Exercise 4

【第 1 题】利用行初等变换求解下列线性方程组

$$
\begin{gathered}
x_1+4x_2-x_4=-1\\
x_1-2x_2+2x_3+3x_4=3\\
3x_1+6x_2+2x_3+2x_4=3\\
x_1-8x_2+4x_3+7x_4=7
\end{gathered}
$$

【第 2 题】求矩阵 A 的逆

$$
A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}
$$

【第 3 题】利用克拉默法则求解下列线性方程组

$$
\begin{gathered}
x_1+x_2+x_3=1\\
2x_1+3x_2+4x_3=-1\\
4x_1+9x_2+16x_3=1
\end{gathered}
$$

【第 4 题】

（1）设矩阵A经过若干次初等列变换变成矩阵B，则（　　　）

A 存在矩阵P，使得$PA=B$　　　B 存在矩阵P，使得$BP=A$

C 存在矩阵P，使得$PB=A$　　　D 方程组$Ax=0$和$Bx=0$ 有非零解

（2）设$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，且$n\geq 2$，则$A^n-2A^{n-1}=$__________

【第 5 题】

（1） 求证：　$(kA)^{-1}=\frac{1}{k}A^{-1}$　　　　其中，A为可逆矩阵，$k\neq 0$

（2） 已知$AB=A+B$，且A和B均为n阶方阵　　求证：$BA=AB$

【第 6 题】证明

若向量β可由向量组α_1，α_2,…，α_r线性表示，但β不能由α_1，α_2,…，α_{r-1}线性表示，试判断α_r是否可由α_1，α_2,…，α_{r-1}，β线性表示并给出详细证明过程。

【第 7 题】求A的行列式

$$A=\begin{bmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ b & b & a & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{bmatrix}$$

【第 8 题】设$A=\begin{bmatrix} 1 & a \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & b \end{bmatrix}$，当$a,b$为何值时，存在矩阵$C$使得$AC-CA=B$？