

4 Somme géométrique

Définition 4. Soit un entier naturel n et un réel q . La somme $1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ est appelée **somme géométrique de raison q** et est notée

$$\sum_{i=0}^n q^i$$

Proposition 3. Soit un entier naturel n et un réel q **différent de 1**. Alors, la somme géométrique de raison q vaut

$$\sum_{i=0}^n q^i = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

Remarque. Si $q = 1$, alors $\sum_{i=0}^n q^i = n$.

Exemple. Calculer les sommes géométriques suivantes :

a) $1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^8 = \sum_{i=0}^9 2^i$

b) $1 - 3 + (-3)^2 + \cdots + (-3)^{12} = \sum_{i=0}^{12} 2(-3)^i$

Proposition 4. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison $q \neq 1$, et N un entier naturel. Alors la somme des N premiers termes de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est donnée par :

$$u_0 + u_1 + \cdots + u_N = \sum_{i=0}^N u_i = u_0 \frac{q^{N+1} - 1}{q - 1}$$