Esercitazione Algebra lineare e Geometria 15/12/23

giovedì 14 dicembre 2023 11:35

ES 1

Esercizio 1. Data la matrice simmetrica

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix},$$

calcolare:

1. La matrice $[g_S]_\mathcal{B}$ rispetto alla base $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
2. Il radicale di $(\mathbb{R}^3, g_S)$.
3. La forma quadratica q_S.

RIPASSO: La matrice associata al prodotto scalare g nella base $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ è la matrice simmetrica S il cui elemento S_{ij} è dato da

$$S_{ij} = g(v_i, v_j) \longrightarrow \text{dove } g_S(x,y) = {}^t x \cdot S y$$

Scriviamo $S = [g]_\mathcal{B}$

$$\mathcal{B} = \left(\begin{array}{c} v_1 \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{array}, \begin{array}{c} v_2 \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{array}, \begin{array}{c} v_3 \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{array} \right)$$

$$[g]_\mathcal{B} = \begin{pmatrix} g(v_1,v_1) & g(v_1,v_2) & g(v_1,v_3) \\ g(v_2,v_1) & g(v_2,v_2) & g(v_2,v_3) \\ g(v_3,v_1) & g(v_3,v_2) & g(v_3,v_3) \end{pmatrix}$$

$$g(v_1,v_1) = (1\ 0\ 1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = (1\ 0\ 1) \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix} = 4+12 = 16$$

$$g(v_1,v_2) = (1\ 0\ 1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = (1\ 0\ 1) \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = 3+9 = 12$$

$$g(v_1,v_3) = (1\ 0\ 1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = (1\ 0\ 1) \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} = 2+6 = 8$$

$$g(v_2,v_1) = (1\ 1\ 0) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = (1\ 1\ 0) \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix} = 4+8 = 12$$

$$g(v_2,v_2) = (1\ 1\ 0) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = (1\ 1\ 0) \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = 3+6 = 9$$

$$g(v_2,v_3) = (1\ 1\ 0) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = (1\ 1\ 0) \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} = 2+4 = 6$$

$$g(v_3,v_1) = (0\ 1\ 0) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = (0\ 1\ 0) \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix} = 8$$

$$g(v_3,v_2) = (0,1,0) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = (0\ 1\ 0) \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix} = 6$$

$$g(v_3,v_3) = (0,1,0) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = (0\ 1\ 0) \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} = 4$$

$$[g]_\mathcal{B} = \begin{pmatrix} 16 & 12 & 8 \\ 12 & 9 & 6 \\ 8 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Il radicale di $(\mathbb{R}^3, g(s))$ è: il sottospazio $\mathbb{R}^{3\perp}$
$= \{ v \text{ t.c. } g_s(v,w) = 0 \ \forall w \in \mathbb{R}^3 \}$

È il nucleo di s!

Lo trovo rispetto alla base canonica

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=0 \\ 2x_1+4x_2+6x_3=0 \\ 3x_1+6x_2+9x_3=0 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \xrightarrow[R_3 \to R_3 - 3R_1]{R_2 \to R_2 - 2R_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$x_1+2x_2+3x_3=0$$

$$\begin{cases} x_2=t \\ x_3=r \\ x_1=-2t-3r \end{cases} \qquad \mathbb{R}^{\perp} = \left\{ \begin{pmatrix} -2t-3r \\ t \\ r \end{pmatrix}, \ t, r \in \mathbb{R} \right\}$$

Verifico con un valore qualsiasi

$t=1, r=1 \qquad v = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$v \cdot S \cdot x = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^3 \ ?$

$$(-5 \ 1 \ 1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = (-5 \ 1 \ 1) \begin{pmatrix} x_1+2x_2+3x_3 \\ 2x_1+4x_2+6x_3 \\ 3x_1+6x_2+9x_3 \end{pmatrix}$$

$$= \cancel{-5x_1} \cancel{-10x_2} \cancel{-15x_3} \cancel{+2x_1} \cancel{+4x_2} \cancel{+6x_3} \cancel{+3x_1} \cancel{+6x_2} \cancel{+9x_3}$$

$$=0$$

3. La forma quadratica q_S

$$q_S = x_1^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 4x_2^2 + 12x_2x_3 + 9x_3^2$$

Esercizio 2. Data la matrice simmetrica

$$S = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

sia g_S il prodotto scalare corrispondente (in questo caso, definito positivo).

1. Usare Gram-Schmidt per ortogonalizzare la base canonica di $\mathbb{R}^3$ rispetto a g_S.
2. Calcolare la proiezione ortogonale di e_3 sul piano generato da e_1 e e_2, rispetto a g_S.

