Télécommunications

Département sciences du numérique
Première année

Transmissions Bande de Base

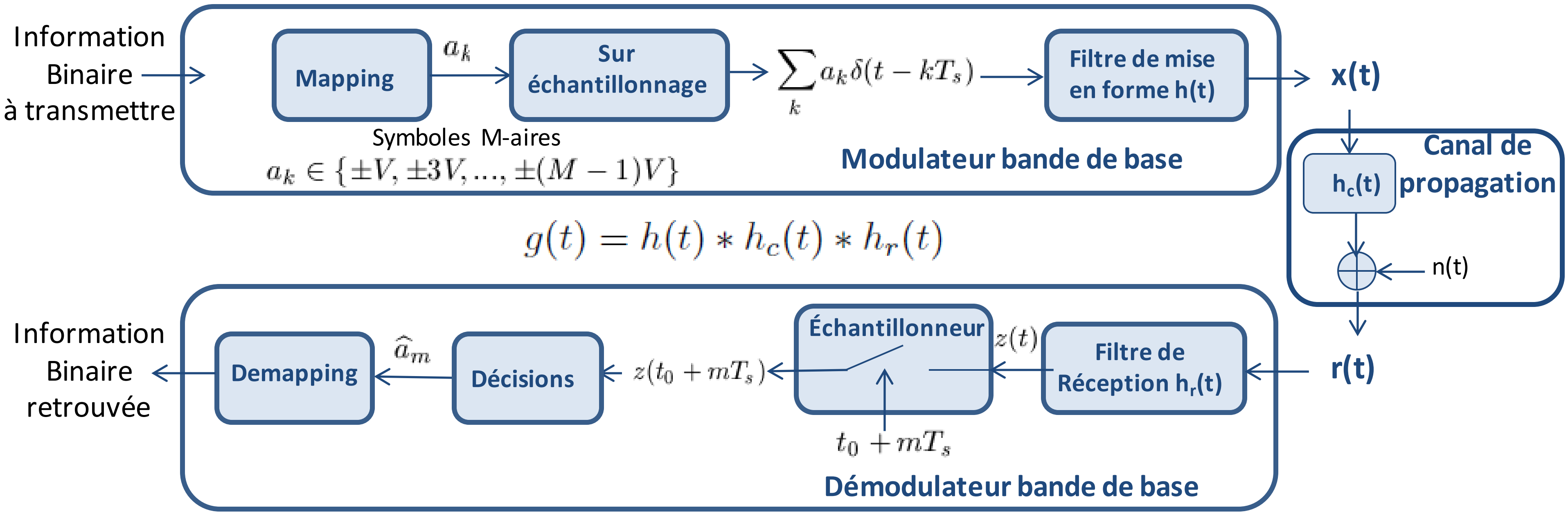
Nathalie Thomas, IRIT/ENSEEIHT
Nathalie.Thomas@enseeiht.fr

Télécommunications
Transmissions en bande de base

1) Modulation numérique en bande de Base et notion d'efficacité spectrale
    1) Définition du modulateur bande de base
    2) DSP du signal modulé => bande nécessaire à la transmission
    3) Efficacité spectrale de la transmission
2) Interférences entre symboles et critère de Nyquist
    1) Problème de l'interférence entre symboles,
    2) Critère de Nyquist dans le domaine temporel,
    3) Diagramme de l'œil,
    4) Critère de Nyquist dans le domaine fréquentiel,
    5) Impact du canal de propagation
3) Impact du bruit dans la chaine de transmission et notion d'efficacité en puissance
    1) Filtrage adapté,
    2) Règle de décision,
    3) Taux d'erreur symbole et taux d'erreur binaire,
    4) Efficacité en puissance de la transmission.

Impact du bruit dans la chaine de transmission

Filtrage adapté



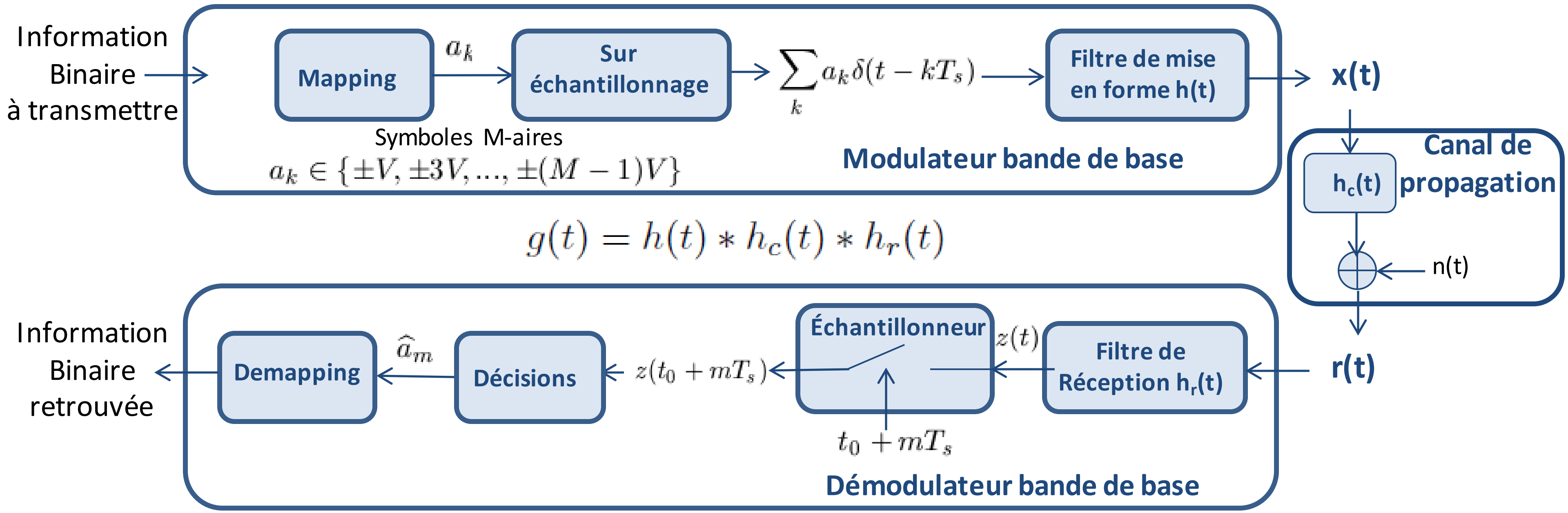
Quand le critère de Nyquist est vérifié :

$$z(t_0+mT_s) = a_m g(t_0) + w(t_0+mT_s)$$

Terme utile

Bruit
(filtré et échantillonné)
Gaussien, puissance σ_w^2

Impact du bruit dans la chaine de transmission
Filtrage adapté



$$g(t) = h(t) * h_c(t) * h_r(t)$$

<u>Quand le critère de Nyquist est vérifié :</u>

$$z(t_0 + mT_s) = a_m g(t_0) + w(t_0 + mT_s)$$

Terme utile

Bruit (filtré et échantillonné) **Gaussien, puissance σ_w^2**

➡ Rapport signal sur bruit aux instants de décision :

$$SNR = \frac{P_{[a_m g(t_0)]}}{P_w} = \frac{\sigma_a^2 \, |g(t_0)|^2}{\sigma_w^2}$$

Impact du bruit dans la chaine de transmission

Filtrage adapté

$$z(t_0 + mT_s) = a_m g(t_0) + w(t_0 + mT_s)$$

$$SNR = \frac{P_{[a_m g(t_0)]}}{P_w} = \frac{\sigma_a^2 \left|g(t_0)\right|^2}{\sigma_w^2}$$

Filtrage adapté

$$z(t_0 + mT_s) = a_m g(t_0) + w(t_0 + mT_s)$$

$$SNR = \frac{P_{[a_m g(t_0)]}}{P_w} = \frac{\sigma_a^2 \left|g(t_0)\right|^2}{\sigma_w^2}$$

$$\boxed{\text{Maximiser } SNR \Leftrightarrow \text{Maximiser } \frac{|g(t_0)|}{\sigma_w}}$$

Impact du bruit dans la chaine de transmission
Filtrage adapté

$$z(t_0 + mT_s) = a_m g(t_0) + w(t_0 + mT_s)$$

$$SNR = \frac{P_{[a_m g(t_0)]}}{P_w} = \frac{\sigma_a^2 \, |g(t_0)|^2}{\sigma_w^2}$$

$$\boxed{\text{Maximiser } SNR \Leftrightarrow \text{Maximiser } \frac{|g(t_0)|}{\sigma_w}}$$

$$\frac{|g(t_0)|}{\sigma_w} = \frac{\left|\int_R G(f) e^{j2\pi f t_0} df\right|}{\sqrt{\int_R S_w(f) df}} = \frac{\left|\int_R H(f) H_c(f) H_r(f) e^{j2\pi f t_0} df\right|}{\sqrt{\frac{N_0}{2}\int_R |H_r(f)|^2 \, df}} \leq \frac{\left\{\int_R |H(f) H_c(f)| \, df\right\}^{1/2} \left\{\int_R |H_r(f)|^2 \, df\right\}^{1/2}}{\left\{\frac{N_0}{2}\int_R |H_r(f)|^2 \, df\right\}^{1/2}}$$

Inégalité de Cauchy-Schwarz

(Inégalité de Cauchy-Schwarz : $\left|\int_{-\infty}^{\infty} a(f) b^*(f) df\right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} a(f) a^*(f) df \int_{-\infty}^{\infty} b(f) b^*(f) df$, égalité pour $a(f) = \lambda b(f)$)

Impact du bruit dans la chaine de transmission

Filtrage adapté

$$z(t_0 + mT_s) = a_m g(t_0) + w(t_0 + mT_s)$$

$$SNR = \frac{P_{[a_m g(t_0)]}}{P_w} = \frac{\sigma_a^2 \, |g(t_0)|^2}{\sigma_w^2}$$

$$\boxed{\text{Maximiser } SNR \Leftrightarrow \text{ Maximiser } \frac{|g(t_0)|}{\sigma_w}}$$

$$\frac{|g(t_0)|}{\sigma_w} = \frac{\left|\int_R G(f) e^{j2\pi f t_0} df\right|}{\sqrt{\int_R S_w(f) df}} = \frac{\left|\int_R H(f) H_c(f) H_r(f) e^{j2\pi f t_0} df\right|}{\sqrt{\frac{N_0}{2} \int_R |H_r(f)|^2 \, df}} \leq \frac{\left\{\int_R |H(f) H_c(f)| \, df\right\}^{1/2} \left\{\int_R |H_r(f)|^2 \, df\right\}^{1/2}}{\left\{\frac{N_0}{2} \int_R |H_r(f)|^2 \, df\right\}^{1/2}}$$

Inégalité de Cauchy-Schwarz

<u>Egalité et, donc, valeur max pour le SNR pour :</u>

$$H_r(f) = \lambda H_e^*(f) e^{-j2\pi f t_0}$$

avec : $\begin{cases} \lambda \in \mathbb{R}^* \\ H_e(f) = H(f) H_c(f) \end{cases}$

(Inégalité de Cauchy-Schwarz : $\left|\int_{-\infty}^{\infty} a(f) b^*(f) df\right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} a(f) a^*(f) df \int_{-\infty}^{\infty} b(f) b^*(f) df$, égalité pour $a(f) = \lambda b(f)$)

