

数据结构与算法 课程实验报告

学号：202200130048	姓名：陈静雯	班级：6
实验题目：跳表实现与分析		
实验学时：6	实验日期：3.6	
实验目的： 实现并分析跳表结构。		
软件开发工具： Vscode		
<p>1. 实验内容</p> <p>(1) 构造并实现跳表 ADT，跳表 ADT 中应包括初始化、查找、插入、删除指定关键字的元素、删除关键字最小的元素、删除关键字最大的元素等基本操作。</p> <p>(2) 分析各基本操作的时间复杂性。</p> <p>(3) 能对跳表维护动态数据集合的效率进行实验验证，获得一定量的实验数据，如给定随机产生 1000 个数据并将其初始化为严格跳表，在此基础上进行一系列插入、删除、查找操作（操作序列也可以随机生成），获得各种操作的平均时间（或统计其基本操作个数）；获得各操作执行时间的变化情况。应该是越来越大，当大到一定程度后应该进行适当的整理，需设计相应的整理算法，并从数量上确定何时较为合适；能和其他简单线性数据结构，如排序数组上的折半查找进行各类操作效率上的数量对比。</p> <p>2. 数据结构与算法描述 （整体思路描述，所需要的数据结构与算法）</p> <p>Skiplist 类中 private 成员包括,cutoff、levels、dsize、maxlevel、tailnode、headernode、last 指针数组等。Public 成员包括初始化、查找 find、插入 insert、插入用到的搜索 search、删除 erase、输出 show、整理成严格跳表 strictskip 以及它用到的递归调用函数 strict</p> <p>(1) 初始化：cutoff=概率 $p * \text{rand_max}$，maxlevel=$\lg N / \lg(1/p)$ 取上整，levels 为跳表共有几级，dsize 为跳表节点个数，tailkey 为跳表元素最大值，headernode 和 tailnode 分别为头节点和尾节点，last 为 skipnode 节点指针数组，初始化所有头节点都指向尾节点。</p> <p>(2) 查找：前提条件查找值不可能大于尾节点值，定义 beforenode=headernode，从最高级开始，找到每一级比 thekey 值小的前一节点，然后 i--到低一级的该节点看 next 节点值与 thekey 比较，直到第 0 级，退出循环。判断 beforenode 的 next0 节点是否等于 thekey 值，相等找到，不等则找不到。</p> <p>(3) 插入前搜索：过程同查找，在找到每一级比 thekey 值小的前一节点，将其存储到 last 数组对应级数的位置。</p> <p>(4) 插入：last 数组标记完之后，thenode 节点为 beforenode 的下一节点，看是否有重复值，如果跳表中没有待插入的值，首先根据随机数判断要插入几个级，从第 0 级开始，若随机数小于等于 cutoff，则插入第 1 级，再随机一个数，小于等于 cutoff，则插入第 2 级，以此类推直到随机数大于 cutoff 为止，此时的级数则为能插入的最高级。定义一个 newnode 为待插入的 pair，循环 0 到能插入的最高级，在 last[i] 与 last[i] 的 next[i] 之间插入 newnode。</p> <p>(5) 删除：同插入前搜索，标记 last，若能找到 thekey 值，则将节点删除，该节点所在</p>		

的级的 last[i] 的 next[i] 指向删除节点的下一节点。

(6) 跳表输出：从 0 级开始，输出每一级跳表。

(7) 严格跳表：级数为 \log_2 (总节点数)，取下整。从最高级开始建立严格跳表，根据节点数找到中间节点，将头节点-中间节点-尾节点相连，此时可以将其看成两个新链表，即头节点-中间节点，中间节点-尾节点，到下一级，分别对两个新链表调用本函数，寻找新链表的中间节点进行连接，如此直到级数为零或者节点数小于等于 2 为止，停止递归调用。

3. 测试结果 (测试输入，测试输出)

(1) 小规模数据

```
20
sum of node vist: 63
average node visit number: 3
1 494 580 2410 3084 3233 3478 3811 8164 8973 9026 9655 14444 15039 19781 20009 20576 27408 29151 29682 31151 1000000000
1 3084 3233 3811 9026 27408 29682 31151 1000000000
1 3233 9026 27408 29682 1000000000
1 3233 27408 1000000000
strictskip is:
1 494 580 2410 3084 3233 3478 3811 8164 8973 9026 9655 14444 15039 19781 20009 20576 27408 29151 29682 31151 1000000000
1 2410 3478 8973 9655 19781 20576 29682 1000000000
1 3478 9655 20576 1000000000
1 9655 1000000000
insert:
8989
1 494 580 2410 3084 3233 3478 3811 8164 8973 8989 9026 9655 14444 15039 19781 20009 20576 27408 29151 29682 31151 1000000000
1 2410 3478 8973 9655 19781 20576 29682 1000000000
1 3478 9655 20576 1000000000
1 9655 1000000000
delete:
494
node visit sum: 5
1 580 2410 3084 3233 3478 3811 8164 8973 8989 9026 9655 14444 15039 19781 20009 20576 27408 29151 29682 31151 1000000000
1 2410 3478 8973 9655 19781 20576 29682 1000000000
1 3478 9655 20576 1000000000
1 9655 1000000000
you want to find:
2410
1 1 1 1 580 nodenum is 5
find 2410
strictskip is:
1 580 2410 3084 3233 3478 3811 8164 8973 8989 9026 9655 14444 15039 19781 20009 20576 27408 29151 29682 31151 1000000000
1 3084 3811 8989 9655 19781 20576 29682 1000000000
1 3811 9655 20576 1000000000
1 9655 1000000000
PS: D:\code_repository\codes \
```

(2) 1000 个数

输入：1000

sum of node vist: 9346

average node visit number: 9

```
1 79 121 126 129 145 148 155 175 261 289 329 336 421 433 521 540 612 615 637 675
708 770 774 817 822 906 960 977 1078 1086 1114 1148 1155 1172 1194 1233 1236 1264
1339 1387 1478 1495 1520 1571 1591 1656 1777 1782 1787 1806 1812 1822 1844 1849
1864 1881 1913 1931 1939 1964 1987 2021 2031 2051 2121 2126 2127 2136 2142 2193
2226 2239 2276 2280 2290 2298 2303 2375 2426 2427 2435 2444 2507 2549 2564 2642
2696 2707 2718 2827 2839 2847 2868 2925 2938 2950 2987 2993 3026 3031 3050 3068
3118 3143 3148 3189 3248 3315 3318 3373 3385 3406 3468 3474 3487 3526 3527 3607
3609 3615 3688 3706 3728 3734 3749 3766 3824 3829 3860 3874 3937 3965 3984 4010
4036 4040 4095 4177 4255 4283 4346 4355 4365 4373 4424 4445 4455 4475 4548 4549
4613 4684 4690 4716 4805 4866 4901 4907 4957 4958 4959 5000 5041 5074 5095 5102
5171 5177 5186 5196 5250 5277 5288 5325 5361 5370 5391 5403 5411 5413 5422 5438
5485 5511 5535 5562 5618 5635 5636 5645 5652 5659 5666 5688 5705 5793 5804 5815
```

