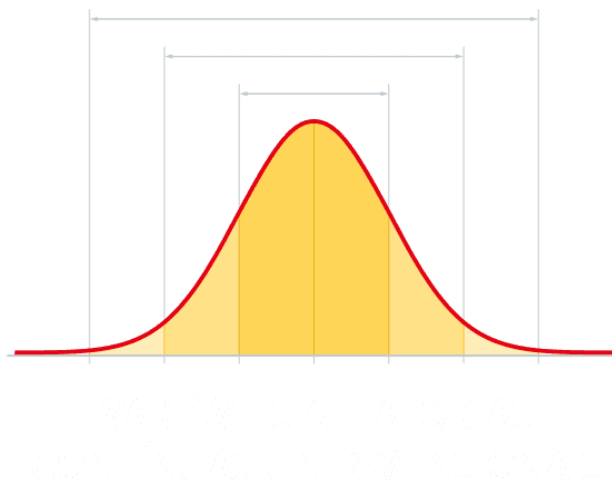


# Variáveis aleatórias

---

[stecine.azureedge.net/repositorio/variaveis\\_aleatorias\\_continuas\\_unidimensionais/index.html](https://stecine.azureedge.net/repositorio/variaveis_aleatorias_continuas_unidimensionais/index.html)



---

## OBJETIVOS

---

---

---

---

---

## Bem-vindo aos estudos das variáveis aleatórias contínuas unidimensionais

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



---

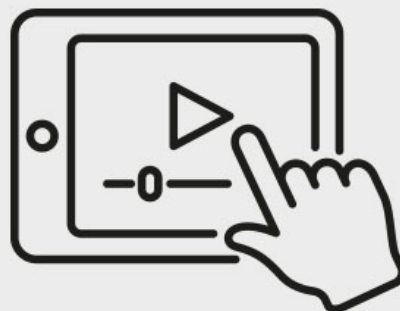
## Introdução

---

Aqui serão vistos todos os conceitos fundamentais necessários ao bom entendimento relacionados a variáveis aleatórias contínuas unidimensionais e das principais distribuições de probabilidade contínuas; em especial, a distribuição normal, simplesmente a distribuição mais importante da estatística.

### CONCEITOS DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS CONTÍNUAS

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.





Seja  $E$  um experimento aleatório e  $S$  o espaço amostral associado a esse experimento. Uma função  $X$  que associa o número real  $X(s)$  a cada elemento  $s \in S$  é chamada **variável aleatória**.

$$X: S \rightarrow \mathbb{R}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## Exemplo

---

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## Variável aleatória e contínua

---

Se a imagem da variável aleatória é um conjunto não enumerável, ou seja, não pode ser “contado”, dizemos que a variável aleatória é **contínua**.

## Função densidade de probabilidade

---

Seja  $X$  uma variável aleatória contínua e  $f$  uma função definida no conjunto imagem de  $X$ , tal que:

$$\text{I) } f(x) \geq 0$$

$$\text{II) } \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

*A função  $f(x)$  é chamada de função densidade de probabilidade.*

Note que a primeira condição é idêntica no caso de funções de probabilidade de variáveis aleatórias discretas, já a segunda condição é, na verdade, uma simples extensão da mesma propriedade das funções densidade de variáveis aleatórias discretas, em que a integral “generaliza” o **somatório** de todas as “probabilidades” do caso discreto (cuja soma/integral valor deve ser igual a 1).

#### OBSERVAÇÃO

Se  $X$  é uma variável aleatória contínua, então:

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Note que nesta igualdade, **a** e **b** podem assumir os valores “limites”  $+\infty$  ou  $-\infty$

## Exemplo

---

fdp

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## FDP

---

Função de Probabilidade

## Função de distribuição acumulada

---

A função distribuição acumulada é definida de forma análoga ao estudo das variáveis aleatórias discretas por:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad F_X(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

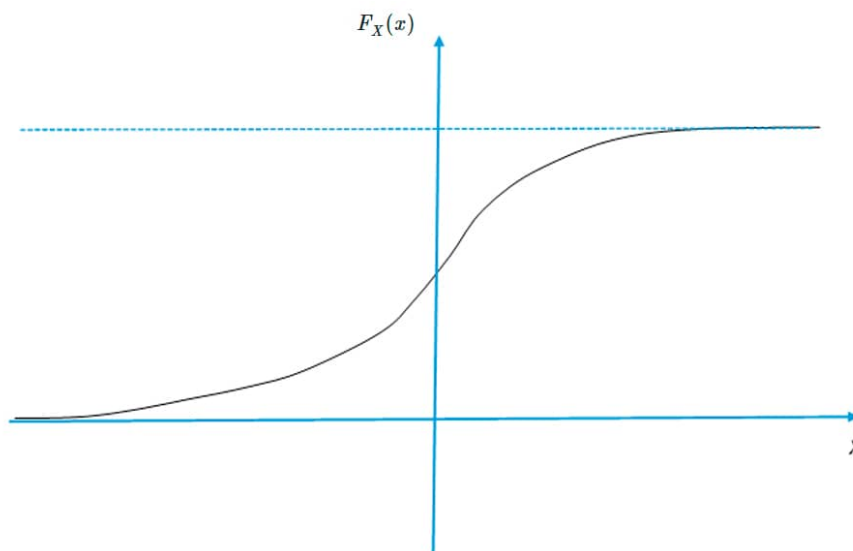
**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Como consequência, se  $X$  é uma variável aleatória contínua, temos:

$$dF_X(x) = f_X(x) dx \Rightarrow f_X(x) = F_X'(x) \quad dF_X(x) = f_X(x) dx \Rightarrow f_X(x) = F_X'(x)$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

O gráfico dessa função é dado a seguir:



Fonte: O autor.

## Esperança matemática (valor esperado ou média)

---

A esperança matemática generaliza, em essência, o conceito de média aritmética (das distribuições discretas finitas). No caso das distribuições contínuas, **o somatório dos valores** dá lugar à integral que se segue:

$$\mu_X = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) \cdot dx \quad \mu_X = EX = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) \cdot dx$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## Propriedades

---

Considere  $X$  e  $Y$  variáveis aleatórias e  $a$  e  $b$  constantes. Então:

- $E(aX) = a \cdot E(X)$ ;  $E(aX) = a \cdot E(X)$ ;
- $E(aX \pm b) = a \cdot E(X) \pm b$ ;  $E(aX \pm b) = a \cdot E(X) \pm b$ ;
- $E(aX \pm bY) = a \cdot E(X) \pm b \cdot E(Y)$ ;  $E(aX \pm bY) = a \cdot E(X) \pm b \cdot E(Y)$ ;
- $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$ ;  $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$ , se  $X$  e  $Y$  forem independentes;

- $E(XY)=E(X) \cdot E(Y)+E(XY)=E(X) \cdot E(Y)+ \text{cov}(X,Y)$ , se  $X$  e  $Y$  não forem independentes.

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## cov(X,Y)

---

A covariância entre as variáveis  $X$  e  $Y$  é definida por

$$E[(X-E(X))(Y-E(Y))]|E[(X-E(X))(Y-E(Y))].$$

## Variância

---

A variância é uma medida de variabilidade ou dispersão dos dados em torno da média, sendo definida, no caso contínuo, pela integral indicada:

$$\sigma^2_X = V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f_X(x) dx \quad \sigma^2_X = V_X = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x) dx - \mu^2$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Na qual  $\mu$  é a média da variável aleatória  $X$ . Além disso, a unidade da variância é o quadrado da unidade de medida da variável aleatória.

Prova-se que, de forma análoga às distribuições discretas,  
 $V(X)=E(X^2)-[E(X)]^2$   $VX=EX^2-[EX]^2$ .

## Propriedades

---

Sejam  $X$  e  $Y$  variáveis aleatórias e  $a$  e  $b$  constantes, então:

- $V(a)=0$   $V(a)=0$
- $V(aX+b)=a^2 \cdot V(X)$   $V(aX+b)=a^2 \cdot V(X)$
- $V(X+Y)=V(X)+V(Y)$   $V(X+Y)=V(X)+V(Y)$ , se  $X$  e  $Y$  forem independentes, caso contrário:
- $V(aX \pm bY)=a^2 \cdot V(X)+b^2 \cdot V(Y) \pm 2ab \cdot \text{cov}(X,Y)$   $V(aX \pm bY)=a^2 \cdot V(X)+b^2 \cdot V(Y) \pm 2ab \cdot \text{cov}(X,Y)$

Em que  $\text{cov}(X,Y)=E(XY)-E(X) \cdot E(Y)$   $\text{cov}(X,Y)=E(XY)-E(X) \cdot E(Y)$  é a covariância.



**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## Desvio padrão

---

O desvio padrão é definido como a raiz quadrada da variância, ou seja:

$$\sigma_X = DP(X) = \sqrt{V(X)} \quad \sigma_X = DPX = \sqrt{VX}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## **Atenção**

---



## Mão na Massa

---

1. Seja

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & 0 \leq x \leq 10, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Determine o valor de  $k$  para que essa função seja, de fato, uma função densidade de probabilidade (fdp).

---

2. Considerando os dados da questão anterior, determine a esperança de  $X$ .

---

3. Seja  $f(x)$  a função de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória  $X$ :

$$f(x) = \begin{cases} 13, & \text{se } 1 \leq x \leq 40, \\ \text{Caso Contrário} \end{cases} f(x) = \begin{cases} 13, & \text{se } 1 \leq x \leq 40, \\ \text{Caso Contrário} \end{cases}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Determine  $P(1 \leq x \leq 3)$ .

---

4. Considere a seguinte função de distribuição acumulada:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 + x^2, & \text{se } 0 < x < 11, \\ 1, & \text{se } x \geq 11 \end{cases} f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 + x^2, & \text{se } 0 < x < 11, \\ 1, & \text{se } x \geq 11 \end{cases}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Determine a função densidade  $f(x)$  no intervalo de  $(0,1)$ :

---

5. Considere a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & 0 \leq x \leq 20, \\ \text{Caso Contrário} \end{cases} f(x) = \begin{cases} x^3, & 0 \leq x \leq 20, \\ \text{Caso Contrário} \end{cases}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Determine  $P(0 < X < 1/2)$ .