Impact du bruit dans la chaine de transmission
Filtrage adapté

$$z(t_0 + mT_s) = a_m g(t_0) + w(t_0 + mT_s)$$

$$SNR = \frac{P_{[a_m g(t_0)]}}{P_w} = \frac{\sigma_a^2 \, |g(t_0)|^2}{\sigma_w^2}$$

$$\boxed{\text{Maximiser } SNR \Leftrightarrow \text{Maximiser } \frac{|g(t_0)|}{\sigma_w}}$$

$$\frac{|g(t_0)|}{\sigma_w} = \frac{\left|\int_R G(f) e^{j2\pi f t_0} df\right|}{\sqrt{\int_R S_w(f) df}} = \frac{\left|\int_R H(f)H_c(f)H_r(f) e^{j2\pi f t_0} df\right|}{\sqrt{\frac{N_0}{2}\int_R |H_r(f)|^2 \, df}} \le \frac{\left\{\int_R |H(f)H_c(f)| \, df\right\}^{1/2} \left\{\int_R |H_r(f)|^2 \, df\right\}^{1/2}}{\left\{\frac{N_0}{2}\int_R |H_r(f)|^2 \, df\right\}^{1/2}}$$

Inégalité de Cauchy-Schwarz

<u>Egalité et, donc, valeur max pour le SNR pour :</u>

$$\boxed{H_r(f) = \lambda H_e^*(f) e^{-j2\pi f t_0}}$$

avec : $\begin{cases} \lambda \in \mathbb{R}^* \\ H_e(f) = H(f)H_c(f) \end{cases}$

Forme d'onde reçue

$$\boxed{H_e(f) = H(f)H_c(f) \xrightarrow{TF^{-1}} h_e(t) = h(t) * h_c(t)}$$

Filtrage adapté

$$z(t_0 + mT_s) = a_m g(t_0) + w(t_0 + mT_s)$$

$$SNR = \frac{P_{[a_m g(t_0)]}}{P_w} = \frac{\sigma_a^2 \, |g(t_0)|^2}{\sigma_w^2}$$

$$\boxed{\text{Maximiser } SNR \Leftrightarrow \text{ Maximiser } \frac{|g(t_0)|}{\sigma_w}}$$

$$\frac{|g(t_0)|}{\sigma_w} = \frac{\left|\int_R G(f) e^{j2\pi f t_0} df\right|}{\sqrt{\int_R S_w(f) df}} = \frac{\left|\int_R H(f) H_c(f) H_r(f) e^{j2\pi f t_0} df\right|}{\sqrt{\frac{N_0}{2} \int_R |H_r(f)|^2 \, df}} \leq \frac{\left\{\int_R |H(f) H_c(f)| \, df\right\}^{1/2} \left\{\int_R |H_r(f)|^2 \, df\right\}^{1/2}}{\left\{\frac{N_0}{2} \int_R |H_r(f)|^2 \, df\right\}^{1/2}}$$

Inégalité de Cauchy-Schwarz

<u>Egalité et, donc, valeur max pour le SNR pour :</u>

$$H_r(f) = \lambda H_e^*(f) e^{-j2\pi f t_0} \xrightarrow{TF^{-1}} \boxed{h_r(t) = \lambda h_e^*(t_0 - t)}$$

avec : $\begin{cases} \lambda \in \mathbb{R}^* \\ H_e(f) = H(f) H_c(f) \end{cases}$

Forme d'onde reçue

$$\boxed{H_e(f) = H(f) H_c(f) \xrightarrow{TF^{-1}} h_e(t) = h(t) * h_c(t)}$$

Filtrage adapté

$$z(t_0+mT_s)=a_m g(t_0)+w(t_0+mT_s)$$

$$SNR=\frac{P_{[a_m g(t_0)]}}{P_w}=\frac{\sigma_a^2\,|g(t_0)|^2}{\sigma_w^2}$$

$$\boxed{\text{Maximiser } SNR \Leftrightarrow \text{ Maximiser } \frac{|g(t_0)|}{\sigma_w}}$$

$$\frac{|g(t_0)|}{\sigma_w}=\frac{\left|\int_R G(f)e^{j2\pi f t_0}df\right|}{\sqrt{\int_R S_w(f)df}}=\frac{\left|\int_R H(f)H_c(f)H_r(f)e^{j2\pi f t_0}df\right|}{\sqrt{\frac{N_0}{2}\int_R |H_r(f)|^2\,df}}\leq\frac{\left\{\int_R |H(f)H_c(f)|\,df\right\}^{1/2}\left\{\int_R |H_r(f)|^2\,df\right\}^{1/2}}{\left\{\frac{N_0}{2}\int_R |H_r(f)|^2\,df\right\}^{1/2}}$$

Inégalité de Cauchy-Schwarz

<u>Egalité et, donc, valeur max pour le SNR pour :</u>

h$_e$(t) retournée

$$H_r(f)=\lambda H_e^*(f)e^{-j2\pi f t_0}\xrightarrow{TF^{-1}}\boxed{h_r(t)=\lambda h_e^*(\underbrace{t_0}_{}\overbrace{-\,t}^{})}$$

puis décalée (causalité)

avec : $\begin{cases}\lambda\in\mathbb{R}^*\\ H_e(f)=H(f)H_c(f)\end{cases}$

Forme d'onde reçue

$$\boxed{H_e(f)=H(f)H_c(f)\xrightarrow{TF^{-1}}h_e(t)=h(t)*h_c(t)}$$

Impact du bruit dans la chaine de transmission

Filtrage adapté

$$z(t_0 + mT_s) = a_m g(t_0) + w(t_0 + mT_s)$$

$$SNR = \frac{P_{[a_m g(t_0)]}}{P_w} = \frac{\sigma_a^2 \left|g(t_0)\right|^2}{\sigma_w^2}$$

$$\boxed{\text{Maximiser } SNR \Leftrightarrow \text{ Maximiser } \frac{|g(t_0)|}{\sigma_w}}$$

$$\frac{|g(t_0)|}{\sigma_w} = \frac{\left|\int_R G(f) e^{j2\pi f t_0} df\right|}{\sqrt{\int_R S_w(f) df}} = \frac{\left|\int_R H(f) H_c(f) H_r(f) e^{j2\pi f t_0} df\right|}{\sqrt{\frac{N_0}{2}\int_R \left|H_r(f)\right|^2 df}} \leq \frac{\left\{\int_R \left|H(f)H_c(f)\right| df\right\}^{1/2} \left\{\int_R \left|H_r(f)\right|^2 df\right\}^{1/2}}{\left\{\frac{N_0}{2}\int_R \left|H_r(f)\right|^2 df\right\}^{1/2}}$$

Inégalité de Cauchy-Schwarz

<u>Egalité et, donc, valeur max pour le SNR pour :</u>

Filtre adapté

$$H_r(f) = \lambda H_e^*(f) e^{-j2\pi f t_0} \xrightarrow{TF^{-1}} \boxed{h_r(t) = \lambda h_e^*(t_0 - t)}$$

avec : $\begin{cases} \lambda \in \mathbb{R}^* \\ H_e(f) = H(f) H_c(f) \end{cases}$

Forme d'onde reçue

$$\boxed{H_e(f) = H(f) H_c(f) \xrightarrow{TF^{-1}} h_e(t) = h(t) * h_c(t)}$$

Impact du bruit dans la chaine de transmission

Filtrage adapté

$$z(t_0 + mT_s) = a_m g(t_0) + w(t_0 + mT_s)$$

$$SNR = \frac{P_{[a_m g(t_0)]}}{P_w} = \frac{\sigma_a^2 \left|g(t_0)\right|^2}{\sigma_w^2}$$

$$\boxed{\text{Maximiser } SNR \Leftrightarrow \text{ Maximiser } \frac{|g(t_0)|}{\sigma_w}}$$

$$\frac{|g(t_0)|}{\sigma_w} = \frac{\left|\int_R G(f)e^{j2\pi f t_0}df\right|}{\sqrt{\int_R S_w(f)df}} = \frac{\left|\int_R H(f)H_c(f)H_r(f)e^{j2\pi f t_0}df\right|}{\sqrt{\frac{N_0}{2}\int_R \left|H_r(f)\right|^2 df}} \leq \frac{\left\{\int_R \left|H(f)H_c(f)\right| df\right\}^{1/2}\left\{\int_R \left|H_r(f)\right|^2 df\right\}^{1/2}}{\left\{\frac{N_0}{2}\int_R \left|H_r(f)\right|^2 df\right\}^{1/2}}$$

Inégalité de Cauchy-Schwarz

<u>Egalité et, donc, valeur max pour le SNR pour :</u>

Filtre adapté

$$H_r(f) = \lambda H_e^*(f)e^{-j2\pi f t_0} \xrightarrow{TF^{-1}} \boxed{h_r(t) = \lambda h_e^*(t_0 - t)}$$

avec : $\begin{cases} \lambda \in \mathbb{R}^* \\ H_e(f) = H(f)H_c(f) \end{cases}$

Forme d'onde reçue

$$\boxed{H_e(f) = H(f)H_c(f) \xrightarrow{TF^{-1}} h_e(t) = h(t) * h_c(t)}$$

Adapté à la forme d'onde reçue

Impact du bruit dans la chaine de transmission

Filtrage adapté

$$z(t_0 + mT_s) = a_m g(t_0) + w(t_0 + mT_s)$$

$$SNR = \frac{P_{[a_m g(t_0)]}}{P_w} = \frac{\sigma_a^2 \left|g(t_0)\right|^2}{\sigma_w^2}$$

$$\boxed{\text{Maximiser } SNR \Leftrightarrow \text{ Maximiser } \frac{|g(t_0)|}{\sigma_w}}$$

Maximise le SNR aux instants optimaux d'échantillonnage

$$\frac{|g(t_0)|}{\sigma_w} = \frac{\left|\int_R G(f) e^{j2\pi f t_0} df\right|}{\sqrt{\int_R S_w(f) df}} = \frac{\left|\int_R H(f) H_c(f) H_r(f) e^{j2\pi f t_0} df\right|}{\sqrt{\frac{N_0}{2} \int_R |H_r(f)|^2 df}} \leq \frac{\left\{\int_R |H(f) H_c(f)| df\right\}^{1/2} \left\{\int_R |H_r(f)|^2 df\right\}^{1/2}}{\left\{\frac{N_0}{2} \int_R |H_r(f)|^2 df\right\}^{1/2}}$$

Inégalité de Cauchy-Schwarz

Egalité et, donc, valeur max pour le SNR pour :

Filtre adapté

$$H_r(f) = \lambda H_e^*(f) e^{-j2\pi f t_0} \xrightarrow{TF^{-1}} \boxed{h_r(t) = \lambda h_e^*(t_0 - t)}$$

avec : $\begin{cases} \lambda \in \mathbb{R}^* \\ H_e(f) = H(f) H_c(f) \end{cases}$