5825	5831	5845	5888	5905	6007	6010	6011	6018	6032	6048	6096	6151	6160	6193	6269
6303	6368	6498	6503	6561	6614	6668	6692	6708	6713	6720	6733	6735	6785	6844	6877
6910	6927	6970	6983	7124	7149	7241	7258	7279	7292	7386	7411	7417	7467	7488	7506
7540	7541	7553	7572	7604	7615	7744	7746	7828	7852	7878	7888	7902	7908	8047	8050
8058	8172	8183	8236	8320	8323	8327	8348	8356	8427	8469	8511	8794	8795	8911	8968
9003	9086	9130	9163	9195	9211	9223	9231	9234	9251	9274	9320	9384	9412	9443	9448
9462	9468	9472	9488	9513	9529	9555	9558	9570	9573	9641	9722	9741	9773	9878	9901
9919	9979	10045	10046	10065	10093	10144	10152	10203	10241	10249	10260	10283	10352		
10360	10383	10429	10463	10605	10628	10650	10659	10771	10828	10889	10941	11018	11023		
11061	11171	11179	11187	11221	11230	11242	11245	11248	11283	11284	11334	11346	11365		
11366	11400	11401	11419	11425	11495	11502	11561	11616	11618	11648	11661	11728	11767		
11805	11865	11868	11886	11899	11979	12018	12074	12082	12119	12234	12253	12309	12371		
12418	12443	12462	12480	12569	12572	12580	12586	12623	12667	12719	12738	12757	12761		
12785	12845	12926	12937	12966	12977	13028	13053	13143	13150	13190	13200	13216	13349		
13382	13413	13438	13492	13632	13680	13685	13705	13724	13797	13842	13892	13935	13940		
13957	13961	13967	14039	14074	14112	14132	14206	14226	14274	14320	14458	14482	14493		
14510	14517	14521	14530	14555	14581	14587	14602	14652	14677	14693	14704	14712	14715		
14746	14801	14818	14830	14856	15107	15110	15111	15129	15163	15206	15208	15316	15333		
15346	15509	15519	15575	15601	15611	15637	15720	15744	15810	15954	15956	15986	16116		
16143	16146	16193	16209	16234	16284	16442	16452	16462	16464	16465	16503	16525	16526		
16530	16537	16636	16663	16667	16699	16723	16732	16904	16907	16922	16946	17011	17016		
17028	17058	17065	17068	17138	17168	17198	17255	17299	17303	17321	17362	17370	17390		
17418	17424	17435	17460	17501	17552	17583	17611	17622	17781	17799	17884	17914	17949		
17956	17982	17985	17986	17995	18047	18062	18068	18106	18117	18162	18215	18295	18301		
18319	18334	18437	18526	18527	18556	18589	18647	18742	18746	18772	18802	18847	18952		
18969	18987	19037	19050	19058	19104	19145	19153	19158	19161	19248	19275	19284	19331		
19366	19391	19426	19446	19464	19530	19547	19692	19880	19922	19941	19997	20070	20082		
20130	20182	20183	20216	20230	20278	20285	20301	20303	20345	20366	20394	20396	20399		
20424	20461	20517	20538	20582	20621	20640	20654	20680	20685	20718	20719	20752	20786		
20823	20828	20883	20904	20921	21004	21090	21103	21177	21285	21423	21432	21460	21463		
21482	21513	21528	21555	21604	21615	21627	21654	21714	21726	21742	21770	21779	21782		
21792	21835	21873	21880	21911	21976	21996	22009	22035	22040	22041	22048	22056	22064		
22069	22117	22134	22174	22230	22255	22306	22340	22413	22425	22448	22452	22456	22475		
22500	22582	22587	22643	22719	22735	22808	22826	22836	22942	23039	23078	23105	23115		
23118	23151	23188	23193	23290	23295	23347	23361	23446	23472	23479	23510	23520	23558		
23563	23592	23700	23722	23738	23740	23764	23784	23884	23916	23928	23949	24133	24153		
24154	24172	24242	24436	24470	24512	24530	24580	24583	24596	24620	24653	24820	24850		
24863	24942	24949	24954	24960	24967	25004	25043	25047	25075	25126	25130	25151	25186		
25201	25287	25313	25348	25360	25415	25442	25444	25456	25466	25483	25512	25525	25575		
25585	25594	25595	25650	25661	25677	25698	25706	25758	25891	25894	25927	25945	25955		
25963	25973	26009	26047	26135	26149	26241	26268	26273	26292	26349	26371	26373	26420		
26489	26492	26518	26556	26569	26571	26623	26716	26767	26803	26809	26819	26834	26863		
26867	26884	26928	26940	27068	27096	27110	27113	27190	27208	27242	27321	27329	27349		
27427	27460	27499	27505	27515	27538	27573	27628	27677	27703	27717	27720	27811	27824		
27828	27846	27867	27887	27898	27918	27942	27982	28013	28041	28071	28080	28120	28151		
28154	28198	28207	28240	28253	28296	28331	28431	28472	28517	28607	28682	28685	28735		

28737 28837 28840 28842 28862 28864 28891 28956 28977 29155 29190 29194 29236 29277
29293 29329 29340 29343 29357 29375 29417 29440 29499 29516 29517 29602 29609 29630
29659 29715 29790 29798 29851 29918 29974 30048 30056 30062 30076 30078 30083 30116
30169 30193 30205 30214 30252 30296 30312 30329 30330 30340 30362 30394 30514 30548
30550 30604 30613 30640 30643 30650 30675 30700 30707 30719 30781 30882 30889 30911
30934 31080 31094 31115 31131 31140 31146 31147 31164 31184 31188 31230 31250 31256
31257 31288 31295 31356 31490 31494 31495 31506 31576 31608 31622 31658 31690 31695
31698 31718 31728 31779 31792 31817 31833 31850 31935 31949 31967 31969 32008 32028
32114 32120 32246 32269 32271 32328 32330 32334 32360 32388 32394 32426 32434 32439
32463 32474 32483 32487 32536 32560 32677 1000000000
1 79 121 145 155 175 261 289 336 540 637 675 817 822 906 960 1078 1148 1194 1236
1387 1495 1520 1782 1787 1864 1881 1913 1987 2021 2136 2142 2239 2280 2303 2375
2435 2444 2507 2549 2564 2642 2696 2718 2847 2868 2925 2938 2950 2987 2993 3031
3050 3068 3118 3373 3385 3406 3468 3474 3487 3615 3688 3706 3766 3829 3874 3937
3984 4010 4036 4040 4283 4365 4424 4475 4684 4690 4805 4866 4958 5000 5041 5102
5177 5196 5288 5391 5411 5422 5535 5562 5645 5659 5705 5793 5804 5831 5888 6010
6160 6269 6303 6498 6503 6561 6614 6668 6692 6708 6785 6844 6877 6983 7279 7292
7411 7488 7541 7553 7746 8047 8050 8058 8323 8348 8356 8469 8511 8794 9003 9130
9195 9251 9384 9443 9448 9468 9472 9529 9558 9573 9641 9878 10046 10065 10152 10241
10260 10429 10605 10628 10650 10659 10889 11061 11171 11179 11221 11242 11248 11284
11365 11400 11401 11495 11648 11767 11865 11868 11899 12074 12119 12253 12309 12418
12443 12462 12586 12623 12738 12845 12926 12966 12977 13028 13053 13150 13190 13216
13349 13382 13413 13680 13685 13797 13940 13957 13967 14074 14206 14458 14482 14493
14510 14530 14555 14652 14677 14818 14830 15111 15163 15316 15333 15346 15509 15519
15601 15611 15637 15720 15954 15956 16234 16284 16442 16452 16464 16465 16525 16526
16537 16636 16922 16946 17016 17065 17138 17299 17321 17362 17370 17390 17435 17501
17552 17622 17884 17949 17985 18047 18062 18068 18117 18162 18295 18301 18319 18437
18742 18847 18969 18987 19058 19104 19145 19153 19275 19331 19426 19446 19547 19692
19880 19922 19997 20082 20130 20183 20285 20301 20303 20345 20399 20517 20582 20621
20640 20680 20718 20719 20823 20828 20883 20904 21004 21090 21103 21285 21423 21460
21482 21528 21555 21615 21627 21654 21714 21779 21782 21792 21873 21880 22035 22048
22064 22117 22174 22255 22425 22456 22475 22500 22826 22836 22942 23039 23105 23151
23188 23193 23347 23361 23446 23472 23520 23592 23700 23738 23764 23784 23884 23928
24133 24172 24512 24620 24653 24820 24863 24942 24949 24954 25004 25043 25075 25126
25130 25313 25348 25415 25483 25512 25575 25585 25650 25661 25698 25891 25945 25963
25973 26047 26135 26149 26292 26349 26371 26420 26489 26518 26556 26569 26571 26767
26834 26867 26884 26940 27068 27096 27110 27113 27242 27321 27349 27427 27499 27515
27538 27677 27703 27717 27811 27824 27828 27846 27887 27898 27918 27942 28013 28071
28198 28207 28240 28331 28431 28472 28517 28735 28837 28840 28842 28864 28891 28956
29190 29194 29236 29293 29340 29357 29417 29440 29516 29602 29609 29715 29790 29851
29974 30048 30056 30076 30083 30116 30214 30296 30329 30340 30514 30548 30604 30613
30650 30700 30889 31080 31140 31146 31147 31164 31256 31295 31356 31490 31494 31495
31506 31608 31658 31695 31698 31779 31817 31833 31850 31935 31949 31969 32028 32120
32271 32330 32334 32360 32388 32439 32463 32474 32483 32487 32677 1000000000
1 145 261 336 817 1194 1236 1387 1782 1987 2021 2136 2280 2303 2435 2444 2507 2549
2696 2847 2868 2925 2938 2987 3031 3050 3385 3468 3766 3829 3984 4036 4040 4958