1.

$$\mathcal{E} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = (e_1, e_2, e_3)$$

voglio trovare una base $\mathcal{B}$ ortogonale rispetto a g_S,

cioè w_1, w_2, w_3 t.c.
- w_1, w_2, w_3 sono l. indip.
- $\text{Span}(w_1, w_2, w_3) = \mathbb{R}^3$
- w_1, w_2, w_3 sono a due a due ortogonali

PROCEDIMENTO:

$$\begin{cases} w_1 = e_1 \\ w_2 = e_2 - p_{w_1}(e_2) \\ w_3 = e_3 - p_{w_1}(e_3) - p_{w_2}(e_3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} w_1 = e_1 \\ w_2 = e_2 - \dfrac{\langle e_2, w_1 \rangle}{\|w_1\|^2} \cdot w_1 \\ w_3 = e_3 - \dfrac{\langle e_3, w_1 \rangle}{\|w_1\|^2} \cdot w_1 - \dfrac{\langle e_3, w_2 \rangle}{\|w_2\|^2} \cdot w_2 \end{cases}$$

- $w_1 = \boxed{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}$
- $\|w_1\| = \sqrt{\langle w_1, w_1 \rangle} \Rightarrow \|w_1\|^2 = \langle w_1, w_1 \rangle = g_S(w_1, w_1)$

$$= (1 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = (1 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 2$$

$$\langle e_2, w_1 \rangle = (0 \ 1 \ 0) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = (0 \ 1 \ 0) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1$$

$$w_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}$$

- $\|w_2\|^2 = \langle w_2, w_2 \rangle = g_S(w_2, w_2)$

$$= \left(-\frac{1}{2} \ 1 \ 0\right) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \left(-\frac{1}{2} \ 1 \ 0\right) \begin{pmatrix} 0 \\ 3/2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{3}{2}$$

$$\langle e_3, w_1\rangle = (0\,0\,1)\begin{pmatrix}2&1&0\\1&2&1\\0&1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = (0\,0\,1)\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix} = 0$$

$$\langle e_3, w_2\rangle = (0\,0\,1)\begin{pmatrix}2&1&0\\1&2&1\\0&1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1/2\\1\\0\end{pmatrix} = (0\,0\,1)\begin{pmatrix}0\\3/2\\1\end{pmatrix} = 1$$

$$w_3 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} - \frac{0}{2}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} - \frac{1}{\frac{3}{2}}\cdot\begin{pmatrix}-1/2\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} - \frac{2}{3}\begin{pmatrix}-1/2\\1\\0\end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix}1/3\\-2/3\\1\end{pmatrix}}$$

$$\to \{w_1, w_2, w_3\} = \left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1/2\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1/3\\-2/3\\1\end{pmatrix}\right\}$$

Sono lin. indipendenti!

Sono una base di $\mathbb{R}^3$!

Sono tra loro ortogonali rispetto a φ_s? Verifico:

$$\varphi_s(w_1,w_2) = (1\,0\,0)\begin{pmatrix}2&1&0\\1&2&1\\0&1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1/2\\1\\0\end{pmatrix} = (1\,0\,0)\begin{pmatrix}0\\3/2\\1\end{pmatrix} = 0 \quad \checkmark$$

$$\varphi_s(w_1,w_3) = (1\,0\,0)\begin{pmatrix}2&1&0\\1&2&1\\0&1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1/3\\-2/3\\1\end{pmatrix} = (1\,0\,0)\begin{pmatrix}0\\0\\4/3\end{pmatrix} = 0 \quad \checkmark$$

$$\varphi_s(w_2,w_3) = (-1/2\;1\;0)\begin{pmatrix}0\\0\\4/3\end{pmatrix} = 0 \quad \checkmark$$

Esercizio 3. Per ogni forma quadratica, calcolare la matrice associata.

1. $q(x_1,x_2) = x_1^2 + 4x_1x_2$
2. $q(x_1,x_2,x_3) = x_1^2 + 4x_1x_2$
3. $q(x_1,x_2,x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$
4. $q(x_1,x_2,x_3) = \det\begin{pmatrix}x_1 & x_2\\ x_3 & x_4\end{pmatrix}$.

$, x_4$

1. $S = \begin{pmatrix}1&2\\2&0\end{pmatrix}$

2. $S = \begin{pmatrix}1&2&0\\2&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$

3. $S = \begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

4. $\det\begin{pmatrix}x_1&x_2\\x_3&x_4\end{pmatrix} = x_1x_4 - x_2x_3$

$$S = \begin{pmatrix}0&0&0&\frac{1}{2}\\0&0&-\frac{1}{2}&0\\0&-\frac{1}{2}&0&0\\\frac{1}{2}&0&0&0\end{pmatrix}$$

Esercizio 4. Per ogni matrice, calcolare la forma quadratica corrispondente.

$$\underset{S_1}{\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}},\quad \underset{S_2}{\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}},\quad \underset{S_3}{\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&4\\3&4&5\end{pmatrix}},\quad \underset{S_4}{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}}$$

- $q_1(x) = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$
- $q_2(x) = x_1^2 - 2x_1x_3 + x_2^2 + x_3^2$
- $q_3(x) = x_1^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 3x_2^2 + 8x_2x_3 + 5x_3^2$
- $q_4(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$

Esercizio 7. Dati i vettori

$$v = \begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}, \quad w = \begin{pmatrix}1\\-1\\-1\end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

calcolare:

1. Un vettore ortogonale a $\mathrm{Span}(v,w)$ (rispetto al prodotto scalare Euclideo).
2. L'area del parallelogramma generato da v e w.