---

6. Considerando a questão anterior. determine a esperança matemática de  $X$ .

---

Gabarito

1. Seja

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & 0 \leq x \leq 10, \\ \text{caso contrário} \end{cases} f(x) = \begin{cases} kx^2, & 0 \leq x \leq 10, \\ \text{caso contrário} \end{cases}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Determine o valor de  $k$  para que essa função seja, de fato, uma função densidade de probabilidade (fdp).

A alternativa "E" está correta.

Solução: Para que  $f(X)$  seja uma fdp, é necessária que essa função satisfaça:

I)  $f(x) \geq 0$

$$\text{II) } \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Então:

$$1 \int_0^1 f(x) dx = 1 \Rightarrow 1 \int_0^1 kx^2 dx = 1 \Rightarrow k \int_0^1 x^2 dx = 1 \Rightarrow k \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = 1 \Rightarrow k \cdot \frac{1}{3} = 1 \Rightarrow k = 3$$

Logo:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

2. Considerando os dados da questão anterior, determine a esperança de X.

A alternativa "B " está correta.

Solução:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) \cdot dx = \int_0^1 x \cdot 3x^2 \cdot dx = 3 \int_0^1 x^3 \cdot dx = 3 \left[ \frac{x^4}{4} \right]_0^1 = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

3. Seja f(x) a função de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória X:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & \text{se } 1 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{Caso Contrário} \end{cases}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Determine  $P(1 \leq x \leq 3)$ .

A alternativa "D " está correta.

**Solução:**

4. Considere a seguinte função de distribuição acumulada:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 + x^2, & \text{se } 0 < x < 1 \\ 1, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Determine a função densidade  $f(x)$  no intervalo de  $(0, 1)$ :

A alternativa **"D "** está correta.

Solução:

Sabemos que  $dF(x) = f(x)dx \Rightarrow F(x) = \int f(x)dx$ . Assim, derivando  $F(x)$ , temos:

$$F'(x) = 4x^3 + 12 = 2x^3 + 12 \Rightarrow f(x) = 4x^3 + 12 = 2x^3 + 12$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

5. Considere a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & 0 \leq x \leq 20 \\ 0, & \text{Caso Contrário} \end{cases}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Determine  $P(0 < X < 1/2)$ .

A alternativa **"A "** está correta.

Solução:

$$P(0 < X < 1/2) = \int_0^{1/2} x^3 dx = \left[ \frac{x^4}{4} \right]_0^{1/2} = \frac{(1/2)^4}{4} = \frac{1}{64}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

6. Considerando a questão anterior. determine a esperança matemática de  $X$ .

A alternativa **"E "** está correta.

Solução:

$$E(X) = \int_0^{20} x \cdot x^3 dx = \int_0^{20} x^4 dx = \left[ \frac{x^5}{5} \right]_0^{20} = \frac{20^5}{5} = 32000$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Gabarito



## Teoria na prática

---

Seja  $X$  a variável aleatória contínua que representa o tempo de espera (em horas) para ser atendido na fila de um banco qualquer. Sabendo que a função densidade de  $X$  é dada por,

$$f(x) = \begin{cases} 364x^2, & 0 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{Caso Contrário} \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} 364x^2, & 0 \leq x \leq 40 \\ \text{Caso Contrário} \end{cases}$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

determine o tempo médio de espera.

## RESOLUÇÃO

**Assista ao vídeo sobre variáveis aleatórias contínuas:**

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



## Verificando o aprendizado

---

### 1. Seja

$$f(x) = \begin{cases} k(x-3), & 4 \leq x \leq 60, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Determine o valor  $k$  a fim de que essa função seja uma densidade de probabilidade.

---

### 2. Considerando a questão anterior, calcule a esperança matemática da variável aleatória $X$ .

---

Gabarito

#### 1. Seja

$$f(x) = \begin{cases} k(x-3), & 4 \leq x \leq 60, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Determine o valor  $k$  a fim de que essa função seja uma densidade de probabilidade.  
A alternativa "**A**" está correta.

Para que  $f(X)$  seja uma fdp é necessário que essa função satisfaça:

$$I) f(x) \geq 0$$

$$II) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Então:

$$6 \int_4^6 k(x-3) dx = 1 \Rightarrow 6 \left[ \frac{kx^2}{2} - 3kx \right]_4^6 = 1 \Rightarrow 3k(6^2 - 4^2) - 6k(6 - 4) = 1 \Rightarrow 3k(36 - 16) - 12k = 1 \Rightarrow 36k - 12k = 1 \Rightarrow 24k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{24}$$

$$\Rightarrow k[(36) - 16] - (12) = 1 \Rightarrow 24k - 12 = 1 \Rightarrow 24k = 13 \Rightarrow k = \frac{13}{24}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

2. Considerando a questão anterior, calcule a esperança matemática da variável aleatória  $X$ .

A alternativa "**D**" está correta.

Note que  $f(x) = \begin{cases} (x-3)^4, & 4 \leq x \leq 6 \\ 0, & \text{Caso Contrário} \end{cases}$   
Assim,

$$E(X) = \int_4^6 x \cdot f(x) dx = \int_4^6 x \cdot (x-3)^4 dx = \int_4^6 (x^5 - 12x^4 + 54x^3 - 108x^2 + 81x - 27) dx = \left[ \frac{x^6}{6} - 12 \frac{x^5}{5} + 54 \frac{x^4}{4} - 108 \frac{x^3}{3} + 81 \frac{x^2}{2} - 27x \right]_4^6$$

$$= \left[ \frac{6^6}{6} - 12 \frac{6^5}{5} + 54 \frac{6^4}{4} - 108 \frac{6^3}{3} + 81 \frac{6^2}{2} - 27 \cdot 6 \right] - \left[ \frac{4^6}{6} - 12 \frac{4^5}{5} + 54 \frac{4^4}{4} - 108 \frac{4^3}{3} + 81 \frac{4^2}{2} - 27 \cdot 4 \right]$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

**Avalie este módulo:**

---



---



---

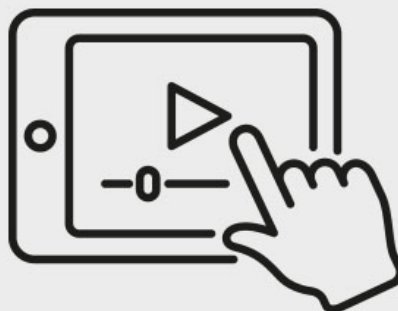
## Introdução

---

A seguir, veremos uma das distribuições contínuas mais simples, porém com muitas aplicações práticas — a distribuição uniforme.

### DISTRIBUIÇÃO UNIFORME

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



## Distribuição uniforme

---

Uma variável aleatória tem distribuição uniforme no intervalo  $[a,b]$  se sua função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} k, & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Desse modo, para que  $f(X)$  seja uma fdp, é necessário que essa função satisfaça as seguintes condições:

I)  $f(x) \geq 0$

II)  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Assim, pela condição  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$ , temos

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \rightarrow \int_a^b k dx = 1 \rightarrow k \cdot (b - a) = 1 \rightarrow k = \frac{1}{b - a} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \rightarrow \int_a^b k dx = 1 \rightarrow k \cdot (b - a) = 1 \rightarrow k = \frac{1}{b - a}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Portanto:

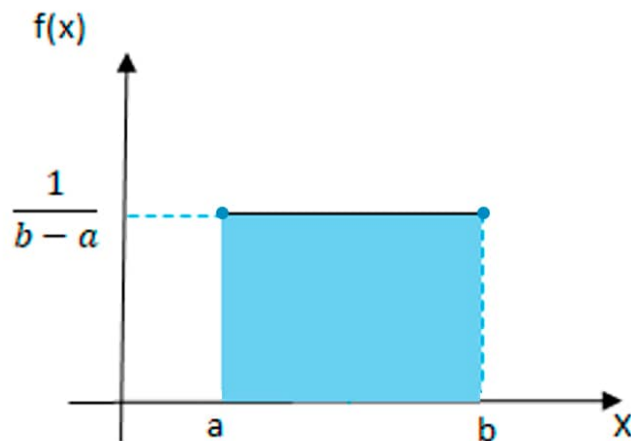
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Clique nas abas abaixo e conheça as principais características dessa distribuição:

## GRÁFICO DA FUNÇÃO DENSIDADE

Podemos traçar o gráfico associado à função densidade de probabilidade:



Fonte: O autor.

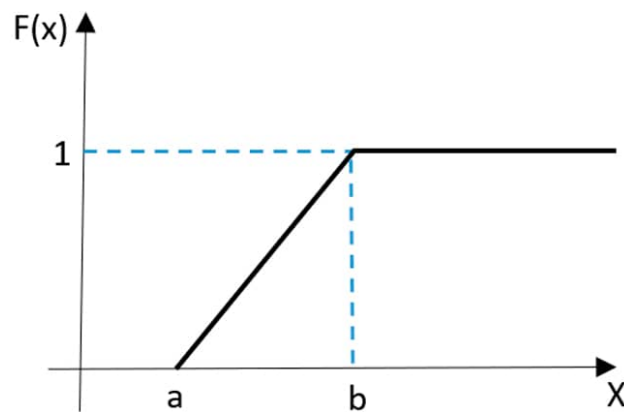
## FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA

A função distribuição acumulada da distribuição uniforme é definida por:

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{se } a \leq x \leq b \\ 1, & \text{se } x > b \end{cases}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## GRÁFICO DA FUNÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA



Fonte: O autor.

