

Triplets d'Erdős

Seconde 9

13 Janvier 2024

Le mathématicien hongrois Paul Erdős (1913-1996) a émis la conjecture suivante : « Tout nombre rationnel de la forme $\frac{4}{n}$, avec n entier supérieur ou égal à 2, peut être écrit comme somme de trois fractions unitaires, c'est-à-dire qu'il existe trois entiers naturels non nuls x, y et z tels que :

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

On peut présenter les premiers triplets dans le tableau suivant (en rangeant les entiers x, y et z dans l'ordre croissant).

n	x	y	z	
2	1	2	2	$\frac{4}{2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
3	2	2	3	$\frac{4}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$
4	2	4	4	$\frac{4}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

- 1 Trouver deux autres triplets $(x; y; z)$ pour $n = 3$ et un autre pour $n = 4$.
- 2 Poursuivre et compléter le tableau jusqu'à $n = 12$. On pourra au choix tester différents triplets $(x; y; z)$ et donner la valeur de n associée ou se donner une valeur de n et chercher des triplets associés.