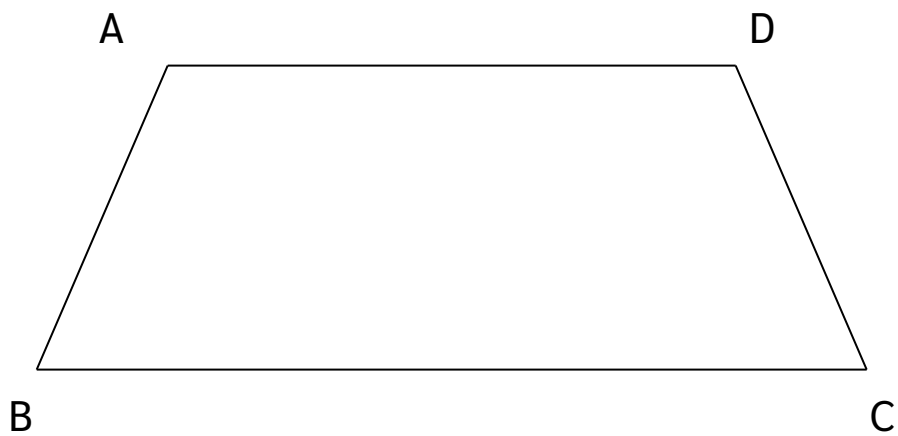


Question
Math
สอบเข้า
เตรียมอุดม 66

1. จงหาค่า $221 - (220 - (219 - \dots (3 - (2 - 1))))$



2. กำหนดสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD โดยที่ $AD \parallel BC$ และ $AB = 13$, $BC = 44$, $CD = 15$ และ $AD = 30$ แล้ว จงหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู ABCD



3. จงหาค่าของ

$$(2\sqrt{2} + \sqrt{15} + \sqrt{17})(2\sqrt{2} - \sqrt{15} + \sqrt{17})(2\sqrt{2} + \sqrt{15} - \sqrt{17})(-2\sqrt{2} + \sqrt{15} + \sqrt{17})$$



4. ถ้า 11^{1000} หารด้วย 10000 เหลือเศษ 1
และ 11^{998} หารด้วย 10000 เหลือเศษ \overline{abcd} เมื่อ a, b, c, d เป็นเลขโดด แล้ว
จงหาค่าของ $11a + 12b + 13c + 28d$



5. ให้ $\frac{x^2 + x + 567}{x^2 + 2x + 234} + \frac{x^2 + x + 678}{x^2 + 2x + 345} + \frac{x^2 + x + 789}{x^2 + 2x + 456} = 3$
จงหาค่าของ $|x - 111|$



6. กำหนดให้ $x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 9$

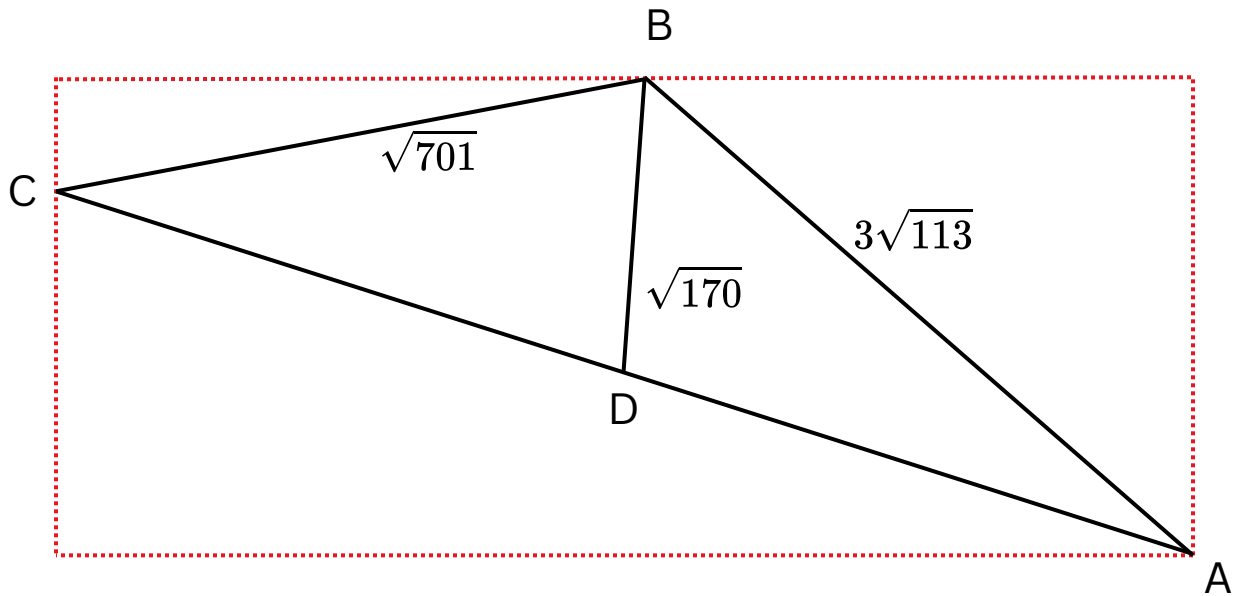
$$x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 49$$