## ESPERANÇA MATEMÁTICA (MÉDIA)

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_a^b x (1-b-a)^{-1} dx = \frac{a+b}{2}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## VARIÂNCIA

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

Como já determinamos a  $E(X)$ , precisamos apenas calcular a  $E(X^2)$ . Assim:

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_a^b x^2 (1-b-a)^{-1} dx = \frac{1}{3(b-a)}(b^3 - a^3) = \frac{b^2 + ab + a^2}{3}$$

$$E(X^2) = \frac{b^2 + ab + a^2}{3}$$

Então:

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{b^2 + ab + a^2}{3} - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Portanto:

$$V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal



## Mão na Massa

---

1. Suponha que a variável aleatória contínua  $X$  tenha uma distribuição uniforme no intervalo de  $[1, 5]$ . Nesse caso, calcule a  $P(X > 3)$ .

---

2. Considerando o enunciado da questão anterior, qual seria o valor da média de  $X$ ?

---

3. Os comprimentos dos eixos dos carros (em metros) de uma indústria automobilística são uniformemente distribuídos no intervalo  $[1,4; 2,6]$ . Qual a proporção de carros com eixos abaixo de 2 metros?

---

4. Considerando o enunciado da questão anterior, determine a função de distribuição acumulada de  $X$ .

---

**5. O volume de refrigerante de uma latinha está uniformemente distribuído entre 320 e 330 ml. Qual o volume mínimo que está em 90% das latas?**

---

**6. Considerando o enunciado do item na massa 5, qual a média e o desvio padrão desse refrigerante?**

---

Gabarito

1. Suponha que a variável aleatória contínua  $X$  tenha uma distribuição uniforme no intervalo de  $[1, 5]$ . Nesse caso, calcule a  $P(X > 3)$ .

A alternativa "**C**" está correta.

Solução: Sabemos que, se  $X \sim U[1,5]$ , a sua função densidade é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & \text{se } 1 \leq x \leq 5 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Portanto:

$$P(X > 3) = \int_3^5 \frac{1}{4} dx = \frac{1}{4}(x) \Big|_3^5 = \frac{1}{4}(5-3) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

2. Considerando o enunciado da questão anterior, qual seria o valor da média de  $X$ ?

A alternativa "**B**" está correta.

Solução:

Se  $X \sim U[1,5]$ , então sua média é dada por:

$$E(X) = \frac{a+b}{2} = \frac{1+5}{2} = 3$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

3. Os comprimentos dos eixos dos carros (em metros) de uma indústria automobilística são uniformemente distribuídos no intervalo  $[1,4; 2,6]$ . Qual a proporção de carros com eixos abaixo de 2 metros?

A alternativa "**E**" está correta.

Solução:

Seja  $X$ : "O comprimento do eixo dos carros". Sabemos que se  $X \sim U[1,4; 2,6]$ , a sua função densidade é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1,2}, & \text{se } 1,4 \leq x \leq 2,6 \\ 0, & \text{Caso Contrário} \end{cases}$$

Daí,

$$P(X < 2) = \int_{1,4}^2 \frac{1}{1,2} dx = \frac{1}{1,2} (x) \Big|_{1,4}^2 = \frac{1}{1,2} (2 - 1,4) = \frac{0,6}{1,2} = 0,5 \times 100 = 50\%$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

4. Considerando o enunciado da questão anterior, determine a função de distribuição acumulada de X.

A alternativa "A " está correta.

Solução:

Vimos que, se  $X \sim U[1,4; 2,6]$ , a sua função de distribuição acumulada é dada por:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 1,4 \\ \frac{x - 1,4}{2,6 - 1,4} & \text{se } 1,4 \leq x \leq 2,6 \\ 1 & \text{se } x > 2,6 \end{cases}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

5. O volume de refrigerante de uma latinha está uniformemente distribuído entre 320 e 330 ml. Qual o volume mínimo que está em 90% das latas?

A alternativa "A " está correta.

**Assista o vídeo sobre distribuição uniforme:**

6. Considerando o enunciado do mão na massa 5, qual a média e o desvio padrão desse refrigerante?

A alternativa "A " está correta.

Solução:

Seja  $X$  a variável aleatória que representa o volume da latinha do refrigerante. Vimos que, se  $X \sim U[320,330]$ , a média e a variância de  $X$  são, respectivamente, dadas por:

$$E(X)=a+b/2 \quad \text{e} \quad V(X)=(b-a)^2/12$$

Logo,  $E(X)=330-3202=325$  e  $V(X)=(330-320)212=8,33$   
 $E(X)=330-3202=325$  e  $V(X)=(330-320)212=8,33$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Gabarito

## Teoria na prática

---

Os portões para a realização de um concurso público abrem às 13h e fecham às 13h30. Suponha que um candidato chegará ao portão com o tempo uniformemente distribuído entre 12h40 e 13h40. Qual a probabilidade de esse candidato chegar depois do horário do fechamento do portão?

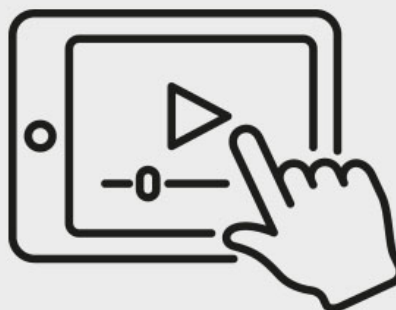


Fonte: Por Min C. Chiu/Shutterstock

## RESOLUÇÃO

**Assista ao vídeo sobre função de probabilidade da distribuição uniforme:**

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



## **Verificando o aprendizado**

---

1. Suponha que a variável aleatória  $X$  tenha uma distribuição uniforme no intervalo de  $-2$  a  $2$ . Qual a probabilidade de  $X$  ser maior do que  $1$ ?

---

2. Considerando a questão anterior, indique o valor esperado de  $X$ .

---

Gabarito

1. Suponha que a variável aleatória  $X$  tenha uma distribuição uniforme no intervalo de  $-2$  a  $2$ . Qual a probabilidade de  $X$  ser maior do que  $1$ ?

A alternativa "**B**" está correta.

Como  $X \sim U[-2, 2] \Rightarrow f(x) = 1/4$ , para  $-2 < x < 2$ . Assim:

$$P(X > 1) = \int_1^2 \frac{1}{4} dx = \frac{1}{4} \times (2 - 1) = 0,25$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

2. Considerando a questão anterior, indique o valor esperado de  $X$ .

A alternativa "**C**" está correta.

Como  $X \sim U[-2, 2] \Rightarrow E(X) = \frac{-2 + 2}{2} = 0$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Avalie este módulo:

---

---

---



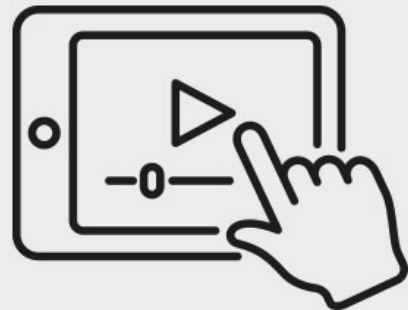
## Introdução

---

A distribuição exponencial é muito utilizada quando a variável aleatória envolvida é o tempo. Por isso, ela se destaca nos estudos de confiabilidade, que trata, por exemplo, do tempo de falha de equipamentos, bem como nos estudos de análise de sobrevivência, que está interessada na sobrevida de um produto ou de um indivíduo com certa doença. Portanto, é uma distribuição com muitas aplicações práticas.

### DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



## Distribuição exponencial

---

Uma variável aleatória contínua  $X$  tem distribuição exponencial se sua função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{se } x > 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Considerando que  $\lambda$  é tempo médio de ocorrência de um evento.

Notação:  $X \sim \text{Exp}(\lambda)$

Vamos verificar, inicialmente, se a presente função é uma função densidade de probabilidade (fdp).



Vimos que, para que  $f(X)$  seja uma verdadeira fdp, é necessário que essa função satisfaça as seguintes condições:

I)  $f(x) \geq 0$

II)  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal



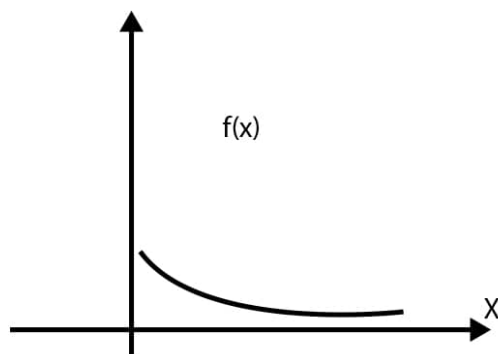
A condição é facilmente verificada, pois  $x > 0$  e  $\lambda > 0$ . Portanto, pela condição ii), temos:

$$f(x) = \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda x} dx = (-e^{-\lambda x})_{x=0}^{x=\infty} = 0 - (-1) = 1 \quad f(x) = \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda x} dx = -e^{-\lambda x} \Big|_0^{\infty} = 0 - (-1) = 1$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

A seguir, veremos as principais características dessa distribuição de probabilidade.  
Clique nas abas abaixo:

## GRÁFICO DA FUNÇÃO DENSIDADE



Fonte: O autor.

## FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA

A função distribuição acumulada da distribuição exponencial é dada por:

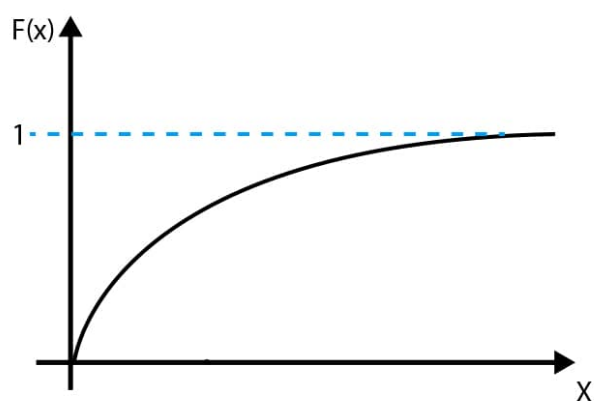
$$F_x(x) = P(X \leq x) = \int_0^x \lambda \cdot e^{-\lambda t} dt = (-e^{-\lambda t}) \Big|_0^x = [-e^{-\lambda x} - (-1)] = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$F_{xx} = P(X \leq x) = \int_0^x \lambda \cdot e^{-\lambda t} dt = -e^{-\lambda t} \Big|_0^x = [-e^{-\lambda x} - (-1)] = 1 - e^{-\lambda x}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Veja que usamos a função densidade associada à variável t, para que a função distribuição acumulada possa ficar em função da variável x, conforme definição.

