# Suites Numériques

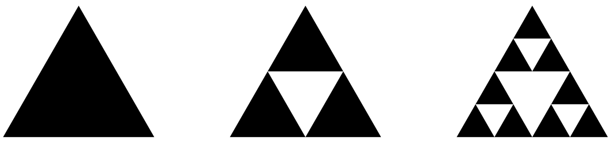
Première Spécialité Mathématiques

## 1 Définition d'une suite

**Définition 1.** *Une **suite numérique réelle** est une fonction $u$ définie sur $\mathbb{N}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note l'image $u(n)$ sous le format $u_n$, qui se lit « $u$ indice $n$ ». Cette image est appellée **terme de rang $n$ de** $u$.*

**Exemple.** *De nombreux phénomènes ne présentent pas de continuité, et peuvent être modélisés par des suites.*

- *Le chiffre d'affaire d'une entreprise $n$ mois après sa création.*
- *Le nombre de façons de ranger $n$ figurines sur une étagère.*
- *L'aire de la figure suivante après la $n$-ième étape.*



*Étape* 0 *Étape* 1 *Étape* 2

**Remarque.** *Une suite peut-être présentée sous la forme d'une séquence de nombres. Dans ce cas, le premier nombre de cette liste correspond au terme d'indice* 0.

Pour parler d'une suite $u$ en toute généralité, on la note $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

**Remarque.** *Ainsi, on ne confondra pas les notations $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ (la suite en toute généralite) et $u_n$ (le $n^e$ terme de la suite).*

**Définition 2.** *Si l'on connait $f(n)$ une expression dépendant de $n$ telle que pour tout $n$, $u_n = f(n)$, alors on dit que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie de façon **explicite**.*

**Exemple.** *Pour chacune des définitions explicites de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ données ci-dessous, donner les 4 premiers termes $u_0; u_1; u_2$ et $u_3$.*

- $u_n = 3n + 1$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$ : ..............................
- $u_n = 5 \times 2^n$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$ : ..............................
- $u_n$ = *« Le nombre de lettres dans l'écriture en français de $n$ », pour tout $n \in \mathbb{N}$ :* ..............................

**Définition 3.** *Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique. On dit que $u_n$ est définie **par récurrence** si $u_0$ est connue, et si pour tout $n \in \mathbb{N}$, le terme $u_{n+1}$ est obtenu en fonction de $u_n$.*

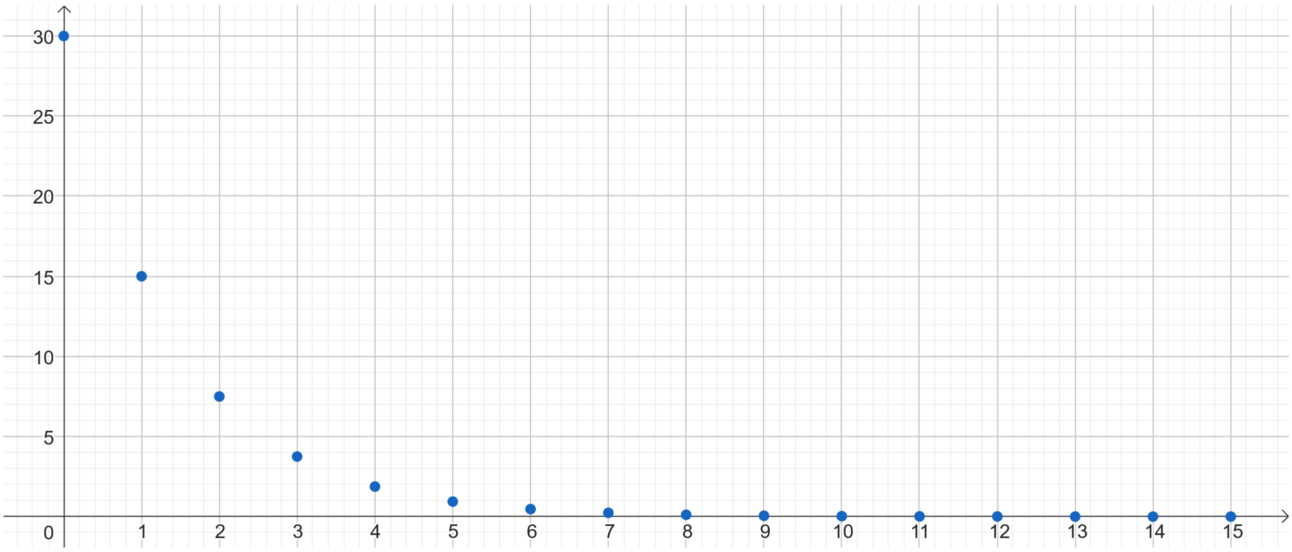
**Exemple.** *Pour chacune des définition par récurrence de $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$, calculer les 4 premiers termes $v_0; v_1; v_2$ et $v_3$.*

- $v_0 = 6$ *et* $v_{n+1} = v_n + 4$ : ..............................
- $v_0 = 2$ *et* $v_{n+1} = 5 \times v_n$ : ..............................

# 2 Étude de suites

## 2.1 Représentation graphique

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique. Pour représenter $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sur un repère orthonormé, on y fait figurer les points de coordonnées $(n; u_n)$.




## 2.2 Variation de suites

**Définition 4.** *Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique.*

- *On dit que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est **croissante** si et seulement si pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n \leq u_{n+1}$.*
- *On dit que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est **décroissante** si et seulement si pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} \leq u_n$.*

**Proposition 1.** *Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique.*

- *La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante si et seulement si, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n \geq 0$.*
- *La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante si et seulement si, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n \leq 0$.*

**Exemple.** *Étudier les variations des suites suivantes :*

a) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *définie par* $u_n = 8 + 4n$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$.

b) $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *définie par* $v_0 = 64$ *et* $v_{n+1} = \dfrac{v_n}{2}$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$.

c) $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *définie par* $w_n = \dfrac{n}{n+1}$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$.

d) $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *définie par* $z_n = (-1)^n$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$.