Forme d'onde reçue

$$\boxed{H_e(f) = H(f) H_c(f) \xrightarrow{TF^{-1}} h_e(t) = h(t) * h_c(t)}$$

Adapté à la forme d'onde reçue

Accès Wooclap pour les questions

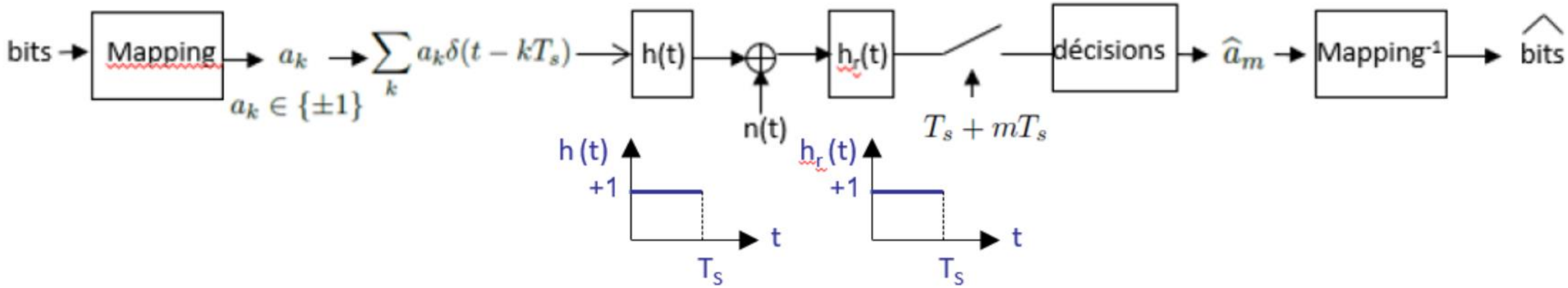
1. Allez sur wooclap.com
2. Entrez le code d'événement dans le bandeau supérieur

Code d'événement
BRUITFA

1. Envoyez @BRUITFA au 06 44 60 96 62
2. Vous pouvez participer

Copier le lien de participation

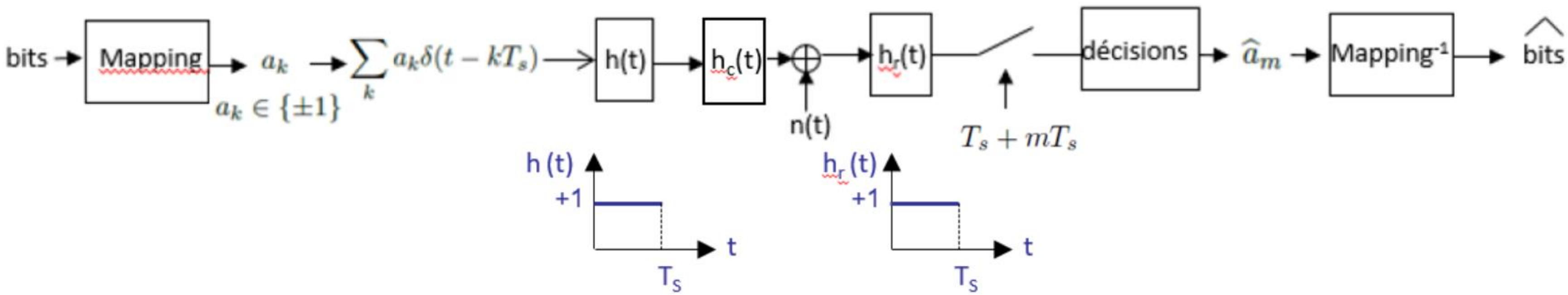
QUESTION 16



Le critère de filtrage adapté est-il respecté dans cette chaine de transmission ?

1. Oui
2. Non
3. Pas assez d'éléments pour répondre à la question

QUESTION 17



Le critère de filtrage adapté est-il respecté dans cette chaine de transmission ?

1. **Oui**
2. **Non**
3. **Pas assez d'éléments pour répondre à la question**

Télécommunications
Transmissions en bande de base

1) Modulation numérique en bande de Base et notion d'efficacité spectrale
    1) Définition du modulateur bande de base
    2) DSP du signal modulé => bande nécessaire à la transmission
    3) Efficacité spectrale de la transmission
2) Interférences entre symboles et critère de Nyquist
    1) Problème de l'interférence entre symboles,
    2) Critère de Nyquist dans le domaine temporel,
    3) Diagramme de l'œil,
    4) Critère de Nyquist dans le domaine fréquentiel,
    5) Impact du canal de propagation
3) Impact du bruit dans la chaine de transmission et notion d'efficacité en puissance
    1) Filtrage adapté,
    2) Règle de décision,
    3) Taux d'erreur symbole et taux d'erreur binaire,
    4) Efficacité en puissance de la transmission.

Impact du bruit dans la chaine de transmission

Règle de décision

Terme d'intérêt

Terme de bruit
Échantillon de bruit filtré : w_m

$$z(t_0+mT_s) = a_m g(t_0) + \underbrace{\cancel{\sum_{k\neq m} a_k g(t_0+(m-k)T_s)}}_{\substack{\text{Interferences entre symboles} \\ \text{= 0 si critère de Nyquist respecté}}} + w(t_0+mT_s) \longrightarrow \boxed{\text{Décisions}} \longrightarrow \widehat{a}_m$$

$\longrightarrow$ Règle de décision du **Maximum A Posteriori** : $\widehat{a}_m = \arg\max_{\widetilde{a}_m} P\left(\widetilde{a}_m | z_m\right)$

Impact du bruit dans la chaine de transmission
Règle de décision

Terme d'intérêt

Terme de bruit
Échantillon de bruit filtré : w_m

$$z(t_0 + mT_s) = a_m g(t_0) + \underbrace{\cancel{\sum_{k \neq m} a_k g(t_0 + (m-k)T_s)}}_{} + w(t_0 + mT_s) \longrightarrow \boxed{\text{Décisions}} \longrightarrow \widehat{a}_m$$

Interferences entre symboles
= 0 si critère de Nyquist respecté

$\longrightarrow$ Règle de décision du **Maximum A Posteriori** : $\widehat{a}_m = \arg\max_{\widetilde{a}_m} P\left(\widetilde{a}_m | z_m\right)$

=> Règle de décision du **Maximum de vraissemblance** (symboles équiprobables) :

$$\boxed{\widehat{a}_m = \arg\max_{\widetilde{a}_m} p\left(z_m | \widetilde{a}_m\right)}$$

Règle de décision

Critère de Nyquist respecté : $z(t_0 + mT_s) \equiv z_m = a_m g(t_0) + \underbrace{w_m}_{\sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)} \longrightarrow$ Décisions $\longrightarrow \widehat{a}_m$

Règle de décision du **Maximum de vraissemblance** (symboles équiprobables)

$$\boxed{\widehat{a}_m = \arg\max_{\widetilde{a}_m} p\left(z_m | \widetilde{a}_m\right)}$$

avec

$$p(z_m|\widetilde{a}_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} \exp\left(-\frac{(z_m - \widetilde{a}_m g(t_0))^2}{2\sigma_w^2}\right)$$

Impact du bruit dans la chaine de transmission

Règle de décision

Critère de Nyquist respecté : $z(t_0 + mT_s) \equiv z_m = a_m g(t_0) + w_m \longrightarrow \boxed{\text{Décisions}} \longrightarrow \widehat{a}_m$

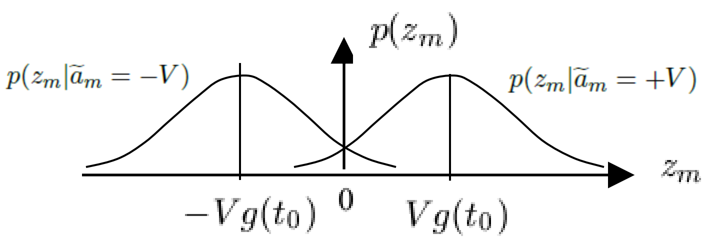
Règle de décision du **Maximum de vraissemblance** (symboles équiprobables)

$$\boxed{\widehat{a}_m = \arg\max_{\widetilde{a}_m} p\left(z_m|\widetilde{a}_m\right)}$$

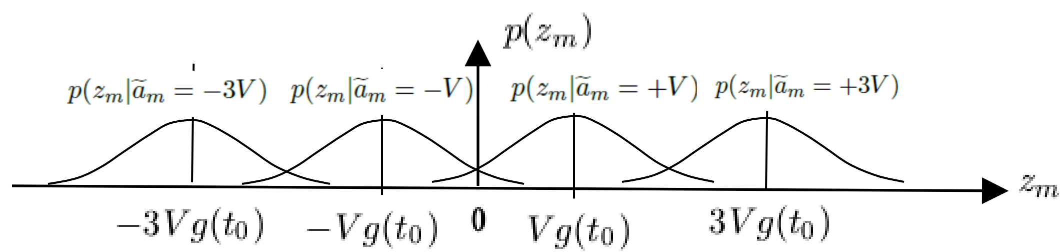
avec

$$p(z_m|\widetilde{a}_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} \exp\left(-\frac{\left(z_m - \widetilde{a}_m g(t_0)\right)^2}{2\sigma_w^2}\right)$$

Cas binaire : $\widetilde{a}_m \in \{\pm V\}$



Cas 4-aire : $\widetilde{a}_m \in \{\pm V, \pm 3V\}$



Impact du bruit dans la chaine de transmission

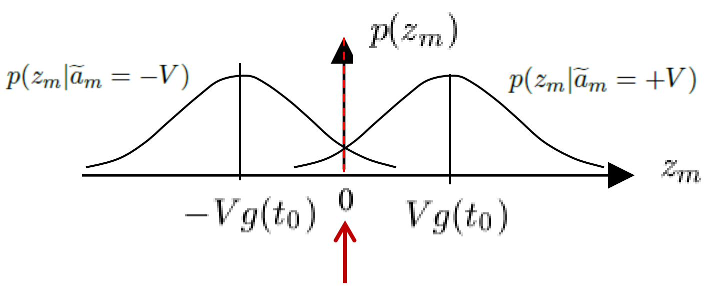
Règle de décision

Critère de Nyquist respecté : $z(t_0 + mT_s) \equiv z_m = a_m g(t_0) + w_m \longrightarrow$ Décisions $\longrightarrow \widehat{a}_m$

Règle de décision du **Maximum de vraissemblance** (symboles équiprobables)

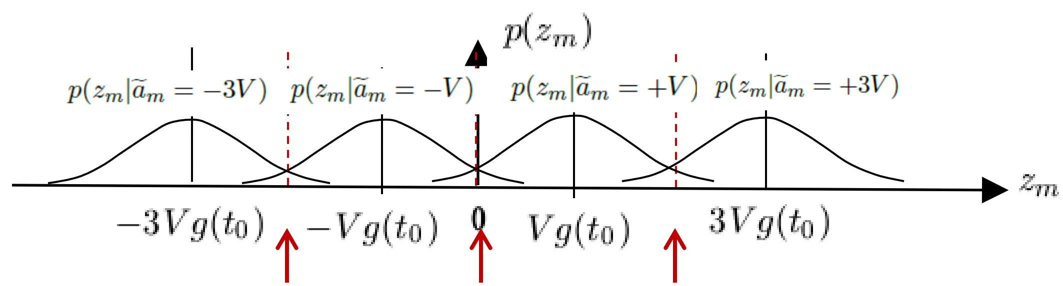
$$\boxed{\widehat{a}_m = \arg\max_{\widetilde{a}_m} p\left(z_m | \widetilde{a}_m\right)} \quad \text{avec} \quad p(z_m|\widetilde{a}_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} \exp\left(-\frac{\left(z_m - \widetilde{a}_m g(t_0)\right)^2}{2\sigma_w^2}\right)$$

<u>Cas binaire :</u> $\widetilde{a}_m \in \{\pm V\}$



$$Regle\ de\ decision \implies \begin{cases} z_m \geq 0 : \widehat{a}_m = +V \\ z_m < 0 : \widehat{a}_m = -V \end{cases}$$