## GRÁFICO DA FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA





Fonte: O autor.

## ESPERANÇA MATEMÁTICA (MÉDIA)

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx \quad \text{Integral por partes}$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx \quad \text{Integral por partes}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Para resolver essa integral por partes, faça:

$$u = x \Rightarrow du = dx; dv = \lambda e^{-\lambda x} \Rightarrow v = -e^{-\lambda x} \quad u = x \Rightarrow du = dx; dv = \lambda e^{-\lambda x} \Rightarrow v = -e^{-\lambda x}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Lembre-se de que essa integral será substituída por:  $uv - \int v du$ . Assim:

$$E(X) = (-xe^{-\lambda x} - \int_0^{\infty} -e^{-\lambda x} dx) = (-xe^{-\lambda x}) \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -e^{-\lambda x} dx = (0 - 0) - (0 - 1) = 1 \quad E(X) = -xe^{-\lambda x} - \int_0^{\infty} -e^{-\lambda x} dx = -xe^{-\lambda x} \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -e^{-\lambda x} dx = 0 - 0 - 0 - 1 = 1$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Desse modo:

$$E(X) = 1/\lambda \quad E(X) = 1/\lambda$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## VARIÂNCIA

Para o cálculo da variância, usaremos, mais uma vez, a seguinte expressão:

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 \quad V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Note que já conhecemos a  $E(X)$ . Portanto, vamos calcular a  $E(X^2)$ .

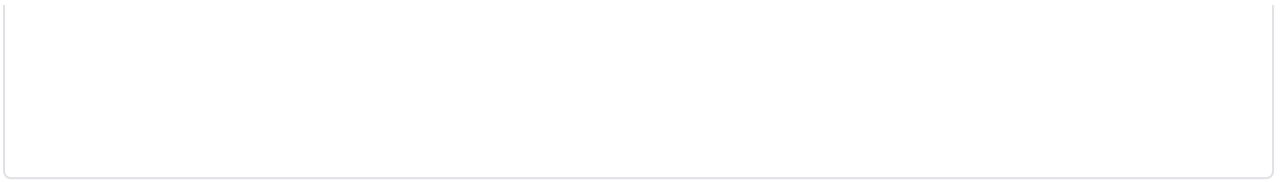
$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_0^{\infty} x^2 \lambda e^{-\lambda x} dx \quad \text{Integral por partes}$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_0^{\infty} x^2 \lambda e^{-\lambda x} dx \quad \text{Integral por partes}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Para resolver essa integral por partes, faça:

$$u=x^2 \Rightarrow du=2x dx; dv=\lambda e^{-\lambda x} \Rightarrow v=-e^{-\lambda x} u=x^2 \Rightarrow du=2x dx; dv=\lambda e^{-\lambda x} \Rightarrow v=-e^{-\lambda x}$$

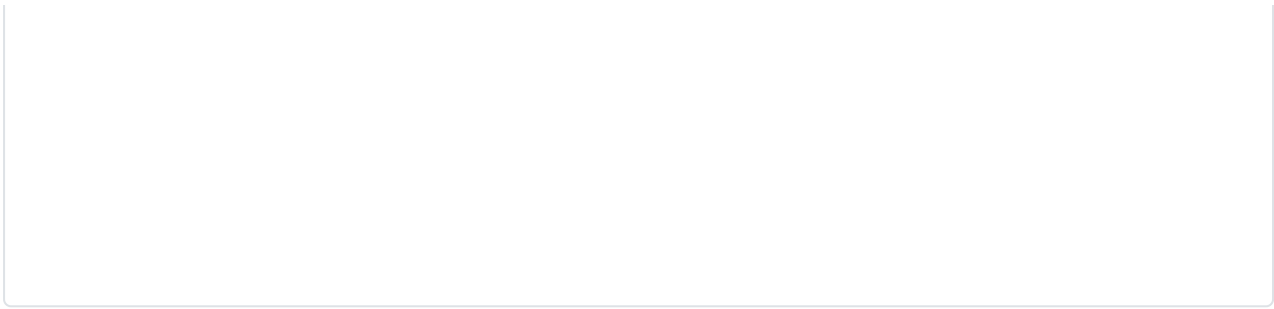
**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal



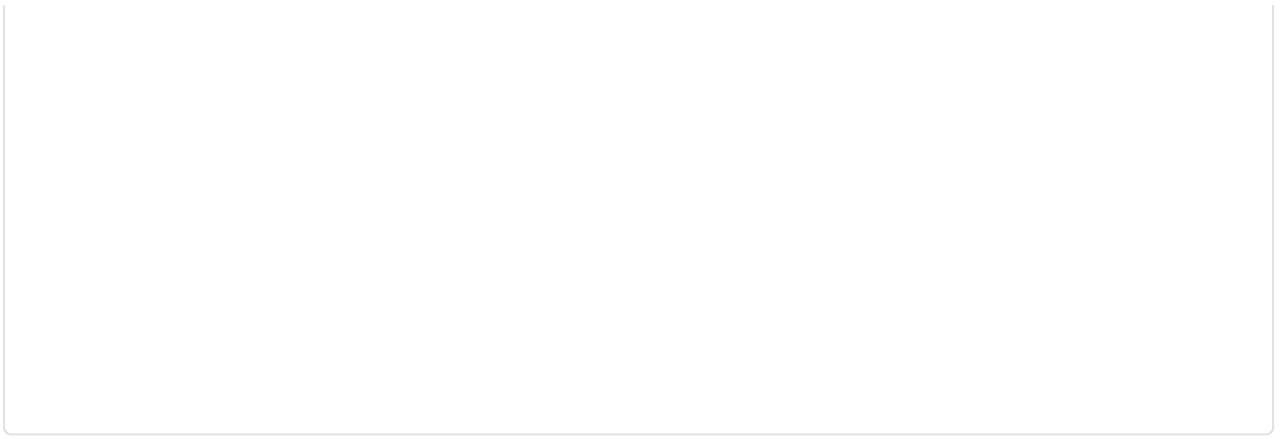
Então:

$$\begin{aligned} E(X^2) &= uv - \int_0^\infty v du = \\ &= (-x^2 e^{-\lambda x}) \Big|_0^\infty - \int_0^\infty (0 - 2xe^{-\lambda x}) dx = 2 \int_0^\infty xe^{-\lambda x} dx \quad \text{Integral por partes} \\ &= \int_0^\infty v du = -x^2 e^{-\lambda x} \Big|_0^\infty - \int_0^\infty (0 - 2xe^{-\lambda x}) dx = 2 \int_0^\infty xe^{-\lambda x} dx \quad \text{Integral por partes} \end{aligned}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal



Note que  $-x^2e^{-\lambda x}|||_{-\infty}^{\infty} - x^2e^{-\lambda x}|_{-\infty}^{\infty}$  tende a zero.



Assim:

$$E(X^2) = 2 \int_0^{\infty} x e^{-\lambda x} dx$$

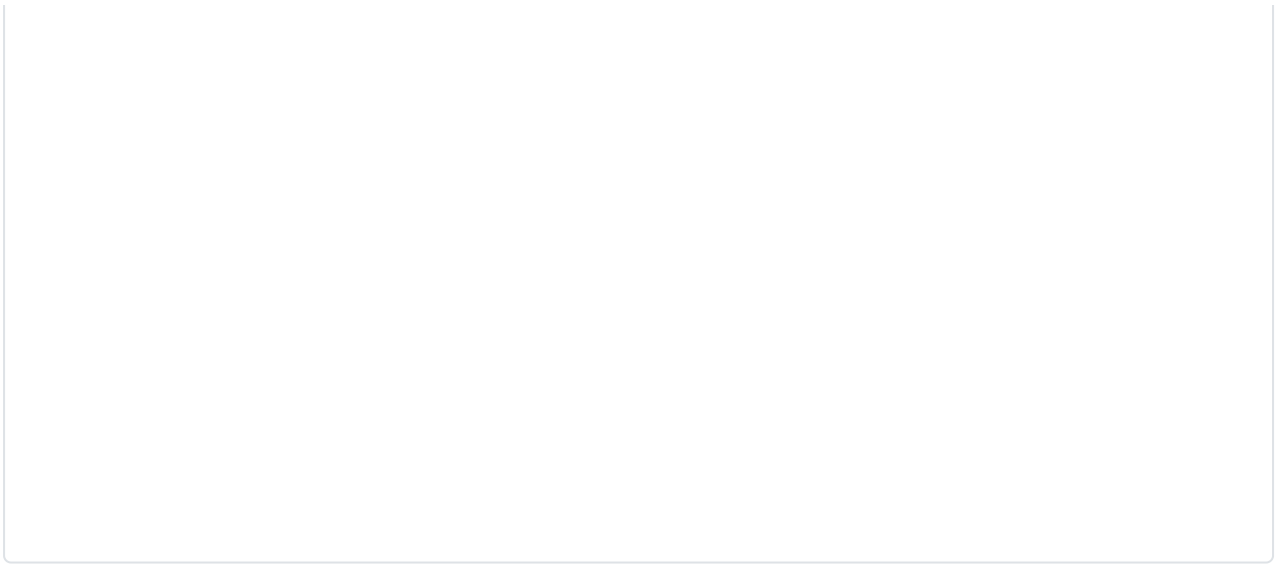
Integral por partes

$$E(X^2) = 2 \int_0^{\infty} x e^{-\lambda x} dx$$

Integral por partes

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal





Agora faça  $u=x \Rightarrow du=dx; dv=e^{-\lambda x} \Rightarrow v=-e^{-\lambda x} \lambda u=x \Rightarrow du=dx; dv=e^{-\lambda x} \Rightarrow v=-e^{-\lambda x} \lambda$

$$E(X^2) = 2 \left( (-xe^{-\lambda x}) \Big|_0^\infty - 1 \lambda \int_0^\infty 0 - e^{-\lambda x} dx \right) = 2 \left[ (0-0) - 1 \lambda (0-1 \lambda) \right] = 2 \lambda^2$$

$$EX^2 = 2 - xe^{-\lambda x} \Big|_0^\infty - 1 \lambda \int_0^\infty -e^{-\lambda x} dx = 2(0-0) - 1 \lambda (0-1 \lambda) = 2 \lambda^2$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal



Logo:

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 2\lambda^2 - (1\lambda)^2 = 2\lambda^2 - 1\lambda^2 = 1\lambda^2 \quad V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = 2\lambda^2 - 1\lambda^2 = 2\lambda^2 - 1\lambda^2 = 1\lambda^2$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## Propriedade de falta de memória

---

Se uma variável aleatória contínua  $X$  tem distribuição de probabilidade exponencial, então:

$$P(X < t_1 + t_2 \mid X > t_1) = P(X < t_2) \quad P(X < t_1 + t_2 \mid X > t_1) = P(X < t_2)$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Essa igualdade é chamada de **propriedade de falta de memória** e significa que, dados dois tempos consecutivos, digamos  $t_1$  e  $t_2$ , para conhecer a probabilidade de um evento ser menor do que  $t_1 + t_2$ , conhecendo-se o tempo passado  $t_1$ , basta conhecer o tempo imediatamente anterior, isto é,  $t_2$ .

