Contrôle : Suites Géométriques

Terminale STMG2

21 Mars 2025

- **Une présentation soignée est de rigueur**.
- **Tout effort de recherche, même non abouti, sera valorisé**.
- **Toute résultat, sauf mention contraire, doit être justifié**.
- **La calculatrice est** AUTORISÉE.

Exercice 1 : Sommes géométriques (5 points)

(a) (3 points) Calculer les sommes suivantes, à l'aide de la formule du cours.

i. $S_1 = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{12}$

ii. $S_2 = 1 + 1,7 + 1,7^2 + 1,7^3 + \cdots + 1,7^8$

iii. $S_3 = 1 + 0,8 + 0,8^2 + 0,8^3 + \cdots + 0,8^{21}$

(b) (2 points) Démontrer que la somme $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{63}$ vaut

$$S = 2^{64} - 1$$

à l'aide de la démonstration du cours.

Exercice 2 : Évolutions successives (4 points)

Lors de l'année 2020, le prix du loyer moyen d'une métropole est de 1500 €. On estime que chaque année, le prix diminue de 5%. On pose (p_n) le prix de cette technologie lors de l'année $2020 + n$

(a) (1 point) Calculer p_1, p_2, et p_3.

(b) (1 point) Montrer que (p_n) est une suite géométrique, en précisant son premier terme et sa raison.

(c) (1 point) En déduire une expression explicite de p_n en fonction de n.

(d) (1 point) À partir de quelle année le loyer moyen sera inférieur à 800 € ?

Exercice 3 : Calcul de termes (6 points)

On suppose que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique. Dans chacun des contextes suivants, calculer u_5. Les questions sont indépendantes.

(a) (1 point) La raison de (u_n) est $q = 4$ et son premier terme est $u_0 = 8$.

(b) (1 point) La raison de (u_n) est $q = 3,5$ et $u_7 = 8$.

(c) (1 point) $u_4 = 15$ et $u_6 = 135$

(d) (1 point) $u_4 = 128$ et $u_6 = 32$

(e) (2 points) $u_6 = 49$ et $u_8 = 2401$

Exercice 4 : Suites arithmético-géométriques (5 points)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite définie par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = 3u_n + 1$.

(a) (0,5 points) Calculer u_1, u_2 et u_3.

(b) (1 point) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? La suite (u_n) est-elle géométrique ?

(c) (1,5 points) Pour tout n, on pose $v_n = u_n + 0,5$. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 3.

(d) (0,5 points) En déduire une expression de v_n en fonction de n.

(e) (0,5 points) En déduire une expression de u_n en fonction de n.

(f) (1 point) Calculer alors u_{15}.