จงหาค่าของ

$$x^3 + y^3 + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3} + x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$



7. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมซึ่งมี $AB = 3\sqrt{113}$, $BC = \sqrt{701}$, $BD = \sqrt{170}$ โดยจุด D เป็นจุดกึ่งกลางด้าน AC แล้ว จงหาพื้นที่สามเหลี่ยม ABC



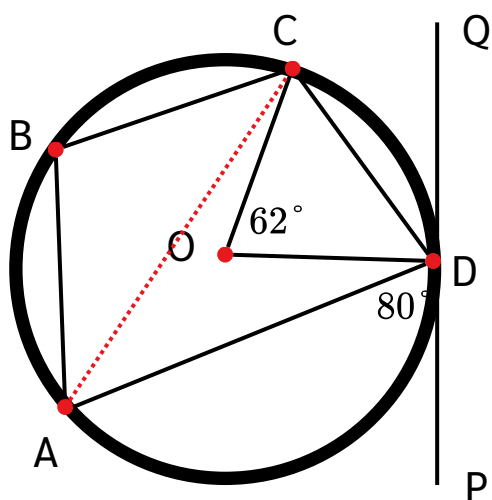
8. กำหนดให้พาราโบลา ตัดแกน X ที่จุด $(3-a,0)$ กับ $(3+a,0)$ ถ้าพาราโบลามีค่าสูงสุดคือ 37 และมีจุดยอดที่จุด (p,q) แล้ว ค่าของ $4pq$ เป็นเท่าใด



9. ให้ $P(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม โดย $P(1) = 0$
ถ้า $40 < P(6) < 50$ และ $160 < P(9) < 170$ แล้ว จงหาค่าของ $P(13)$



10. กำหนดให้สี่เหลี่ยม ABCD เป็นสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม ที่มีจุด O เป็นจุดศูนย์กลาง ส่วนของเส้นตรง PQ สัมผัสกับวงกลมที่จุด D แล้วมุม PDA เป็น 80° องศา มุม DOC เป็น 62° องศา และ $AB = BC$ แล้วจงหา $\angle 4O\hat{C}B$



11. กำหนดระบบสมการ $(a + 1)(b + 2)(c + 3) = 99$
 $(a + 4)(b + 5)(c + 6) = 123$
 $(a + 7)(b + 8)(c + 9) = 147$

จงหาค่าของ $(a + 10)(b + 11)(c + 12)$



12. กำหนดให้ค่าของ $m = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ ถ้า $(2 - m)\sqrt{am + b} = \sqrt{m + 65}$
แล้ว ค่าของ $a+b$ เป็นเท่าใด



13. จงหาค่าของ $\frac{345^3 - 271^3 - 74^3}{23 \times 30 \times 271}$



14. กำหนดระบบสมการ $a + b + \frac{1}{ab} = 12$

$$a^2 + b^2 + \frac{1}{a^2b^2} = 54$$

จงหาค่าของ $a^3 + b^3 + \frac{1}{a^3b^3}$



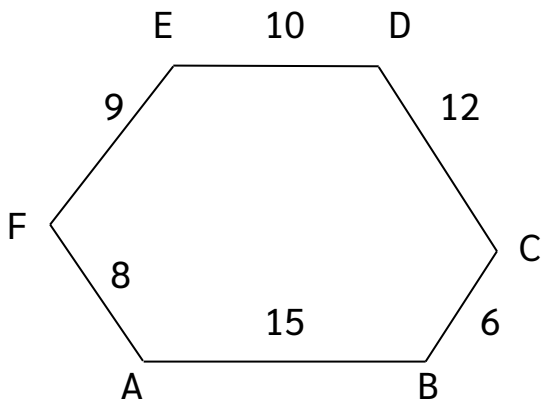
15. จงหาค่าของ $\frac{101^2}{100^2 + 102^2 - 2} + \frac{102^2}{101^2 + 103^2 - 2} + \frac{544^2}{543^2 + 545^2 - 2}$