**Exemplo**

---

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## Mão na Massa

---

1. Suponha que  $X$  tenha uma distribuição exponencial com parâmetro  $\lambda = 1$ . Qual a probabilidade de  $X$  ser maior que 2?

---

2. Ainda com relação à questão anterior, determine a função de distribuição acumulada quando  $x$  for igual a 3.

---

3. Suponha que  $X$  tenha uma distribuição exponencial com média igual a 2. Qual é o parâmetro dessa distribuição?

---

4. O tempo entre as chamadas para um restaurante é distribuído exponencialmente com um intervalo médio de 5 minutos. Qual a probabilidade de não haver chamadas dentro de um intervalo de 10



minutos.

---

5. Considerando o enunciado da questão anterior, determine a probabilidade de que a primeira chamada chegue entre 5 e 15 minutos, depois que o restaurante estiver aberto.

---

6. Ainda com relação à questão 4, determine o comprimento de um intervalo de tempo, tal que exista a probabilidade de 95% de haver, no mínimo, uma chamada no intervalo.

---

Gabarito

1. Suponha que X tenha uma distribuição exponencial com parâmetro  $\lambda = 1$ . Qual a probabilidade de X ser maior que 2?

A alternativa "D" está correta.

**Solução:** Se  $X \sim \text{Exp}(\lambda=1) \Rightarrow f(x) = 1e^{-1x}$   $X \sim \text{Exp} \lambda=1 \Rightarrow f_x = 1e^{-1x}$

$$P(X > 2) = \int_2^{\infty} 2e^{-x} dx = (-e^{-x})_{x=2}^{\infty} = 0 - (-e^{-2}) = e^{-2} \approx 0,14$$
$$P(X > 2) = \int_2^{\infty} 1e^{-x} dx = (-e^{-x})_{x=2}^{\infty} = 0 - (-e^{-2}) = e^{-2} \approx 0,14$$

Observe que para resolver essa questão, podemos utilizar a função de distribuição acumulada. Dessa forma, sabendo que a distribuição acumulada da Exponencial é dada por:

$$F_x(x) = P(X \leq x) = \int_0^x \lambda \cdot e^{-\lambda t} dt = (-e^{-\lambda t})_{t=0}^x = [-e^{-\lambda x} - (-1)] = 1 - e^{-\lambda x}$$
$$F_{xx} = P(X \leq x) = \int_0^x \lambda \cdot e^{-\lambda t} dt = -e^{-\lambda t} \Big|_0^x = -e^{-\lambda x} - (-1) = 1 - e^{-\lambda x}$$

Tem-se:

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - (1 - e^{-2}) = e^{-2} \approx 0,14$$
$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - (1 - e^{-2}) = e^{-2} \approx 0,14$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

2. Ainda com relação à questão anterior, determine a função de distribuição acumulada quando x for igual a 3.

A alternativa "C" está correta.

**Solução:** Vimos que, por definição, a função de distribuição acumulada é dada por:

$$F_x(x) = P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}$$
$$F_{xx} = P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

Logo, como  $\lambda = 1$  e  $x = 3$ , temos:

$$F_x(3) = P(X \leq 3) = 1 - e^{-3} \approx 0,95$$
$$F_{x3} = P(X \leq 3) = 1 - e^{-3} \approx 0,95$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

3. Suponha que  $X$  tenha uma distribuição exponencial com média igual a 2. Qual é o parâmetro dessa distribuição?

A alternativa "**A**" está correta.

**Solução:** Sabemos que, se:

$$X \sim \text{Exp}(\lambda) \Rightarrow E(X) = 1/\lambda. \quad X \sim \text{Exp}(\lambda) \Rightarrow E(X) = 1/\lambda.$$

Daí, se:

$$E(X) = 2 = 1/\lambda \Rightarrow \lambda = 1/2 = 0,5 \quad E(X) = 2 = 1/\lambda \Rightarrow \lambda = 1/2 = 0,5$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

4. O tempo entre as chamadas para um restaurante é distribuído exponencialmente com um intervalo médio de 5 minutos. Qual a probabilidade de não haver chamadas dentro de um intervalo de 10 minutos.

A alternativa "**B**" está correta.

**Assista ao vídeo sobre distribuição exponencial:**

5. Considerando o enunciado da questão anterior, determine a probabilidade de que a primeira chamada chegue entre 5 e 15 minutos, depois que o restaurante estiver aberto.

A alternativa "**C**" está correta.

**Solução:** Sabemos que, se:

$$\begin{aligned}(5 < X < 15) &= P(X \leq 15) - P(X \leq 5) = (1 - e^{-0,2 \times 15}) - (1 - e^{-0,2 \times 5}) = (5 < X < 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 5) = (1 - \\ &e^{-0,2 \times 15}) - (1 - e^{-0,2 \times 5}) = \\ &= 0,95 - 0,63 = 0,32 = 0,95 - 0,63 = 0,32\end{aligned}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

6. Ainda com relação à questão 4, determine o comprimento de um intervalo de tempo, tal que exista a probabilidade de 95% de haver, no mínimo, uma chamada no intervalo.

A alternativa "A " está correta.

**Solução:**

$$\begin{aligned}P(X < x) = 0,95 &\Rightarrow 1 - e^{-0,2x} = 0,95 \Rightarrow e^{-0,2x} = 0,05 \Rightarrow \ln(e^{-0,2x}) = \ln(0,05) \Rightarrow PX < x = 0,95 \Rightarrow 1 - e^{-0,2x} = 0,95 \Rightarrow e^{-0,2x} = 0,05 \Rightarrow \ln e^{-0,2x} = \ln 0,05 \Rightarrow \\&\Rightarrow -0,2x = -3 \Rightarrow x = 30,2 = 15 \Rightarrow -0,2x = -3 \Rightarrow x = 30,2 = 15\end{aligned}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Gabarito

## Teoria na prática

---

O tempo de um certo produto na prateleira de um supermercado segue uma distribuição exponencial com média de 6 meses. Sabendo que esse produto tem ainda validade de 8 meses após ser colocado na prateleira, qual a chance desse produto passar da data de validade?

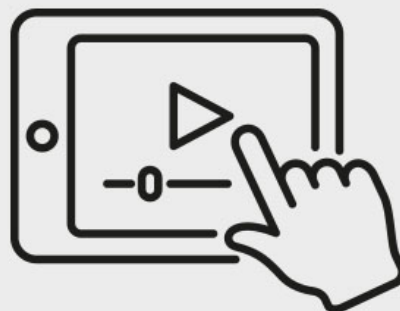


Fonte: Por mekcar/Shutterstock

### RESOLUÇÃO

**Assista ao vídeo sobre distribuição exponencial:**

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



## Verificando o aprendizado

---

1. O tempo entre chegadas de mensagens de um e-mail qualquer é distribuído exponencialmente com média de 30 minutos. Qual a probabilidade de não chegar mensagem alguma no período de 2 horas?

---

2. Considerando a questão anterior, determine a probabilidade de não chegar nenhuma mensagem nas últimas 3 horas, dado que não chegou mensagem nas últimas 2 horas.

---

Gabarito

1. O tempo entre chegadas de mensagens de um e-mail qualquer é distribuído exponencialmente com média de 30 minutos. Qual a probabilidade de não chegar mensagem alguma no período de 2 horas?

A alternativa "**B**" está correta.

**Solução:** Seja a variável aleatória  $X$  o tempo entre chegadas de mensagens no e-mail. Como o tempo médio é de 30 minutos, isso implica que  $X \sim \text{Exp}(\lambda = 1/30)$ . Assim:

$$P(X > 120) = 1 - P(X \leq 120) = 1 - (1 - e^{-1/30 \times 120}) = e^{-4} = 0,02$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

2. Considerando a questão anterior, determine a probabilidade de não chegar nenhuma mensagem nas últimas 3 horas, dado que não chegou mensagem nas últimas 2 horas.

A alternativa "**A**" está correta.

**Solução:** Veja que a probabilidade pedida é  $P(X > 3 \mid X > 2) = P(X > 3)P(X > 3 \mid X > 2) = P(X > 3)$  pela propriedade de falta de memória. Assim, trabalhando com minutos, temos:

$$P(X > 180) = 1 - P(X \leq 180) = 1 - (1 - e^{-130 \times 180}) = 1 - e^{-6} = 0,002$$
$$P(X > 180) = 1 - P(X \leq 180) = 1 - (1 - e^{-130 \times 180}) = 1 - e^{-6} = 0,002$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

**Avalie este módulo:**

---

---

---

## Introdução

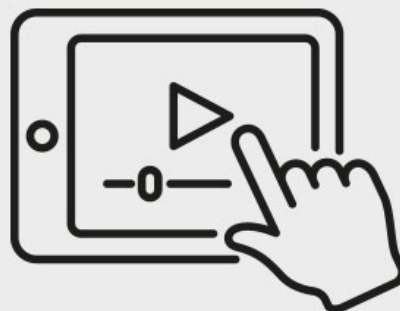
---

Veremos agora a mais importante das distribuições de probabilidade — a distribuição normal. A importância dessa distribuição se deve a um teorema chamado Teorema Central do Limite. O teorema afirma que, quando não é suficientemente grande, na média, qualquer distribuição de probabilidade tende para uma distribuição normal. Além disso, essa distribuição apresenta uma série de propriedades que são fundamentais não somente no cálculo de probabilidades, mas no desenvolvimento da inferência e nos modelos estatísticos.

