

Ejemplo y Ejercicio del Clasificador paramétrico Bayesiano

Esta foto de Autor desconocido está bajo licencia [CC BY-NC](#)

17 NOVIEMBRE

Reconocimiento de Patrones
M. en C. María Elena Cruz Meza



Ejemplo del diseño de un clasificador Bayesiano para una distribución normal mediante la distancia Euclídea (d_E)

Ejemplo

Supongamos que se tienen dos clases con los siguientes datos $X_1=(1.2, 3.0)$, $X_2=(0.5, 0.5)$, y $X_3=(2.3, 3.1)$, sabiendo de antemano que X_1 y $X_3 \in C_1$ y $X_2 \in C_2$.

Objetivo:

- Diseñar un clasificador bayesiano para una distribución normal (d_E),
- Probar el clasificador para clasificar al patrón desconocido $x=(2.0, 1.0)$
- Graficar la función

Algoritmo y solución:

FASE DE APRENDIZAJE

- Se elige una muestra de patrones clasificada de antemano con n clases $\{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ y la métrica d_2 ,

- Respuesta:

$C_1 = \{X_1=(1.2, 3.0), X_3=(2.3, 3.1)\},$
 $C_2 = \{X_2=(0.5, 0.5)\}$

- Con base en la muestra y para cada clase C_i , calcular el patrón representante

$$Z_i = \frac{1}{P} \sum_{j=1}^P x_{ij}$$

- Respuesta:

$$Z_1 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 x_{ij} = \begin{pmatrix} 1.2 \\ 3.0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2.3 \\ 3.1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3.5 \\ 6.1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.75 \\ 3.05 \end{pmatrix}$$

$$Z_2 = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

donde P es el número de elementos o patrones en la muestra que pertenece a C_i y Z_i es el vector medio o patrón representante de la clase C_i .

3. Generar funciones discriminantes $d_{ij}(x)$ para cada par de clases C_i, C_j , de forma que:

$$d_{ij}(x) = (z_i - z_j)^t x - \frac{1}{2} [(z_i - z_j)^t (z_i + z_j)]$$

$$\text{donde } x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Respuesta:

$$d_{12}(x) = \left[\begin{pmatrix} 1.75 \\ 3.05 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} \right]^t x - \frac{1}{2} \left[\left[\begin{pmatrix} 1.75 \\ 3.05 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} \right]^t * \left[\begin{pmatrix} 1.75 \\ 3.05 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} \right] \right]$$

$$d_{12}(x) = \left[\begin{pmatrix} 1.25 \\ 2.55 \end{pmatrix} \right]^t X - \frac{\left[\begin{pmatrix} 1.25 \\ 2.55 \end{pmatrix} \right]^t * \begin{pmatrix} 2.25 \\ 3.55 \end{pmatrix}}{2}$$

$$d_{12}(x) = (1.25, 2.55)^t X - \frac{(1.25, 2.55)^t * \begin{pmatrix} 2.25 \\ 3.55 \end{pmatrix}}{2}$$

$$d_{12}(x) = (1.25, 2.55)^t \cdot X - \frac{(2.8125 + 9.0525)}{2}$$

$$d_{12}(x) = (1.25, 2.55)^t X - 5.93$$

$$\text{como } x = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}, \text{ entonces } d_{12}(x) = 1.25 X_1 + 2.55 X_2 - 5.93$$

ES LA FUNCIÓN DISCRIMINANTE (f_d) ENCONTRADA PARA ESTE PROBLEMA. NUESTRO CLASIFICADOR

FASE DE RECUPERACIÓN

4. En el momento de clasificar (recuperación), el patrón x será clasificado en la clase i si cumple lo siguiente:

$$\forall j, j \neq i, \text{ si } d_{ij}(x) \geq 0$$

➤ Probando el clasificador con el patrón desconocido: $x?=(2.0, 1.0)$

Tomando la fd

$$d_{12}(x) = 1.25 X_1 + 2.55 X_2 - 5.93$$

Sustituyendo el patrón desconocido $X?=(2.0, 1.0)$ en la fd encontrada:

