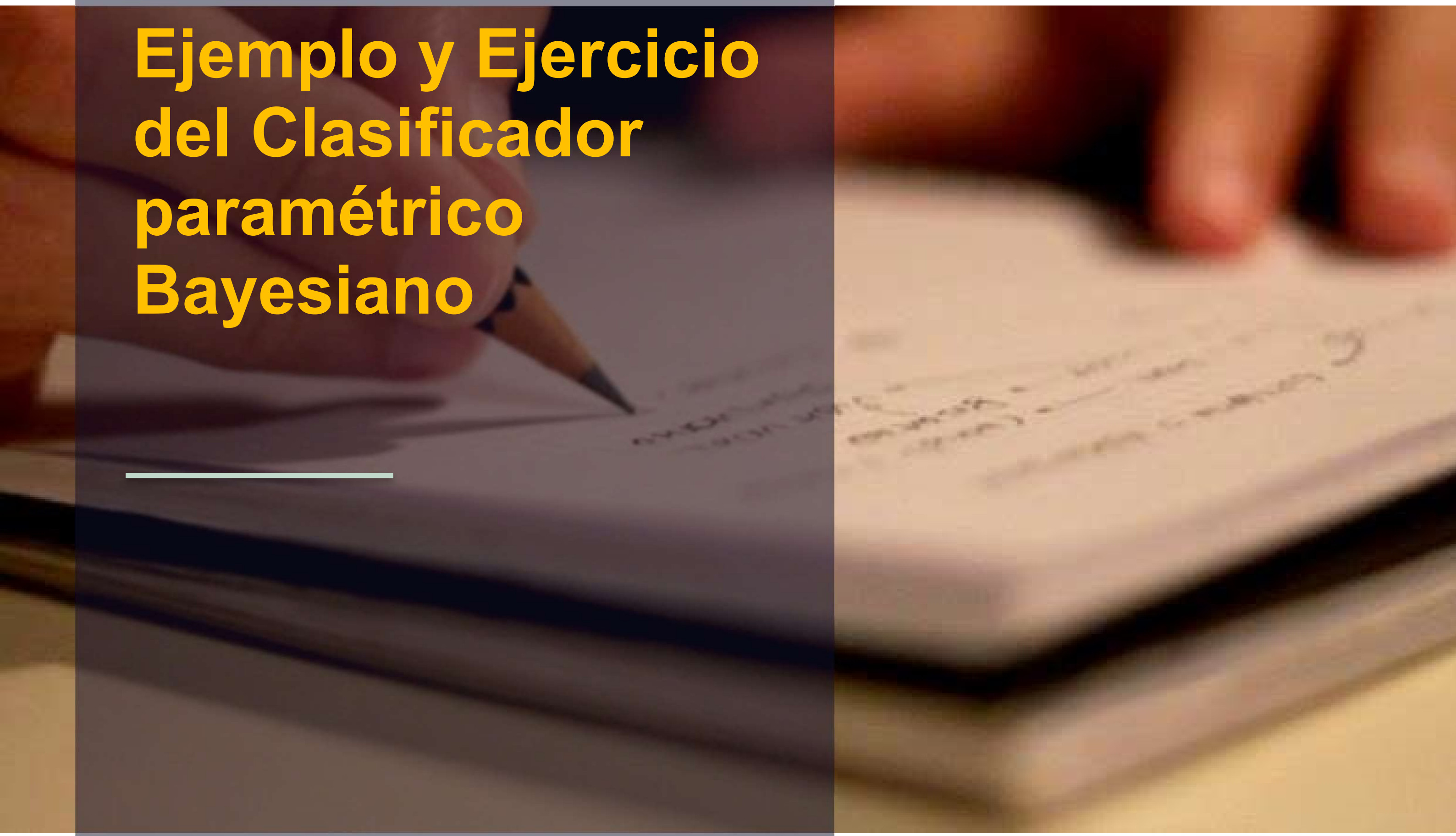
Ejemplo y Ejercicio del Clasificador paramétrico Bayesiano



9 **NOVIEMBRE**

Reconocimiento de Patrones
M. en C. María Elena Cruz Meza

Ejemplo del diseño de un clasificador Bayesiano para una distribución normal mediante la distancia Euclídea (d_E)

Ejemplo

Supongamos que se tienen dos clases con los siguientes datos X1=(1.2, 3.0), X2=(0.5, 0.5), y X3=(2.3, 3.1), sabiendo de antemano que X1 y X3 $\in C_1$ y X2 $\in C_2$.