<u>Cas 4-aire :</u> $\widetilde{a}_m \in \{\pm V, \pm 3V\}$



$$Regle\ de\ decision \implies \begin{cases} z_m \leq -2Vg(t_0) : \widehat{a}_m = -3V \\ -2Vg(t_0) < z_m \leq 0 : \widehat{a}_m = -V \\ 0 < z_m \leq 2Vg(t_0) : \widehat{a}_m = +V \\ z_m \geq 2Vg(t_0) : \widehat{a}_m = +3V \end{cases}$$

Impact du bruit dans la chaine de transmission

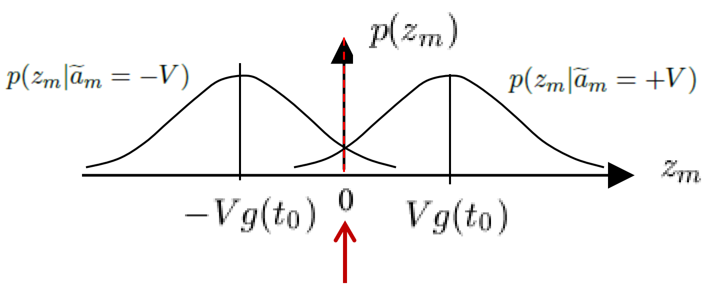
Règle de décision

Critère de Nyquist respecté : $z(t_0 + mT_s) \equiv z_m = a_m g(t_0) + w_m \longrightarrow$ Décisions $\longrightarrow \widehat{a}_m$

Règle de décision du **Maximum de vraissemblance** (symboles équiprobables)

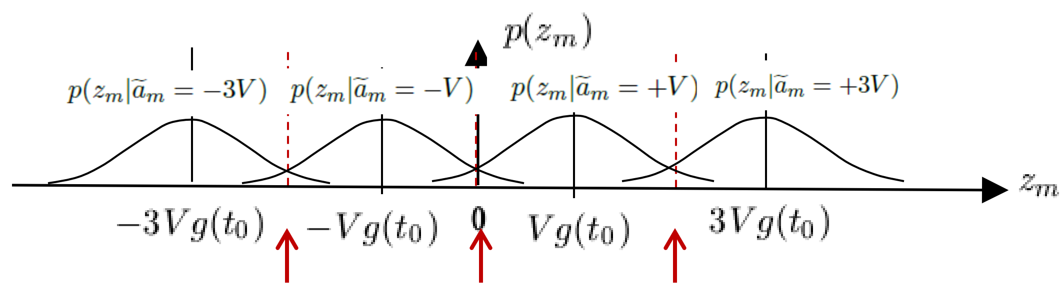
$$\boxed{\widehat{a}_m = \arg\max_{\widetilde{a}_m} p\left(z_m|\widetilde{a}_m\right)} \quad \text{avec} \quad p(z_m|\widetilde{a}_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} \exp\left(-\frac{\left(z_m - \widetilde{a}_m g(t_0)\right)^2}{2\sigma_w^2}\right)$$

<u>Cas binaire :</u> $\widetilde{a}_m \in \{\pm V\}$

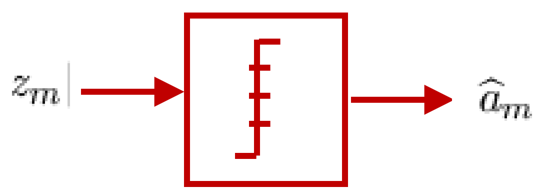


$$Regle\ de\ decision \implies \begin{cases} z_m \geq 0 : \widehat{a}_m = +V \\ z_m < 0 : \widehat{a}_m = -V \end{cases}$$

<u>Cas 4-aire :</u> $\widetilde{a}_m \in \{\pm V, \pm 3V\}$

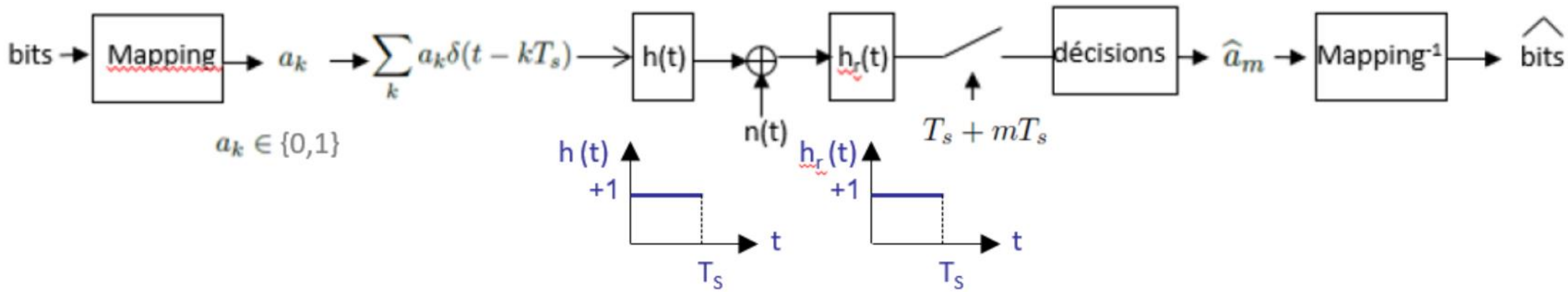


$$Regle\ de\ decision \implies \begin{cases} z_m \leq -2Vg(t_0) : \widehat{a}_m = -3V \\ -2Vg(t_0) < z_m \leq 0 : \widehat{a}_m = -V \\ 0 < z_m \leq 2Vg(t_0) : \widehat{a}_m = +V \\ z_m \geq 2Vg(t_0) : \widehat{a}_m = +3V \end{cases}$$



Détecteur à seuil (Threshold detector or slicer)

QUESTION 18



En considérant un détecteur à seuil pour prendre les décisions, quel est le seuil de décision optimal à utiliser dans cette chaine de transmission ?

1. 0
2. 0.5
3. 0.5Ts
4. Ts

Télécommunications

Transmissions en bande de base

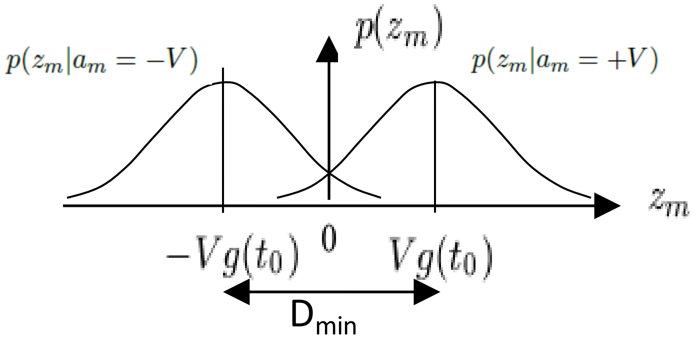
1) Modulation numérique en bande de Base et notion d'efficacité spectrale
    1) Définition du modulateur bande de base
    2) DSP du signal modulé => bande nécessaire à la transmission
    3) Efficacité spectrale de la transmission
2) Interférences entre symboles et critère de Nyquist
    1) Problème de l'interférence entre symboles,
    2) Critère de Nyquist dans le domaine temporel,
    3) Diagramme de l'œil,
    4) Critère de Nyquist dans le domaine fréquentiel,
    5) Impact du canal de propagation
3) Impact du bruit dans la chaine de transmission et notion d'efficacité en puissance
    1) Filtrage adapté,
    2) Règle de décision,
    3) Taux d'erreur symbole et taux d'erreur binaire,
    4) Efficacité en puissance de la transmission.

Taux d'erreur symbole (TES)

$\longrightarrow$ <u>Cas binaire :</u> $a_m \in \{\pm V\}$, équiprobables

$\longrightarrow$ Nyquist respecté et seuil de decision en 0

$$\begin{cases} z_m = a_m g(t_0) + w_m \\ w_m \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2) \end{cases}$$

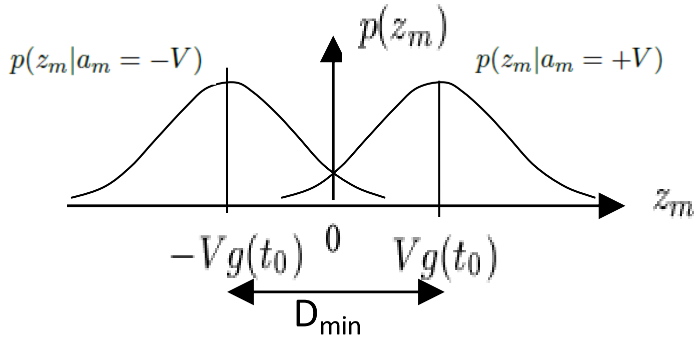


Impact du bruit dans la chaine de transmission
Taux d'erreur symbole (TES)

$\longrightarrow$ <u>Cas binaire :</u> $a_m \in \{\pm V\}$, équiprobables

$\longrightarrow$ Nyquist respecté et seuil de decision en 0

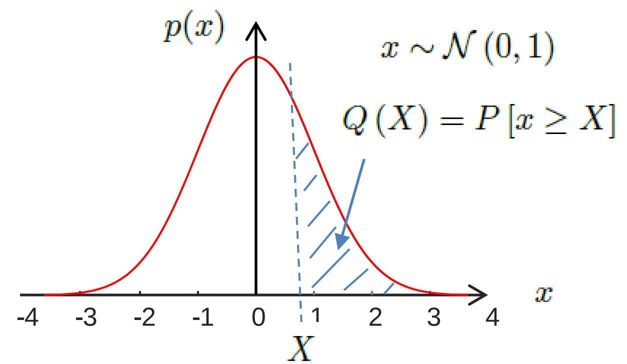
$$\begin{cases} z_m = a_m g(t_0) + w_m \\ w_m \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2) \end{cases}$$



$$\boxed{TES = Q\left(\frac{Vg(t_0)}{\sigma_w}\right) = Q\left(\frac{D_{min}}{2\sigma_w}\right)}$$

$a_k \in \{\pm V\}$

Nyquist respecté, seuil de décision en 0



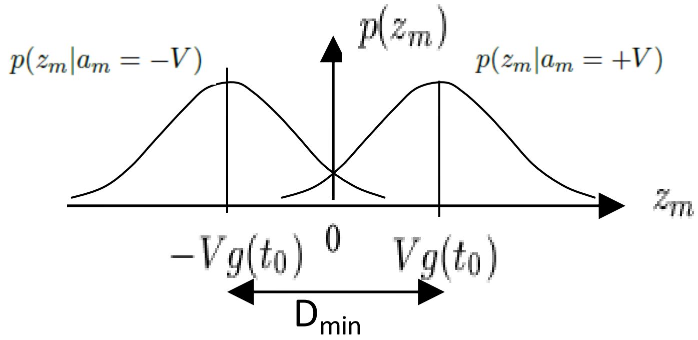
Impact du bruit dans la chaine de transmission

Taux d'erreur symbole (TES)

→ <u>Cas binaire :</u> $a_m \in \{\pm V\}$, équiprobables et indépendants

→ **Nyquist respecté** et seuil de decision en 0

$$\begin{cases} z_m = a_m g(t_0) + w_m \\ w_m \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2) \end{cases}$$



$$\boxed{TES = Q\left(\frac{Vg(t_0)}{\sigma_w}\right) = Q\left(\frac{D_{min}}{2\sigma_w}\right)}$$

