

41 Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} et f' sa dérivée. On donne le tableau de signes de f' .

x	$-\infty$	5	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	0	-

La fonction f admet-elle un extremum local ? Si oui, est-ce un maximum ou un minimum ?

42 Soit g une fonction dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et g' sa dérivée. On donne le tableau de signes de g' .

x	0	3	$+\infty$
Signe de $g'(x)$	-	0	-

La fonction g admet-elle un extremum local ? Si oui, est-ce un maximum ou un minimum ?

43 Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} et f' sa dérivée.

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	0	-	0

On donne le tableau de signes de f' .

1. La fonction f admet-elle un minimum local ? Si oui, en quelle valeur ?

2. La fonction f admet-elle un maximum local ? Si oui, en quelle valeur ?

47 Une entreprise fabrique et vend des montres. Elle en produit chaque jour entre 2 et 24. On note x le nombre de montres produites et vendues par jour. On appelle $C(x)$ le coût total journalier de fabrication en euros. La fonction C est définie par $C(x) = x^2 - 4x + 169$. On appelle coût unitaire moyen $C_m(x)$ le coût de fabrication d'une montre lorsqu'en on produit x . Il est donné par $C_m(x) = \frac{C(x)}{x}$.

1. À quel intervalle l'appartient le nombre x ?

2. Démontrer que la fonction C_m est définie sur I par

$$C_m(x) = x - 4 + \frac{169}{x}.$$

3. Justifier que C_m est dérivable sur I et déterminer, pour tout réel x de I , $C'_m(x)$.

4. Dresser le tableau de signes de $C'_m(x)$ sur I .

5. En déduire le nombre de montres que l'entreprise doit fabriquer pour avoir un coût moyen minimal.

48 Soit un segment $[AB]$ de longueur 10 et M un point de ce segment. Du même côté de ce segment, on construit deux carrés $AMNP$ et $MBCD$. On pose $AM = x$ et on étudie l'aire du domaine formé par ces deux carrés en fonction de x .

1. À quel intervalle I appartient le réel x ?

2. Soit $f(x)$ l'aire du domaine.

Montrer que, pour tout réel x de I , on a :

$$f(x) = 2x^2 - 20x + 100.$$

3. Justifier que la fonction f est dérivable sur I et déterminer $f'(x)$ pour tout x de I .

4. En déduire les variations de f sur I et la valeur de x pour laquelle l'aire du domaine est minimale.

41 Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} et f' sa dérivée. On donne le tableau de signes de f' .

x	$-\infty$	5	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	0	-

La fonction f admet-elle un extremum local ? Si oui, est-ce un maximum ou un minimum ?

42 Soit g une fonction dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et g' sa dérivée. On donne le tableau de signes de g' .

x	0	3	$+\infty$
Signe de $g'(x)$	-	0	-

La fonction g admet-elle un extremum local ? Si oui, est-ce un maximum ou un minimum ?

43 Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} et f' sa dérivée.

x	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	+	0	-	0

On donne le tableau de signes de f' .

1. La fonction f admet-elle un minimum local ? Si oui, en quelle valeur ?

2. La fonction f admet-elle un maximum local ? Si oui, en quelle valeur ?

47 Une entreprise fabrique et vend des montres. Elle en produit chaque jour entre 2 et 24. On note x le nombre de montres produites et vendues par jour. On appelle $C(x)$ le coût total journalier de fabrication en euros. La fonction C est définie par $C(x) = x^2 - 4x + 169$. On appelle coût unitaire moyen $C_m(x)$ le coût de fabrication d'une montre lorsqu'en on produit x . Il est donné par $C_m(x) = \frac{C(x)}{x}$.

1. À quel intervalle I appartient le nombre x ?

2. Démontrer que la fonction C_m est définie sur I par

$$C_m(x) = x - 4 + \frac{169}{x}.$$

3. Justifier que C_m est dérivable sur I et déterminer, pour tout réel x de I , $C'_m(x)$.

4. Dresser le tableau de signes de $C'_m(x)$ sur I .

5. En déduire le nombre de montres que l'entreprise doit fabriquer pour avoir un coût moyen minimal.

48 Soit un segment $[AB]$ de longueur 10 et M un point de ce segment. Du même côté de ce segment, on construit deux carrés $AMNP$ et $MBCD$. On pose $AM = x$ et on étudie l'aire du domaine formé par ces deux carrés en fonction de x .

1. À quel intervalle I appartient le réel x ?

2. Soit $f(x)$ l'aire du domaine.

Montrer que, pour tout réel x de I , on a :

$$f(x) = 2x^2 - 20x + 100.$$

3. Justifier que la fonction f est dérivable sur I et déterminer $f'(x)$ pour tout x de I .

4. En déduire les variations de f sur I et la valeur de x pour laquelle l'aire du domaine est minimale.