## DISTRIBUIÇÃO NORMAL



Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



## Distribuição normal

---

Uma variável aleatória contínua  $X$  tem distribuição normal se sua função densidade de probabilidade é dada por:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad -\infty < x < \infty$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Em que  $\mu$  e  $\sigma$  são a média e o desvio-padrão respectivamente. No entanto, para fins de notação da distribuição normal, costuma-se usar a variância ( $\sigma^2$ ). Ou seja:

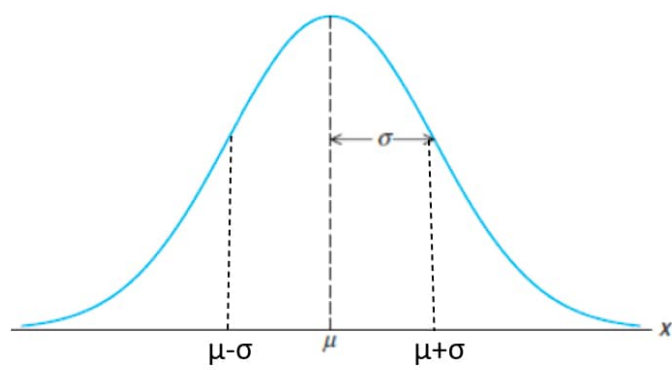
$$E(X) = \mu \quad \text{e} \quad V(X) = \sigma^2$$



Notação:  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$   $X \sim N_{\mu, \sigma^2}$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## CURVA NORMAL



Fonte: O autor.

## PROPRIEDADES DE UMA CURVA

- A função  $f(x)$  tem ponto de máximo em  $x = \mu$ ;
- $\mu + \sigma$  e  $\mu - \sigma$  são os pontos de inflexão da curva;
- A área total da curva vale 1;
- A área é simétrica em relação a  $\mu$ ;
- $E(X) = \mu$  e  $V(X) = \sigma^2$

## Distribuição normal padrão

---

Observe que trabalhar com a distribuição normal na forma apresentada por sua função de densidade não é uma tarefa fácil, especialmente pela dificuldade de calcular a integral da função densidade. Dessa forma, para facilitar os cálculos, foi proposta a seguinte transformação na variável aleatória original  $X$ :

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}, \text{ em que } X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Note que, com essa transformação, a variável  $Z$  continua sendo uma distribuição normal, porém com média 0 e variância 1.

$$Z \sim N(0, 1)$$

Prova

$$E(Z) = E(X - \mu\sigma) = \mu$$

$$E(X) - \mu\sigma = 0 \Rightarrow E(Z) = E(X - \mu\sigma) = E(X) - \mu\sigma = 0$$

$$V(Z) = V(X - \mu\sigma) = \sigma^2 V(X - \mu) = \sigma^2 V(X)$$

$$\sigma^2 = 1 \Rightarrow V(Z) = 1$$

$$V(X) = 1 \Rightarrow V(Z) = V(X - \mu\sigma) = \sigma^2 V(X)$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

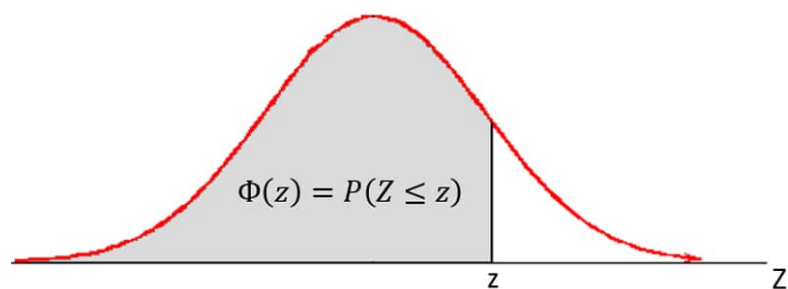
A grande vantagem dessa transformação é que os valores de  $Z$ , embora possam variar de menos infinito a mais infinito, como a variável original  $X$ , na prática, quando  $Z$  está entre  $-4$  e  $4$ , já temos uma probabilidade de 0,9999, isto é, muito próxima a 1.

Clique nas abas para conhecer função de distribuição acumulada, curva normal padrão e propriedades de uma curva.

## FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA

$$F(z) = \Phi(z) = P(Z \leq z) \quad Fz = \Phi z = PZ \leq z$$

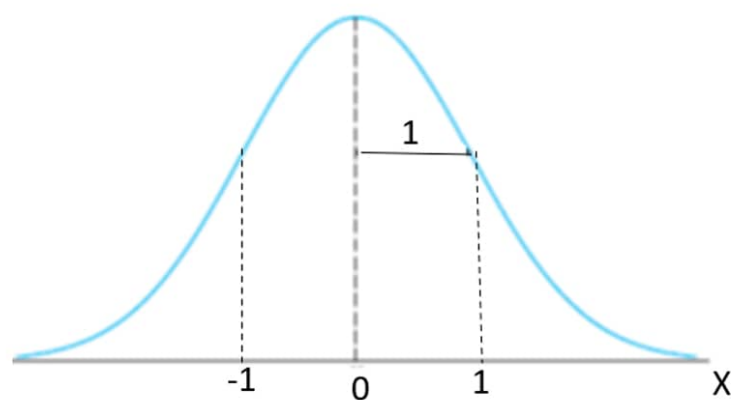
**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal



Fonte: O autor.

## CURVA NORMAL PADRÃO

Essa curva tem as mesmas características da curva normal  $(X \sim N(\mu, \sigma^2))$  com as devidas particularidades. Vejamos:



Fonte: O autor.

Propriedades de uma curva

- A função  $f_X(x)$  tem ponto de máximo em  $\mu=0$
- $-1$  e  $+1$  são os pontos de inflexão da curva
- A área total da curva vale 1
- A área é simétrica em relação a  $\mu=0$
- $E(X)=0$  e  $V(X)=1$

### Tabela normal

Conforme vimos, a grande vantagem da distribuição normal padrão foi reduzir, pelo menos na prática, o espaço dos possíveis valores assumidos por essa nova variável aleatória  $Z$ . Isso permitiu que fossem construídas diversas tabelas que nos fornecem praticamente todas as probabilidades dos valores assumidos por  $Z$ .

Veremos, aqui, a tabela que trabalha com a função de distribuição acumulada, ou seja,  $F(z)=\Phi(z)=P(Z\leq z)$ . Essa tabela nos dá a probabilidade de a variável  $Z$  ser menor ou igual a algum valor positivo, digamos  $z$ . Dessa forma, na primeira coluna da tabela, temos os valores de  $z$  e, na primeira linha, temos as casas decimais dos valores de  $z$ .



## Exemplo

---

0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319
0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714
0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103
0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480
0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844
0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190
0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517
0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823
0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106
0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365
0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599

[illegible]

---

1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

---

Veja que, para valores de  $z$  igual ou maior a 3,9, a tabela já aproxima os valores da probabilidade para 1.

Clique nos exemplos abaixo:

## Exemplo 1

---

Neste exemplo, vamos aprender a utilizar a tabela da distribuição normal padrão.

Suponha que  $X$  seja, normalmente, distribuída com média 10 e variância 4, isto é,  $X \sim N(10,4)$ . Determine:

a)  $P(X \leq 12)$

**Solução:** Lembre-se de que, para utilizar a tabela da distribuição normal padrão, temos de fazer a seguinte transformação na variável original  $X$ :  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

$$P(X \leq 12) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{12 - \mu}{\sigma}\right) = P(Z \leq 1)$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

No entanto,  $\frac{X - \mu}{\sigma} = Z$ . Além disso,  $\mu = 10$  e  $\sigma = \sqrt{4} = 2$ . Portanto:

$$P(X \leq 12) = P\left(\frac{X - 10}{2} \leq \frac{12 - 10}{2}\right) = P(Z \leq 1) = 0,8413 \text{ ou } 84,13\%$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Veja que, na tabela, para  $z=1$ , temos uma probabilidade de 0,8413.

b)  $P(8 \leq X \leq 14)$

**Solução:**

$$\begin{aligned} P(8 \leq X \leq 14) &= P\left(\frac{8 - 10}{2} \leq \frac{X - 10}{2} \leq \frac{14 - 10}{2}\right) = P(-1 \leq Z \leq 2) \\ &= P(Z \leq 2) - P(Z \leq -1) = 0,9772 - 0,2420 = 0,7352 \text{ ou } 73,52\% \end{aligned}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## Exemplo 2

---

Aqui vamos usar a tabela dentro de um contexto mais prático.

Considere que a variável aleatória  $X$  represente o tempo de realização de um percurso por um maratonista. Sabe-se que  $X$  segue uma distribuição normal com média 60 minutos e desvio-padrão de 10 minutos. Qual a probabilidade de o maratonista realizar esse percurso em mais de 55 minutos?