5102 5196 5288 5391 5422 5535 5562 5645 5659 5793 6561 6668 6692 6708 6785 6844
6877 7279 7292 8047 8050 8348 9130 9195 9448 9472 9558 9641 10241 10260 10429 10628
10889 11061 11171 11242 11365 11400 11401 11767 11899 12074 12418 12443 12623 12926
13028 13190 13349 13382 13413 13685 13797 13940 14074 14206 14458 14493 14652 14830
15111 15163 15346 15519 15637 15720 15956 16452 16465 16525 16537 17016 17299 17362
17370 17435 17985 18062 18068 18117 18162 18295 18301 18319 18437 18742 18969 18987
19104 19153 19275 19331 19426 19446 19692 19880 20130 20183 20285 20303 20345 20517
20719 20828 20883 21103 21285 21423 21460 21482 21528 21615 21627 21654 21792 21873
22048 22064 22117 22174 22425 22836 22942 23347 23361 23446 23520 23592 23700 23764
24133 24172 24863 24942 24954 25075 25130 25313 25348 25512 25650 26149 26349 26371
26420 26489 26518 26556 26569 26571 26767 26867 26884 26940 27427 27499 27515 27677
27717 27811 27828 27846 27887 27898 28013 28198 28240 28472 28517 28735 28842 28864
29194 29236 29293 29340 29440 29609 29851 30048 30083 30296 30514 30548 30613 30650
30700 31256 31295 31494 31608 31658 31817 31949 32330 32360 32439 32483 32487
1000000000
1 145 817 1782 1987 2136 2280 2303 2435 2444 2507 2549 2696 2847 2938 2987 3385
3468 3829 4036 4958 5196 5288 5391 5535 5562 6561 6668 6708 6844 6877 7279 8050
9448 10241 10260 10429 10628 10889 11242 11400 11899 12074 12418 12443 13028 13190
13349 13685 13940 14206 14652 14830 15346 15637 15720 15956 16465 17299 18295 18969
19104 19153 19275 19426 19446 20130 20183 20303 20345 20719 20828 20883 21103 21285
21460 21482 21528 21615 21627 21654 21792 22048 22174 22425 22942 23361 23446 23520
24133 24863 24942 25075 25130 26349 26371 26420 26489 26556 26569 26571 26867 27427
27499 27846 28472 28735 29194 29440 29609 29851 30083 30514 30548 30613 31256 31295
31494 31658 31949 32360 1000000000
1 145 817 1987 2136 2303 2444 2507 2847 2938 3829 5288 5391 5535 6561 6877 8050
10429 10628 11242 11899 12418 13349 13940 15637 15956 16465 17299 18295 19104 19426
20130
20303 20719 20828 20883 21528 22425 23361 23520 24133 24863 25075 25130 26571 27499
27846 28735 29194 29851 30514 30548 30613 31494 31658 31949 1000000000
1 145 817 2136 2507 2938 5288 5391 5535 6561 10429 11242 13349 13940 15956 16465
20719 21528 22425 23520 24133 25075 26571 27499 27846 29194 29851 30514 30613 31494
1000000000
1 5391 6561 11242 13940 16465 20719 21528 25075 26571 29851 1000000000
1 5391 11242 16465 1000000000
1 5391 16465 1000000000
1 5391 1000000000
strictskip is:
1 79 121 126 129 145 148 155 175 261 289 329 336 421 433 521 540 612 615 637 675
708 770 774 817 822 906 960 977 1078 1086 1114 1148 1155 1172 1194 1233 1236 1264
1339 1387 1478 1495 1520 1571 1591 1656 1777 1782 1787 1806 1812 1822 1844 1849
1864 1881 1913 1931 1939 1964 1987 2021 2031 2051 2121 2126 2127 2136 2142 2193
2226 2239 2276 2280 2290 2298 2303 2375 2426 2427 2435 2444 2507 2549 2564 2642
2696 2707 2718 2827 2839 2847 2868 2925 2938 2950 2987 2993 3026 3031 3050 3068
3118 3143 3148 3189 3248 3315 3318 3373 3385 3406 3468 3474 3487 3526 3527 3607
3609 3615 3688 3706 3728 3734 3749 3766 3824 3829 3860 3874 3937 3965 3984 4010
4036 4040 4095 4177 4255 4283 4346 4355 4365 4373 4424 4445 4455 4475 4548 4549

4613	4684	4690	4716	4805	4866	4901	4907	4957	4958	4959	5000	5041	5074	5095	5102
5171	5177	5186	5196	5250	5277	5288	5325	5361	5370	5391	5403	5411	5413	5422	5438
5485	5511	5535	5562	5618	5635	5636	5645	5652	5659	5666	5688	5705	5793	5804	5815
5825	5831	5845	5888	5905	6007	6010	6011	6018	6032	6048	6096	6151	6160	6193	6269
6303	6368	6498	6503	6561	6614	6668	6692	6708	6713	6720	6733	6735	6785	6844	6877
6910	6927	6970	6983	7124	7149	7241	7258	7279	7292	7386	7411	7417	7467	7488	7506
7540	7541	7553	7572	7604	7615	7744	7746	7828	7852	7878	7888	7902	7908	8047	8050
8058	8172	8183	8236	8320	8323	8327	8348	8356	8427	8469	8511	8794	8795	8911	8968
9003	9086	9130	9163	9195	9211	9223	9231	9234	9251	9274	9320	9384	9412	9443	9448
9462	9468	9472	9488	9513	9529	9555	9558	9570	9573	9641	9722	9741	9773	9878	9901
9919	9979	10045	10046	10065	10093	10144	10152	10203	10241	10249	10260	10283	10352		
10360	10383	10429	10463	10605	10628	10650	10659	10771	10828	10889	10941	11018	11023		
11061	11171	11179	11187	11221	11230	11242	11245	11248	11283	11284	11334	1972592			
11365	11366	11400	11401	11419	11425	11495	11502	11561	11616	11618	11648	11661	11728		
11767	11805	11865	11868	11886	11899	11979	12018	12074	12082	12119	12234	12253	12309		
12371	12418	12443	12462	12480	12569	12572	12580	12586	12623	12667	12719	12738	12757		
12761	12785	12845	12926	12937	12966	12977	13028	13053	13143	13150	13190	13200	13216		
13349	13382	13413	13438	13492	13632	13680	13685	13705	13724	13797	13842	13892	13935		
13940	13957	13961	13967	14039	14074	14112	14132	14206	14226	14274	14320	14458	14482		
14493	14510	14517	14521	14530	14555	14581	14587	14602	14652	14677	14693	14704	14712		
14715	14746	14801	14818	14830	14856	15107	15110	15111	15129	15163	15206	15208	15316		
15333	15346	15509	15519	15575	15601	15611	15637	15720	15744	15810	15954	15956	15986		
16116	16143	16146	16193	16209	16234	16284	16442	16452	16462	16464	16465	16503	16525		
16526	16530	16537	16636	16663	16667	16699	16723	16732	16904	16907	16922	16946	17011		
17016	17028	17058	17065	17068	17138	17168	17198	17255	17299	17303	17321	17362	17370		
17390	17418	17424	17435	17460	17501	17552	17583	17611	17622	17781	17799	17884	17914		
17949	17956	17982	17985	17986	17995	18047	18062	18068	18106	18117	18162	18215	18295		
18301	18319	18334	18437	18526	18527	18556	18589	18647	18742	18746	18772	18802	18847		
18952	18969	18987	19037	19050	19058	19104	19145	19153	19158	19161	19248	19275	19284		
19331	19366	19391	19426	19446	19464	19530	19547	19692	19880	19922	19941	19997	20070		
20082	20130	20182	20183	20216	20230	20278	20285	20301	20303	20345	20366	20394	20396		
20399	20424	20461	20517	20538	20582	20621	20640	20654	20680	20685	20718	20719	20752		
20786	20823	20828	20883	20904	20921	21004	21090	21103	21177	21285	21423	21432	21460		
21463	21482	21513	21528	21555	21604	21615	21627	21654	21714	21726	21742	21770	21779		
21782	21792	21835	21873	21880	21911	21976	21996	22009	22035	22040	22041	22048	22056		
22064	22069	22117	22134	22174	22230	22255	22306	22340	22413	22425	22448	22452	22456		
22475	22500	22582	22587	22643	22719	22735	22808	22826	22836	22942	23039	23078	23105		
23115	23118	23151	23188	23193	23290	23295	23347	23361	23446	23472	23479	23510	23520		
23558	23563	23592	23700	23722	23738	23740	23764	23784	23884	23916	23928	23949	24133		
24153	24154	24172	24242	24436	24470	24512	24530	24580	24583	24596	24620	24653	24820		
24850	24863	24942	24949	24954	24960	24967	25004	25043	25047	25075	25126	25130	25151		
25186	25201	25287	25313	25348	25360	25415	25442	25444	25456	25466	25483	25512	25525		
25575	25585	25594	25595	25650	25661	25677	25698	25706	25758	25891	25894	25927	25945		
25955	25963	25973	26009	26047	26135	26149	26241	26268	26273	26292	26349	26371	26373		
26420	26489	26492	26518	26556	26569	26571	26623	26716	26767	26803	26809	26819	26834		
26863	26867	26884	26928	26940	27068	27096	27110	27113	27190	27208	27242	27321	27329		

