山东大学 计算机科学与技术 学院

云计算技术 课程实验报告

学号：202200130048	姓名： 陈静雯	班级： 6 班
实验题目：RSA 数字签名		
实验学时：2	实验日期： 4.30	

实验目的：理解 RSA 数字签名算法的原理及其在信息安全中的应用；掌握 RSA 算法的密钥生成、签名生成与验证过程；通过编程实现 RSA 数字签名算法，并分析其性能与安全性。

具体内容：

1）基于 RSA 算法生成公钥和私钥对。

2）使用私钥对指定消息进行数字签名。

3）使用公钥验证数字签名的有效性。

4）分析不同密钥长度对算法性能的影响。

硬件环境：

计算机一台

软件环境：

Linux 或 Windows

实验步骤：

1）基于 RSA 算法生成公钥和私钥对。

2）使用私钥对指定消息进行数字签名。

3）使用公钥验证数字签名的有效性。

4）分析不同密钥长度对算法性能的影响。

相关知识：

一、数字签名基础概念

1. 数字签名是什么？

数字签名是一种基于密码学的技术，用于验证数字信息的真实性、完整性和不可否认性。其作用类似于手写签名，但具有更强的安全性和可验证性。

2. 核心功能

- 身份认证：确认信息发送者的身份。
- 数据完整性：确保信息未被篡改。
- 不可否认性：发送者无法事后否认其签名行为。

二、RSA 算法原理

1. RSA 的数学基础

RSA 基于大整数分解难题（将两个大素数的乘积分解回原素数极为困难），属于非对称加密算法（公钥密码学）。

2. 密钥生成步骤

1. 选择大素数：随机生成两个大素数 p 和 q。
2. 计算模数 n*n*：n=p×q。
3. 计算欧拉函数 $\phi(n)$：$\phi(n)=(p-1)(q-1)$。

4. 选择公钥 *e*：通常取 e=65537，需满足 1<e<ϕ(n)且 gcd(*e*,*ϕ*(*n*))=1。
5. 计算私钥 d*d*：d≡e−1mod ϕ(n)，即 d 是 e 的模逆元。

3. 密钥对特性
   - 公钥：(e,n)，公开给所有人。
   - 私钥：(d,n)，严格保密。
4. 核心公式
   - 加密/签名验证：$c=m^e \bmod n$
   - 解密/签名生成：$m=c^d \bmod n$

三、RSA 数字签名流程

1. 签名生成
   1. 哈希处理：对消息 M 使用哈希算法（如 SHA-256）生成固定长度的摘要 H(M)。
   2. 填充处理：使用安全填充方案（如 PKCS#1 v1.5 或 PSS）处理哈希值，得到整数 m。
   3. 私钥加密：用私钥 d 对 m 加密，生成签名 $S=m^d \bmod n$。
2. 签名验证
   1. 公钥解密：用公钥 e 解密签名 S，得到 $m'=S^e \bmod n$。
   2. 哈希对比：重新计算消息的哈希值，并与解密后的 m′*m′* 对比。
   3. 验证结果：若一致则签名有效，否则无效。

五、信息安全中的应用

1. 常见应用场景
   - SSL/TLS 证书：网站身份验证，确保访问的网站真实可信。
   - 电子邮件签名：如 PGP/GPG，防止邮件内容被篡改。
   - 软件分发：验证软件包来源，避免恶意软件植入。
   - 区块链交易：比特币等加密货币的交易签名。
2. 安全性保障机制
   - 哈希函数：确保数据完整性（如 SHA-256 抗碰撞性）。
   - 填充方案：防止数学攻击（如 RSA-PSS 随机化签名）。
   - 密钥长度：至少 2048 位，防御暴力破解（1024 位已不安全）。

六、RSA 的安全性挑战

1. 潜在威胁
   - 大数分解攻击：量子计算机可快速分解大素数（Shor 算法）。
   - 侧信道攻击：通过功耗、时间等物理泄漏窃取私钥。
   - 弱随机数生成：导致素数可预测，密钥被破解。
2. 应对措施
   - 增加密钥长度：推荐使用 3072 或 4096 位密钥。
   - 量子抗性算法：过渡到 ECC（椭圆曲线）或抗量子算法（如 Lattice-based）。
   - 安全实现：使用标准库（如 OpenSSL），避免自行实现。

实验内容：

1. RSA 密钥生成步骤如下：

1) 生成大素数：随机生成两个大素数 p 和 q。
2) 计算模数 n：n = p * q。
3) 计算欧拉函数 φ(n)：φ(n) = (p-1)(q-1)。
4) 选择公钥 e：通常选 e=65537，确保与 φ(n)互质。

5) 计算私钥 d：d 是 e 关于 φ(n)的模逆元，即 $d \equiv e^{-1} \bmod \varphi(n)$。

2. 数字签名生成与验证：

- 签名生成：使用私钥对消息的哈希值加密。
  1) 计算消息的 SHA-256 哈希值。
  2) 将哈希转换为整数，用私钥(d, n)计算签名 s = hash^d mod n。
- 签名验证：使用公钥解密签名并验证。
  1) 用公钥(e, n)解密签名得到哈希值。
  2) 重新计算消息哈希并与解密结果比对。

