

Contrôle n°1 : Calcul littéral, Proportions

Seconde 3

3 Octobre 2025

- Tout effort de recherche, même non abouti, sera valorisé.
- Les exercices sont indépendants, et peuvent être faits dans l'ordre de votre choix.
- Sauf mention contraire, toute réponse devra être justifiée.
- L'utilisation de la calculatrice est **Autorisée**.

Exercice 1 : Proportions (4 points)

Pour chacune des situations suivantes :

- i. Préciser la population et la sous-population à l'étude ;
 - ii. Calculer la valeur demandé, en précisant le calcul.
- (a) (1 point) Parmi les 180 abeilles d'une ruche, 45 d'entre elles sont des ouvrières. Quel est le pourcentage d'ouvrières dans cette ruche ?
- (b) (1 point) Dans un univers de science-fiction, 31% des personnages sont d'origine extraterrestre. On suppose qu'il y a 500 personnages dans cet univers, combien y a-t-il d'extraterrestres parmi eux ?
- (c) (2 points) J'ai participé au cadeau d'une amie à hauteur de 52€, ce qui représente 13% du prix total du cadeau. Quel est le prix total du cadeau ?

Exercice 2 : Équations (4 points)

- (a) (2 points) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

- i. (1 point) $-6x + 9 = 18 - x$
- ii. (1 point) $x(x - 6) = (x + 10)(x - 1)$

- (b) (2 points) Une sortie scolaire coûte initialement 11€ à tous les élèves. Cependant, le jour de la sortie, 4 élèves sont absents, et le prix de la sortie coûte 13€ à tous les participants restants. En posant n le nombre d'élèves initialement prévus, exprimer la situation sous forme d'équation et la résoudre dans \mathbb{R} .

Exercice 3 : Carré d'entier successifs (6 points)

- (a) (1 point) Vérifier les égalités suivantes :

$$3^2 - 2^2 = 3 + 2$$

$$10^2 - 9^2 = 10 + 9$$

$$25^2 - 24^2 = 25 + 24$$

- (b) (1 point) On souhaite montrer l'affirmation suivante :

La différence des carrés de deux nombres entiers positifs correspond à la somme de ces deux entiers.

Pour cela, on pose n un entier quelconque. Justifier que l'énoncé se traduit par l'égalité $(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n$

- (c) (2 points) Démontrer que l'égalité précédente est vraie.
 (d) (2 points) Montrer de la même manière une méthode pour calculer facilement $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$, et en déduire la valeur de $101^2 - 99^2$.

Exercice 4 : Factorisation (6 points)

- (a) (2 points) Factoriser les expressions suivantes, par la méthode du facteur commun ou à l'aide d'une identité remarquable :

- i. $48a + 52b$
- ii. $x^2 + 14x + 7$
- iii. $81p^2 - 45p$
- iv. $64 - m^2$

- (b) (2 points) On s'interesse à la méthode de résolution d'équations du second degré comme $x^2 + 4x - 5 = 0$.

- i. En développant, montrer que $x^2 + 4x - 5 = (x + 2)^2 - 9$.
- ii. En factorisant, montrer alors que $x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1)$.

On en déduit dans ce cas que les solutions de l'équation $x^2 + 4x - 5 = 0$ sont -5 et 1 (en prenant l'opposé des nombres apparaissant dans la forme factorisée).

- (c) (2 points) En s'inspirant de la méthode précédente, factoriser les expressions permettant de résoudre les équations suivantes. On utilisera l'indication sans avoir besoin de la justifier.

- i. $x^2 - 8x - 9 = 0$ (Indication : On a $x^2 - 8x - 9 = (x - 4)^2 - 25$)
- ii. $x^2 - 18x + 80 = 0$ (Indication : On a $x^2 - 18x + 80 = (x - 9)^2 - 1$)