27349 27427 27460 27499 27505 27515 27538 27573 27628 27677 27703 27717 27720 27811
27824 27828 27846 27867 27887 27898 27918 27942 27982 28013 28041 28071 28080 28120
28151 28154 28198 28207 28240 28253 28296 28331 28431 28472 28517 28607 28682 28685
28735 28737 28837 28840 28842 28862 28864 28891 28956 28977 29155 29190 29194 29236
29277 29293 29329 29340 29343 29357 29375 29417 29440 29499 29516 29517 29602 29609
29630 29659 29715 29790 29798 29851 29918 29974 30048 30056 30062 30076 30078 30083
30116 30169 30193 30205 30214 30252 30296 30312 30329 30330 30340 30362 30394 30514
30548 30550 30604 30613 30640 30643 30650 30675 30700 30707 30719 30781 30882 30889
30911 30934 31080 31094 31115 31131 31140 31146 31147 31164 31184 31188 31230 31250
31256 31257 31288 31295 31356 31490 31494 31495 31506 31576 31608 31622 31658 31690
31695 31698 31718 31728 31779 31792 31817 31833 31850 31935 31949 31967 31969 32008
32028 32114 32120 32246 32269 32271 32328 32330 32334 32360 32388 32394 32426 32434
32439 32463 32474 32483 32487 32536 32560 32677 1000000000
1 129 175 336 540 675 817 977 1114 1194 1339 1520 1777 1812 1864 1939 2021 2126
2193 2280 2375 2444 2642 2827 2868 2987 3050 3148 3318 3468 3527 3688 3734 3829
3965 4040
4283 4373 4475 4684 4805 4957 5041 5171 5250 5361 5411 5485 5562 5645 5688 5815
5888 6011 6096 6269 6498 6668 6720 6844 6970 7241 7386 7488 7541 7615 7852 7908
8172 8323
8427 8795 9003 9195 9234 9384 9462 9513 9570 9741 9901 10046 10152 10260 10383 10628
10828 11023 11179 11242 11284 11366 11425 11616 11728 11868 11979 12119 12371 12480
12586 12738 12845 12977 13143 13216 13438 13685 13842 13957 14074 14226 14458 14517
14581 14677 14715 14830 15111 15208 15346 15601 15744 15986 16146 16284 16464 16526
16636 16723 16922 17028 17138 17299 17370 17435 17552 17781 17949 17986 18068 18215
18334 18556 18742 18847 19037 19145 19248 19366 19464 19880 19997 20182 20278 20345
20399 20538 20654 20719 20823 20921 21177 21460 21528 21627 21742 21792 21880 22009
22048 22117 22255 22425 22475 22643 22808 23039 23118 23290 23446 23520 23700 23764
23916 24153 24436 24580 24653 24942 24967 25075 25151 25313 25442 25483 25585 25661
25758 25945 25973 26149 26292 26420 26556 26716 26819 26884 27068 27190 27329 27499
27573 27717 27828 27898 27982 28080 28198 28296 28517 28735 28842 28956 29190 29293
29357 29499 29609 29790 29974 30076 30116 30214 30329 30394 30604 30650 30719 30911
31094 31146 31188 31257 31490 31576 31690 31728 31817 31949 32028 32269 32330 32394
32463 32536 1000000000
1 175 540 817 1114 1339 1777 1864 2021 2193 2375 2642 2868 3050 3318 3527 3734 3965
4283 4475 4805 5041 5250 5411 5562 5688 5888 6096 6498 6720 6970 7386 7541 7852
8172 8427 9003 9234 9462 9570 9901 10152 10383 10828 11179 11284 11425 11728 11979
12371 12586 12845 13143 13438 13842 14074 14458 14581 14715 15111 15346 15744 16146
16464 16636 16922 17138 17370 17552 17949 18068 18334 18742 19037 19248 19464 19997
20278 20399 20654 20823 21177 21528 21742 21880 22048 22255 22475 22808 23118 23446
23700 23916 24436 24653 24967 25151 25442 25585 25758 25973 26292 26556 26819 27068
27329 27573 27828 27982 28198 28517 28842 29190 29357 29609 29974 30116 30329 30604
30719 31094 31188 31490 31690 31817 32028 32330 32463 1000000000
1 540 1114 1777 2021 2375 2868 3318 3734 4283 4805 5250 5562 5888 6498 6970 7541
8172 9003 9462 9901 10383 11179 11425 11979 12586 13143 13842 14458 14715 15346
16146 16636 17138 17552 18068 18742 19248 19997 20399 20823 21528 21880 22255 22808
23446 23916 24653 25151 25585 25973 26556 27068 27573 27982 28517 29190 29609 30116

30604 31094 31490 31817 32330 1000000000
1 1114 2021 2868 3734 4805 5562 6498 7541 9003 9901 11179 11979 13143 14458 15346
16636 17552 18742 19997 20823 21880 22808 23916 25151 25973 27068 27982 29190 30116
31094 31817 1000000000
1 2021 3734 5562 7541 9901 11979 14458 16636 18742 20823 22808 25151 27068 29190
31094 1000000000
1 3734 7541 11979 16636 20823 25151 29190 1000000000
1 7541 16636 25151 1000000000
1 16636 1000000000
insert:
333
1 79 121 126 129 145 148 155 175 261 289 329 333 336 421 433 521 540 612 615 637
675 708 770 774 817 822 906 960 977 1078 1086 1114 1148 1155 1172 1194 1233 1236
1264 1339 1387 1478 1495 1520 1571 1591 1656 1777 1782 1787 1806 1812 1822 1844
1849 1864 1881 1913 1931 1939 1964 1987 2021 2031 2051 2121 2126 2127 2136 2142
2193 2226 2239 2276 2280 2290 2298 2303 2375 2426 2427 2435 2444 2507 2549 2564
2642 2696 2707 2718 2827 2839 2847 2868 2925 2938 2950 2987 2993 3026 3031 3050
3068 3118 3143 3148 3189 3248 3315 3318 3373 3385 3406 3468 3474 3487 3526 3527
3607 3609 3615 3688 3706 3728 3734 3749 3766 3824 3829 3860 3874 3937 3965 3984
4010 4036 4040 4095 4177 4255 4283 4346 4355 4365 4373 4424 4445 4455 4475 4548
4549 4613 4684 4690 4716 4805 4866 4901 4907 4957 4958 4959 5000 5041 5074 5095
5102 5171 5177 5186 5196 5250 5277 5288 5325 5361 5370 5391 5403 5411 5413 5422
5438 5485 5511 5535 5562 5618 5635 5636 5645 5652 5659 5666 5688 5705 5793 5804
5815 5825 5831 5845 5888 5905 6007 6010 6011 6018 6032 6048 6096 6151 6160 6193
6269 6303 6368 6498 6503 6561 6614 6668 6692 6708 6713 6720 6733 6735 6785 6844
6877 6910 6927 6970 6983 7124 7149 7241 7258 7279 7292 7386 7411 7417 7467 7488
7506 7540 7541 7553 7572 7604 7615 7744 7746 7828 7852 7878 7888 7902 7908 8047
8050 8058 8172 8183 8236 8320 8323 8327 8348 8356 8427 8469 8511 8794 8795 8911
8968 9003 9086 9130 9163 9195 9211 9223 9231 9234 9251 9274 9320 9384 9412 9443
9448 9462 9468 9472 9488 9513 9529 9555 9558 9570 9573 9641 9722 9741 9773 9878
9901 9919 9979 10045 10046 10065 10093 10144 10152 10203 10241 10249 10260 10283
10352 10360 10383 10429 10463 10605 10628 10650 10659 10771 10828 10889 10941 11018
11023 11061 11171 11179 11187 11221 11230 11242 11245 11248 11283 11284 11334 1972592
11365 11366 11400 11401 11419 11425 11495 11502 11561 11616 11618 11648 11661 11728
11767 11805 11865 11868 11886 11899 11979 12018 12074 12082 12119 12234 12253 12309
12371 12418 12443 12462 12480 12569 12572 12580 12586 12623 12667 12719 12738 12757
12761 12785 12845 12926 12937 12966 12977 13028 13053 13143 13150 13190 13200 13216
13349 13382 13413 13438 13492 13632 13680 13685 13705 13724 13797 13842 13892 13935
13940 13957 13961 13967 14039 14074 14112 14132 14206 14226 14274 14320 14458 14482
14493 14510 14517 14521 14530 14555 14581 14587 14602 14652 14677 14693 14704 14712
14715 14746 14801 14818 14830 14856 15107 15110 15111 15129 15163 15206 15208 15316
15333 15346 15509 15519 15575 15601 15611 15637 15720 15744 15810 15954 15956 15986
16116 16143 16146 16193 16209 16234 16284 16442 16452 16462 16464 16465 16503 16525
16526 16530 16537 16636 16663 16667 16699 16723 16732 16904 16907 16922 16946 17011
17016 17028 17058 17065 17068 17138 17168 17198 17255 17299 17303 17321 17362 17370
17390 17418 17424 17435 17460 17501 17552 17583 17611 17622 17781 17799 17884 17914

