

53 Tirage avec remise ★★

Un sac contient trois pions de couleurs différentes : un noir, un blanc et un rouge, notés respectivement N , B et R .

On prélève au hasard un pion, on note sa couleur et on le remet dans le sac. On recommence en prélevant un deuxième pion dont on note aussi la couleur.

Un résultat est un couple dont le premier élément est la couleur du pion tiré lors du premier tirage et le second la couleur du pion tiré lors du second tirage, par exemple (N, N) .

1. Décrire par un arbre tous les résultats possibles.

2. Tous les couples possibles sont équiprobables.

On considère les événements suivants :

E_1 : « le premier pion tiré est noir » ;

E_2 : « le deuxième pion tiré est noir ».

Toutes les probabilités sont à donner sous forme de fractions irréductibles.

a) Calculer $P(E_1)$ et $P(E_2)$.

b) Les deux événements E_1 et E_2 sont-ils indépendants ?

c) Calculer la probabilité que, sachant que les deux pions tirés sont de même couleur, les deux pions tirés sont noirs.

52 Deux défauts indépendants ★★★

L'objectif de l'exercice est d'étudier les performances d'une photocopieuse dans un centre de soins d'une grande mutuelle. Les copies réalisées avec cette photocopieuse peuvent présenter deux types de défaut :

- un défaut noté D_1 lié à la qualité du tambour de la photocopieuse ;

- un défaut noté D_2 lié à la qualité de l'encre en poudre utilisée.

On prélève une copie au hasard dans l'ensemble des copies réalisées pendant une journée donnée.

L'événement E_1 : « la copie prélevée présente le défaut D_1 » a pour probabilité $P(E_1) = 0,02$.

L'événement E_2 : « la copie prélevée présente le défaut D_2 » a pour probabilité $P(E_2) = 0,04$.

On admet que les événements E_1 et E_2 sont indépendants.

1. Exprimer en fonction des événements E_1 , E_2 chacun des deux événements suivants :

A : « la copie prélevée présente les deux défauts » ;

B : « la copie prélevée présente l'un au moins des deux défauts ».

2. Calculer les probabilités $P(A)$ et $P(B)$.

3. Calculer la probabilité de l'événement C : « la copie prélevée ne présente aucun défaut ».

51 Test de recrutement ★★★

Un grand laboratoire recrute chaque année des étudiants de niveau Bac + 2.

Une première sélection est effectuée à l'aide d'un test écrit sous forme de QCM ; les candidats retenus doivent ensuite passer un entretien.

Les candidats choisissent, selon leurs compétences, un test parmi deux. On admet que 40 % des candidats choisissent le premier test, à l'issue duquel 10 % sont sélectionnés et que le reste des candidats choisit le deuxième test, à l'issue duquel 30 % sont sélectionnés.

On prélève une fiche au hasard dans le fichier des candidats. Toutes les fiches ont la même probabilité d'être prélevées.

On définit les événements suivants :

T_1 : « le candidat choisit le premier test » ;

T_2 : « le candidat choisit le deuxième test » ;

S : « le candidat est sélectionné ».

1. À l'aide des informations contenues dans l'énoncé, déterminer les probabilités : $P(T_1)$, $P(T_2)$, $P_{T_1}(S)$, $P_{T_2}(S)$.

2. Calculer $P(S \cap T_1)$ et $P(S \cap T_2)$.

3. On admet que $S = (S \cap T_1) \cup (S \cap T_2)$ et que les événements $(S \cap T_1)$ et $(S \cap T_2)$ sont incompatibles ; calculer $P(S)$. En déduire $P(\bar{S})$.