

# Longueurs de courbes

Seconde 9

4 Avril 2024

## 1 Introduction

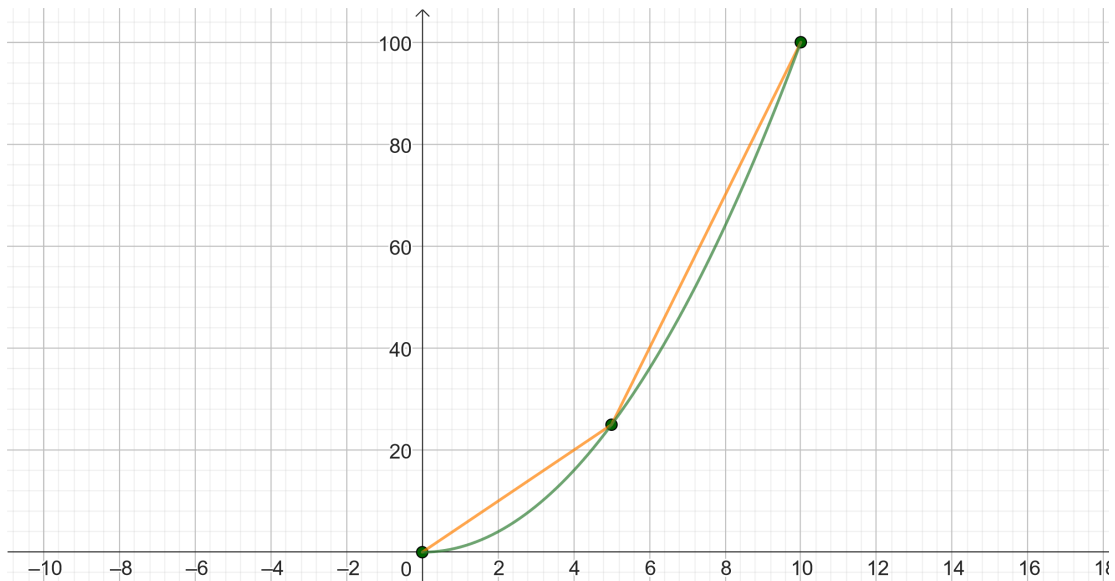
Les exercices suivants posent la question : Comment mesurer la longueur de la courbe représentative d'une fonction ? À quoi une telle mesure peut bien servir ?

### Exercice 1:

On se donne la fonction carrée

$$\begin{aligned} f: [0; 10] &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto x^2 \end{aligned}$$

- (a) Vérifier que les points  $A(0; 0)$ ,  $B(5; 25)$  et  $C(10; 100)$  sont des points de la courbe représentative de  $f$ ,  $\mathcal{C}_f$ .
- (b) Calculer la longueur des segments  $[AB]$  et  $[BC]$ .
- (c) En déduire la longueur de la ligne brisée représentée ici.



- (d) Refaire le même travail, mais avec les points

- $A(0; 0)$
- $B(2; 4)$
- $C(4; 16)$
- $D(6; 36)$
- $E(8; 64)$
- $F(10; 100)$

Faire un schéma représentant la courbe représentative de  $f$  ainsi que la ligne brisée  $ABCDEF$ . Cette longueur vous paraît-elle une meilleure approximation de la longueur de la courbe ?

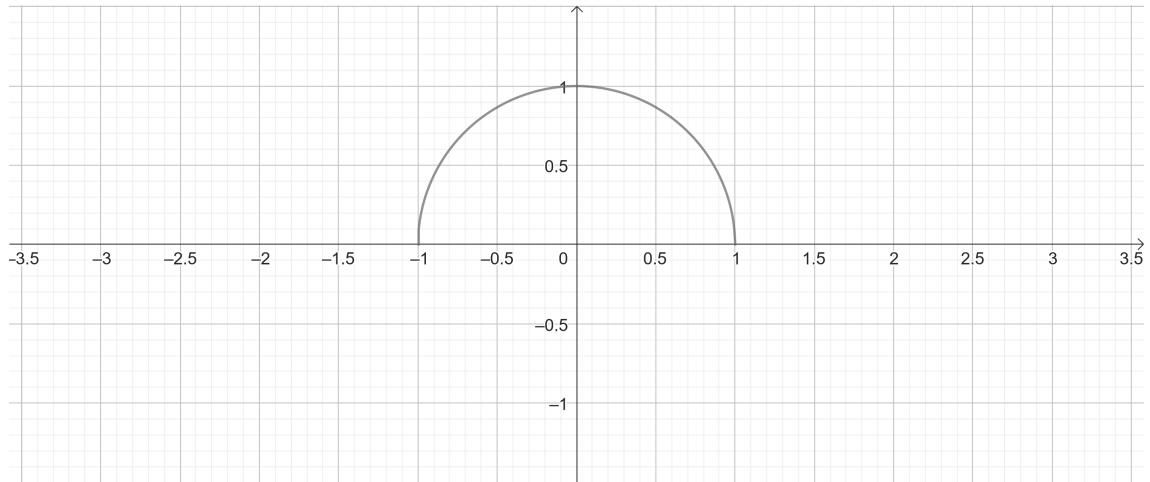
- (e) Proposer une méthode pour obtenir une approximation encore meilleure.

**Exercice 2:**

On s'intéresse maintenant à la fonction

$$\begin{aligned} g: [-1; 1] &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \sqrt{1 - x^2} \end{aligned}$$

(a) La courbe représentative  $\mathcal{C}_g$  est représentée ci-après.



À quoi ressemble cette courbe ?

- (b) Montrer que pour tout  $x \in [-1; 1]$ , le point  $M(x, g(x))$  appartient au cercle de longueur 1 et de centre  $O(0, 0)$ .
- (c) En déduire la longueur de cette courbe.
- (d) En vous inspirant du premier exercice, proposer une méthode pour approximer une valeur numérique de  $\pi$ . Appliquer cette méthode en utilisant les points
  - $A(-1; 0)$
  - $B(-0, 5; \sqrt{0, 75})$
  - $C(0; 1)$
  - $D(0, 5; \sqrt{0, 75})$
  - $E(1; 0)$