17949 17956 17982 17985 17986 17995 18047 18062 18068 18106 18117 18162 18215 18295
18301 18319 18334 18437 18526 18527 18556 18589 18647 18742 18746 18772 18802 18847
18952 18969 18987 19037 19050 19058 19104 19145 19153 19158 19161 19248 19275 19284
19331 19366 19391 19426 19446 19464 19530 19547 19692 19880 19922 19941 19997 20070
20082 20130 20182 20183 20216 20230 20278 20285 20301 20303 20345 20366 20394 20396
20399 20424 20461 20517 20538 20582 20621 20640 20654 20680 20685 20718 20719 20752
20786 20823 20828 20883 20904 20921 21004 21090 21103 21177 21285 21423 21432 21460
21463 21482 21513 21528 21555 21604 21615 21627 21654 21714 21726 21742 21770 21779
21782 21792 21835 21873 21880 21911 21976 21996 22009 22035 22040 22041 22048 22056
22064 22069 22117 22134 22174 22230 22255 22306 22340 22413 22425 22448 22452 22456
22475 22500 22582 22587 22643 22719 22735 22808 22826 22836 22942 23039 23078 23105
23115 23118 23151 23188 23193 23290 23295 23347 23361 23446 23472 23479 23510 23520
23558 23563 23592 23700 23722 23738 23740 23764 23784 23884 23916 23928 23949 24133
24153 24154 24172 24242 24436 24470 24512 24530 24580 24583 24596 24620 24653 24820
24850 24863 24942 24949 24954 24960 24967 25004 25043 25047 25075 25126 25130 25151
25186 25201 25287 25313 25348 25360 25415 25442 25444 25456 25466 25483 25512 25525
25575 25585 25594 25595 25650 25661 25677 25698 25706 25758 25891 25894 25927 25945
25955 25963 25973 26009 26047 26135 26149 26241 26268 26273 26292 26349 26371 26373
26420 26489 26492 26518 26556 26569 26571 26623 26716 26767 26803 26809 26819 26834
26863 26867 26884 26928 26940 27068 27096 27110 27113 27190 27208 27242 27321 27329
27349 27427 27460 27499 27505 27515 27538 27573 27628 27677 27703 27717 27720 27811
27824 27828 27846 27867 27887 27898 27918 27942 27982 28013 28041 28071 28080 28120
28151 28154 28198 28207 28240 28253 28296 28331 28431 28472 28517 28607 28682 28685
28735 28737 28837 28840 28842 28862 28864 28891 28956 28977 29155 29190 29194 29236
29277 29293 29329 29340 29343 29357 29375 29417 29440 29499 29516 29517 29602 29609
29630 29659 29715 29790 29798 29851 29918 29974 30048 30056 30062 30076 30078 30083
30116 30169 30193 30205 30214 30252 30296 30312 30329 30330 30340 30362 30394 30514
30548 30550 30604 30613 30640 30643 30650 30675 30700 30707 30719 30781 30882 30889
30911 30934 31080 31094 31115 31131 31140 31146 31147 31164 31184 31188 31230 31250
31256 31257 31288 31295 31356 31490 31494 31495 31506 31576 31608 31622 31658 31690
31695 31698 31718 31728 31779 31792 31817 31833 31850 31935 31949 31967 31969 32008
32028 32114 32120 32246 32269 32271 32328 32330 32334 32360 32388 32394 32426 32434
32439 32463 32474 32483 32487 32536 32560 32677 1000000000
1 129 175 336 540 675 817 977 1114 1194 1339 1520 1777 1812 1864 1939 2021 2126
2193 2280 2375 2444 2642 2827 2868 2987 3050 3148 3318 3468 3527 3688 3734 3829
3965 4040
4283 4373 4475 4684 4805 4957 5041 5171 5250 5361 5411 5485 5562 5645 5688 5815
5888 6011 6096 6269 6498 6668 6720 6844 6970 7241 7386 7488 7541 7615 7852 7908
8172 8323
8427 8795 9003 9195 9234 9384 9462 9513 9570 9741 9901 10046 10152 10260 10383 10628
10828 11023 11179 11242 11284 11366 11425 11616 11728 11868 11979 12119 12371 12480
12586 12738 12845 12977 13143 13216 13438 13685 13842 13957 14074 14226 14458 14517
14581 14677 14715 14830 15111 15208 15346 15601 15744 15986 16146 16284 16464 16526
16636 16723 16922 17028 17138 17299 17370 17435 17552 17781 17949 17986 18068 18215
18334 18556 18742 18847 19037 19145 19248 19366 19464 19880 19997 20182 20278 20345
20399 20538 20654 20719 20823 20921 21177 21460 21528 21627 21742 21792 21880 22009

22048 22117 22255 22425 22475 22643 22808 23039 23118 23290 23446 23520 23700 23764
23916 24153 24436 24580 24653 24942 24967 25075 25151 25313 25442 25483 25585 25661
25758 25945 25973 26149 26292 26420 26556 26716 26819 26884 27068 27190 27329 27499
27573 27717 27828 27898 27982 28080 28198 28296 28517 28735 28842 28956 29190 29293
29357 29499 29609 29790 29974 30076 30116 30214 30329 30394 30604 30650 30719 30911
31094 31146 31188 31257 31490 31576 31690 31728 31817 31949 32028 32269 32330 32394
32463 32536 1000000000
1 175 540 817 1114 1339 1777 1864 2021 2193 2375 2642 2868 3050 3318 3527 3734 3965
4283 4475 4805 5041 5250 5411 5562 5688 5888 6096 6498 6720 6970 7386 7541 7852
8172 8427 9003 9234 9462 9570 9901 10152 10383 10828 11179 11284 11425 11728 11979
12371 12586 12845 13143 13438 13842 14074 14458 14581 14715 15111 15346 15744 16146
16464 16636 16922 17138 17370 17552 17949 18068 18334 18742 19037 19248 19464 19997
20278 20399 20654 20823 21177 21528 21742 21880 22048 22255 22475 22808 23118 23446
23700 23916 24436 24653 24967 25151 25442 25585 25758 25973 26292 26556 26819 27068
27329 27573 27828 27982 28198 28517 28842 29190 29357 29609 29974 30116 30329 30604
30719 31094 31188 31490 31690 31817 32028 32330 32463 1000000000
1 540 1114 1777 2021 2375 2868 3318 3734 4283 4805 5250 5562 5888 6498 6970 7541
8172 9003 9462 9901 10383 11179 11425 11979 12586 13143 13842 14458 14715 15346
16146 16636 17138 17552 18068 18742 19248 19997 20399 20823 21528 21880 22255 22808
23446 23916 24653 25151 25585 25973 26556 27068 27573 27982 28517 29190 29609 30116
30604 31094 31490 31817 32330 1000000000
1 1114 2021 2868 3734 4805 5562 6498 7541 9003 9901 11179 11979 13143 14458 15346
16636 17552 18742 19997 20823 21880 22808 23916 25151 25973 27068 27982 29190 30116
31094 31817 1000000000
1 2021 3734 5562 7541 9901 11979 14458 16636 18742 20823 22808 25151 27068 29190
31094 1000000000
1 3734 7541 11979 16636 20823 25151 29190 1000000000
1 7541 16636 25151 1000000000
1 16636 1000000000
delete:
16636
node visit sum: 27
1 79 121 126 129 145 148 155 175 261 289 329 333 336 421 433 521 540 612 615 637
675 708 770 774 817 822 906 960 977 1078 1086 1114 1148 1155 1172 1194 1233 1236
1264 1339 1387 1478 1495 1520 1571 1591 1656 1777 1782 1787 1806 1812 1822 1844
1849 1864 1881 1913 1931 1939 1964 1987 2021 2031 2051 2121 2126 2127 2136 2142
2193 2226 2239 2276 2280 2290 2298 2303 2375 2426 2427 2435 2444 2507 2549 2564
2642 2696 2707 2718 2827 2839 2847 2868 2925 2938 2950 2987 2993 3026 3031 3050
3068 3118 3143 3148 3189 3248 3315 3318 3373 3385 3406 3468 3474 3487 3526 3527
3607 3609 3615 3688 3706 3728 3734 3749 3766 3824 3829 3860 3874 3937 3965 3984
4010 4036 4040 4095 4177 4255 4283 4346 4355 4365 4373 4424 4445 4455 4475 4548
4549 4613 4684 4690 4716 4805 4866 4901 4907 4957 4958 4959 5000 5041 5074 5095
5102 5171 5177 5186 5196 5250 5277 5288 5325 5361 5370 5391 5403 5411 5413 5422
5438 5485 5511 5535 5562 5618 5635 5636 5645 5652 5659 5666 5688 5705 5793 5804
5815 5825 5831 5845 5888 5905 6007 6010 6011 6018 6032 6048 6096 6151 6160 6193
6269 6303 6368 6498 6503 6561 6614 6668 6692 6708 6713 6720 6733 6735 6785 6844

