

Квадратурные формулы.

1. Ф. Момента - Котеса

$$n=1: S_{2n}(f) = H f_0$$

$$x_0 = a$$

$$x_1 = b$$

$$n=2: S'_{2n}(f) = H \left(\frac{1}{2} f_0 + \frac{1}{2} f_1 \right)$$

$$H = b - a$$

$$n=3: S'_{2n}(f) = H \left(\frac{1}{6} f_0 + \frac{4}{6} f_1 + \frac{1}{6} f_2 \right)$$

$$x_0 = a, x_1 = \frac{a+b}{2}, x_2 = b$$

2. Ф. ~~Гаусса~~ Гаусса

$$x_i = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} t_i$$

$$n=1: S_{2n}(f) = H f\left(\frac{a+b}{2}\right) = H f\left(x = \frac{a+b}{2}\right)$$

$$n=2: S'_{2n}(f) = \frac{H}{2} \left[f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \right]$$

$$n=3: S_{2n}(f) = \frac{H}{18} \left[5 f\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + 8 f(0) + 5 f\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right) \right]$$

пример

Q_{13.2}

"Найти интеграл $\int_a^b f(x) dx$ формулами Ньютона-Котеса и Гаусса (n=1,2,3)"

f = x Sin[x]

a = -0.5

b = 1

H = b - a

$\int_a^b f dx$

Print["H: ",

"n=1:", H (f /. x -> a),

"n=2:", H / 2 ((f /. x -> a) + (f /. x -> b)),

"n=3:", H / 6 ((f /. x -> a) + 4 (f /. x -> (a+b) / 2) + (f /. x -> b))];

f = f /. x -> $\frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} t$;

Print["Г: ",

"n=1:", $\frac{H}{1} (f /. t -> 0)$,

"n=2:", $\frac{H}{1} \frac{1}{2} \left(\left(f /. t -> \frac{-1}{\sqrt{3}} \right) + \left(f /. t -> \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right)$,

"n=3:", $\frac{H}{1} \frac{1}{18} \left(5 \left(f /. t -> -\sqrt{\frac{3}{5}} \right) + 8 (f /. t -> 0) + 5 \left(f /. t -> \sqrt{\frac{3}{5}} \right) \right)$];

Out[1]= Найти интеграл $\int_a^b f(x) dx$ формулами Ньютона Котеса и Гаусса (n=1,2,3)

Out[2]= x Sin[x]

Out[3]= -0.5

Out[4]= 1

Out[5]= 1.5

Out[6]= 0.341803

H: n=1:0.359569 n=2:0.810888 n=3:0.332147

Г: n=1:0.0927765 n=2:0.348284 n=3:0.341755

На практике 9 - К.Р. на эту тему.

2022.