

Séance du 04/11/20  
(TD N°4)

Ex 1 :

Est-ce que  $f_k$  est une application pour  $k = 1, \dots, 15$  ?

$f_1$  est une application.

$f_2 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$  est une application  
 $x \longmapsto 8$

$f_3$  est une application.

$f_4$  n'est pas une application (2 n'a pas d'image)

$f_5$  n'est pas une application ( $f_5(0) = \pi \notin \mathbb{R}^-$ )

$f_6$  n'est pas une application ( $f_6(0)$  n'existe pas)

$f_7$  est une application

$f_8$  est une application ( $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ ,  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ )

$f_9$  //

$f_{10}$  n'est pas une application ( $f_{10}(0)$  n'existe pas)

$f_{11}$  // ( $f_{11}(-1)$  //

$f_{12}$  // ( $f_{12}(0) = e^0 = 1 \notin \mathbb{R}^-$ )

~~$f_{13}$~~

$f_{14}$  est une application

$f_{15} : \overset{E}{[1, +\infty[} \longrightarrow \overset{F}{\mathbb{R}^+}$   
 $x \longmapsto f_{15}(x) = x^2 - 1$

$x^2 - 1 \in \mathbb{R}^+ ?$  si  $x \in E$  ( $x \geq 1$ )

alors  $x^2 \geq 1$

Donc  $x^2 - 1 \geq 0$

Donc  $f_{15}(x) \in F$

$f_{15}$  est une application.

Ex 3 :

1)  $A = \{0, 1, 2\}$  ;  $B = \{7, \pi\}$

$$f_1: A \rightarrow B$$

0	$\mapsto$	7
1	$\mapsto$	7
2	$\mapsto$	7

$$f_2: A \rightarrow B$$

0	$\mapsto$	7
1	$\mapsto$	7
2	$\mapsto$	$\pi$

$$f_3: A \rightarrow B$$

0	$\mapsto$	7
1	$\mapsto$	$\pi$
2	$\mapsto$	7

$$f_4: A \rightarrow B$$

0	$\mapsto$	7
1	$\mapsto$	$\pi$
2	$\mapsto$	$\pi$

$f(0) = 7$   
 $\{f(1) = 7 : f_1 \text{ et } f_2\}$   
 $\{f(1) = \pi : f_3 \text{ et } f_4\}$

$$f_5: A \rightarrow B$$

0	$\mapsto$	$\pi$
1	$\mapsto$	7
2	$\mapsto$	7

$$f_6: A \rightarrow B$$

0	$\mapsto$	$\pi$
1	$\mapsto$	7
2	$\mapsto$	$\pi$

$$f_7: A \rightarrow B$$

0	$\mapsto$	$\pi$
1	$\mapsto$	$\pi$
2	$\mapsto$	7

$$f_8: A \rightarrow B$$

0	$\mapsto$	$\pi$
1	$\mapsto$	$\pi$
2	$\mapsto$	$\pi$

$f(0) = \pi$

8 applications

$g: B \rightarrow A$  . Combien y-en a-t-il ?

$7 \mapsto 0, 1 \text{ ou } 2$

$\pi \mapsto 0, 1 \text{ ou } 2$

Il y a 9 applications de B vers A  
 car  $\text{card } A = 3$ , car  $B = 2$

2) Nombre d'applications d'un ensemble A qui contient  $n$  éléments vers un ensemble B qui contient  $m$  éléments :  $m^n$

$$g: A \rightarrow B$$

$a_1 \mapsto \underline{b_1} \text{ ou } b_2 \dots \text{ ou } b_m$        $m$  possibilités

$a_2 \mapsto \underline{b_1} \text{ ou } b_2 \dots \text{ ou } b_m$       //

$\vdots$

$a_n \mapsto b_1 \text{ ou } b_2 \dots \text{ ou } b_m$       //

Donc :  $\underbrace{m \times m \times \dots \times m}_{n \text{ fois}} = m^n$  possibilités

Nombre d'applications de  $E$  dans  $F$  est :  $(\text{card } F)^{\text{card } E}$

Notation :  $F^E$  : ensemble de toutes les applications de  $E$  dans  $F$

•  $A = \{0, 1, 2\}$  ,  $B = \{7, \pi\}$

Nombre d'app de  $A$  vers  $B$  :  $2^3 = (\text{card } B)^{\text{card } A}$

$$f_1, f_2, \dots, f_8 \in B^A$$

$$\begin{array}{lcl} f_1 : A & \longrightarrow & B \\ 0 & \longmapsto & 7 \\ 1 & \longmapsto & 7 \\ 2 & \longmapsto & 7 \end{array}$$

$$f_1 \in B^A$$