3 Probabilités conditionnelles

Définition 1. *Soit une expérience aléatoire d'univers Ω, et A, B deux événements de Ω. On suppose de plus que $P(A) \neq 0$. Alors, la* ***probabilité de** B **sachant*** *A, noté $P_A(B)$, est la probabilité que B se réalise tout en sachant que A s'est déjà réalisé.*

Proposition 2. *Soit une expérience aléatoire d'univers Ω, et A, B deux événements de Ω. On suppose de plus que $P(A) \neq 0$. Alors, on a la formule*

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Proposition 3 (Formule des probabilités composées)**.** *Soit une expérience aléatoire d'univers Ω, et A, B deux événements de Ω. On suppose de plus que $P(A) \neq 0$. Alors,*

$$P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$$

Remarque. *Cette formule correspond à la multiplication des poids d'**une branche** dans un arbre pondéré de probabilités.*

Proposition 4 (Formule des probabilités totales)**.** *Soit une expérience aléatoire d'univers Ω, et A et B deux événements de Ω. Alors,*

$$P(B) = P(A) \times P_A(B) + P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B)$$

Remarque. *Cette formule correspond à la somme des probabilités de **chaque branche** réalisant l'événement B dans un arbre pondéré de probabilités.*

Exemple. *Il y a dans une urne trois boules rouges et deux boules noires. On tire deux boules successivement, sans remise. On pose A l'événement ≪ la première boule est rouge ≫et B l'événement ≪ la deuxième boule est rouge ≫.*

a) Donner $P_A(B)$ à l'aide du contexte.

b) Calculer $P(A \cap B)$.

c) Calculer $P(B)$.