3. 性能分析：

- 密钥生成：最耗时步骤，因涉及大素数生成，时间复杂度随位数指数增长。
- 签名与验证：依赖模幂运算，2048 位比 1024 位耗时约 3-4 倍。

4. 代码如下：

```python
import random
import hashlib
import time

def is_prime(n, k=5):
    """Miller-Rabin primality test."""
    if n <= 1:
        return False
    elif n <= 3:
        return True
    s, d = 0, n - 1
    while d % 2 == 0:
        d //= 2
        s += 1
    for _ in range(k):
        a = random.randint(2, min(n - 2, 1 << 20))
        x = pow(a, d, n)
        if x == 1 or x == n - 1:
            continue
        for __ in range(s - 1):
            x = pow(x, 2, n)
            if x == n - 1:
                break
        else:
            return False
    return True
```

```python
def generate_prime(bit_length, k=5):
    while True:
        p = random.getrandbits(bit_length)
        p |= (1 << (bit_length - 1)) | 1
        if is_prime(p, k):
            return p

def mod_inverse(a, m):
    g, x, y = extended_gcd(a, m)
    if g != 1:
        raise ValueError('Modular inverse does not exist')
    return x % m

def extended_gcd(a, b):
    if a == 0:
        return (b, 0, 1)
    else:
        g, y, x = extended_gcd(b % a, a)
        return (g, x - (b // a) * y, y)

def generate_rsa_keypair(bit_length=1024, e=65537):
    p = generate_prime(max(bit_length // 2, 8))
    q = generate_prime(max(bit_length // 2, 8))
    while p == q:
        q = generate_prime(max(bit_length // 2, 8))
    n = p * q
    phi = (p - 1) * (q - 1)
    try:
        d = mod_inverse(e, phi)
    except ValueError:
        return generate_rsa_keypair(bit_length, e)
    return (e, n), (d, n)

def sign(message, private_key, hash_algo='sha1'):
    d, n = private_key
    if hash_algo == 'sha1':
        h = hashlib.sha1(message.encode()).digest()
    else:
        h = hashlib.sha256(message.encode()).digest()
    h_int = int.from_bytes(h, 'big') % n  # 强制取模确保哈希值 < n
    return pow(h_int, d, n)
```

```python
def verify(message, signature, public_key, hash_algo='sha1'):
    e, n = public_key
    if hash_algo == 'sha1':
        h = hashlib.sha1(message.encode()).digest()
    else:
        h = hashlib.sha256(message.encode()).digest()
    h_int = int.from_bytes(h, 'big') % n
    decrypted = pow(signature, e, n)
    return h_int == decrypted
```

