Évaluation n°2 : Nombre dérivé

Première Spécialité Mathématiques

13 Octobre

Version 1

Exercice 1 : À vos marques... (10 points)

Calculer le nombre dérivé de la fonction $f\colon x \mapsto 3x^2 + 5x + 1$ en $a = -2$.

Correction : Soit $h \neq 0$. On exprime le taux de variation de f entre $a+h$ et a.

$$\begin{aligned}
\frac{f(a+h)-f(a)}{h} &= \frac{3(-2+h)^2 + 5(-2+h) + 1 - (3\times(-2)^2 + 5\times(-2) + 1)}{h} \\
&= \frac{3((-2)^2 + 2\times(-2)\times h + h^2) + 5(-2+h) + 1 - (3\times(-2)^2 + 5\times(-2) + 1)}{h} \\
&= \frac{3(4 - 4h + h^2) - 10 + 5h + 1 - 12 + 10 - 1}{h} \\
&= \frac{12 - 12h + 3h^2 - 10 + 5h + 1 - 12 + 10 - 1}{h} \\
&= \frac{-7h + 3h^2}{h} \\
&= \frac{-7h}{h} + \frac{3h^2}{h} \\
&= -7 + 3h
\end{aligned}$$

Ce taux de variation admet une limite finie quand h tend vers 0. En effet,

$$\lim_{h\to 0} -7 + 3h = -7 + 3\times 0 = -7$$

On en déduit que f est dérivable en $a = -2$, et que

$$f'(-2) = 7$$

Évaluation n°2 : Nombre dérivé

Première Spécialité Mathématiques

13 Octobre

Version 2

Exercice 1 : À vos marques... (10 points)

Calculer le nombre dérivé de la fonction $f : x \mapsto 2x^2 + 7x + 4$ en $a = -3$.

Correction : Soit $h \neq 0$. On exprime le taux de variation de f entre $a + h$ et a.

$$\begin{aligned}
\frac{f(a+h) - f(a)}{h} &= \frac{2(-3+h)^2 + 7(-3+h) + 4 - (2 \times (-3)^2 + 7 \times (-3) + 4)}{h} \\
&= \frac{2((-3)^2 + 2 \times (-3) \times h + h^2) + 7(-3+h) + 4 - (2 \times (-3)^2 + 7 \times (-3) + 4)}{h} \\
&= \frac{2(9 - 6h + h^2) - 21 + 7h + 4 - 18 + 21 - 4}{h} \\
&= \frac{18 - 12h + 2h^2 - 21 + 7h + 4 - 18 + 21 - 4}{h} \\
&= \frac{-5h + 2h^2}{h} \\
&= \frac{-5h}{h} + \frac{2h^2}{h} \\
&= -5 + 2h
\end{aligned}$$

Ce taux de variation admet une limite finie quand h tend vers 0. En effet,

$$\lim_{h \to 0} -5 + 2h = -5 + 2 \times 0 = -5$$

On en déduit que f est dérivable en $a = -3$, et que

$$f'(-3) = -5$$