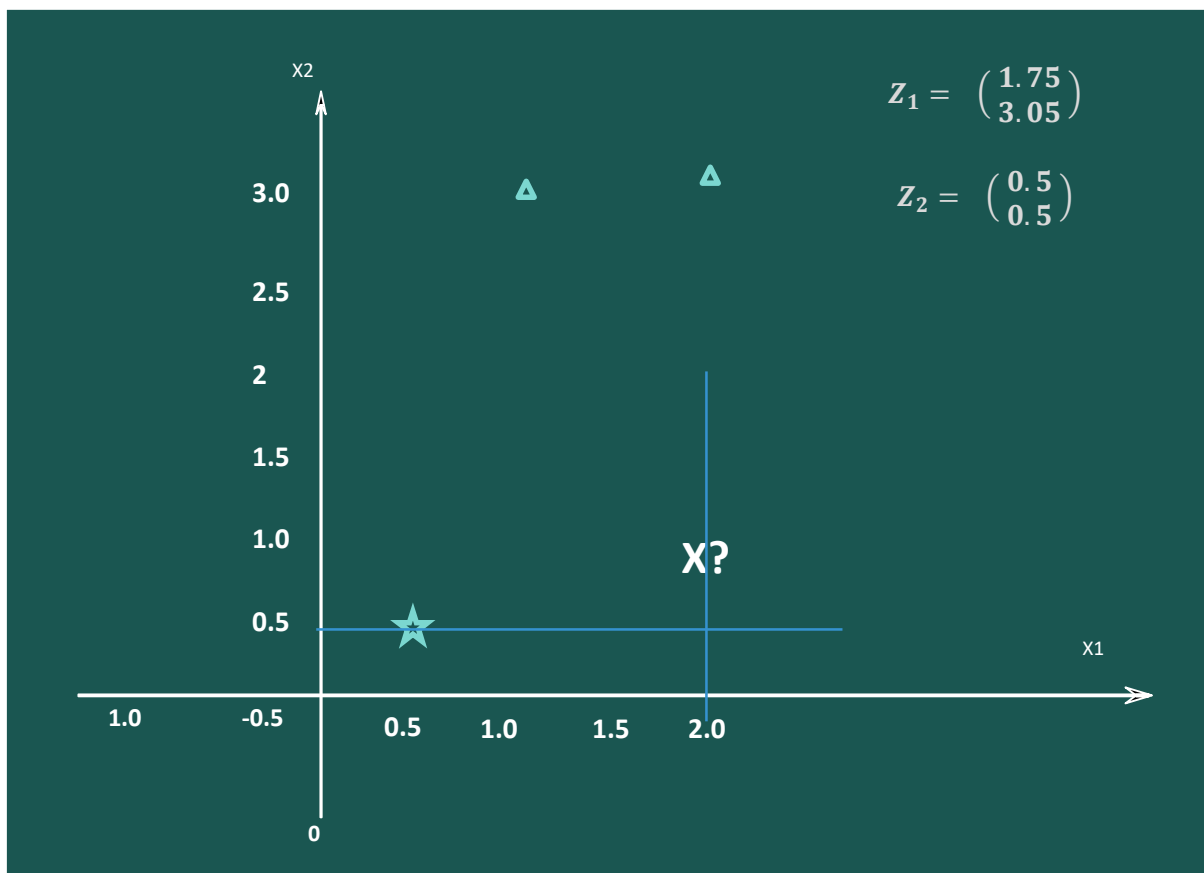
$$d_{12}(x?) = (2.0 * 1.25) + (2.55 * 1.0) - 5.93$$

$$d_{12}(x?) = -0.88$$

Ahora verifiquemos si se cumple que $\forall j, j \neq i, \text{ si } d_{ij}(x) \geq 0$:

Como $-0.88 \geq 0$? No es cierto, entonces $X? \in C_2$

Graficar:



Ejercicio:

Supongamos que se tienen dos clases con los siguientes datos $X_1=(1.2, 3.0)$, $X_2=(0.5, 0.5)$, $X_3=(2.3, 3.1)$, $X_4=(2.0, 2.5)$, $X_5=(2.0, 2.8)$, $X_6=(1.0, 1.3)$, $X_7=(0.5, 1.0)$, $X_8=(1.0, -0.5)$, $X_9=(-0.5, -1.0)$, $X_{10}=(-1.0, 2.0)$, $X_{11}=(-1.5, 2.5)$; sabiendo de antemano que $C_1 = \{X_1, X_3, X_4, X_5\}$, que $C_2 = \{X_2, X_7, X_8, X_9\}$ y $C_3 = \{X_{10}, X_{11}\}$.

Objetivo:

- d) Diseñar un clasificador bayesiano para una distribución normal (dE),
- e) Probar el clasificador
 - a. Con dos elementos del CE
 - b. Con patrones desconocidos
 - i. $X_{12} = (1.5, 2.8)$
 - ii. $X_{13} = (-1.0, 0.5)$
 - iii. $X_{14} = (0.3, 1.8)$
- f) Graficar