$a_k \in \{\pm V\}$

Nyquist respecté, seuil de décision en 0

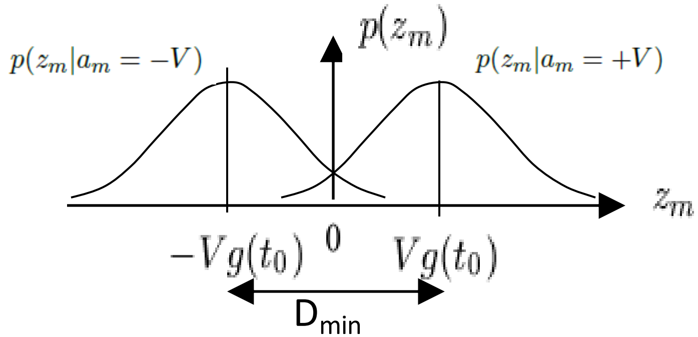
→ **Nyquist respecté**, seuil de decision en 0 **et filtrage adapté**

Taux d'erreur symbole (TES)

$\longrightarrow$ Cas binaire : $a_m \in \{\pm V\}$, équiprobables et indépendants

$\longrightarrow$ **Nyquist respecté** et seuil de decision en 0

$$\begin{cases} z_m = a_m g(t_0) + w_m \\ w_m \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2) \end{cases}$$



$$\boxed{TES = Q\left(\frac{Vg(t_0)}{\sigma_w}\right) = Q\left(\frac{D_{min}}{2\sigma_w}\right)}$$

$a_k \in \{\pm V\}$

Nyquist respecté, seuil de décision en 0

$\longrightarrow$ **Nyquist respecté**, seuil de decision en 0 **et filtrage adapté**

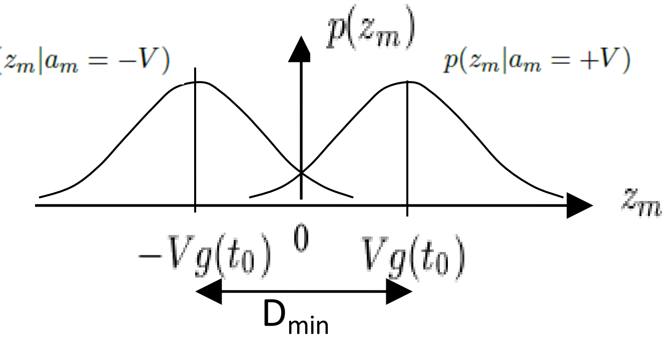
TES_{min} en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$ (SNR par bit à l'entrée du récepteur) ?

Impact du bruit dans la chaine de transmission
Taux d'erreur symbole (TES)

$\longrightarrow$ <u>Cas binaire :</u> $a_m \in \{\pm V\}$, équiprobables et indépendants

$\longrightarrow$ **Nyquist respecté** et seuil de decision en 0

$$\begin{cases} z_m = a_m g(t_0) + w_m \\ w_m \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2) \end{cases}$$



$$\boxed{TES = Q\left(\frac{Vg(t_0)}{\sigma_w}\right) = Q\left(\frac{D_{min}}{2\sigma_w}\right)}$$

$a_k \in \{\pm V\}$

Nyquist respecté, seuil de décision en 0

$\longrightarrow$ **Nyquist respecté**, seuil de decision en 0 **et filtrage adapté**

TES_{min} en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$ (SNR par bit à l'entrée du récepteur) ?

Filtrage adapté : $H_r(f) = \lambda H_e^*(f) e^{-j2\pi f t_0}$ ou $H_e(f) = \frac{1}{\lambda} H_r^*((f) e^{-j2\pi f t_0}$

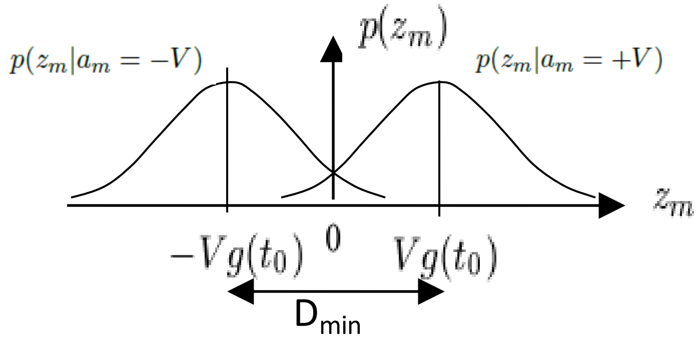
=> $G(f) = H(f)H_c(f)H_r(f) = H_e(f)H_r(f) = \lambda \left|H_e(f)\right|^2 e^{-j2\pi f t_0} = \frac{1}{\lambda}\left|H_r(f)\right|^2 e^{-j2\pi f t_0}$

Impact du bruit dans la chaine de transmission
Taux d'erreur symbole (TES)

→ Cas binaire : $a_m \in \{\pm V\}$, équiprobables et indépendants

→ **Nyquist respecté** et seuil de decision en 0

$$\begin{cases} z_m = a_m g(t_0) + w_m \\ w_m \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2) \end{cases}$$



$$\boxed{TES = Q\left(\frac{Vg(t_0)}{\sigma_w}\right) = Q\left(\frac{D_{min}}{2\sigma_w}\right)}$$

$a_k \in \{\pm V\}$

Nyquist respecté, seuil de décision en 0

→ **Nyquist respecté**, seuil de decision en 0 **et filtrage adapté**

TES_{min} en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$ (SNR par bit à l'entrée du récepteur) ?

Filtrage adapté : $H_r(f) = \lambda H_e^*(f) e^{-j2\pi f t_0}$ ou $H_e(f) = \frac{1}{\lambda} H_r^*((f) e^{-j2\pi f t_0}$

=> $G(f) = H(f)H_c(f)H_r(f) = H_e(f)H_r(f) = \lambda \left|H_e(f)\right|^2 e^{-j2\pi f t_0} = \frac{1}{\lambda}\left|H_r(f)\right|^2 e^{-j2\pi f t_0}$

$$\boxed{TES_{min} = Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_0}}\right)}$$

$a_k \in \{\pm V\}$

Nyquist respecté, seuil de décision en 0
Filtrage adapté

Impact du bruit dans la chaine de transmission
Taux d'erreur symbole (TES)

→ <u>Cas M-aire :</u> $a_m \in \{\pm V, \pm 3V, ..., \pm(M-1)V\}$, équiprobables et indépendants

→ **Nyquist respecté** et seuil de decision en 0

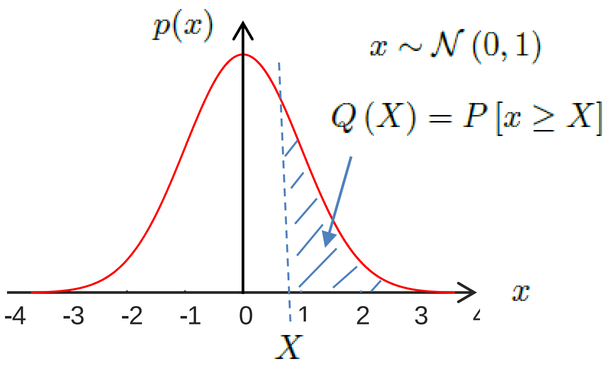
$$TES = 2\left(\frac{M-1}{M}\right) Q\left(\frac{Vg(t_0)}{\sigma_w}\right)$$

→ **Nyquist respecté**, seuil de decision en 0 **et filtrage adapté**

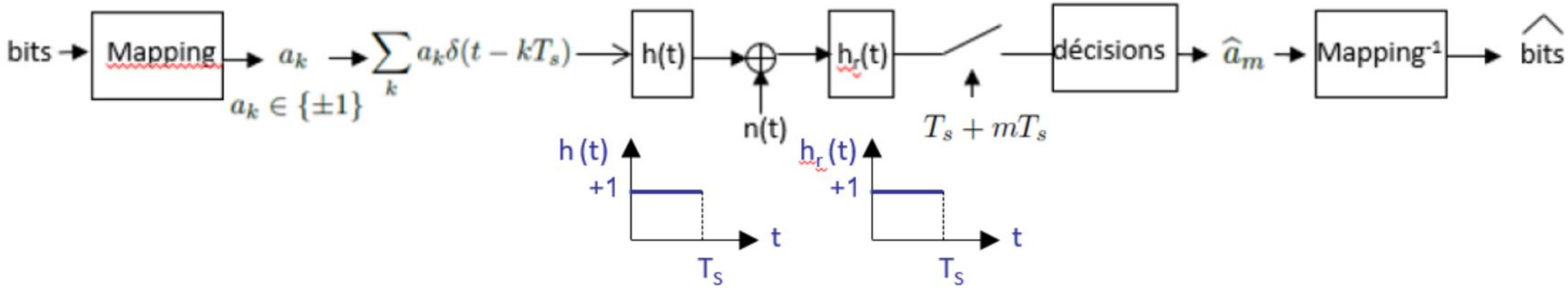
$$\boxed{TES_{min} = 2\left(\frac{M-1}{M}\right) Q\left(\sqrt{\frac{6log_2(M)}{M^2-1}\frac{E_b}{N_0}}\right)}$$

$$a_m \in \{\pm V, \pm 3V, ..., \pm(M-1)V\}$$

Obtenu pour une modulation **M-PAM** (Bande de base), dans un **canal de Nyquist**, avec **filtrage adapté.**



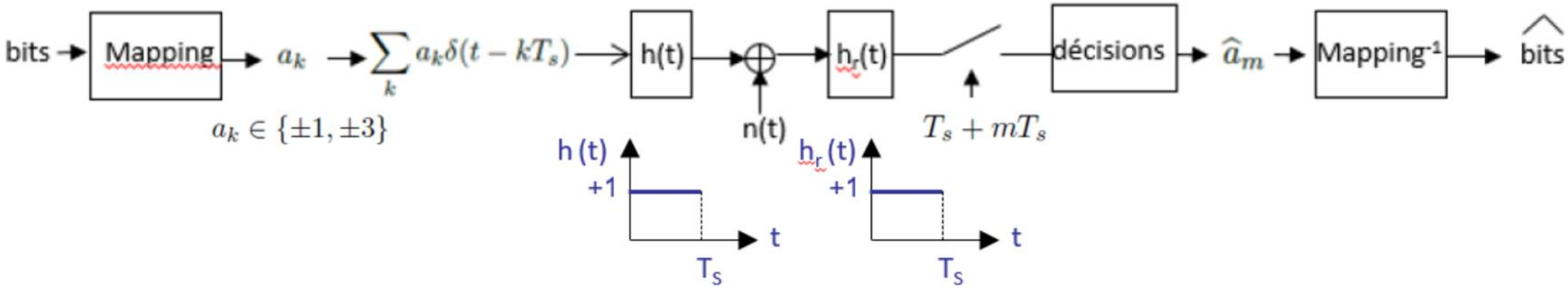
QUESTION 19



En considérant un détecteur à seuil avec seuil en 0 pour prendre les décisions, le taux d'erreur binaire de la transmission sera t-il minimisé ?

1. **Oui**
2. **Non**
3. **Pas assez d'éléments pour répondre à la question**

QUESTION 20



En considérant un détecteur à seuil avec seuils optimaux pour prendre les décisions, le taux d'erreur binaire de la transmission sera t-il minimisé ?

