

Contrôle n°1 : Suites arithmétiques

TSTMG1

3 Octobre 2025

- Tout effort de recherche, même non abouti, sera valorisé.
- Les exercices sont indépendants, et peuvent être faits dans l'ordre de votre choix.
- Sauf mention contraire, toute réponse devra être justifiée.
- L'utilisation de la calculatrice est **Autorisée**.

Exercice 1 : Sommes arithmétiques (5 points)

- (a) (1 point) Rappeler la démonstration de la formule suivante, pour $n \in \mathbb{N}$:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

- (b) (4 points) Calculer les sommes suivantes :

- i. $2 + 4 + 6 + \cdots + 144$
- ii. $110 + 105 + 100 + \cdots + 40$
- iii. $30 + 42 + 54 + \cdots + 402$

Exercice 2 : Identification de suites arithmétiques (3 points)

Dans chacun des cas suivants, utiliser les informations données pour déterminer la raison et le terme u_{20} de la suite arithmétique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$. **Les questions sont indépendantes.**

- (a) (1 point) $u_0 = 7$; $u_1 = 13$; $u_2 = 19$
- (b) (1 point) $u_{19} = 90$; $u_{21} = 58$
- (c) (1 point) $u_{14} = 0$; $u_{17} = -5, 67$

Exercice 3 : Chiffre d'affaire (6 points)

Un service de VTC souhaite lancer une nouvelle offre d'abonnements. Deux versions sont expérimentées :

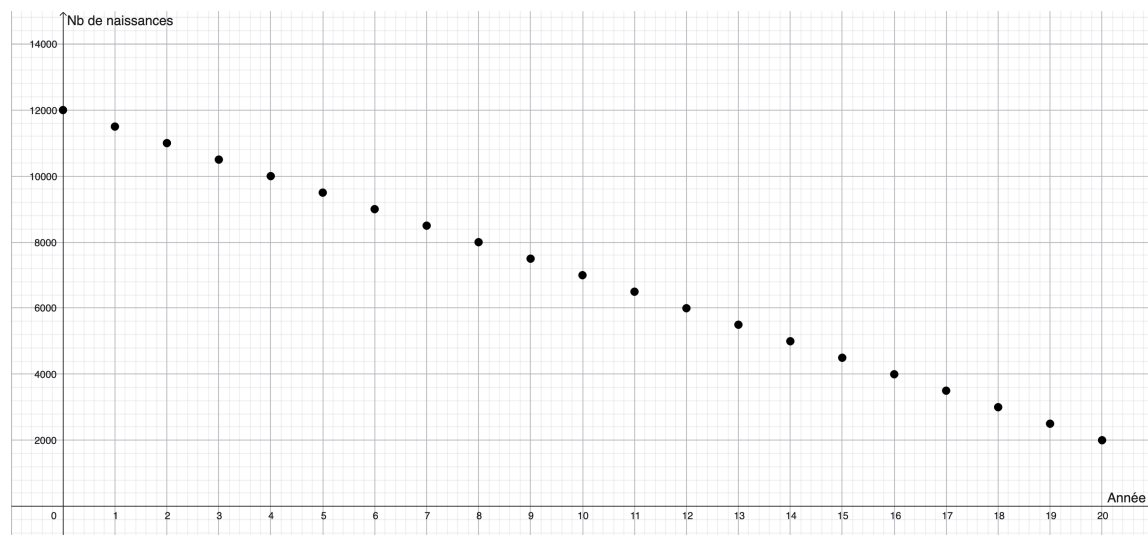
- La version *standard* qui coûte 80€ plus 15€ la course.
- La version *deluxe* qui coûte 160€, mais où chaque course coûte seulement 5€.

On pose s_n le prix de n courses pour une personne ayant souscrit à l'abonnement standard, et d_n le prix de n courses pour une personne ayant souscrit à l'abonnement deluxe.

- (a) (1 point) Calculer le prix de 0, 1 ou 2 courses pour chacun des abonnements.
- (b) (2 points) Exprimer s_n et d_n en fonction de n .
- (c) (1 point) En déduire le prix de 5 ; 10 et 20 courses pour chacun des abonnements.
- (d) (2 points) À partir de combien de courses l'abonnement deluxe est-il plus avantageux que l'abonnement standard ?

Exercice 4 : Biodiversité (6 points)

On étudie l'évolution des naissances d'un groupe de manchots empereurs. Chaque année, un nouveau comptage des naissances est effectué. Les résultats sont représentés sur le graphique ci-contre.



- (a) (0,5 points) On appelle m_n le nombre de naissances lors de l'année n . Donner les valeurs de m_0 et de m_4 .
- (b) (0,5 points) On suppose que la suite $(m_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est arithmétique. En déduire sa raison.
- (c) (1 point) Exprimer m_n en fonction de n . En déduire la valeur de m_{30} .
- (d) (2 points) Si la tendance continue, en quelle année le groupe n'observera aucune naissance ?
- (e) (2 points) Comptabiliser le nombre total de naissances dans ce groupe observé depuis le début de l'expérience (année 0) jusque 30 ans après le début de l'expérience.