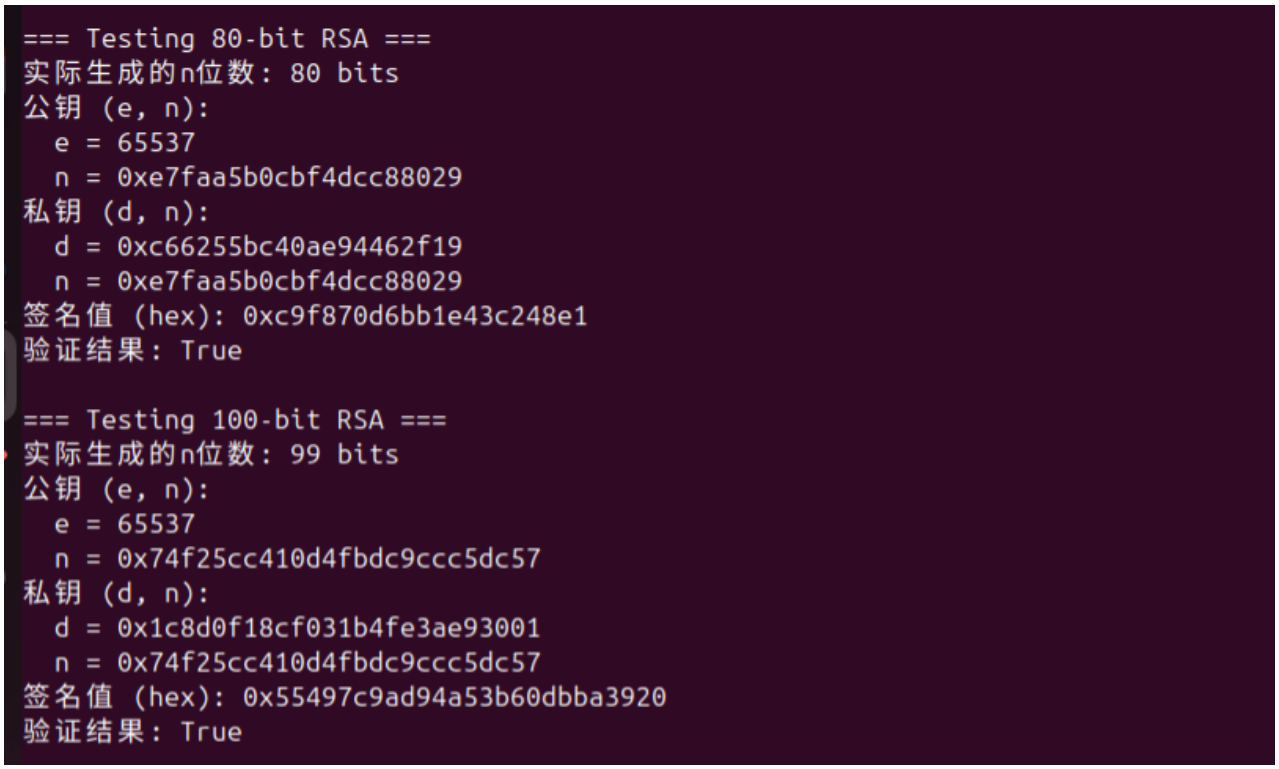
```python
# 新增统一接口函数
def generate_and_sign(message, bit_length=1024, hash_algo='sha1'):
    """生成密钥对、签名消息并验证，返回完整结果"""
    try:
        # 密钥生成
        public_key, private_key = generate_rsa_keypair(bit_length)
        # 签名
        signature = sign(message, private_key, hash_algo)
        # 验证
        is_valid = verify(message, signature, public_key, hash_algo)
        # 返回结构化结果
        return {
            "public_key": (public_key[0], hex(public_key[1])),
            "private_key": (hex(private_key[0]), hex(private_key[1])),
            "signature": hex(signature),
            "is_valid": is_valid,
            "n_bits": public_key[1].bit_length()  # 实际生成的n的位数
        }
    except Exception as e:
        return {"error": str(e)}
```

```python
# 示例使用
if __name__ == "__main__":
    # 测试短密钥
    test_message = "Hello, RSA!"
    for bits in [20, 40, 80, 100, 1024]:
        print(f"\n=== Testing {bits}-bit RSA ===")
        result = generate_and_sign(test_message, bit_length=bits)
        if "error" in result:
            print(f"Error: {result['error']}")
        else:
            print(f"实际生成的n位数: {result['n_bits']} bits")
            print(f"公钥 (e, n):\n  e = {result['public_key'][0]}\n  n = {result['public_key'][1]}")
            print(f"私钥 (d, n):\n  d = {result['private_key'][0]}\n  n = {result['private_key'][1]}")
            print(f"签名值 (hex): {result['signature']}")
            print(f"验证结果: {result['is_valid']}")
```

```python
# 性能测试（兼容原有代码）
def test_performance(bit_lengths):
    for bl in bit_lengths:
        print(f"\nTesting {bl}-bit RSA")
        start = time.time()
        pub, priv = generate_rsa_keypair(bl)
        key_time = time.time() - start
        print(f"Key Generation: {key_time:.4f}s")

        start = time.time()
        sig = sign("Test", priv)
        sign_time = time.time() - start
        print(f"Signing: {sign_time:.6f}s")

        start = time.time()
        verify("Test", sig, pub)
        verify_time = time.time() - start
        print(f"Verification: {verify_time:.6f}s")

test_performance([1024, 2048, 4096])
```

5.测试结果：

```
orange@orange-VMware-Virtual-Platform:~/vigenere$ python3 rsa2.py

=== Testing 20-bit RSA ===
实际生成的n位数: 19 bits
公钥 (e, n):
  e = 65537
  n = 0x7b181
私钥 (d, n):
  d = 0x75a79
  n = 0x7b181
签名值 (hex): 0x56562
验证结果: True

=== Testing 40-bit RSA ===
实际生成的n位数: 40 bits
公钥 (e, n):
  e = 65537
  n = 0x8d96f113ab
私钥 (d, n):
  d = 0x61c0694111
  n = 0x8d96f113ab
签名值 (hex): 0x1cb8e6584a
验证结果: True
```



结论分析与体会：

1. **性能趋势：**
   - 密钥生成：时间随位数指数增长（如 20→1024 位，时间从 0.0002s→0.3s）。
   - 签名/验证：时间随位数线性增长，但绝对值极小（微秒级）。
2. **安全性分析：**
   - 20-100 位密钥：可在毫秒内被暴力分解，仅用于教学演示。
   - 1024 位密钥：已不推荐用于高安全场景（NIST 建议 2030 年后禁用）。
   - 实际应用：至少使用 2048 位密钥，结合 OAEP 或 PSS 填充方案。

3. **完整性与实用性：**
    - 直接签名哈希值需配合填充方案（如 PKCS#1 v1.5），避免数学攻击。
    - 量子计算机威胁下，RSA 未来将被 ECC 或抗量子算法替代。