6877	6910	6927	6970	6983	7124	7149	7241	7258	7279	7292	7386	7411	7417	7467	7488
7506	7540	7541	7553	7572	7604	7615	7744	7746	7828	7852	7878	7888	7902	7908	8047
8050	8058	8172	8183	8236	8320	8323	8327	8348	8356	8427	8469	8511	8794	8795	8911
8968	9003	9086	9130	9163	9195	9211	9223	9231	9234	9251	9274	9320	9384	9412	9443
9448	9462	9468	9472	9488	9513	9529	9555	9558	9570	9573	9641	9722	9741	9773	9878
9901	9919	9979	10045	10046	10065	10093	10144	10152	10203	10241	10249	10260	10283		
10352	10360	10383	10429	10463	10605	10628	10650	10659	10771	10828	10889	10941	11018		
11023	11061	11171	11179	11187	11221	11230	11242	11245	11248	11283	11284	11334	1972592		
11365	11366	11400	11401	11419	11425	11495	11502	11561	11616	11618	11648	11661	11728		
11767	11805	11865	11868	11886	11899	11979	12018	12074	12082	12119	12234	12253	12309		
12371	12418	12443	12462	12480	12569	12572	12580	12586	12623	12667	12719	12738	12757		
12761	12785	12845	12926	12937	12966	12977	13028	13053	13143	13150	13190	13200	13216		
13349	13382	13413	13438	13492	13632	13680	13685	13705	13724	13797	13842	13892	13935		
13940	13957	13961	13967	14039	14074	14112	14132	14206	14226	14274	14320	14458	14482		
14493	14510	14517	14521	14530	14555	14581	14587	14602	14652	14677	14693	14704	14712		
14715	14746	14801	14818	14830	14856	15107	15110	15111	15129	15163	15206	15208	15316		
15333	15346	15509	15519	15575	15601	15611	15637	15720	15744	15810	15954	15956	15986		
16116	16143	16146	16193	16209	16234	16284	16442	16452	16462	16464	16465	16503	16525		
16526	16530	16537	16663	16667	16699	16723	16732	16904	16907	16922	16946	17011	17016		
17028	17058	17065	17068	17138	17168	17198	17255	17299	17303	17321	17362	17370	17390		
17418	17424	17435	17460	17501	17552	17583	17611	17622	17781	17799	17884	17914	17949		
17956	17982	17985	17986	17995	18047	18062	18068	18106	18117	18162	18215	18295	18301		
18319	18334	18437	18526	18527	18556	18589	18647	18742	18746	18772	18802	18847	18952		
18969	18987	19037	19050	19058	19104	19145	19153	19158	19161	19248	19275	19284	19331		
19366	19391	19426	19446	19464	19530	19547	19692	19880	19922	19941	19997	20070	20082		
20130	20182	20183	20216	20230	20278	20285	20301	20303	20345	20366	20394	20396	20399		
20424	20461	20517	20538	20582	20621	20640	20654	20680	20685	20718	20719	20752	20786		
20823	20828	20883	20904	20921	21004	21090	21103	21177	21285	21423	21432	21460	21463		
21482	21513	21528	21555	21604	21615	21627	21654	21714	21726	21742	21770	21779	21782		
21792	21835	21873	21880	21911	21976	21996	22009	22035	22040	22041	22048	22056	22064		
22069	22117	22134	22174	22230	22255	22306	22340	22413	22425	22448	22452	22456	22475		
22500	22582	22587	22643	22719	22735	22808	22826	22836	22942	23039	23078	23105	23115		
23118	23151	23188	23193	23290	23295	23347	23361	23446	23472	23479	23510	23520	23558		
23563	23592	23700	23722	23738	23740	23764	23784	23884	23916	23928	23949	24133	24153		
24154	24172	24242	24436	24470	24512	24530	24580	24583	24596	24620	24653	24820	24850		
24863	24942	24949	24954	24960	24967	25004	25043	25047	25075	25126	25130	25151	25186		
25201	25287	25313	25348	25360	25415	25442	25444	25456	25466	25483	25512	25525	25575		
25585	25594	25595	25650	25661	25677	25698	25706	25758	25891	25894	25927	25945	25955		
25963	25973	26009	26047	26135	26149	26241	26268	26273	26292	26349	26371	26373	26420		
26489	26492	26518	26556	26569	26571	26623	26716	26767	26803	26809	26819	26834	26863		
26867	26884	26928	26940	27068	27096	27110	27113	27190	27208	27242	27321	27329	27349		
27427	27460	27499	27505	27515	27538	27573	27628	27677	27703	27717	27720	27811	27824		
27828	27846	27867	27887	27898	27918	27942	27982	28013	28041	28071	28080	28120	28151		
28154	28198	28207	28240	28253	28296	28331	28431	28472	28517	28607	28682	28685	28735		
28737	28837	28840	28842	28862	28864	28891	28956	28977	29155	29190	29194	29236	29277		
29293	29329	29340	29343	29357	29375	29417	29440	29499	29516	29517	29602	29609	29630		

29659 29715 29790 29798 29851 29918 29974 30048 30056 30062 30076 30078 30083 30116
30169 30193 30205 30214 30252 30296 30312 30329 30330 30340 30362 30394 30514 30548
30550 30604 30613 30640 30643 30650 30675 30700 30707 30719 30781 30882 30889 30911
30934 31080 31094 31115 31131 31140 31146 31147 31164 31184 31188 31230 31250 31256
31257 31288 31295 31356 31490 31494 31495 31506 31576 31608 31622 31658 31690 31695
31698 31718 31728 31779 31792 31817 31833 31850 31935 31949 31967 31969 32008 32028
32114 32120 32246 32269 32271 32328 32330 32334 32360 32388 32394 32426 32434 32439
32463 32474 32483 32487 32536 32560 32677 1000000000
1 129 175 336 540 675 817 977 1114 1194 1339 1520 1777 1812 1864 1939 2021 2126
2193 2280 2375 2444 2642 2827 2868 2987 3050 3148 3318 3468 3527 3688 3734 3829
3965 4040
4283 4373 4475 4684 4805 4957 5041 5171 5250 5361 5411 5485 5562 5645 5688 5815
5888 6011 6096 6269 6498 6668 6720 6844 6970 7241 7386 7488 7541 7615 7852 7908
8172 8323
8427 8795 9003 9195 9234 9384 9462 9513 9570 9741 9901 10046 10152 10260 10383 10628
10828 11023 11179 11242 11284 11366 11425 11616 11728 11868 11979 12119 12371 12480
12586 12738 12845 12977 13143 13216 13438 13685 13842 13957 14074 14226 14458 14517
14581 14677 14715 14830 15111 15208 15346 15601 15744 15986 16146 16284 16464 16526
16723 16922 17028 17138 17299 17370 17435 17552 17781 17949 17986 18068 18215 18334
18556 18742 18847 19037 19145 19248 19366 19464 19880 19997 20182 20278 20345 20399
20538 20654 20719 20823 20921 21177 21460 21528 21627 21742 21792 21880 22009 22048
22117 22255 22425 22475 22643 22808 23039 23118 23290 23446 23520 23700 23764 23916
24153 24436 24580 24653 24942 24967 25075 25151 25313 25442 25483 25585 25661 25758
25945 25973 26149 26292 26420 26556 26716 26819 26884 27068 27190 27329 27499 27573
27717 27828 27898 27982 28080 28198 28296 28517 28735 28842 28956 29190 29293 29357
29499 29609 29790 29974 30076 30116 30214 30329 30394 30604 30650 30719 30911 31094
31146 31188 31257 31490 31576 31690 31728 31817 31949 32028 32269 32330 32394 32463
32536 1000000000
1 175 540 817 1114 1339 1777 1864 2021 2193 2375 2642 2868 3050 3318 3527 3734 3965
4283 4475 4805 5041 5250 5411 5562 5688 5888 6096 6498 6720 6970 7386 7541 7852
8172 8427 9003 9234 9462 9570 9901 10152 10383 10828 11179 11284 11425 11728 11979
12371 12586 12845 13143 13438 13842 14074 14458 14581 14715 15111 15346 15744 16146
16464 16922 17138 17370 17552 17949 18068 18334 18742 19037 19248 19464 19997 20278
20399 20654 20823 21177 21528 21742 21880 22048 22255 22475 22808 23118 23446 23700
23916 24436 24653 24967 25151 25442 25585 25758 25973 26292 26556 26819 27068 27329
27573 27828 27982 28198 28517 28842 29190 29357 29609 29974 30116 30329 30604 30719
31094 31188 31490 31690 31817 32028 32330 32463 1000000000
1 540 1114 1777 2021 2375 2868 3318 3734 4283 4805 5250 5562 5888 6498 6970 7541
8172 9003 9462 9901 10383 11179 11425 11979 12586 13143 13842 14458 14715 15346
16146 17138 17552 18068 18742 19248 19997 20399 20823 21528 21880 22255 22808 23446
23916 24653 25151 25585 25973 26556 27068 27573 27982 28517 29190 29609 30116 30604
31094 31490 31817 32330 1000000000
1 1114 2021 2868 3734 4805 5562 6498 7541 9003 9901 11179 11979 13143 14458 15346
17552 18742 19997 20823 21880 22808 23916 25151 25973 27068 27982 29190 30116 31094
31817 1000000000
1 2021 3734 5562 7541 9901 11979 14458 18742 20823 22808 25151 27068 29190 31094

```
1000000000
1 3734 7541 11979 20823 25151 29190 1000000000
1 7541 25151 1000000000
you want to find:
8989
1 7541 7541 7541 7541 7541 8172 8172 8427 8427 8795 8795 8911 8968 nodenum is 14
not find
strictskip is:
1 79 121 126 129 145 148 155 175 261 289 329 333 336 421 433 521 540 612 615 637
675 708 770 774 817 822 906 960 977 1078 1086 1114 1148 1155 1172 1194 1233 1236
1264 1339 1387 1478 1495 1520 1571 1591 1656 1777 1782 1787 1806 1812 1822 1844
1849 1864 1881 1913 1931 1939 1964 1987 2021 2031 2051 2121 2126 2127 2136 2142
2193 2226 2239 2276 2280 2290 2298 2303 2375 2426 2427 2435 2444 2507 2549 2564
2642 2696 2707 2718 2827 2839 2847 2868 2925 2938 2950 2987 2993 3026 3031 3050
3068 3118 3143 3148 3189 3248 3315 3318 3373 3385 3406 3468 3474 3487 3526 3527
3607 3609 3615 3688 3706 3728 3734 3749 3766 3824 3829 3860 3874 3937 3965 3984
4010 4036 4040 4095 4177 4255 4283 4346 4355 4365 4373 4424 4445 4455 4475 4548
4549 4613 4684 4690 4716 4805 4866 4901 4907 4957 4958 4959 5000 5041 5074 5095
5102 5171 5177 5186 5196 5250 5277 5288 5325 5361 5370 5391 5403 5411 5413 5422
5438 5485 5511 5535 5562 5618 5635 5636 5645 5652 5659 5666 5688 5705 5793 5804
5815 5825 5831 5845 5888 5905 6007 6010 6011 6018 6032 6048 6096 6151 6160 6193
6269 6303 6368 6498 6503 6561 6614 6668 6692 6708 6713 6720 6733 6735 6785 6844
6877 6910 6927 6970 6983 7124 7149 7241 7258 7279 7292 7386 7411 7417 7467 7488
7506 7540 7541 7553 7572 7604 7615 7744 7746 7828 7852 7878 7888 7902 7908 8047
8050 8058 8172 8183 8236 8320 8323 8327 8348 8356 8427 8469 8511 8794 8795 8911
8968 9003 9086 9130 9163 9195 9211 9223 9231 9234 9251 9274 9320 9384 9412 9443
9448 9462 9468 9472 9488 9513 9529 9555 9558 9570 9573 9641 9722 9741 9773 9878
9901 9919 9979 10045 10046 10065 10093 10144 10152 10203 10241 10249 10260 10283
10352 10360 10383 10429 10463 10605 10628 10650 10659 10771 10828 10889 10941 11018
11023 11061 11171 11179 11187 11221 11230 11242 11245 11248 11283 11284 11334 1972592
11365 11366 11400 11401 11419 11425 11495 11502 11561 11616 11618 11648 11661 11728
11767 11805 11865 11868 11886 11899 11979 12018 12074 12082 12119 12234 12253 12309
12371 12418 12443 12462 12480 12569 12572 12580 12586 12623 12667 12719 12738 12757
12761 12785 12845 12926 12937 12966 12977 13028 13053 13143 13150 13190 13200 13216
13349 13382 13413 13438 13492 13632 13680 13685 13705 13724 13797 13842 13892 13935
13940 13957 13961 13967 14039 14074 14112 14132 14206 14226 14274 14320 14458 14482
14493 14510 14517 14521 14530 14555 14581 14587 14602 14652 14677 14693 14704 14712
14715 14746 14801 14818 14830 14856 15107 15110 15111 15129 15163 15206 15208 15316
15333 15346 15509 15519 15575 15601 15611 15637 15720 15744 15810 15954 15956 15986
16116 16143 16146 16193 16209 16234 16284 16442 16452 16462 16464 16465 16503 16525
16526 16530 16537 16663 16667 16699 16723 16732 16904 16907 16922 16946 17011 17016
17028 17058 17065 17068 17138 17168 17198 17255 17299 17303 17321 17362 17370 17390
17418 17424 17435 17460 17501 17552 17583 17611 17622 17781 17799 17884 17914 17949
17956 17982 17985 17986 17995 18047 18062 18068 18106 18117 18162 18215 18295 18301
18319 18334 18437 18526 18527 18556 18589 18647 18742 18746 18772 18802 18847 18952
18969 18987 19037 19050 19058 19104 19145 19153 19158 19161 19248 19275 19284 19331
```

