

# Théorème de Pythagore « général »

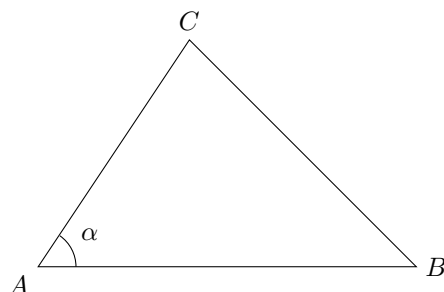
Première Spécialité Mathématiques

4 Septembre 2024

On pose un triangle  $ABC$  quelconque. Si le triangle est rectangle en  $A$ , alors le théorème de Pythagore nous assure que  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ . On se pose la question de la valeur  $P$  définie par

$$P = \frac{1}{2} (AB^2 + AC^2 - BC^2)$$

dans le cas où  $ABC$  est quelconque. On suppose pour commencer que l'angle  $\widehat{BAC}$  est aigu ( $\alpha < 90^\circ$ ), comme représenté ci-dessous.



- 1) Tracer le cas où l'angle  $\widehat{BAC}$  est obtu ( $\alpha > 90^\circ$ ).
- 2) Rappeler la définition de projeté orthogonal d'un point sur une droite. Placer le point  $H$ , projeté orthogonal de  $C$  sur la droite  $(AB)$ .
- 3) Démontrer que

$$P = \frac{1}{2} (AH^2 + AB^2 - BH^2)$$

- 4) En déduire que  $P = AB \times AH$ . (*Indication : écrire  $BH$  en fonction de  $AH$  et de  $AB$* )
- 5) En déduire que  $P = AB \times AC \times \cos(\alpha)$ .
- 6) Que dire du cas où l'angle  $\widehat{BAC}$  est obtu ?