

## 4 Variations de fonctions dérivables

**Proposition 4.** Soit  $f$  une fonction définie et dérivable sur un intervalle  $I$ .

- La fonction  $f$  est **croissante** sur  $I$  si et seulement si  $f'$  est **positive** sur  $I$ .
- La fonction  $f$  est **décroissante** sur  $I$  si et seulement si  $f'$  est **négative** sur  $I$ .
- La fonction  $f$  est **constante** sur  $I$  si et seulement si  $f'$  est **nulle** sur  $I$

**Remarque.** — Cela correspond à l'intuition grâce à laquelle la dérivée a été construite, c'est-à-dire que  $f'(x)$  est la pente de la tangente à la courbe représentative de  $f$  en le point  $(x; f(x))$ .

- Ce sont des équivalences. Si la fonction est croissante, alors sa dérivée est positive. Si la dérivée d'une fonction est positive, alors cette fonction est croissante.

**Exemple.** Soit  $f : x \mapsto x^2 - 2x + 1$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

- a) Donner l'expression de la dérivée de  $f$ .
- b) Étudier le signe de  $f'$  à l'aide d'un tableau de signe.

$x$	$-\infty$	$\dots$	$+\infty$
<i>Signe de <math>f'</math></i>			

- c) En déduire le tableau de variations de  $f$ .

$x$	$-\infty$	$\dots$	$+\infty$
<i>Variations de <math>f</math></i>			