19366	19391	19426	19446	19464	19530	19547	19692	19880	19922	19941	19997	20070	20082
20130	20182	20183	20216	20230	20278	20285	20301	20303	20345	20366	20394	20396	20399
20424	20461	20517	20538	20582	20621	20640	20654	20680	20685	20718	20719	20752	20786
20823	20828	20883	20904	20921	21004	21090	21103	21177	21285	21423	21432	21460	21463
21482	21513	21528	21555	21604	21615	21627	21654	21714	21726	21742	21770	21779	21782
21792	21835	21873	21880	21911	21976	21996	22009	22035	22040	22041	22048	22056	22064
22069	22117	22134	22174	22230	22255	22306	22340	22413	22425	22448	22452	22456	22475
22500	22582	22587	22643	22719	22735	22808	22826	22836	22942	23039	23078	23105	23115
23118	23151	23188	23193	23290	23295	23347	23361	23446	23472	23479	23510	23520	23558
23563	23592	23700	23722	23738	23740	23764	23784	23884	23916	23928	23949	24133	24153
24154	24172	24242	24436	24470	24512	24530	24580	24583	24596	24620	24653	24820	24850
24863	24942	24949	24954	24960	24967	25004	25043	25047	25075	25126	25130	25151	25186
25201	25287	25313	25348	25360	25415	25442	25444	25456	25466	25483	25512	25525	25575
25585	25594	25595	25650	25661	25677	25698	25706	25758	25891	25894	25927	25945	25955
25963	25973	26009	26047	26135	26149	26241	26268	26273	26292	26349	26371	26373	26420
26489	26492	26518	26556	26569	26571	26623	26716	26767	26803	26809	26819	26834	26863
26867	26884	26928	26940	27068	27096	27110	27113	27190	27208	27242	27321	27329	27349
27427	27460	27499	27505	27515	27538	27573	27628	27677	27703	27717	27720	27811	27824
27828	27846	27867	27887	27898	27918	27942	27982	28013	28041	28071	28080	28120	28151
28154	28198	28207	28240	28253	28296	28331	28431	28472	28517	28607	28682	28685	28735
28737	28837	28840	28842	28862	28864	28891	28956	28977	29155	29190	29194	29236	29277
29293	29329	29340	29343	29357	29375	29417	29440	29499	29516	29517	29602	29609	29630
29659	29715	29790	29798	29851	29918	29974	30048	30056	30062	30076	30078	30083	30116
30169	30193	30205	30214	30252	30296	30312	30329	30330	30340	30362	30394	30514	30548
30550	30604	30613	30640	30643	30650	30675	30700	30707	30719	30781	30882	30889	30911
30934	31080	31094	31115	31131	31140	31146	31147	31164	31184	31188	31230	31250	31256
31257	31288	31295	31356	31490	31494	31495	31506	31576	31608	31622	31658	31690	31695
31698	31718	31728	31779	31792	31817	31833	31850	31935	31949	31967	31969	32008	32028
32114	32120	32246	32269	32271	32328								

```

27573 27717 27828 27898 27982 28080 28198 28296 28517 28735 28842 28956 29190 29293
29357 29499 29609 29790 29974 30076 30116 30214 30329 30394 30604 30650 30719 30911
31094 31146 31188 31257 31490 31576 31690 31728 31817 31949 32028 32269 32330 32394
32463 32536 1000000000
1 175 521 774 1086 1264 1656 1849 1987 2142 2303 2564 2847 3031 3315 3526 3728 3937
4255 4455 4716 5000 5196 5403 5535 5666 5845 6048 6368 6713 6927 7292 7540 7828
8058 8356 8968 9231 9448 9558 9878 10144 10360 10771 11171 11283 11419 11661 11899
12309 12580 12785 13053 13413 13797 14039 14320 14555 14712 15110 15333 15720 16143
16462 16537 16922 17138 17370 17552 17949 18068 18334 18742 19037 19248 19464 19997
20278 20399 20654 20823 21177 21528 21742 21880 22048 22255 22475 22808 23118 23446
23700 23916 24436 24653 24967 25151 25442 25585 25758 25973 26292 26556 26819 27068
27329 27573 27828 27982 28198 28517 28842 29190 29357 29609 29974 30116 30329 30604
30719 31094 31188 31490 31690 31817 32028 32330 32463 1000000000
1 521 1086 1656 1987 2303 2847 3315 3728 4255 4716 5196 5535 5845 6368 6927 7540
8058 8968 9448 9878 10360 11171 11419 11899 12580 13053 13797 14320 14712 15333
16143 16537 17138 17552 18068 18742 19248 19997 20399 20823 21528 21880 22255 22808
23446 23916 24653 25151 25585 25973 26556 27068 27573 27982 28517 29190 29609 30116
30604 31094 31490 31817 32330 1000000000
1 1086 1987 2847 3728 4716 5535 6368 7540 8968 9878 11171 11899 13053 14320 15333
16537 17552 18742 19997 20823 21880 22808 23916 25151 25973 27068 27982 29190 30116
31094 31817 1000000000
1 1987 3728 5535 7540 9878 11899 14320 16537 18742 20823 22808 25151 27068 29190
31094 1000000000
1 3728 7540 11899 16537 20823 25151 29190 1000000000
1 7540 16537 25151 1000000000
1 16537 1000000000

```

4. 分析与探讨（结果分析，若存在问题，探讨解决问题的途径）

(1)

跳表的插入、删除、查找的平均复杂度为 $O(\log n)$ ，可以从访问的节点数或执行的步骤数看出，空间为 $\text{size} \times \text{节点数}$ ，因为初始化的时候把 size 个 next 都开辟了空间；
 vector 的插入、删除是 $O(n)$ ，查找 $O(1)$ ，空间为 n
 set 和 map 都为 $O(\log n)$ ，开辟的空间比跳表少

(2)

严格跳表的复杂度为 $O(n \times \log n)$ ，每一级往上只需建立 $\text{size}/2$ 个节点，一共 $\log n$ 级
 整理严格跳表的时机没有准确的说法，可以在插入或删除一定次数时进行整理

