

Variables Aléatoires

Terminale STMG1

1 Espérance d'une variable aléatoire

Définition 1. Soit une expérience aléatoire d'univers Ω . Une **variable aléatoire** est une fonction définie sur Ω et à valeur dans \mathbb{R} .

Exemple. On donne des exemples de variables aléatoires :

Expérience	Variable aléatoire X
On lance un dé à six faces	Le gain X correspondant au double du résultat
On sélectionne un élève du lycée au hasard	L'âge de l'élève sélectionné
On choisit un mot au hasard dans le dictionnaire	Le nombre de lettres du mot choisi

Définition 2. Soit X une variable aléatoire d'une expérience aléatoire d'univers Ω **fini**. Déterminer la **loi de X** correspond à établir la probabilité de chaque valeur possible de X .

Exemple. Dans une urne on dispose une boule rouge, deux boules vertes, et trois boules bleues. On mise 1€, et on tire au hasard une boule dans cette urne.

- Si la boule est rouge, on remporte le double de la mise.
- Si la boule est verte, on récupère sa mise.
- Si la boule est bleue, la mise est perdue.

On note X la mise obtenue. Déterminer la loi de X :

Valeur de X	$X = -1$	$X = 0$	$X = 1$
Probabilité			

Exemple. On tire au sort un nombre entier entre 1 et 10. La variable aléatoire X correspond au nombre de lettres pour écrire le nombre tiré au sort. Déterminer la loi de X .

Définition 3. Soit X une variable aléatoire d'une expérience aléatoire d'univers Ω fini. On suppose que X peut prendre les valeurs $x_1; x_2; \dots; x_n$. On appelle alors **espérance de X** , notée $E(X)$, la quantité

$$E(X) = x_1 \times P(X = x_1) + x_2 \times P(X = x_2) + \dots + x_n \times P(X = x_n)$$

Remarque. L'espérance de X correspond à la valeur moyenne que l'on peut espérer si l'on répète l'expérience un grand nombre de fois.

Exemple. Sur un jeu à gratter coûtant 1€, il est indiqué que sur 1 000 000 tickets :

- 1 permet de gagner 10 000€;
- 5 permettent de gagner 1000€;
- 100 permettent de gagner 500€;
- 1000 permettent de gagner 200€;
- 1500 permettent de gagner 100€;
- 3000 permettent de gagner 10€;
- 4000 permettent de gagner 1€;
- Le reste ne fait rien gagner du tout.

On appelle X le gain en € gagné après achat et grattage d'un ticket à gratter.

a) Déterminer la loi de X .

b) Calculer son espérance.