

Statistiques : Proportions, Évolutions

Seconde 9

1 Proportions et pourcentages

1.1 Populations

Définition 1. En statistiques, on étudie des **populations**, c'est-à-dire des ensembles d'éléments appelés **individus**.

Exemple. Les ensembles suivants sont des populations pouvant faire l'objet d'études statistiques.

- Le sport préféré des habitants de Villeneuve-Le-Roi ;
- Les initiales des élèves d'un lycée ;
- Le poids de pièces de métal fabriquées par une machine.
-
-

Définition 2. On appelle **sous-population** d'une population P une partie des individus de P .

Exemple. On donne des exemples de sous-population correspondant aux populations données ci-dessus :

- Les sports collectifs ;
- Les initiales commençant par des voyelles ;
- Les pièces pesant plus de 3.8 kg ;
-
-

Définition 3. On considère une population P de N individus et une sous-population S de P de n individus. Alors la **proportion** de S par rapport à P , notée p , est donné par

$$p = \frac{n}{N}$$

Remarque. Pour obtenir la proportion d'une sous-population, on divise le nombre d'individus **concernés** par le nombre **total** d'individus.

Exemple. On vide une trousse de tous ses stylos (il y en a 15), et on compte le nombre de stylos rouges (il y en a 3).

- a) Quelle est la population étudiée ? Et la sous-population ?
- b) Quelle est la proportion de stylos rouges dans cette trousse ?

1.2 Pourcentages

Remarque. Si l'on souhaite avoir la proportion p sous la forme de **pourcentage**, il suffit de la multiplier par 100.

Exemple. On considère les 56 animaux d'un zoo : il y a 28 lions, 12 zèbres et 16 alligators.

- a) Quelle est la population étudiée ?
- b) Quelles sont les différentes sous-populations à l'étude ?
- c) Donner la proportion de lions (p_L), de zèbres (p_Z) et d'alligators (p_A) **en pourcentage**.

Remarque.

- Si l'on connaît la nombre total d'individus N et la proportion p de la sous-population S , alors on obtient le nombre d'individus n de S en faisant

$$n = p \times N$$

- Autrement dit, prendre $p\%$ de N , c'est multiplier N par $\frac{p}{100}$.
- Si l'on connaît n et p , alors le nombre total d'individu N est donné par

$$N = \frac{n}{p}$$

- Autrement dit, si n représente $p\%$ de la population totale, alors le nombre total d'individu est donné par

$$N = \frac{n}{p} 100$$

Exemple.

- a) Dans le lycée A , il y a 650 élèves, dont 20% de secondes. Combien y a-t-il de secondes ?
- b) Il y a 50 terminales dans le lycée B , et ils représentent 25% de l'ensemble des élèves. Combien y a-t-il d'élèves au total dans le lycée B ?

1.3 Proportions de proportions

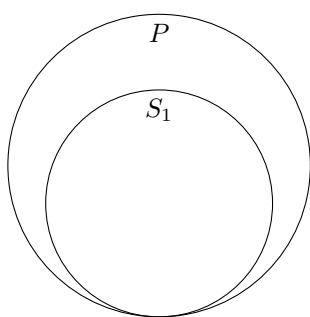
Exemple. Dans un stade de 1600 spectateurs, 40% sont venus supporter l'équipe bleue. Parmi les supporters de l'équipe bleue, seul 60% d'entre eux ont acheté une boisson. Combien de spectateurs sont à la fois supporter de l'équipe bleue et ont acheté une boisson ?

Proposition 1. Soit P une population, S_1 une sous-population de P , et S_2 une sous-population de S_1 . Alors, S_2 est une sous-population de P .

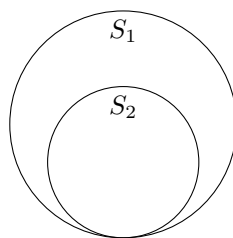
De plus, si on note p_1 la proportion de S_1 par rapport à P et p_2 la proportion de S_2 par rapport à S_1 , alors la proportion de S_2 par rapport à P est donnée par

$$p = p_1 \times p_2$$

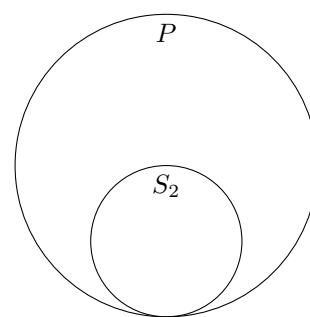
Remarque. a) La situation peut-être schématisée ainsi :



Proportion = p_1



Proportion = p_2



Proportion = $p_1 \times p_2$

b) **Attention si les proportions sont données en pourcentages !** Dans ce cas, si l'on a $p_1\%$ et $p_2\%$, la proportion de proportions correspondante est

$$\frac{p_1}{100} \times \frac{p_2}{100}$$

Exemple. Dans un autre stade (dont on ignore le nombre de spectateurs), 40% sont venus supporter l'équipe bleue. Parmi les supporters de l'équipe bleue, seul 60% d'entre eux ont acheté une boisson. **Quelle est la proportion de spectateurs étant à la fois supporter de l'équipe bleue et ayant acheté une boisson ?**