Objetivo:

a) Diseñar un clasificador bayesiano para una distribución normal (d_E),
b) Probar el clasificador para clasificar al patrón desconocido x?=(2.0, 1.0)
c) Graficar la función

Algoritmo y solución:

FASE DE APRENDIZAJE

1. **Se elige una muestra de patrones clasificada de antemano con n clases $\{C_1, C_2,.., C_n\}$ y la métrica d_2,**

- Respuesta:

C_1 ={X1=(1.2, 3.0), X3(2.3, 3.1)},
C_2{ x2(0.5, 0.5) }

2. **Con base en la muestra y para cada clase C_i, calcular el patrón representante**

$$Z_i = \frac{1}{P}\sum_{j=1}^{P} x_{ij}$$

- Respuesta:

$$Z_1 = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{2} x_{ij=} \ \begin{pmatrix}1.2\\3.0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}2.3\\3.1\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}3.5\\6.1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1.75\\3.05\end{pmatrix}$$

$$Z_2 = \begin{pmatrix}0.5\\0.5\end{pmatrix}$$

donde P es el número de elementos o patrones en la muestra que pertenece a Ci y Zi es el vector medio o patrón representante de la clase Ci.

3. *Generar funciones discriminantes* dij*(x) para cada par de clases* Ci,Cj*, de forma que:*

$$d_{ij}(x) = (z_i - z_j)^t x - \frac{1}{2}\left[(z_i - z_j)^t (z_i + z_j)\right]$$

$$donde\ x = \begin{pmatrix}x_1\\x_2\\1\end{pmatrix}$$

- *Respuesta:*

$$d_{12}(x) = \left[\begin{pmatrix}1.75\\3.05\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0.5\\0.5\end{pmatrix}\right]^t x - \frac{1}{2}\left[\left[\begin{pmatrix}1.75\\3.05\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0.5\\0.5\end{pmatrix}\right]^t * \left[\begin{pmatrix}1.75\\3.05\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0.5\\0.5\end{pmatrix}\right]\right]$$

$$d_{12}(x) = \left[\begin{pmatrix}1.25\\2.55\end{pmatrix}\right]^t X - \frac{\left[\begin{pmatrix}1.25\\2.55\end{pmatrix}\right]^t * \begin{pmatrix}2.25\\3.55\end{pmatrix}}{2}$$

$$d_{12}(x) = (1.25\,,2.55)^t X - \frac{(1.25\,,2.55)^t * \begin{pmatrix}2.25\\3.55\end{pmatrix}}{2}$$

$$d_{12}(x) = (1.25\,,2.55)^t . X - \frac{(2.8125 + 9.0525)}{2}$$

$$d_{12}(x) = (1.25\,,2.55)^t \ X - 5.93$$

$$como\ x = \begin{pmatrix}X1\\X2\end{pmatrix},\ entonces \quad d_{12}(x) = 1.25\,X1 + 2.55\,X2 - 5.93$$

ES LA FUNCIÓN DISCRIMINANTE (fd) ENCONTRADA PARA ESTE PROBLEMA. NUESTRO CLASIFICADOR

FASE DE RECUPERACIÓN

4. ***En el momento de clasificar (recuperación), el patrón x será clasificado en la clase i si cumple lo siguiente:***

$$\forall j, j \neq i, \; si \; \text{dij}(x) \geq 0$$

- Probando el clasificador con el patrón desconocido: **x?=(2.0, 1.0)**

Tomando la fd

$$d_{12}(x) = 1.25\, X1 + 2.55\, X2 - 5.93$$

Sustituyendo el patrón desconocido X?=(2.0, 1.0) en la fd encontrada:

