

Nom :

Contrôle : Propriétés de fonctions

Seconde 9

26 Avril 2024

Instructions

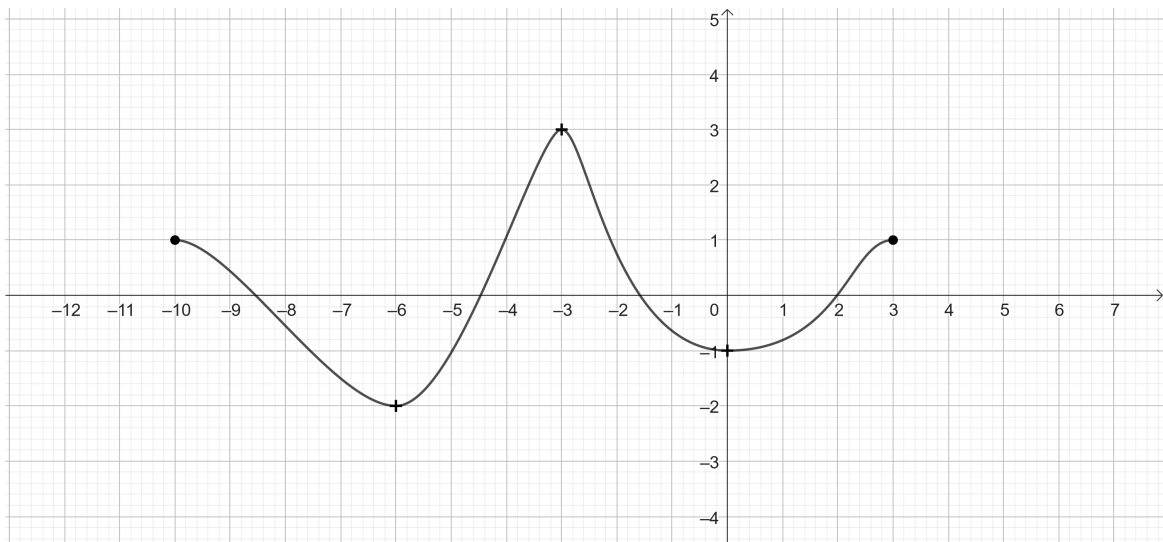
- Une présentation soignée est de rigueur, et sera notée sur 2.
- Tout effort de recherche, même s’il n’aboutit pas, sera valorisé.
- Toute copie est interdite et sera sanctionnée d’une note de 0.
- La calculatrice est INTERDITE.

Exercice 1 : Inéquations (5 points)

- (a) 0 est-il solution de l’inéquation $2x^2 + 10x + 10 < 10$?
- (b) 4 est-il solution de l’inéquation $-x^2 - 5x - 10 \geq -46$?
- (c) Résoudre les inéquations suivantes, en donnant l’ensemble des solutions \mathcal{S} sous forme d’intervalle.
 - i. $12x + 3 \geq 27$
 - ii. $-7y - 8 < 81$
 - iii. $2a - 1 \leq -7a + 2$

Exercice 2 : Variations de fonctions : Episode 1 (5 points)

On étudie la fonction f dont la courbe représentative est donnée ci-contre.



- (a) Donner l’ensemble de définition de la fonction.
- (b) Compléter le tableau de variation de f .

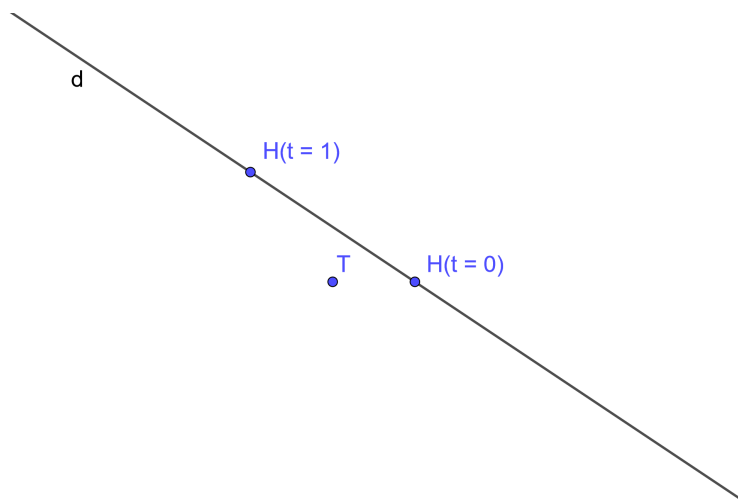
x	
Variations de f	

- (c) Quels sont le maximum et le minimum de f ?
- (d) En quelles valeurs f atteint son maximum ? Et son minimum ?
- (e) Comparer $f(-6)$ et $f(1)$.

