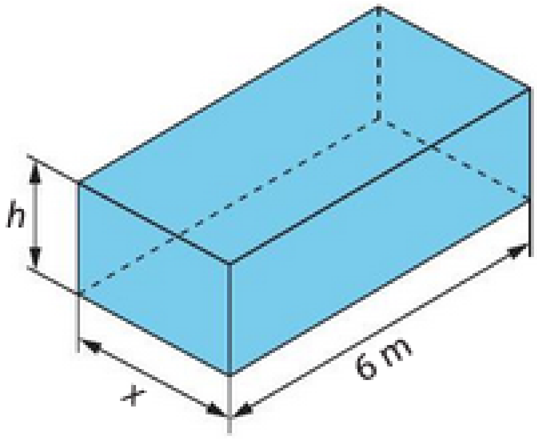
On se propose de fabriquer avec le moins de tôle possible un conteneur en forme de parallélépipède rectangle dont le volume intérieur est 37,5 m^3 (voir la figure).



1. On admet que le volume du parallélépipède est $V = h \times x \times 6$. Déduire de l'information relative au volume une expression de h en fonction de x.

2. Montrer que l'aire totale du conteneur (c'est-à-dire la somme des aires des six faces) s'écrit en fonction de x :

$$S(x) = 12x + 12{,}5 + \frac{75}{x}.$$

3. On désigne par S la fonction définie sur $[0{,}5 ; 6]$ par :

$$S(x) = 12x + 12{,}5 + \frac{75}{x}.$$

a) Démontrer que pour x de $[0{,}5 ; 6]$:

$$S'(x) = \frac{12(x - 2{,}5)(x + 2{,}5)}{x^2}.$$

b) Établir le tableau de variation S sur $[0{,}5 ; 6]$.

c) En déduire les valeurs de x et h correspondant à une aire minimale.