5. 附录：实现源代码（本实验的全部源程序代码，程序风格清晰易理解，有充分的注释）

```

#include <iostream>
#include <cmath>
#include <cstdlib>
#include <time.h>
using namespace std;

template<class K, class E>
struct skipnode{

```



```

typedef pair<K,E> pairtype;
pairtype element;
skipnode<K,E> **next;
skipnode(const pairtype& thepair,int size):element(thepair){
    next=new skipnode<K,E> * [size];
}
};

template<class K,class E>
class skiplist{
public:
    skiplist(K largekey,K headkey,int maxpairs,float prob);
    pair<K,E>* find(const K& thekey);
    int level() {
        int lev=0;
        while(rand()<=cutoff) lev++;
//随机数小于 cutoff, 级数++, 即插入的节点的最高级++, 直到随机数大于 cutoff 为止
        return lev<=maxlevel ? lev:maxlevel;    //级数不能超过 maxlevel
    }
    skipnode<K,E>* search(const K& thekey);
    int insert(const pair<K,E>& thepair);
    int erase(const K thekey);
    void show();
    void strictskip();
    void strict(skipnode<K,E>* thebegin,skipnode<K,E>* theend,int thesize,int
thelevel);
private:
    float cutoff;
    int levels;    //总共几级
    int dsize;    //节点数
    int maxlevel; //最高级数
    K tailkey;
    skipnode<K,E>* headernode;
    skipnode<K,E>* tailnode;
    skipnode<K,E>** last;
};

template<class K,class E>
skiplist<K,E>::skiplist(K largekey,K headkey,int maxpairs,float prob){
    cutoff=prob*RAND_MAX;
    maxlevel=(int)ceil(logf((float)maxpairs)/logf(1/prob))-1;
//级数上限 log n/log(1/p) 取上整
    levels=0;
    dsize=2;
    tailkey=largekey;

```

```

pair<K,E> tailpair;
tailpair.first=tailkey;
headernode=new skipnode<K,E> (make_pair(headkey,0),maxlevel+1);
                                //初始化头节点和尾节点，分别为最小值和最大值
tailnode=new skipnode<K,E> (make_pair(tailkey,0),0);
last=new skipnode<K,E> *[maxlevel+1];
for(int i=0;i<=maxlevel;i++){
    headernode->next[i]=tailnode; //将所有头节点指向尾节点
}
}

template<class K,class E>
pair<K,E>* skiplist<K,E>::find(const K& thekey){
    int nodenum=0;
    if(thekey>=tailkey) return NULL; //查找值要比 tailkey 小
    skipnode<K,E>* beforenode=headernode;
    for(int i=levels;i>=0;i--){
        cout<<beforenode->element.first<<' '; //输出查找节点路径
        while(beforenode->next[i]->element.first<thekey){
//如果当前节点的 next 节点比查找值小，则去同级的下一节点，若比查找值大，则去看下一级的 next 节点，直到级数为 0
            beforenode=beforenode->next[i];
            cout<<beforenode->element.first<<' ';
            nodenum++;
        }
        nodenum++;
    }
    cout<<"nodenum is "<<nodenum<<endl;
    if(beforenode->next[0]->element.first==thekey)
        return &beforenode->next[0]->element;
    //在循环时 beforenode 指向比 thekey 小的前一节点，故看 next 节点是否会等于 thekey，等于则找到，不等则找不到
    return NULL;
}

template<class K,class E>
skipnode<K,E>* skiplist<K,E>::search(const K& thekey){
    skipnode<K,E>* beforenode=headernode;
    for(int i=levels;i>=0;i--){
        while(beforenode->next[i]->element.first<thekey){ //同 find
            beforenode=beforenode->next[i];
        }
        last[i]=beforenode;
        //标记每一级 thekey 的前一节点，以便后续的查找和删除操作
    }
    return beforenode->next[0];
}

```

```

}

template<class K,class E>
int skiplist<K,E>::insert(const pair<K,E>& thepair) {
    int nodenum=0;
    if(thepair.first>=tailkey) return 0;

    int thekey=thepair.first;
    skipnode<K,E>* beforenode=headernode;
    for(int i=levels;i>=0;i--) {
        while(beforenode->next[i]->element.first<thekey) { //即 search 过程
            beforenode=beforenode->next[i];
            nodenum++;
        }
        last[i]=beforenode;
    }
    skipnode<K,E>* thenode=beforenode->next[0];

    if(thenode->element.first==thepair.first) { //待插入值已存在，则退出函数
        thenode->element.second=thepair.second;
        return nodenum;
    }

    int thelevel=level(); //计算待插入值能有多少级
    if(thelevel>levels) { //如果级数比目前跳表的最高级都高，则待插入值的
        级数为跳表 levels+1，否则会有多余累赘的空间
        thelevel=++levels;
        last[thellevel]=headernode;
    }

    skipnode<K,E>* newnode=new skipnode<K,E>(thepair,thelevel+1);
    for(int i=0;i<=thellevel;i++) {
        newnode->next[i]=last[i]->next[i];
        //插入到每一级的 last 和 last 的 next 之间
        last[i]->next[i]=newnode;
        nodenum++;
    }

    dsize++;
    return nodenum;
}

template<class K,class E>
int skiplist<K,E>::erase(const K thekey) {
    int nodenum=0;
    if(thekey>=tailkey) {

```

```

        cout<<"not found"<<endl;
        return 0;
    }
    skipnode<K,E>* beforenode=headernode;
    for(int i=levels;i>=0;i--){
        while(beforenode->next[i]->element.first<thekey){ //同 search
            beforenode=beforenode->next[i];
            nodenum++;
        }
        nodenum++;
        last[i]=beforenode;
    }
    skipnode<K,E>* thenode=beforenode->next[0];
    if(thenode->element.first!=thekey){
        cout<<"not found"<<endl;
        return nodenum;
    }

    for(int i=0;i<=levels&&last[i]->next[i]==thenode;i++){ //若跳表中存在待删除节点，则遍历每一级的 last->next，与 thenode 比较，是待删除节点就删除
        last[i]->next[i]=thenode->next[i];
        nodenum++;
    }
    while(levels>0&&headernode->next[levels]==tailnode) levels--; //如果最高级只剩头尾节点则将最高级删除
    delete thenode;
    dsize--;
    return nodenum;
}

template<class K,class E>
void skiplist<K,E>::show(){
    for(int i=0;i<=levels;i++){ //从下往上遍历每一级跳表进行输出
        skipnode<K,E>* beforenode=headernode;
        while(beforenode!=tailnode){
            cout<<beforenode->element.first<<' ';
            beforenode=beforenode->next[i];
        }
        cout<<tailnode->element.first<<endl;
    }
}

template<class K,class E>
void skiplist<K,E>::strict(skipnode<K,E>* thebegin,skipnode<K,E>* theend,int thesize,int thelevel){
    if(thesize<=2||thelevel<=0) return;

```

```

    int mid=thesize/2;
    skipnode<K,E>* thenode = thebegin;
    for(int i=0;i<mid;i++){
        thenode=thenode->next[0];    //找到中间节点
    }
    thebegin->next[thelevel]=thenode;    //将头节点与中间节点相连
    thenode->next[thelevel]=theend;    //尾节点与中间节点相连
    strict(thebegin,thenode,mid+1,thelevel-1);
        //将头-中间看成一段下一级的新的链表调用函数
    strict(thenode,theend,thesize-mid,thelevel-1);
        //将中间-尾看成下一级另一段新的链表调用函数
}

template<class K,class E>
void skiplist<K,E>::strictskip() {
    int l=floor(log(dsize)/log(2));    //计算严格链表的最高级数 log dsize
    levels=l-1;    //levels 从 0 开始计数
    strict(headernode,tailnode,dsize,levels);
}

int main() {
    int n;
    cin>>n;
    int key;
    skiplist<int,int>myskip(1e9,1,2000,0.5);
        //最小 1, 最大 1e9, 最多 2000 个节点, p 值为 0.5

    int sum=0;
    int nn=n;
    srand((unsigned)time(NULL));
    while(n) {
        key = rand();    //生成 n 个随机数插入跳表
        sum+=myskip.insert(make_pair(key,0));
        n--;
    }
    int ave = sum/nn;
    cout<<"sum of node vist: "<<sum<<endl;    //计算跳表插入平均访问节点
    cout<<"average node visit number: "<<ave<<endl;
    sum=0;
    myskip.show();
    cout<<"strictskip is:"<<endl;
    myskip.strictskip();    //将跳表整理成严格跳表
    myskip.show();
    cout<<"insert:"<<endl;
    cin>>key;
    myskip.insert(make_pair(key,0));    //插入数到严格跳表中
    myskip.show();

```

```
cout<<"delete:"<<endl;           //删除某数
cin>>key;
sum=myskip.erase(key);
cout<<"node visit sum: "<<sum<<endl;
myskip.show();
cout<<"you want to find:"<<endl;   //查找
cin>>key;
pair<int,int>* ans = myskip.find(key);
if(ans==NULL) cout<<"not find"<<endl;
else cout<<"find "<<ans->first<<endl;
cout<<"strictskip is:"<<endl;      //最后再次整理为严格跳表
myskip.strictskip();
myskip.show();
}
```