solutions possibles ?
- On pose  $x = DM$ .
  - Montrer que l'aire du rectangle  $ECGF$  vaut  $-x^2 + 3x$ .
  - Montrer que l'aire du triangle  $ABM$  vaut  $-1,5x + 4,5$ .
- On pose  $f(x) = -x^2 + 3x$  et  $g(x) = -1,5x + 4,5$ . Justifier que l'ensemble des solutions du problème est donné par l'ensemble des  $x$  dans l'intervalle  $[0; 3]$  vérifiant  $f(x) - g(x) \geq 0$ .
- Montrer que  $f(x) - g(x) = (x - 1,5)(3 - x)$ . On pourra par exemple développer ce produit.
- Voici la courbe représentative de la fonction  $h(x) = f(x) - g(x)$ .



- i. Tracer le tableau de signe de  $h(x)$ . (Attention à l'emplacement du 0 en ordonnée).
- ii. En déduire l'ensemble des solutions du problème.