**Solução:** Observe que  $X \sim N(60, 10)$ . Assim, sabendo que  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 60}{10}$ , tem-se:

$$P(X > 55) = P\left(Z > \frac{55 - 60}{10}\right) = P(Z > -0,5)$$

Note que, como a curva é simétrica,

$$P(Z > -0,5) = P(Z \leq 0,5) = 0,6915$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## Combinação linear de distribuições normais

---

Seja  $W = aX + bY + c$ , em que  $a, b$  e  $c$  são constantes,  $X$  e  $Y$  são independentes e identicamente distribuídos com distribuição  $N(\mu, \sigma^2)$ , então:

$$E(W) = a \cdot E(X) + b \cdot E(Y) + c = a\mu + b\mu + c = (a+b)\mu + c$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

$$V(W) = a^2 V(X) + b^2 V(Y) = a^2 \sigma^2 + b^2 \sigma^2 = (a^2 + b^2) \sigma^2$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Ainda, se:  $X \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$  e  $Y \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

---

$$E(W) = a\mu_x + b\mu_y + c \quad EW = a\mu_x + b\mu_y + c$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

---

$$V(W) = a^2\sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2 \quad VW = a^2\sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

---

## Exemplo

---

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

## Teorema central do limite

---

Esse teorema justifica o fato de a distribuição normal ser a distribuição de probabilidade mais importante da estatística, ao afirmar que, quando o tamanho da amostra aumenta a distribuição amostral da sua média (distribuição de frequência das médias amostrais) aproxima-se de uma distribuição normal. Em termos práticos, ele nos diz que qualquer distribuição de probabilidade na média, quando  $n$  tende a infinito, tende para uma distribuição normal.

Assim, considerando  $n$  variáveis aleatórias independentes  $X_1, X_2, \dots, X_n$  com  $E(X_i) = \mu$  e  $VAR(X_i) = \sigma^2$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .





Seja:  $X = \sum_{i=1}^n x_i$   $X = \sum_{i=1}^n x_i$



Então, considerando condições bem gerais, temos:

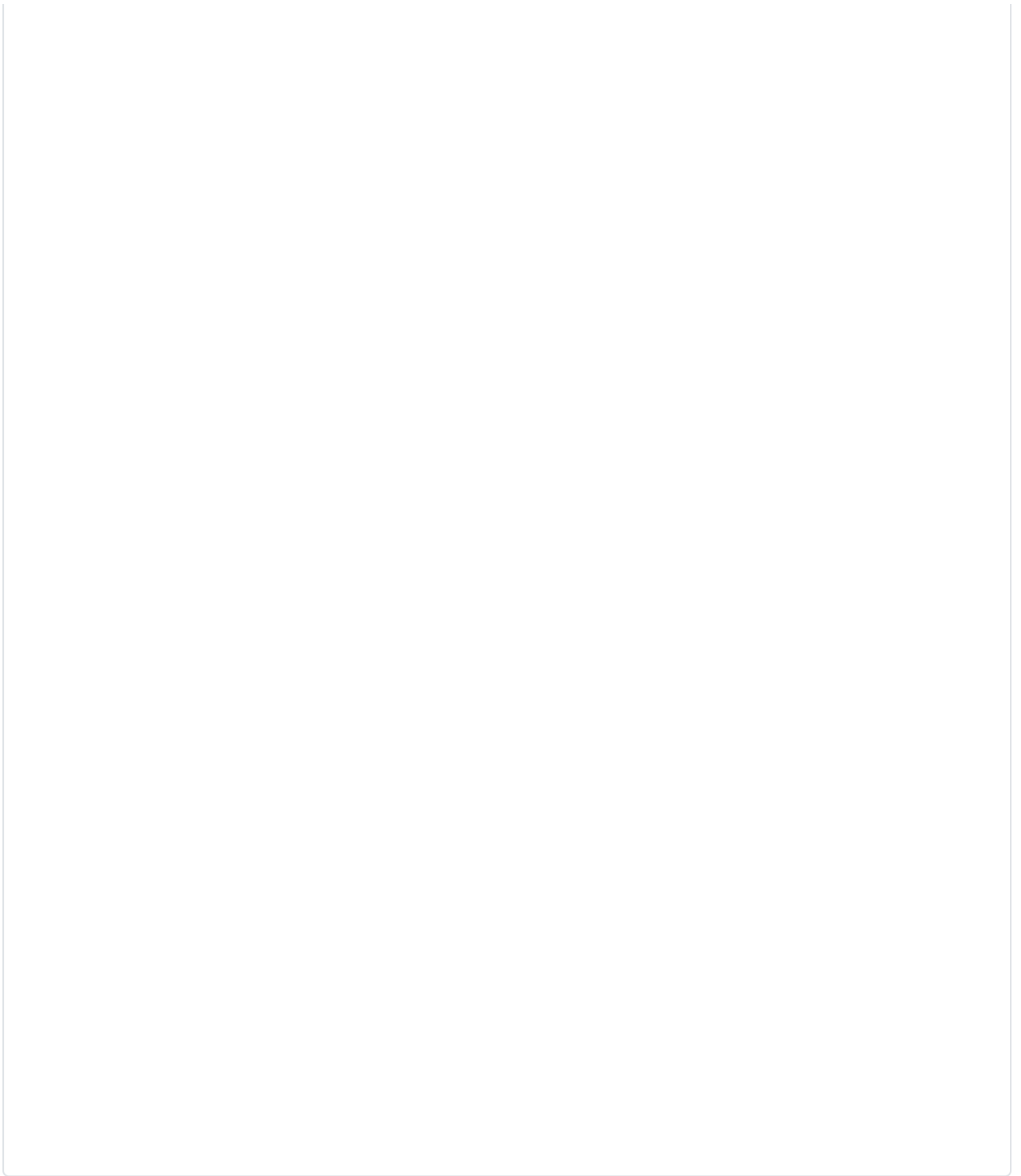
$$Z = \frac{X - \sum_{i=1}^n \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}} \sim N(0, 1) \quad Z = \frac{X - \sum_{i=1}^n \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}} \sim N(0, 1)$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal



Se  $E(X_i) = \mu$ ,  $V(X_i) = \sigma^2$ ,  $\forall i = 1, 2, \dots, n$ ,  $n \rightarrow \infty$   $E(\bar{X}) = \mu$ ,  $V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$ ,  $\forall i = 1, 2, \dots, n$ ,  $n \rightarrow \infty$ .

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal



$$Z = \frac{X - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \sim N(0, 1) \quad Z = \frac{X - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \sim N(0, 1)$$

Atenção! Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal



## Distribuição t de Student

---

Sejam  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ,  $n$  variáveis aleatórias independentes com distribuição normal padronizada, isto é, cada  $X_i \sim N(0, 1)$ , então a variável:

$$t = \frac{X}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2}} = \frac{X \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2}} = \frac{X \sqrt{n}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2}}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Sendo assim, terá uma distribuição t de Student com  $n-1$  graus de liberdade ( $t_{n-1}$ ).

## Propriedades da distribuição t de Student

- A esperança e a variância de t são respectivamente 0 e  $n/(n-2)$ .
- A distribuição é simétrica em relação à média, que é zero, assemelhando-se à distribuição Z, porém é mais achatada e alongada, tendo caudas maiores do que a distribuição normal padrão.
- À medida que o número de graus de liberdade aumenta, a distribuição t de Student se aproxima, assintoticamente, da distribuição normal padronizada.

## Tabela t de Student

Como a distribuição é fruto do quociente de uma distribuição normal padrão por uma distribuição normal padrão ao quadrado, essa distribuição também é tabelada. Assim, a tabela a seguir nos dá a seguinte probabilidade  $P(t_{n-1}; \alpha > t) = \alpha P(t_{n-1}; \alpha > t) = \alpha$ , onde n é o grau de liberdade (primeira coluna) e  $\alpha$  o nível de significância (primeira linha).

	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1	.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.656	318.289
2	.289	.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.328
3	.277	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.214
4	.271	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	.267	.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.894
6	.265	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	.263	.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	.262	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	.261	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297

10	.260	.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	.260	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	.259	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	.259	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	.258	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	.258	.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	.258	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	.257	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	.257	.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	.257	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	.257	.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	.257	.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	.256	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	.256	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	.256	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.457
25	.256	.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	.256	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	.256	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	.256	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	.256	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	.256	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
40	.255	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
50	.255	.679	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261
60	.254	.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
70	.254	.678	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648	3.211

---

80	.254	.678	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195
90	.254	.677	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632	3.183
100	.254	.677	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.174
120	.254	.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.160
	.253	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090

1. Considere  $X$  uma variável aleatória com distribuição normal com média 100 e variância 25, ou seja,  $X \sim N(100, 25)$ . Nesse caso, determine a probabilidade de  $X$  ser maior do que 110.

---

2. A quantidade de leite em uma caixa, produzida por uma indústria de laticínios, segue uma distribuição normal com média de 995 ml e variância de 100 ml. Sabe-se que a caixa estoura se contiver mais de 1005 ml. Qual é a chance aproximada de uma caixa estourar?

---

3. Considerando a questão anterior, sabe-se que, se a caixa tiver menos de 990 ml, ela é rejeitada por certo comprador. Qual o percentual aproximado de caixas que o comprador deve rejeitar?

---

4. Os funcionários de um departamento executam certas tarefas de acordo com uma distribuição normal com média de 2 horas e com desvio padrão de 30 minutos. A probabilidade de que um funcionário qualquer execute uma tarefa entre 1h40min e 2h20min é de, aproximadamente:

---

5. Uma indústria produz pacotes de biscoito cujo peso, de cada biscoito, segue uma distribuição normal, com média de 20 g e desvio padrão de 2 g. Sabe-se que cada embalagem contém 10 biscoitos e que o peso da embalagem de biscoito sem o biscoito também segue uma distribuição normal, com média de 10 g e desvio padrão de 1 g. Qual a probabilidade de que um pacote cheio pese menos de 200 g?

---

6. Sejam  $X_1, X_2, X_3$  e  $X_4$  quatro variáveis aleatórias, todas seguindo com distribuição normal padrão. Se definirmos uma distribuição  $t$  de Student a partir dessas 4 variáveis aleatórias, quais serão a média e a variância da distribuição  $t$ ?

---

Gabarito

1. Considere  $X$  uma variável aleatória com distribuição normal com média 100 e variância 25, ou seja,  $X \sim N(100, 25)$ . Nesse caso, determine a probabilidade de  $X$  ser maior do que 110.

A alternativa "B" está correta.

