

99

Plutôt STMG et STHR La production d'une entreprise ★★

UN PEU DE GESTION

- Le **coût moyen unitaire** (d'un article) quand on en a fabriqué q est $C_m(q) = \frac{C(q)}{q}$ où $C(q)$ est le **coût total de production** pour q articles.
- On peut se reporter aux applications à la gestion dans l'Essentiel et à l'exercice résolu 10 du cours.

Une entreprise fabrique chaque mois une quantité q d'un certain produit, en tonnes. Le coût total de production est donné en euros pour tout nombre q de l'intervalle $[10, 100]$ par : $C(q) = 3q^2 + 40q + 2\,700$.

On définit le **coût moyen unitaire** de production pour toute quantité produite q , par : $C_m(q) = \frac{C(q)}{q}$.

$C_m(q)$ est le *coût moyen unitaire de production d'une tonne de produit quand on en a fabriqué q* .

1. Vérifier que, pour tout q de $[10, 100]$:

$$C_m(q) = 3q + 40 + \frac{2\,700}{q}.$$

2. On désigne par C'_m la fonction dérivée de la fonction C_m sur $[10, 100]$.

Démontrer que, pour tout q de $[10, 100]$:

$$C'_m(q) = \frac{3(q-30)(q+30)}{q^2}.$$

3. Étudier le signe de $C'_m(q)$ lorsque x varie dans $[10, 100]$.

4. Établir le tableau de variation de la fonction C_m sur $[10, 100]$.

5. Déterminer la valeur q_0 de q pour laquelle le coût moyen unitaire est minimal.