Exercice 3 : Variations de fonctions : Episode 2, le retour de la géométrie (4 points)

La comète de Halley, nommée en l'honneur de son découvreur Edmond Halley, est un corps céleste visible à l'oeil nu tous les 75 ans environ.

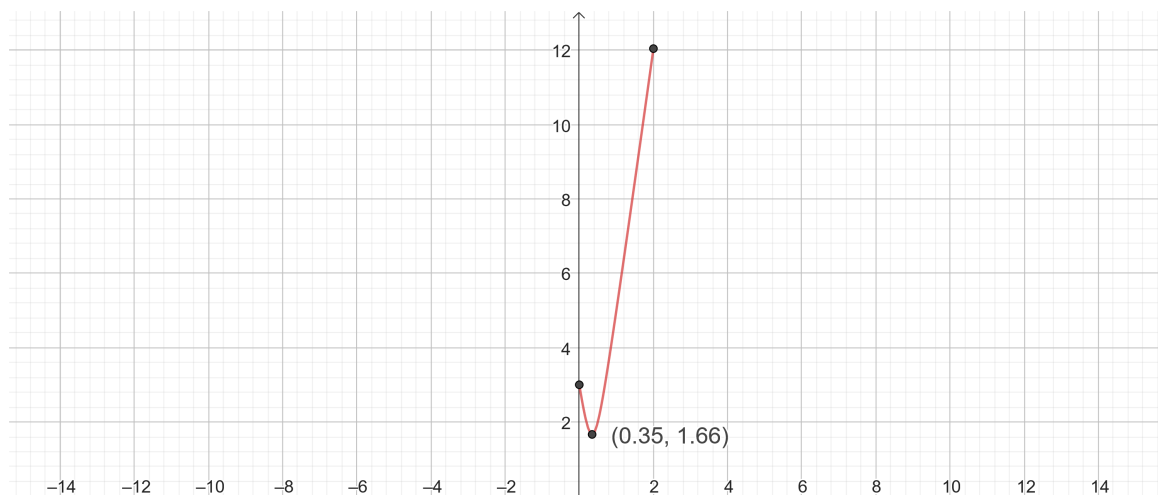
On s'intéresse à la simulation de la trajectoire d'une comète proche de la Terre. L'unité utilisé dans cet exercice est l'unité astronomique. La Terre est assimilée à un point $T(3; 2)$. À l'instant t , la comète est alors assimilée à un point $H(6 - 6t; 2 + 4t)$. On admet que la trajectoire de la comète est alors donnée par une droite, que l'on nommera (d) .



- (a) Justifier que la distance $TH = 3$ quand $t = 0$.
- (b) Justifier que la distance $TH = 5$ quand $t = 1$.
- (c) On note $h(t)$ la distance TH à chaque instant t . Démontrer que

$$h(t) = \sqrt{52t^2 - 36t + 9}$$

- (d) La courbe représentative de la fonction h , restreinte à l'intervalle $[0; 2]$, est donnée ci-après.



À quel instant t la comète est-elle la plus proche de la Terre ?

Exercice 4 : Variations de fonctions : Episode 3, la fonction invisible (4 points)

On teste un nouveau médicament sur un cobaye conscient. L'injection dure 60 minutes, temps durant lequel la concentration du médicament dans le sang augmente, puis le médicament est progressivement éliminé de l'organisme, jusqu'à être absent au bout de 4 heures. On note $c(t)$ la concentration du médicament dans le sang, en mg L^{-1} , en fonction du temps $t \in [0; 4]$, en heures.

- (a) Que vaut $c(0)$? Et $c(4)$?
 (b) On pose $c(0, 5) = 500$.
 (c) Compléter le tableau de variations suivant pour obtenir un tableau de variations possible pour c .

t	
Variations de c	

- (d) Dessiner une courbe représentative possible pour c , et telle que $c(0, 5) \leq c(1, 5)$.

Exercice Bonus : Fonctions paires et impaires (2 points)

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} . On rappelle que f est *paire* si pour tout x , on a $f(-x) = f(x)$, et f est *impaire* si pour tout x , on a $f(-x) = -f(x)$. On suppose que f est à la fois paire et impaire. Donner la valeur de $f(1)$, $f(2)$ et $f(3)$.