

## 22.4-2

1. 先得到原图  $G$  的逆邻接链表图  $G'$ ，即得到每一节点的上一节点
2. 从  $s$  开始在原图上得到拓扑序列
3. 用  $c(x)$  表示从  $s$  开始到  $x$  的简单路径数， $c(s) = 1$ ，从  $x$  的上一层节点  $v_1, v_2, \dots$  到  $x$ ， $c(x) = c(v_1) + c(v_2) + \dots$ ，一直到节点  $t$ ，得到  $s$  到  $t$  的简单路径数  $c(t)$

## 22.4-5

1. 时间复杂度  $O(V+E)$  原因
  - a) 算法：首先统计每个点的入度，不断找每个入度为 0 的点删除并输出，与其有边的相邻节点入度-1，直到全部删除并输出。
  - b) 这个算法只访问每个点和边一次，故复杂度  $O(V+E)$
2. 如果包含环路，环路中所有点都不会出现入度为 0 的点，需要先打破环路，才能输出拓扑序列

## 22.5-7

1. 算法：先运行强连通分量算法，用第二次 DFS 序给连通分量标号  $1-n$ ，生成 SCC 图，已知标号为  $i$  的 SCC 不会指向  $i+1$  的 SCC，那么只需要按顺序检查是否有  $(2,1) (3,2) \dots (n, n-1)$  的边。若都存在，则是半连通图；若有的边不存在，则不是。
2. 证明：若 SCC  $(i+1)$  到 SCC  $(i)$  有边，则 SCC  $(i+1)$  中的每个点到 SCC  $(i)$  的每个点都有路径；反之，则一定不存在路径

3. 时间复杂度:  $O(V+E)$

## 22-3

a . (1) 欧拉回路= $\Rightarrow$ 入度=出度

对于所有点, 若入度 $>$ 出度, 则必有一条边进入该点时无法找到出路

若入度 $<$ 出度, 则必有多余的出边未被访问

所以入度=出度

(2) 每个点的入度=出度= $\Rightarrow$ 有一条欧拉回路

从某一出发点  $s$  开始, 若最后没有回到  $s$ , 必存在一条路径  $s \rightarrow v_1 \rightarrow v_2$

$\rightarrow \dots \rightarrow v_i$ ,  $v_i \neq s$ , 可以发现进入  $v_i$  的次数大于出去的次数, 所以  $v_i$  必

然不是终点, 同理直到回到  $s$ ,  $s$  的进入次数=出去次数, 这就是一条

欧拉回路

b . (1) 从点  $s$  出发, 顺序访问它未访问过的邻边

(2) 对于每一个新访问的点, 同样顺序访问新的邻边

(3) 对于某个点没有新的邻边可以访问时, 记录下最后一条边, 回溯

(4) 所有边都访问过且回到起点  $s$  时, 得到的路径就是欧拉回路