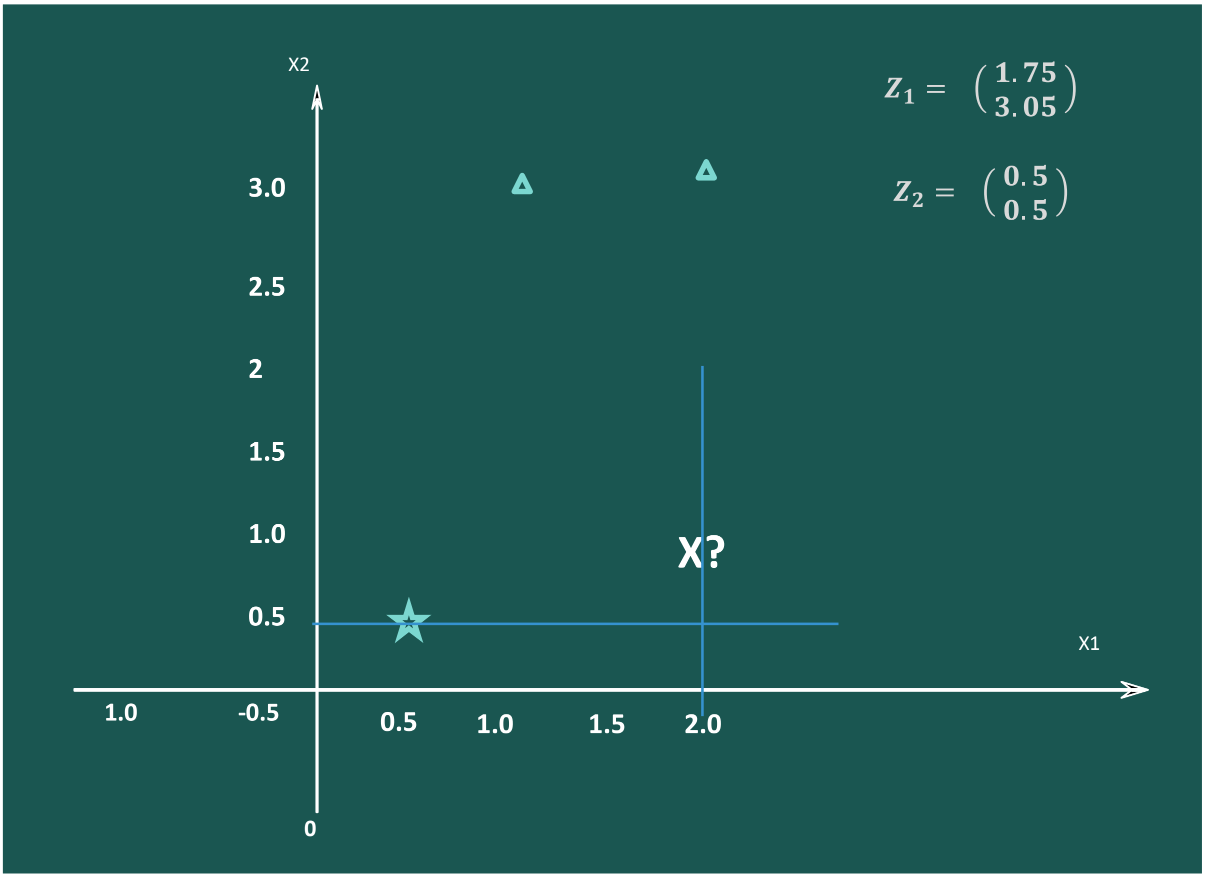
$$d_{12}(x?) = (2.0*1.25) + (2.55*1.0) - 5.93$$

$$d_{12}(x?) = -0.88$$

Ahora verifiquemos si se cumple que $\forall j, j \neq i, \; si \; \text{dij}(x) \geq 0$ *:*

Como $-0.88 \geq 0$? No es cierto, entonces $X? \in C_2$

Graficar:



Ejercicio:

Supongamos que se tienen dos clases con los siguientes datos X1=(1.2, 3.0), X2=(0.5, 0.5), X3=(2.3, 3.1), X4=(2.0, 2.5), X5=(2.0, 2.8), X6=(1.0, 1.3), X7=(0.5, 1.0), X8=(1.0, -0.5), X9=(-0.5, -1.0); sabiendo de antemano que C_1= {X1, X3, X4, X5} y que C_2 = { X2, X7, X8, X9}.

Objetivo:

d) Diseñar un clasificador bayesiano para una distribución normal (dE),
e) Probar el clasificador
    a. Con dos elementos del CE
    b. Con patrones desconocidos
        i. X10 = (1.5, 2.8)
        ii. X11 = (-1.0, 0.5)
f) Graficar