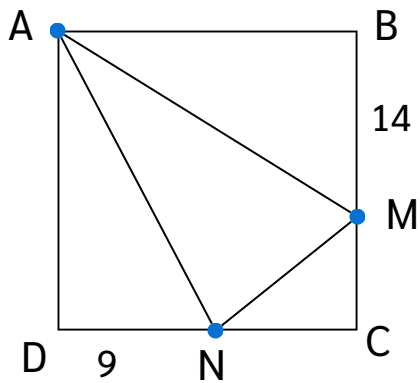
16. ให้ $a^b = 110(111^{221} + 111^{220} + \dots + 111^2 + 112) + 1$
เมื่อ a,b เป็นจำนวนเต็ม ค่าของ b-a เป็นเท่าใด



17. กำหนดให้ ABCDEF เป็นรูปหกเหลี่ยม โดยที่ $AB \parallel ED$, $FA \parallel CD$, $FE \parallel BC$
โดย AB ยาว 15 หน่วย ด้าน BC ยาว 6 หน่วย ด้าน CD ยาว 12 หน่วย
และด้าน DE ยาว 10 หน่วย ด้าน EF ยาว 9 หน่วย และ FA ยาว 8 หน่วย แล้ว พื้นที่หก
เหลี่ยม ABCDEF เท่ากับเท่าใด



18. กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีจุด M อยู่บนด้าน BC ทำให้ BM ยาว 14 หน่วย จุด N อยู่บนด้าน DC ที่ทำให้ DN ยาว 9 หน่วย ถ้า AN แบ่งครึ่งมุม MAD แล้วพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD เป็นเท่าใด



19. กำหนดให้ $\frac{x^3 + y^3}{x^2 + xy + y^2} + \frac{y^3 + z^3}{y^2 + yz + z^2} + \frac{z^3 + x^3}{z^2 + zx + x^2} = 18$

แล้ว จงหาค่าของ $\frac{18x^3 + 19y^3}{x^2 + xy + y^2} + \frac{18y^3 + 19z^3}{y^2 + yz + z^2} + \frac{18z^3 + 19x^3}{z^2 + zx + x^2}$



20. จงหาค่าของ

$$\frac{(4^4 + 4 \cdot 4^2 + 16)(8^4 + 4 \cdot 8^2 + 16)(12^4 + 4 \cdot 12^2 + 16)(16^4 + 4 \cdot 16^2 + 16)(20^4 + 4 \cdot 20^2 + 16)}{(2^4 + 4 \cdot 2^2 + 16)(6^4 + 4 \cdot 6^2 + 16)(10^4 + 4 \cdot 10^2 + 16)(14^4 + 4 \cdot 14 + 16)(18^4 + 4 \cdot 18^2 + 16)}$$



21. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงบวก ซึ่งสอดคล้องกับระบบสมการ

$$ab + bc + ca = 378 - a^2 = 414 - b^2 = 483 - c^2$$

จงหาค่าของ $a^2 + b^2 + c^2$



22. กำหนดให้ $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 185$

จงหาค่าของ $\frac{[(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3][(a - b)^4 + (b - c)^4 + (c - a)^4]}{(a - b)^5 + (b - c)^5 + (c - a)^5}$



23. กำหนดระบบสมการ

$$x_1 + x_2 + x_3 = 18$$

$$x_2 + x_3 + x_4 = 29$$

$$x_3 + x_4 + x_5 = 40$$

$$x_4 + x_5 + x_6 = 51$$

$$x_5 + x_6 + x_7 = 62$$

$$x_6 + x_7 + x_8 = 73$$

$$x_7 + x_8 + x_9 = 84$$

$$x_8 + x_9 + x_{10} = 95$$

$$x_9 + x_{10} + x_1 = 106$$

$$x_{10} + x_1 + x_2 = 117$$

จงหาค่าของ $x_{10} + x_1$



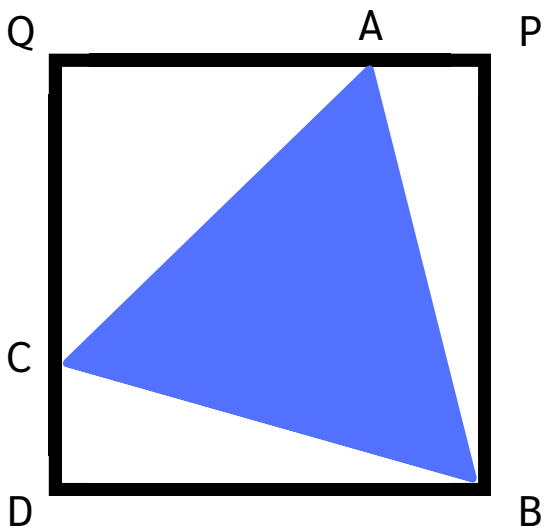
24. กำหนดให้ $a = b + 1, b = c + 1, c = d + 1, \dots, y = z + 1$

