

Contrôle n°3 : Fonctions inverses ; suites géométriques

TSTMG1

9 Janvier 2026

- Tout effort de recherche, même non abouti, sera valorisé.
- Les exercices sont indépendants, et peuvent être faits dans l'ordre de votre choix.
- Sauf mention contraire, toute réponse devra être justifiée.
- L'utilisation de la calculatrice est **Autorisée**.

Exercice 1 : Sommes géométrique (6 points)

Calculer les sommes géométriques suivantes :

- (a) (2 points) $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{10}$
- (b) (2 points) $1 + 1,4 + 1,4^2 + \dots + 1,4^{25}$
- (c) (2 points) $1 + 0,7 + 0,7^2 + \dots + 0,7^{34}$

Exercice 2 : Fonction inverse (7 points)

Soit $f : x \mapsto 4x - 500 + \frac{676}{x}$ définie sur $[-20; 10]$.

- (a) (1 point) On admet que f est dérivable sur $[-20; 10]$. Montrer que pour tout x dans $[-20; 20]$,

$$f'(x) = 4 - \frac{676}{x^2}$$

- (b) (2 points) En déduire que pour tout x dans $[-20; 10]$,

$$f'(x) = \frac{4(x - 13)(x + 13)}{x^2}$$

- (c) (2 points) Compléter le tableau de signes de f' et le tableau de variations de f :

x	-20	10
Signe de $x - 13$		
Signe de $x + 13$		
Signe de f'		
Variations de f		

(d) (2 points) En déduire le minimum de la fonction, et pour quel x ce minimum est atteint.

Exercice 3 : Suite arithmético-géométrique (7 points)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par la relation de récurrence suivante :

$$\begin{cases} u_0 &= 4 \\ u_{n+1} &= 9u_n + 24 \end{cases}$$

(a) (0,5 points) Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

(b) (0,5 points) La suite (u_n) est-elle géométrique ? arithmétique ?

(c) (1 point) Soit (v_n) la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$v_n = u_n + 3$$

(d) (1 point) Calculer v_0 .

(e) (2 points) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 9.

(f) (0,5 points) En déduire une formule explicite de v_n en fonction de n .

(g) (1 point) En déduire une expression de u_n en fonction de n .

(h) (0,5 points) Calculer u_{20} .