1. **Oui**
2. **Non**
3. **Pas assez d'éléments pour répondre à la question**

Impact du bruit dans la chaine de transmission
Taux d'erreur binaire (TEB)

$\longrightarrow$ Optimisation du mapping

$\longrightarrow$ **Mapping en binaire « Naturel »**

bits	symboles
00	-3
01	-1
10	+1
11	+3

Proba erreur 1
\>\> Proba erreur 2

Une erreur symbole = 2 bits erronnés

Exemple (voir TD, pour 4-PAM avec V=1, $N_0=10^{-3}\ V^2/Hz$, R_b=1kbps) :

$$P\left(\widehat{a}_k = -V/a_k = -3V\right) = Q(2) - Q(6) = 0.0228$$
$$P\left(\widehat{a}_k = +V/a_k = -3V\right) = Q(6) - Q(10) = 9.87\ 10^{-10}$$
$$P\left(\widehat{a}_k = +3V/a_k = -3V\right) = Q(10) = 7.62\ 10^{-24}$$

$\longrightarrow$ **Mapping de Gray**

bits	symboles
00	-3
01	-1
11	+1
10	+3

Un symbole erronné = 1 bit erronné

Mapping de GRAY $\Rightarrow$ $TEB \approx \dfrac{TES}{\log_2(M)}$

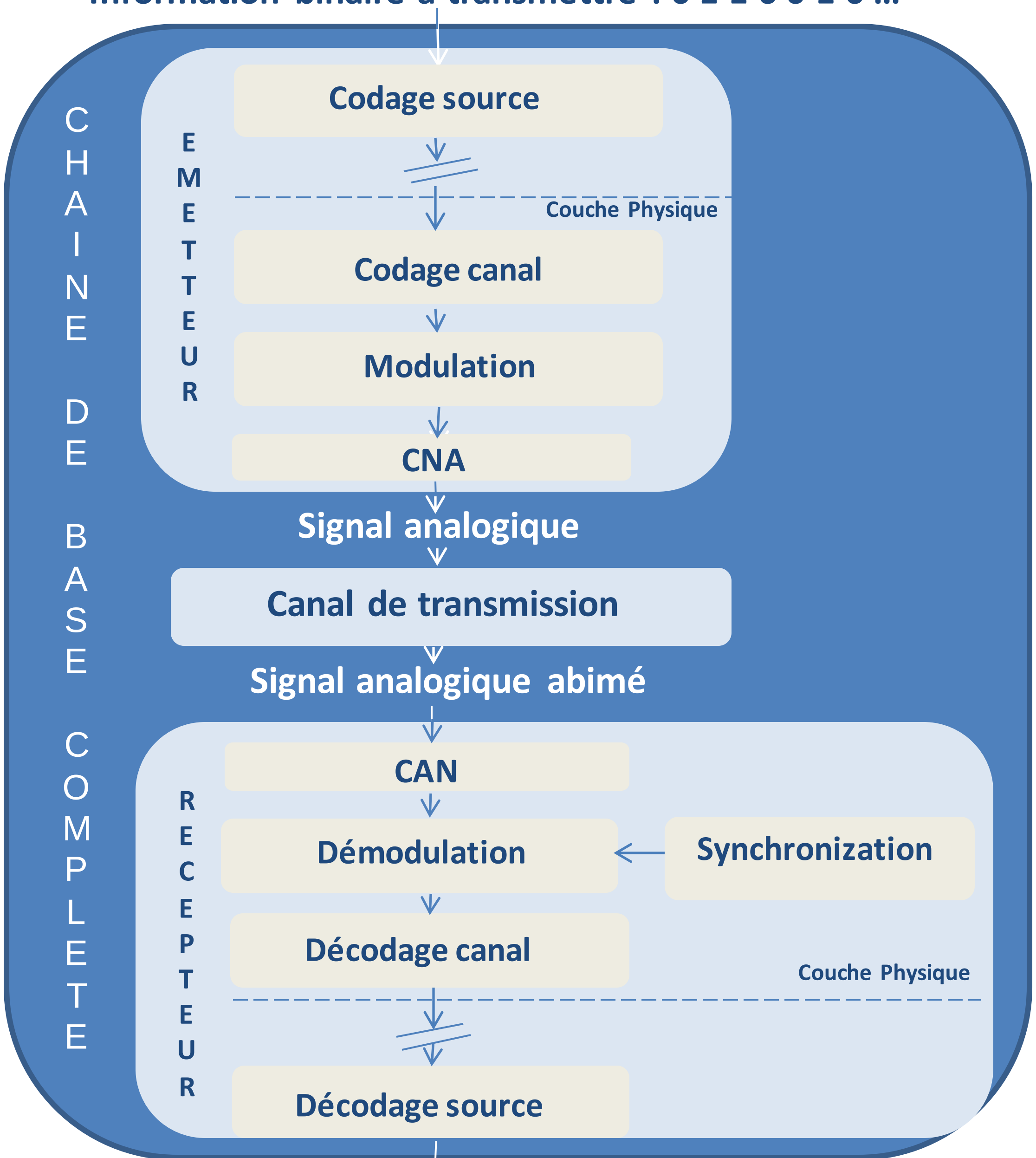
(TEB = $\dfrac{\text{Nbre de bits erronés}}{\text{Nbre de bits transmis}} \approx \dfrac{\text{Nbre symboles erronés}}{\text{Nbre symboles transmis x Nbre bits codés par symbole}}$)

Télécommunications
Transmissions en bande de base

1) Modulation numérique en bande de Base et notion d'efficacité spectrale
   1) Définition du modulateur bande de base
   2) DSP du signal modulé => bande nécessaire à la transmission
   3) Efficacité spectrale de la transmission
2) Interférences entre symboles et critère de Nyquist
   1) Problème de l'interférence entre symboles,
   2) Critère de Nyquist dans le domaine temporel,
   3) Diagramme de l'œil,
   4) Critère de Nyquist dans le domaine fréquentiel,
   5) Impact du canal de propagation
3) Impact du bruit dans la chaine de transmission et notion d'efficacité en puissance
   1) Filtrage adapté,
   2) Règle de décision,
   3) Taux d'erreur symbole et taux d'erreur binaire,
   4) Efficacité en puissance de la transmission.

Chaine de communication numérique : **Efficacité en puissance**

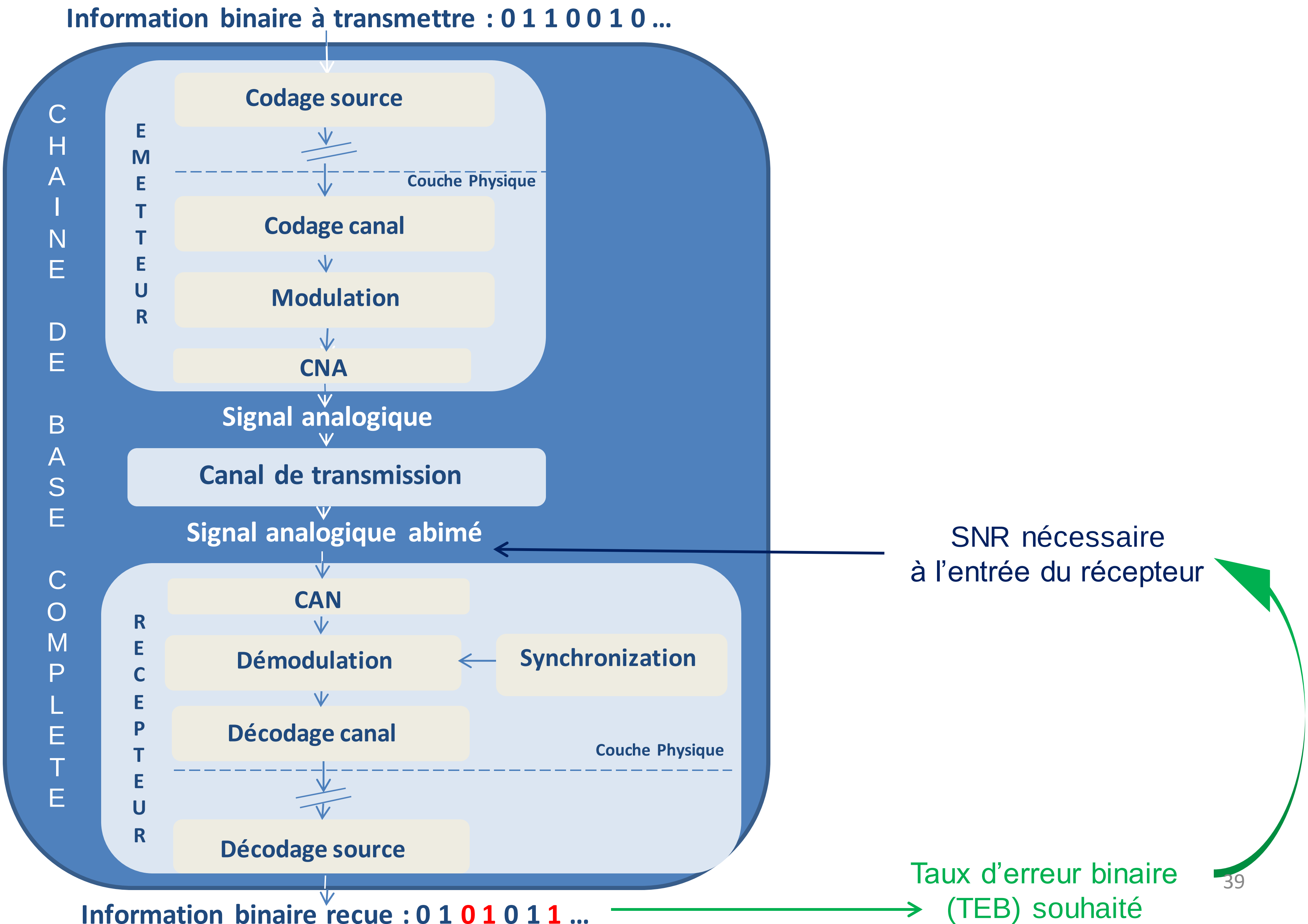
Information binaire à transmettre : 0 1 1 0 0 1 0 …