และ $za = 8$

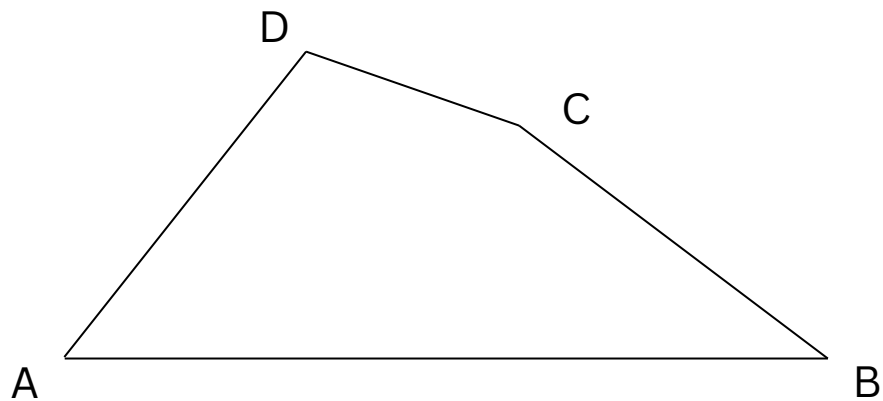
จงหาค่าของ $a^2 + b^2 + c^2 + \dots + z^2 - ab - bc - cd - \dots - yz$



26. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า ให้จุด P กับ Q เป็นจุดภายนอกสามเหลี่ยม โดยเส้น PQ ผ่านจุด A ซึ่งทำให้ BP กับ CQ ตั้งฉากกับ PQ ถ้า $BP = 73$ กับ $CQ = 47$ แล้ว ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นเท่าใด



27. กำหนดสี่เหลี่ยม ABCD มีด้าน $AD = BC$ โดยที่ $AB = 46$, $CD = 28$
ถ้ามุม ADC เป็น 111 องศา และมุม DCB เป็น 159 องศา แล้ว จงหาพื้นที่สี่เหลี่ยม ABCD



28. ให้ $A = 2\sqrt{13} + \sqrt{73} - \sqrt{97}$

$$B = \sqrt{97} + \sqrt{73} - 2\sqrt{13}$$

$$C = 2\sqrt{13} + \sqrt{97} - \sqrt{73}$$

แล้ว จงหาค่าของ $A^2 + B^2 + C^2 + AB + BC + CA$



29. กำหนดให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริง

ซึ่งสอดคล้องกับระบบสมการ $ab + c + d = 19$

$$bc + d + a = 27$$

$$cd + a + b = 79$$

$$da + b + c = 72$$

แล้วจงหาค่าของ $a+b+c+d$



30. กำหนดให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริง ซึ่งสอดคล้องกับระบบสมการ

$$\sqrt{x-12} + \sqrt{y-12} = \sqrt{y-3} + \sqrt{z-3} = \sqrt{z-27} + \sqrt{x-27} = 12$$

แล้ว จงหาค่าของ $2x + 3y + 4z$



31. จงหาค่าของ

$$\begin{aligned} &(\sqrt{19} + \sqrt{23} + \sqrt{31} + \sqrt{38})^2 + (\sqrt{19} - \sqrt{23} + \sqrt{31} - \sqrt{38})^2 \\ &+ (\sqrt{19} - \sqrt{23} - \sqrt{31} + \sqrt{38})^2 + (\sqrt{19} + \sqrt{23} - \sqrt{31} - \sqrt{38})^2 \end{aligned}$$

32. กำหนดให้ $\frac{a+b+c}{a+b} = 9$

และ $\frac{a^2+b^2+c^2}{a^2+b^2} = 59$

แล้ว จงหาส่วนที่เป็นจำนวนเต็มของ $\frac{a^3+b^3+c^3}{a^3+b^3}$

33. กำหนดให้ $y = 2x - 21$ สัมผัสกับกราฟ $y = x^2 - 24x + m - 78$
แล้วจงหาค่าของ $m - 115$