Contrôle n°2 : Dérivation Locale, Discriminant

Première Spécialité Mathématiques

17 Novembre 2025

- Tout effort de recherche, même non abouti, sera valorisé.
- Les exercices sont indépendants, et peuvent être faits dans l'ordre de votre choix.
- Sauf mention contraire, toute réponse devra être justifiée.
- L'utilisation de la calculatrice est **Interdite**.

Exercice 1 : Dérivée (5 points)

En rédigeant convenablement votre réponse, donner :

(a) (2,5 points) le nombre dérivé de la fonction $f\colon x \mapsto x^2 + 5x - 13$ en $a = 3$;

(b) (2,5 points) le nombre dérivé de la fonction $g\colon x \mapsto 5x^2 - 1$ en $a = -1$.

Exercice 2 : Discriminant (5 points)

(a) (1 point) Rappeler la formule du discriminant d'une fonction polynomiale du second degré $f\colon x \mapsto ax^2 + bx + c$.

(b) (4 points) Déterminer les racines de chaque fonction polynomiale du second degré ci-après :

i. (1 point) $f\colon x \mapsto 2x^2 - 6x - 8$;

ii. (1 point) $g\colon x \mapsto 4x^2 - 4x + 2$;

iii. (1 point) $h\colon x \mapsto x^2 - 12x + 36$;

iv. (1 point) $j\colon x \mapsto 6x^2 - 12x$;

Exercice 3 : Méthode de Héron (8 points)

La méthode de Héron est une méthode permettant de calculer la valeur numérique de n'importe quelle racine carrée. Ici, nous allons étudier la valeur numérique de $\sqrt{2}$.

(a) (1 point) On pose la fonction $f : x \mapsto x^2 - 2$. Montrer que les racines de cette fonction sont $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$.

(b) La méthode de Héron consiste en réalité à calculer numériquement une approximation d'une racine de f. Pour cela, on pose $a = 1$.

i. (1 point) En justifiant de son existence, montrer que le nombre dérivé de f en a est 2.

ii. (2 points) Rappeler l'expression de l'équation de la tangente à la courbe représentative de f en un point d'abscisse a. En déduire que l'équation de la tangente pour $a = 1$ vaut :

$$y = 2x - 3$$

iii. (1 point) Montrer que le point d'intersection de cette tangente avec l'axe des abscisses a pour abscisse $x = \frac{3}{2}$.

(c) (2 points) Le principe de la méthode de Héron consiste à refaire les questions de la partie *b* avec cette fois-ci $a = \frac{3}{2}$. C'est-à-dire trouver l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ en le point d'abscisse $a = \frac{3}{2}$, puis déterminer l'abscisse x en laquelle cette nouvelle tangente intersecte l'axe des abscisses.
On donne $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{4}$ et $f'\left(\frac{3}{2}\right) = 3$. En déduire l'équation de la tangente correspondante, puis montrer que l'abscisse x recherchée vaut $\frac{17}{12}$.

(d) (1 point) En continuant cette méthode, a va successivement prendre les valeurs 1 ; $\frac{3}{2}$; $\frac{17}{12}$; $\frac{577}{408}$ ...En effectuant chacune de ces divisions, on obtient un nombre approchant de plus en plus la valeur numérique de $\sqrt{2}$.
Sur quelle fonction appliquer la méthode de Héron afin de calculer des valeurs numériques approchées de $\sqrt{3}$?