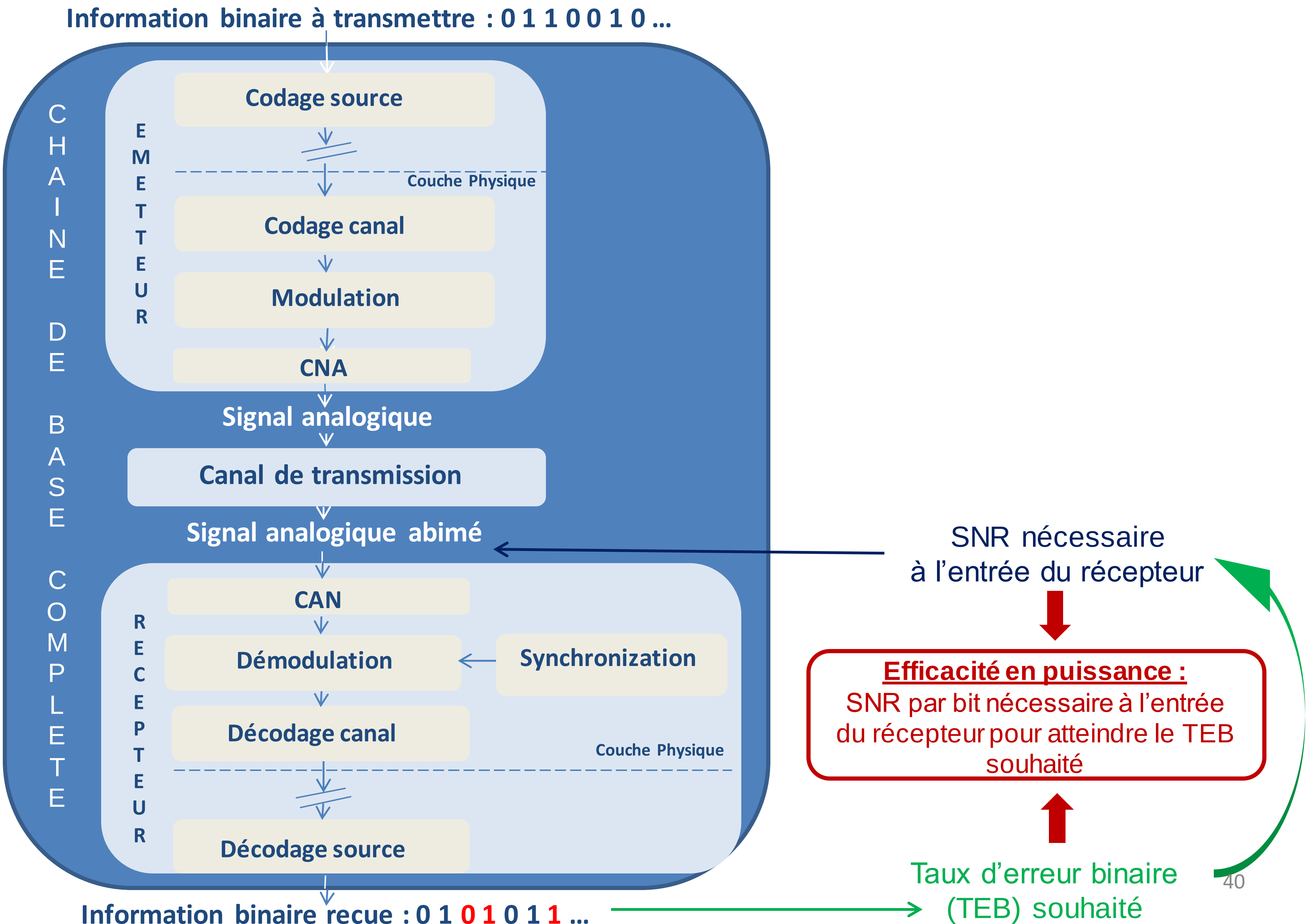
Information binaire reçue : 0 1 0 1 0 1 1 …

Taux d'erreur binaire (TEB) souhaité

Chaine de communication numérique : **Efficacité en puissance**



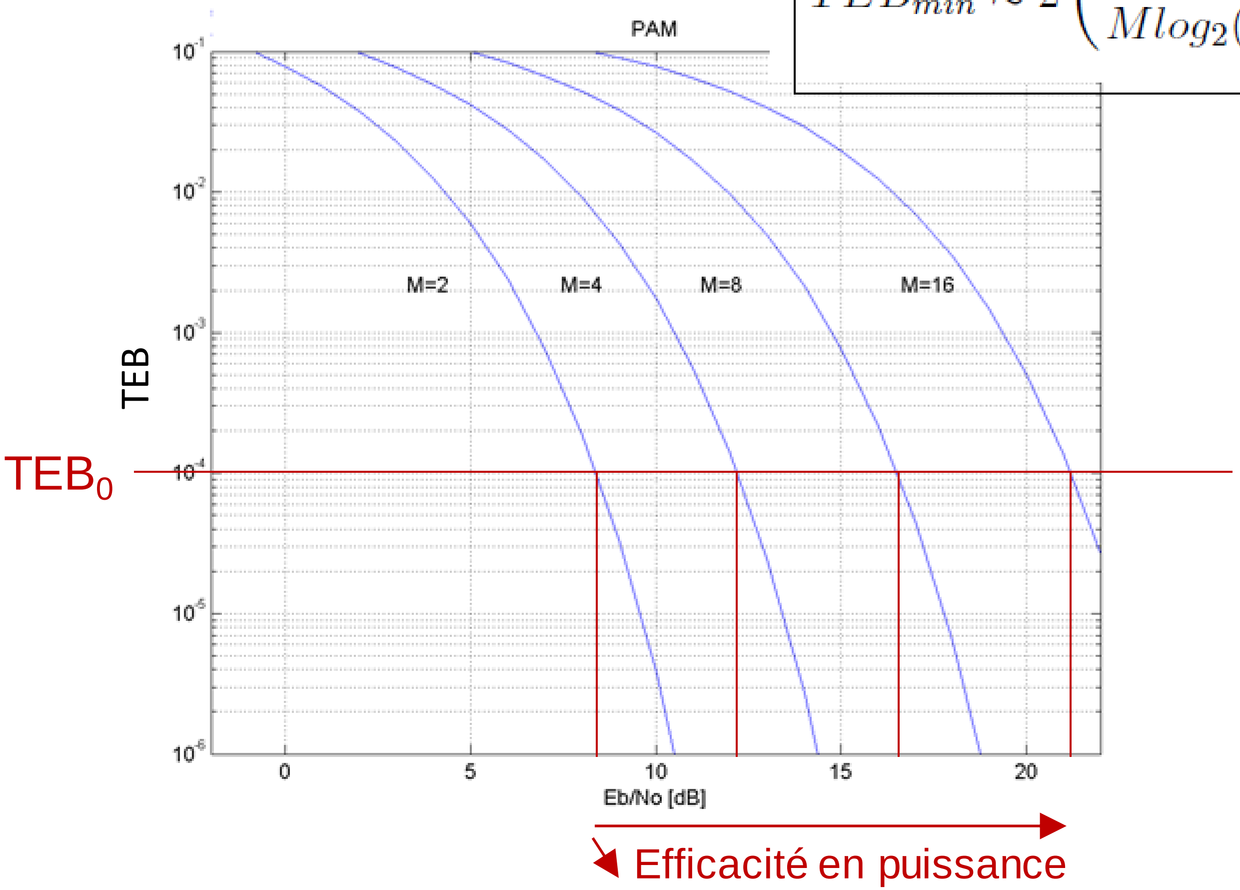
Chaine de communication numérique : Efficacité en puissance



Impact du bruit dans la chaine de transmission

Efficacité en puissance de la transmission

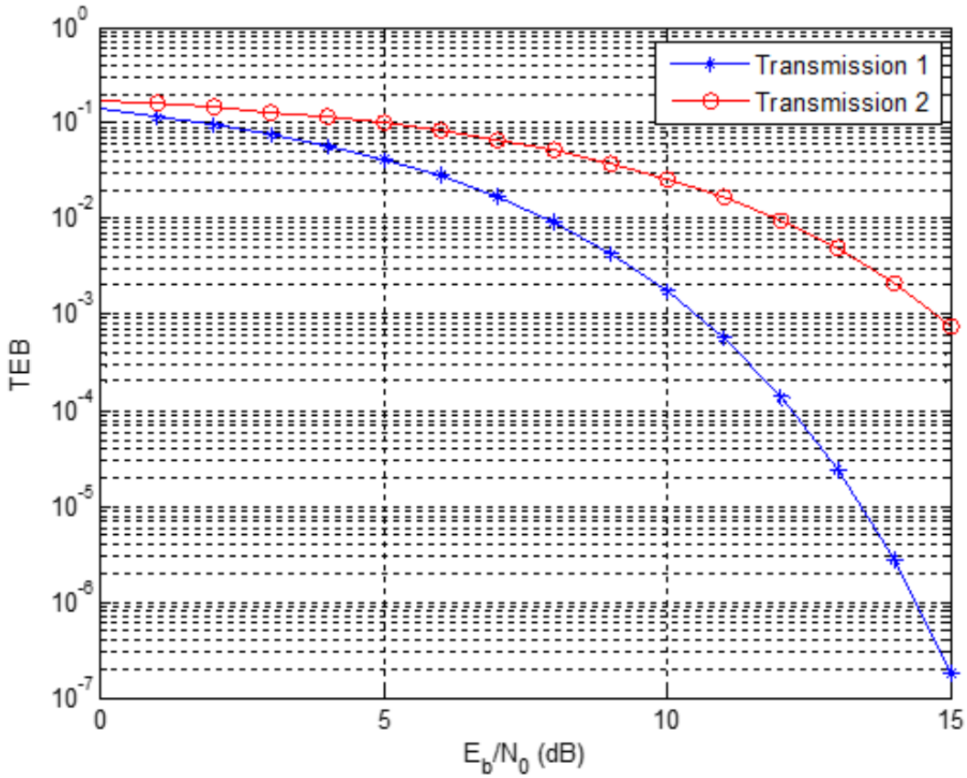
$$TEB_{min} \approx 2\left(\frac{M-1}{Mlog_2(M)}\right)Q\left(\sqrt{\frac{6log_2(M)}{M^2-1}\frac{E_b}{N_0}}\right)$$



Résultats obtenus pour une modulation bande de base M-aire (**M-PAM**), dans un **canal de Nyquist**, avec **filtrage adapté** et **mapping de Gray**

QUESTION 21

On donne les courbes de TEB en fonction de Eb/N0 pour deux chaines de transmission. La transmission 1 est :



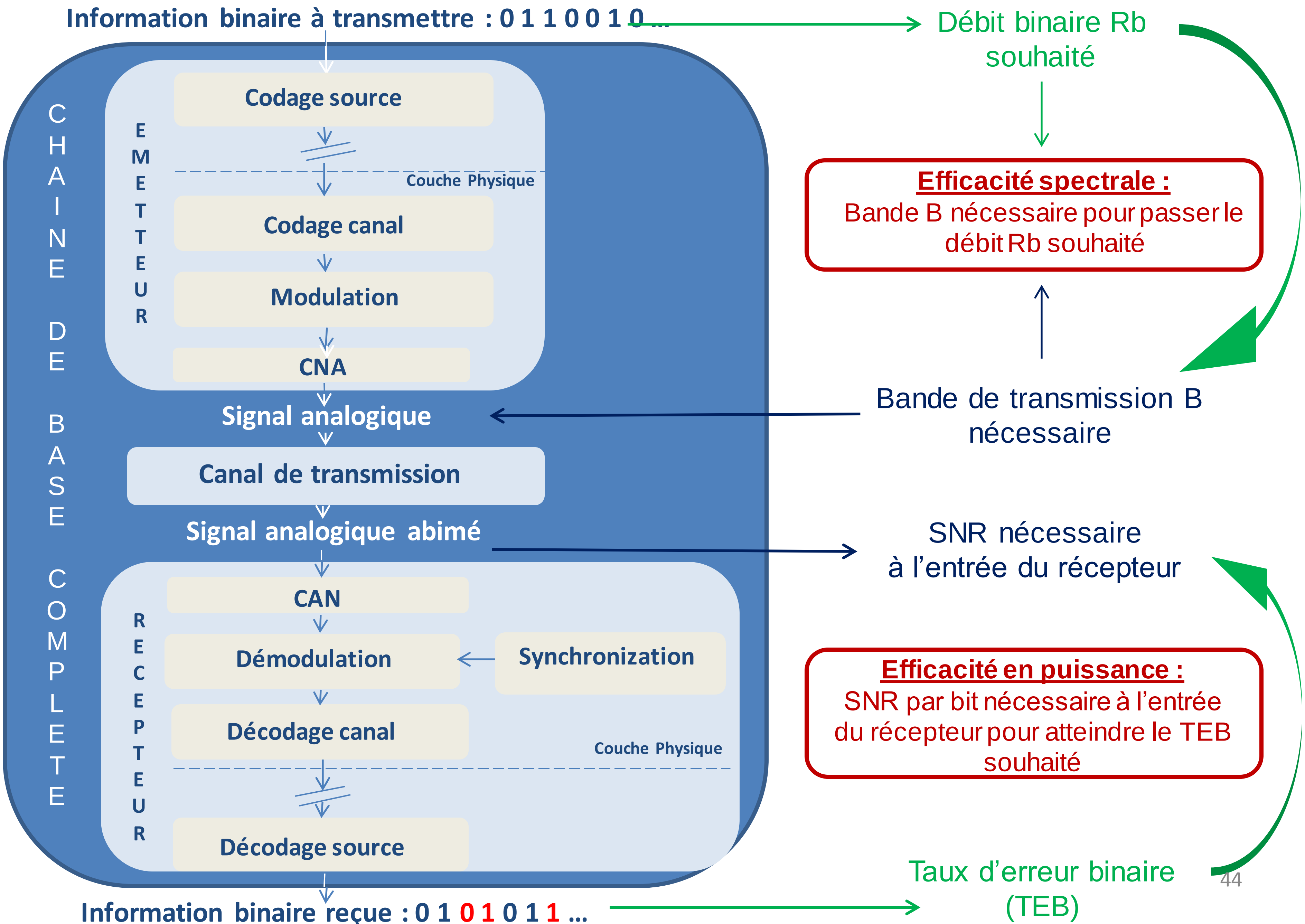
1. Plus efficace en puissance que la transmission 2
2. Moins efficace en puissance que la transmission 2
3. Pas assez d'éléments pour répondre à la question

