2 Fonction polynomiale du second degré

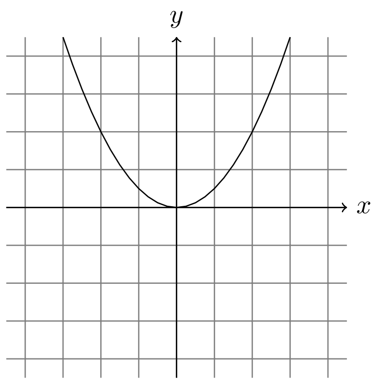
Définition 2. *Une* ***fonction polynomiale du second degré*** *est une fonction f définie sur les réels qui à tout nombre x associe un réel $f(x)$ de la forme :*

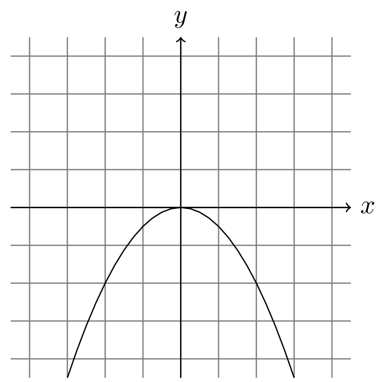
$$ax^2 + bx + c$$

où a, b et c sont des réels avec $a \neq 0$.

Remarque. *L'hypothèse $a \neq 0$ est essentielle, sinon la fonction est polynomiale de degré au plus* 1.

On trace la courbe représentative de deux fonctions polynomiales du second degré : une avec $a > 0$ et une avec $a < 0$.





Définition 3. *Soit f une fonction polynomiale de degré* 2*. Sa courbe représentative est appelée une* ***parabole****.*

Proposition 5. *Soit f une fonction polynomiale de degré* 2*. telle que $f(x) = ax^2 + bx + c$. Alors :*

- *Si $a > 0$, il existe une valeur de x, notée x_m telle que f est décroissante sur $] \quad \infty; x_m]$ et croissante sur $[x_m; +\infty[$*
- *Si $a < 0$, il existe une valeur de x, notée x telle que f est croissante sur $] \quad \infty; x \quad]$ et décroissante sur $[x \quad ; +\infty[$*

Remarque.

- *Dans le cas $a > 0$, les* « branches de la paraboles sont tournées vers le haut »*. Dans le cas contraire ($a < 0$), elles sont* « tournées vers le bas »*.*
- *Dans le cas $a > 0$, f admet un unique minimum, et ce minimum est atteint en x_m. Dans le cas contraire ($a < 0$), f admet un maximum, et ce maximum est atteint en x .*

3 Recherche de l'extremum

3.1 Forme canonique

Proposition 6. *Soit f une fonction polynomiale du second degré telle que $f(x) = ax^2 + bx + c$. Alors il existe et β tel que*

$$f(x) = a(x \quad)^2 + \beta$$

Remarque. *Dans ce cas,* $\quad = \frac{b}{2a}$ *et* $\beta = f(\quad)$.

Exemple. *Soit l'expression polynomiale du second degré* $\quad x^2 + 2x \quad 5$. *Déterminer sa forme canonique.*

Méthode 2 (Par identification)**.**

Méthode 3 (En utilisant une identité remarquable « limitée »)**.**