**Solução:**

$$P(X > 110) = P(Z > \frac{110 - 100}{\sqrt{25}}) = P(Z > 2) = 1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0,9772 = 0,0228 \text{ ou } 2,28\%$$
$$P(X > 110) = P(Z > \frac{110 - 100}{\sqrt{25}}) = P(Z > 2) = 1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0,9772 = 0,0228 \text{ ou } 2,28\%$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

2. A quantidade de leite em uma caixa, produzida por uma indústria de laticínios, segue uma distribuição normal com média de 995 ml e variância de 100 ml. Sabe-se que a caixa estoura se contiver mais de 1005 ml. Qual é a chance aproximada de uma caixa estourar?

A alternativa "D " está correta.

**Solução:**

Note que a questão dá a variância, mas na transformação para a variável Z, utilizamos o desvio-padrão, que é a raiz quadrada da variância. Portanto, o desvio-padrão é igual a 10.

$$P(X > 1005) = P(Z > \frac{1005 - 995}{10}) = P(Z > 1) = 1 - P(Z \leq 1) \\ P(X > 1005) = P(Z > \frac{1005 - 995}{10}) = P(Z > 1) = 1 - P(Z \leq 1)$$

$$= 1 - 0,8413 = 0,1587 = 1 - 0,8413 = 0,1587$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

3. Considerando a questão anterior, sabe-se que, se a caixa tiver menos de 990 ml, ela é rejeitada por certo comprador. Qual o percentual aproximado de caixas que o comprador deve rejeitar?

A alternativa "E " está correta.

**Solução:**

$$P(X < 990) = P(Z < \frac{990 - 995}{10}) = P(Z < -0,5) = P(Z > 0,5) \\ P(X < 990) = P(Z < \frac{990 - 995}{10}) = P(Z < -0,5) = P(Z > 0,5)$$

$$= 1 - P(Z \leq 0,5) = 1 - 0,6915 = 0,3085 = 1 - P(Z \leq 0,5) = 1 - 0,6915 = 0,3085$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

4. Os funcionários de um departamento executam certas tarefas de acordo com uma distribuição normal com média de 2 horas e com desvio padrão de 30 minutos. A probabilidade de que um funcionário qualquer execute uma tarefa entre 1h40min e 2h20min é de, aproximadamente:

A alternativa "C " está correta.

**Solução:**

$$P(100 \leq X \leq 140) = P(100 - 120 \leq Z \leq 140 - 120) = P(-0,67 \leq Z \leq 0,67) \\ P(100 \leq X \leq 140) = P(100 - 120 \leq Z \leq 140 - 120) = P(-0,67 \leq Z \leq 0,67)$$

$$\begin{aligned}
 &=P(Z\leq 0,67)-P(Z\leq -0,67)=P(Z\leq 0,67)-P(Z>0,67)=P(Z\leq 0,67)-P(Z\leq -0,67)=P(Z\leq 0,67)-P(Z>0,67)= \\
 &=P(Z\leq 0,67)-[1-P(Z\leq 0,67)]=2P(Z\leq 0,67)-1=2\times 0,7486-1=0,4972=P(Z\leq 0,67)-[1- \\
 &P(Z\leq 0,67)]=2P(Z\leq 0,67)-1=2\times 0,7486-1=0,4972
 \end{aligned}$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

5. Uma indústria produz pacotes de biscoito cujo peso, de cada biscoito, segue uma distribuição normal, com média de 20 g e desvio padrão de 2 g. Sabe-se que cada embalagem contém 10 biscoitos e que o peso da embalagem de biscoito sem o biscoito também segue uma distribuição normal, com média de 10 g e desvio padrão de 1 g. Qual a probabilidade de que um pacote cheio pese menos de 200 g?

A alternativa "**D**" está correta.

**Assista ao vídeo sobre combinação de distribuições:**

6. Sejam  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  e  $X_4$  quatro variáveis aleatórias, todas seguindo com distribuição normal padrão. Se definirmos uma distribuição t de Student a partir dessas 4 variáveis aleatórias, quais serão a média e a variância da distribuição t?

A alternativa "**A**" está correta.

**Solução:** Vimos que a distribuição t de Student tem média zero e variância dada por  $n/(n-2)$ . Como  $n = 4$ , temos que essa distribuição t terá média zero e variância  $4/(4-2) = 2$ .

Gabarito



## Teoria na prática

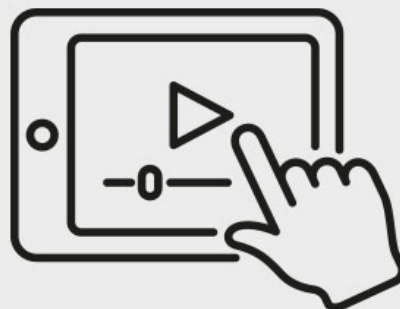
---

A renda média do brasileiro é normalmente distribuída com média R\$ 2500,00 e desvio padrão R\$ 1200,00. O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística utiliza 5 classes de renda, a saber: A, B, C, D e E, onde a A é a mais rica e a E a mais pobre. Se apenas 5% das famílias brasileiras estão na classe A, qual o valor da renda familiar para que possa ser assim classificada?

### RESOLUÇÃO

**Assista ao vídeo sobre distribuição normal:**

Para assistir a um vídeo sobre o assunto, acesse a versão online deste conteúdo.



## Verificando o aprendizado

---

1. Os salários dos funcionários de uma empresa seguem uma distribuição normal com média de R\$ 3000,00 e desvio padrão de R\$ 1.000,00. Qual a probabilidade de que um funcionário sorteado ao acaso ganhe mais de R\$ 5.500,00?

---

2. Sacos de cimento são transportados por caminhões que passam por pesagem na polícia rodoviária. Sabe-se que o peso do saco de cimento é normalmente distribuído com média de 20 kg e desvio-padrão de 1 kg, e que o peso do caminhão também segue uma distribuição normal com média de 1 tonelada e desvio-padrão de 100 kg. Sabendo-se que o peso máximo admitido para um caminhão trafegar é de 2100 kg e que a polícia aplica uma multa caso o peso ultrapasse esse valor, qual a probabilidade de que um caminhão seja multado carregando 50 sacos de cimento?

---

Gabarito

1. Os salários dos funcionários de uma empresa seguem uma distribuição normal com média de R\$ 3000,00 e desvio padrão de R\$ 1.000,00. Qual a probabilidade de que um funcionário sorteado ao acaso ganhe mais de R\$ 5.500,00?

A alternativa "B " está correta.

### Solução:

$$P(X > 5000) = P(Z > \frac{5500 - 3000}{1000}) = P(Z > 2,5) = 1 - P(Z \leq 2,5) = 1 - 0,99379 = 0,00621$$
$$P(X > 5000) = P(Z > 2,5) = 1 - P(Z \leq 2,5) = 1 - 0,99379 = 0,00621$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

Assim, temos que a probabilidade de um funcionário ganhar mais de R\$ 5.500,00 é de 0,06, o que significa, em termos práticos, que apenas 6% dos funcionários dessa empresa ganham mais de R\$ 5.500,00.

2. Sacos de cimento são transportados por caminhões que passam por pesagem na polícia rodoviária. Sabe-se que o peso do saco de cimento é normalmente distribuído com média de 20 kg e desvio-padrão de 1 kg, e que o peso do caminhão também segue uma distribuição normal com média de 1 tonelada e desvio-padrão de 100 kg. Sabendo-se que o peso máximo admitido para um caminhão trafegar é de 2100 kg e que a polícia aplica uma multa caso o peso ultrapasse esse valor, qual a probabilidade de que um caminhão seja multado carregando 50 sacos de cimento?

A alternativa "A " está correta.

### Solução:

Seja S a variável que representa o peso do saco de cimento, de forma que  $C \sim N(20, 1)$ , e C a variável que representa o peso do caminhão, ou seja,  $C \sim N(1000, 10000)$ . Seja D a variável que representa o caminhão com os 50 sacos de cimento. Então:

$$E(D) = E(50S) + E(C) = 50E(S) + E(C) = 50 \times 20 + 1000 = 2000 \quad E(D) = E(50S) + E(C) = 50E(S) + E$$

e

$$V(D) = V(50S) + V(C) = 2500V(S) + V(C) \quad V(D) = V(50S) + V(C) = 2500V(S) + V(C)$$

$$= 2500 \times 1 + 100 = 2600 \Rightarrow DP(C) = 2\sqrt{2600} \approx 51 = 2500 \times 1 + 100 = 2600 \Rightarrow DP(C) = 2600 \approx 51$$

Portanto:

$$P(X > 2100) = P(Z < 2100 - 2000/51) = P(Z < -1,96) = P(Z > 1,96) \quad P(X > 2100) = P(Z < 2100 - 2000/51) = P(Z < -1,96) = P(Z > 1,96)$$

$$= 1 - P(Z \leq 1,96) = 1 - 0,975 = 0,025 = 1 - P(Z \leq 1,96) = 1 - 0,975 = 0,025$$

**Atenção!** Para visualização completa da equação utilize a rolagem horizontal

**Avalie este módulo:**

---

---

## Considerações Finais

---

Abordamos neste tema os conceitos fundamentais associados às variáveis aleatórias contínuas. Além disso, apresentamos as principais distribuições contínuas de probabilidade, entre as quais: a distribuição uniforme, a distribuição exponencial e a distribuição normal. Cada distribuição de probabilidade exerce um papel importante para o cálculo de probabilidades de fenômenos comuns que acontecem no nosso dia a dia.

Também vimos que a distribuição normal é a principal distribuição de probabilidade da estatística e, segundo o Teorema Central do Limite, quando  $n$  tende a infinito, podemos aproximar, em média, qualquer distribuição de probabilidade para a distribuição normal.

Todos os conceitos adquiridos aqui são essenciais não apenas para o estudo da teoria das probabilidades, mas também para o bom entendimento da inferência estatística e dos modelos estatísticos — conteúdos para quem quer se dedicar mais ao estudo da Estatística.

### Avaliação do tema:

---

## REFERÊNCIAS

---

---

---

---