

Exercice

TSTMG2

7 Mars 2025

59 Les abonnés à une chaîne YouTube

Un youtubeur compte 35 000 abonnés à sa chaîne au 1^{er} janvier 2019. Au cours de l'année 2019, il constate que, chaque mois, il perd 20 % des anciens abonnés mais qu'il en gagne 500 nouveaux.

Pour $n \geq 1$, on note u_n le nombre d'abonnés au 1^{er} du nième mois, le premier mois étant le mois de janvier 2019.



1. » Calculer

Préciser u_1 et calculer u_2 et u_3 .

2. » Raisonner • Calculer La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Est-elle géométrique ?

3. » Modéliser Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .

4. » Raisonner

a. On introduit la suite (v_n) définie pour tout entier n par $v_n = u_n - 500$. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser la raison et son premier terme.

b. Exprimer v_n en fonction de n et en déduire u_n .

5. » Calculer Déterminer le nombre d'abonnés au 1^{er} janvier 2020.

60 Évolution d'un compte bancaire

Au 1^{er} janvier 2019, Amélie ouvre un compte dans une banque et y dépose 10 000 €. Ce compte constitue un placement à intérêts composés au taux annuel de 1,5 %. À partir de 2020, chaque 1^{er} janvier, Amélie retire 1 500 €, après versement des intérêts.

Pour tout entier naturel n , on note u_n la somme d'argent disponible sur le compte d'Amélie au 2 janvier de l'année $(2019 + n)$.

Ainsi : $u_0 = 10\,000$.

2. » Raisonner • Calculer

Montrer que la suite (u_n) n'est ni une suite arithmétique ni une suite géométrique.

3. » Modéliser

Justifier que, pour tout entier naturel n , on a :

$$u_{n+1} = 1,015u_n - 1500.$$

4. » Raisonner

On pose : $v_n = u_n - 100\,000$ pour tout entier naturel n .

a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b. En déduire l'expression du terme général de v_n en fonction de n , puis en déduire que, pour tout entier naturel n :

$$u_n = -90\,000 \times 1,015^n + 100\,000.$$

5. » Calculer

Calculer la somme disponible sur le compte le 2 janvier 2024.