QUESTION 22

Associez aux critères de performance de la transmission les bonnes définitions

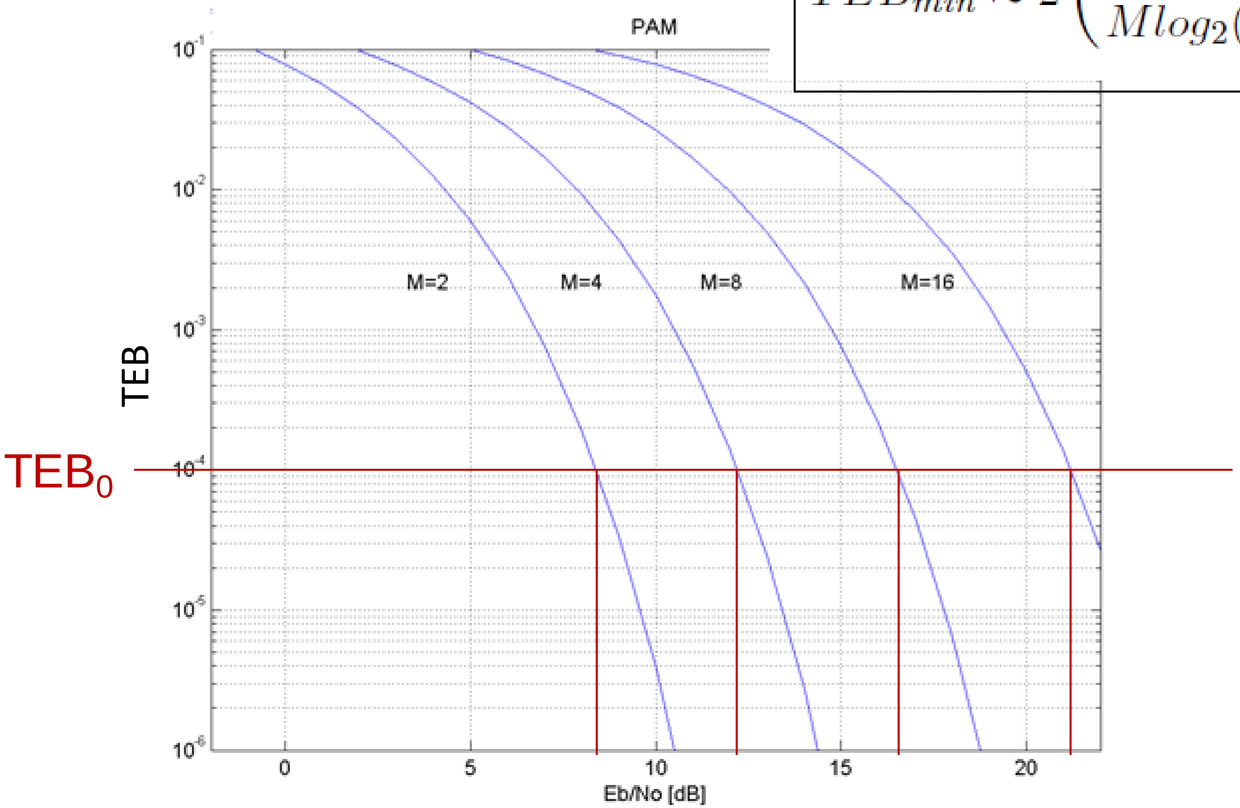
Efficacité spectrale	1	A	SNR par bit nécessaire à l'entrée du récepteur pour atteindre un TEB donné
Efficacité en puissance	2	B	Bande nécessaire à la transmission pour transmettre un débit binaire donné

Chaine de communication numérique : critères de performance



Efficacité en puissance de la transmission

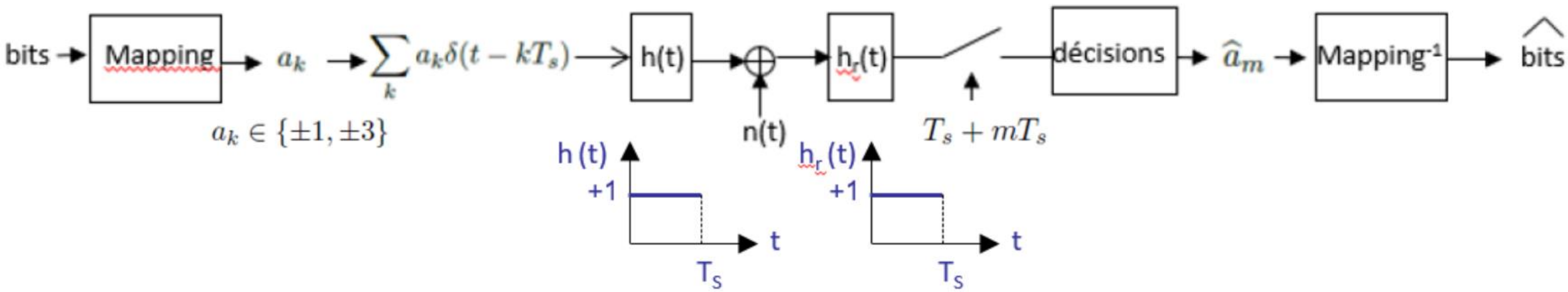
$$TEB_{min} \approx 2\left(\frac{M-1}{Mlog_2(M)}\right) Q\left(\sqrt{\frac{6log_2(M)}{M^2-1}\frac{E_b}{N_0}}\right)$$



↘ Efficacité en puissance
↗ Efficacité spectrale

➡ Résultats obtenus pour une modulation bande de base M-aire (**M-PAM**), dans un **canal de Nyquist**, avec **filtrage adapté** et **mapping de Gray**

QUESTION 23

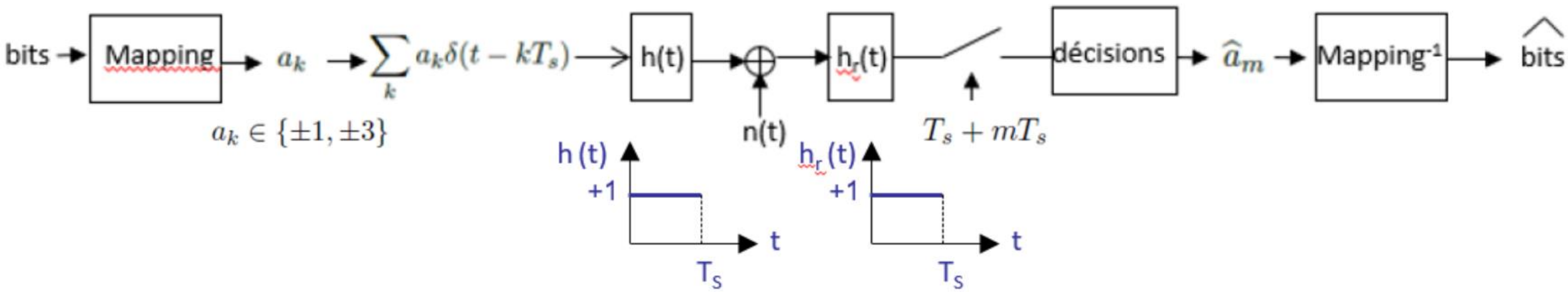


En considérant un détecteur à seuil avec seuils optimaux pour prendre les décisions, l'efficacité spectrale de cette chaine de transmission sera :

1. **plus grande que si l'on transmettait des symboles binaire à moyenne nulle.**

2. **plus faible que si l'on transmettait des symboles binaire à moyenne nulle.**

QUESTION 24

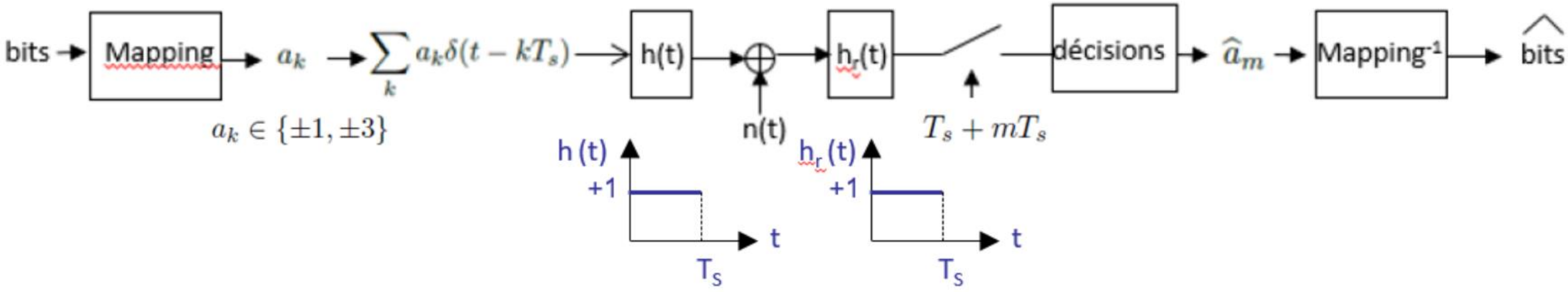


En considérant un détecteur à seuil avec seuils optimaux pour prendre les décisions, l'efficacité en puissance de cette chaine de transmission sera :

1. **Plus grande que celle obtenue si nous transmettions des symboles binaire à moyenne nulle,**

2. **Plus faible que celle obtenue si nous transmettions des symboles binaire à moyenne nulle,**

QUESTION 25



En considérant un détecteur à seuil avec seuils optimaux pour prendre les décisions, l'efficacité en puissance de la chaine de transmission proposée est-elle optimisée ?

1. **Oui**
2. **Non**
3. **Pas assez d'éléments pour répondre à la question**