1. $x \in \mathbb{R}^3$ t.c. $t \perp \mathrm{Span}(v,w)$

$$\begin{cases} x \perp v \\ x \perp w \end{cases} \quad \begin{cases} \langle x, v \rangle = 0 \\ \langle x, w \rangle = 0 \end{cases}$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = x_3 - x_2 \\ x_3 - x_2 - x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = x_3 \\ x_2 = 0 \end{cases}$$

Quindi un vettore ortogonale a $\mathrm{Span}(v,w)$ è per esempio

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2. $A(P) = \| v \times w \|$

$$v \times w = \begin{pmatrix} v_2 w_3 - v_3 w_2 \\ v_3 w_1 - v_1 w_3 \\ v_1 w_2 - v_2 w_1 \end{pmatrix}$$

$$v \times w = \begin{pmatrix} -1-1 \\ -1+1 \\ -1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\| v \times w \| = \sqrt{(-2)^2 + 0^2 + (-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

Esercizio 8. Date le seguenti coppie di spazi affini, determinare se l'intersezione è vuota oppure no. Nel primo caso, calcolare la distanza tra i sottospazi. Nel secondo caso, descrivere l'intersezione in forma parametrica o cartesiana, e calcolare l'angolo di intersezione.

1. $r = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \ r' = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$

1) $r: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1+t \\ t \end{pmatrix}$

$$r': \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1-2s \\ 1+3s \end{pmatrix}$$

$$r \cap r': \begin{cases} 1 = 2 & \text{IMP.} \\ 1+t = -1-2s \\ t = 1+3s \end{cases}$$

Il sistema non ha soluzioni

Quindi $r \cap r' = \emptyset$

r e r' sono sghembe, poiché le loro direzioni: $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

non sono linearmente indipendenti

Quindi uso la formula per la distanza tra rette sghembe:

$$d(r, r') = \frac{|\det(v_0 | v_1 | v_2)|}{\| v_0 \times v_1 \|}$$

dove $r = P_0 + t v_0$

$r' = P_1 + t v_1$

$e \; V_2 = P_1 - P_0$

$$V_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(v_0|v_1|v_2) = \det\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3+2 = 5$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \end{matrix}$$

$$V_0 \times V_1 = \begin{pmatrix} 3+2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$d(r,r') = \frac{5}{\sqrt{5^2+0^2+0^2}} = \frac{5}{5} = 1$$

2. $V' = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, $W' = \{x + 3y - z = 2\}$.

MODO 1

$$V': \begin{cases} x = s+3t \\ y = 1+3s \\ z = 3+t \end{cases} \quad \begin{cases} s = x-3t \\ \dots \\ t = z-3 \end{cases} \quad \begin{cases} s = x-3z+9 \\ y = 1+3x-9z+27 \; * \\ t = z-3 \end{cases}$$

$* \; 3x - y - 9z = -28$

$$V' \cap W': \begin{cases} 3x - y - 9z = -28 \\ x + 3y - z = 2 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & -9 & -28 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \end{array}\right) \xrightarrow[R_2 \to 3R_2 - R_1]{} \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & -9 & -28 \\ 0 & 10 & 6 & 34 \end{array}\right) \xrightarrow[R_2 \to R_2/2]{}$$

$$5y + 3z = 17 \rightarrow \quad y = -\frac{3z}{5} + \frac{17}{5}$$

$$3x - y - 9z = -28$$

$$3x + \frac{3}{5}z - \frac{17}{5} - 9z = -28$$

$$3x = \frac{42}{5}z - \frac{123}{5} \qquad -140 + 17 \quad -123$$

$$x = \frac{14}{5}z - \frac{41}{5}$$

se $z = t$ $\quad r: V' \cap W': \left\{ \begin{pmatrix} \frac{14}{5}t - \frac{41}{5} \\ -\frac{3}{5}t + \frac{17}{5} \\ t \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R} \right\}$

MODO 2

$$V': \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s+3t \\ 1+3s \\ 3+t \end{pmatrix} \qquad s,t \in \mathbb{R}$$

$$W': x + 3y - z = 2$$

$$s + 3t + \cancel{3} + 9s - \cancel{3} - t = 2$$

$$2t + 10s = 2$$

$$t = 1 - 5s$$

$$\begin{cases} x = s + 3 - 15s \\ y = 1 + 3s \\ z = 3 + 1 - 5s \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 - 14s \\ y = 1 + 3s \\ z = 4 - 5s \end{cases}$$

$$\text{per } 4 - 5s = t' \qquad s = +\frac{4}{5} - \frac{1}{5}t'$$

$$x = 3 - \frac{56}{5} + \frac{14}{5}t' = -\frac{41}{5} + \frac{14}{5}t'$$

$$y = 1 + \frac{12}{5} - \frac{3}{5}t' = \frac{17}{5} - \frac{3}{5}t'$$

$$z = t'$$

Questo era solo per verificare che il risultato fosse lo stesso di prima