Exercices : Propriétés de la fonction exponentielle

Premières Spécialité Mathématiques

20 Mai 2025

2 Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'expression de sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$.

1. $f(x) = xe^x + 3x - 1$

2. $g(x) = (x^2 + 2x - 1)e^x$

3. $h(x) = \dfrac{e^x}{e^x + x}$

3 On considère la fonction f définie pour tout réel x de son ensemble de définition par $f(x) = \dfrac{2}{e^x - 1}$.

Dire si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

1. f est définie sur $]-\infty\,;1[\cup]1\,;+\infty[$.

2. f est dérivable sur chacun des intervalles constituant son ensemble de définition :

$$f'(x) = \frac{-2}{(e^x - 1)^2}.$$

3. f est strictement croissante sur $]-\infty\,;0[$ et sur $]0\,;+\infty[$.

7 **Calculer**

Utiliser les propriétés algébriques de la fonction exponentielle pour simplifier les expressions suivantes.

$A = \exp(2x - 3) \times \exp(4 - x)$

$B = (\exp(x - 1))^2 \times \exp(x + 2)$

$C = \dfrac{3\exp(x)}{\exp(1 - 2x)}$

8 Simplifier l'écriture de chacun des nombres suivants, où x désigne un nombre réel.

$A = e^{3x} \times e^{-4x}$ $\qquad$ $B = \dfrac{1}{(e^{2x})^2}$

$C = \dfrac{1}{(e^{-x})^6}$ $\qquad$ $D = \dfrac{1}{(e^{-x})^6} \times e^{3x}$

$E = \dfrac{e^{3-2x} \times (e^x)^5}{e^{x-2}}$

10 Démontrer que, pour tout réel x, on a :

$$\frac{1}{1 + e^{-x}} = \frac{e^x}{e^x + 1}.$$

11 Démontrer que, pour tout réel x, on a :

$$e^{-x} - e^{-2x} = \frac{e^x - 1}{e^{2x}}.$$

13 Pour chacune des suites ci-dessous dont on donne le terme général, montrer qu'il s'agit d'une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

1. $u_n = \exp(-2n)$

2. $u_n = \exp(3n) \times \exp(5n)$

3. $u_n = \dfrac{\exp(-n + 2) \times \exp(5n - 4)}{\exp(n - 2)}$

4. $u_n = \dfrac{\exp(2) \times \exp(-n + 5)}{\exp(7) \times \exp(6n)}$