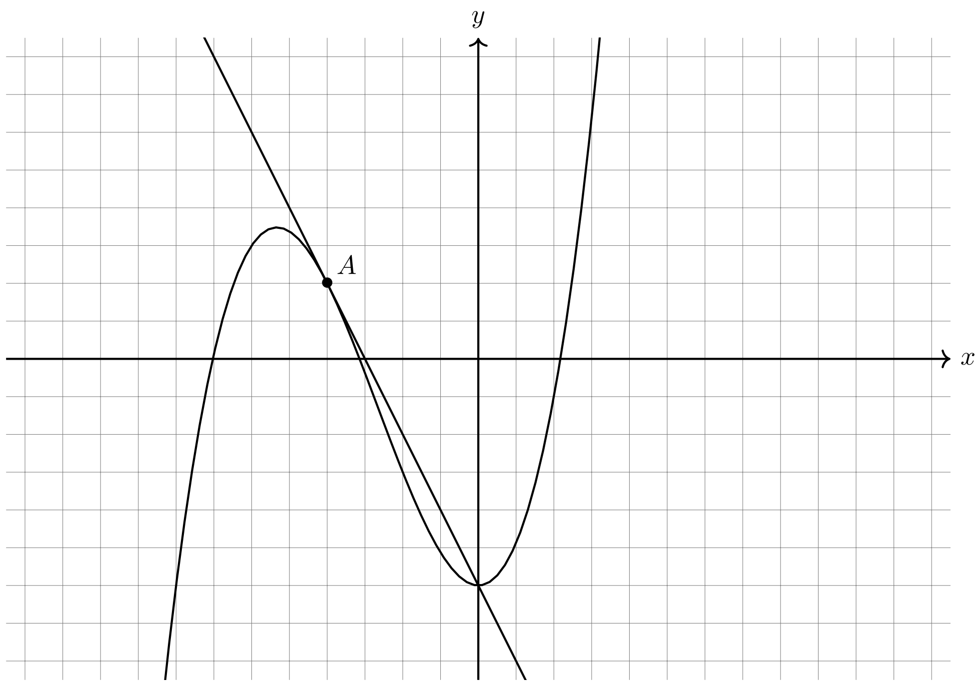
Dérivation locale et globale

Terminale STMG1

1 Définition de la fonction dérivée

Remarque. *Soit f une fonction définie sur un intervalle I, dont la courbe représentative est notée $\mathcal{C}_f$. Soit $a \in I$, on note $A(a; f(a))$ un point de la courbe $\mathcal{C}_f$. La tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ en A (quand elle existe), est une droite passant par A et « frôlant »la courbe $\mathcal{C}_f$.*



Exercice. *Placer deux points B et C sur la courbe $\mathcal{C}_f$, puis tracer les deux tangentes à $\mathcal{C}_f$ en B et C.*

Définition 1. *Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On dit que la fonction est **dérivable** sur I si pour tout $a \in I$, la courbe représentative de f, $\mathcal{C}_f$ admet une tangente en $A(a; f(a))$.*

Définition 2. *Soit f une fonction définie et dérivable sur I. Alors, on appelle f' la **fonction dérivée de** f la fonction définie sur I qui à tout $a \in I$ associe la pente de la tangente de $\mathcal{C}_f$ en $A(a; f(a))$.*

Remarque. *Étant donné une fonction f, déterminer si f est dérivable et calculer sa fonction dérivée f' le cas échéant permet d'évaluer les variations de f. En effet, le tableau de signe de f' permet d'établir le tableau de variation de f.*

Exercice. *Soit $f : x \mapsto x^3 - 9x^2 + 24x$ définie sur $\mathbb{R}$. On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que sa fonction dérivée est donnée par*

$$f' : x \mapsto 3x^2 - 18x + 24$$

a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f'(x) = 3(x-2)(x-4)$$

b) Compléter le tableau de signe de f' puis en déduire le tableau de variation de f.

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
Signe de $(x-2)$		0		
Signe de $(x-4)$			0	
Signe de f'		0	0	
Variation de f				

2 Calcul de dérivée

Proposition 1. *Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que, pour $x \in \mathbb{R}$, $f(x)$ est de la forme*

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

. Alors, f est dérivable sur $\mathbb{R}$, et sa dérivée vaut, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f'(x) = a_n n x^{n-1} + a_{n-1}(n-1)x^{n-2} + \cdots + a_1$$

Exemple. *Vérifier que la fonction $f : x \mapsto x^3 + 5x^2 - 4x + 2$ est dérivable, puis calculer sa dérivée.*