

3 Composition de fonctions

Définition 2. Soit f une fonction définie sur un intervalle I . On pose aussi a et b deux nombres réels. Enfin, on pose J l'intervalle des réels x tels que $ax + b \in I$.

Alors on appelle la fonction g définie pour tout $x \in J$ par

$$g(x) = f(ax + b)$$

la **fonction composée** de f par la fonction $x \mapsto ax + b$.

Proposition 3. Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I , a et b deux réels et J l'intervalle des x vérifiant $ax + b \in I$. Alors la fonction composée de f par $x \mapsto ax + b$, c'est-à-dire la fonction définie pour tout $x \in J$ par $g(x) = f(ax + b)$ est dérivable sur J , et sa dérivée vaut pour tout $x \in J$,

$$g'(x) = af'(ax + b)$$

Exemple. Soit la fonction g définie sur un certain intervalle J par la formule

$$g(x) = \sqrt{3x - 2} \text{ pour tout } x \in J$$

a) Identifier le plus grand intervalle **ouvert** J sur lequel cette fonction est définie.

b) De quelles fonctions g est-elle la composée ?

c) En déduire que g est dérivable sur J , et calculer sa dérivée.