



Departamento de Ciencias de la Computación

UNIVERSIDAD DE CHILE

---

## Tarea N°1

---

### Resolución Ecuación de Fourier

---

### Usando Método de Sobre relajación

---

### Sucesiva

---

Profesora: Nancy Hitshfield

Curso: CC3501-1 Modelación y Computación Gráfica para Ingenieros

Alumno: Jorge Andrés Gutiérrez Tapia

Fecha 4 de Octubre

## Introducción

El campo de las matemáticas y la computación han estado íntimamente ligadas, ya que existen problemas que a los humanos les tomaría millones de años resolverlos o simplemente mas que el tiempo de vida de una persona, así , la computación pone a disposición de la matemática una serie de herramientas y protocolos que la ayuda en la resolución de problemas.

En particular, en este informe, se enunciará y analizará los resultados que se obtienen mediante métodos de aproximación matemática para Ecuaciones Diferenciales Parciales, en particular, el método de las diferencias finitas, para poder resolver el potencial escalar magnético usando la conocida ecuación  $\nabla^2 u = 0$  y condiciones planteadas, que corresponden a condiciones de Neuman.

Luego se obtendrá el campo magnético, mediante el gradiente, según como lo indica la formula  $\mathbf{B} = -\mu_0 \nabla \psi$ .

Para presentar todos estos elementos, el informe estará estructurado mediante las siguientes secciones:

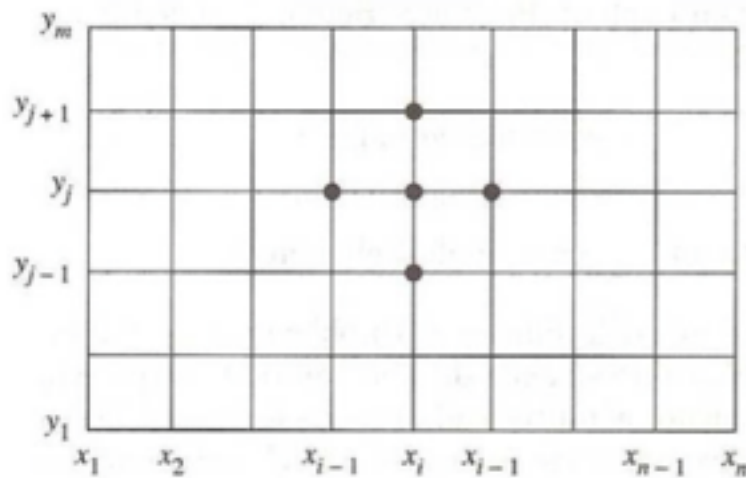
- a) Desarrollo: Se expone el problema y las metodologías de resolución de este
- b) Resultados: Se exponen los resultados obtenidos de la aplicación de la metodología
- c) Conclusiones: Se expondrán las ultimas ideas claves y pequeñas sugerencias o elementos que pueden hacer mejor la experiencia en una próxima instancia

## Desarrollo

Antes de adentrarnos en el problema, se presentaran los conceptos y métodos claves para resolver este.

Primero que nada plantearemos el método de las diferencias finitas, el cual es aplicable a este tipo de problemas ya que solo necesita una ecuación de la forma  $\nabla^2 u = 0$  con condiciones iniciales o de borde.

Este método consiste principalmente en dividir el dominio del problema en sub dominios de tamaño  $h$ , como se ve en la figura y se inicializan los elementos (sub dominios) correspondientes a las condiciones de borde y los demás con el promedio de estas condiciones



Domino en  $R \times R$  con sub dominios de tamaño  $h \times h$

Luego cada sub dominio del dominio se calcula con los cuadrantes que tiene a su alrededor, mediante la formula

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx \frac{u_{i-1j} + u_{i+1j} - 4u_{ij} + u_{ij-1} + u_{ij+1}}{h^2} = 0$$

Es claro que esta ultima relación puede ser presentada como una iteración sobre el dominio total ya inicializada en alguna estructura de datos, una matriz por ejemplo, hasta que se cumpla una condición, en este caso la de sobre relajación sucesiva, la que implica:

$$r_{ij} = \frac{u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{ij}}{4}$$

y con esto la ecuación para cada sub dominio queda de la siguiente forma:

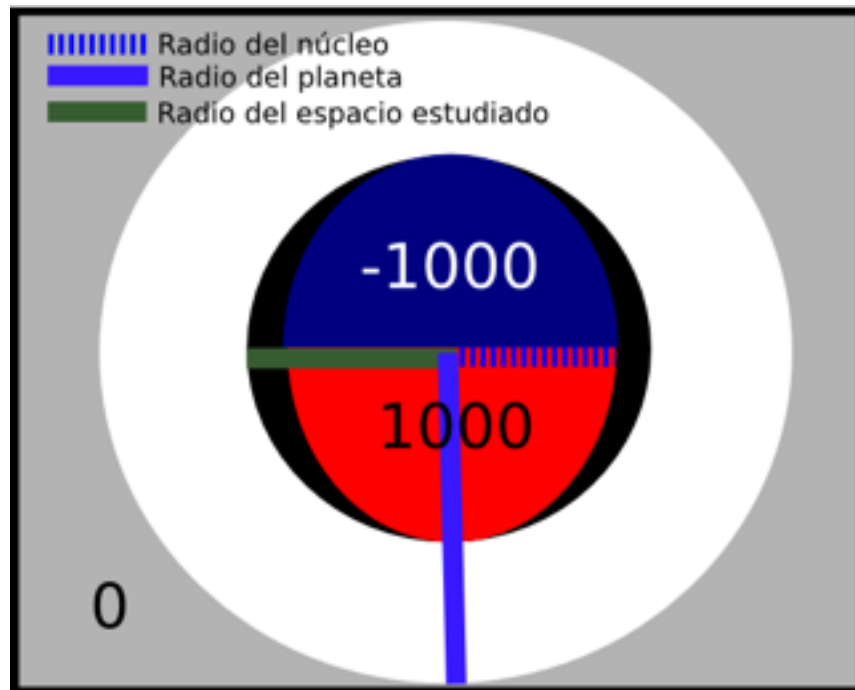
$$u_{i,j} = u_{i,j} + \omega \left( \frac{u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{i,j}}{4} \right)$$

con

$$\omega = \frac{4}{2 + \sqrt{4 - \left( \cos\left(\frac{\pi}{n-1}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{m-1}\right) \right)^2}}$$

Ya conociendo este método, pasemos a revisar el problema y sus condiciones para así aplicarlo en la resolución de este.

El problema consiste en calcular el campo escalar magnético del planeta Ñinh, para esto detienen los siguientes valores iniciales del campo escalar magnético

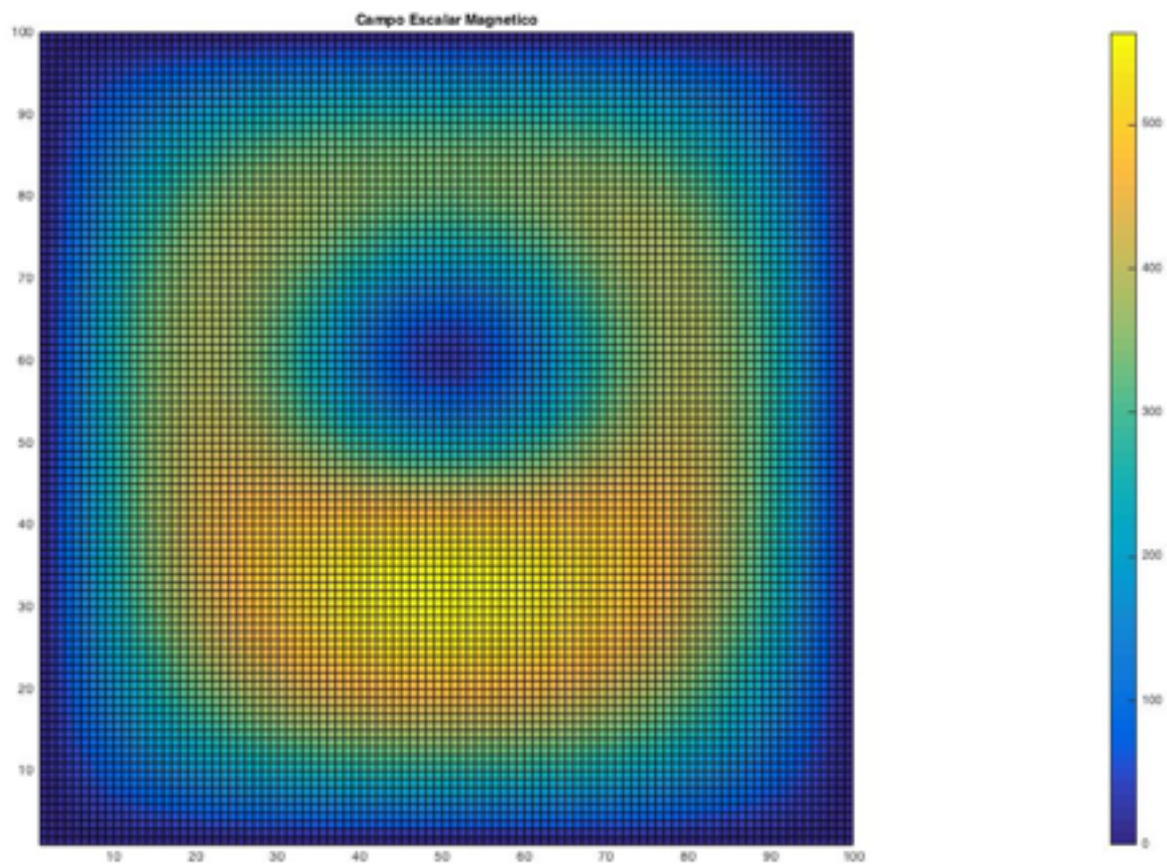


con radios dados para cada superficie

Así según la formula  $\nabla^2 u = 0$  y las condiciones de Neuman se puede proceder a resolver este ejercicio, tal como se muestra en la siguiente sección.

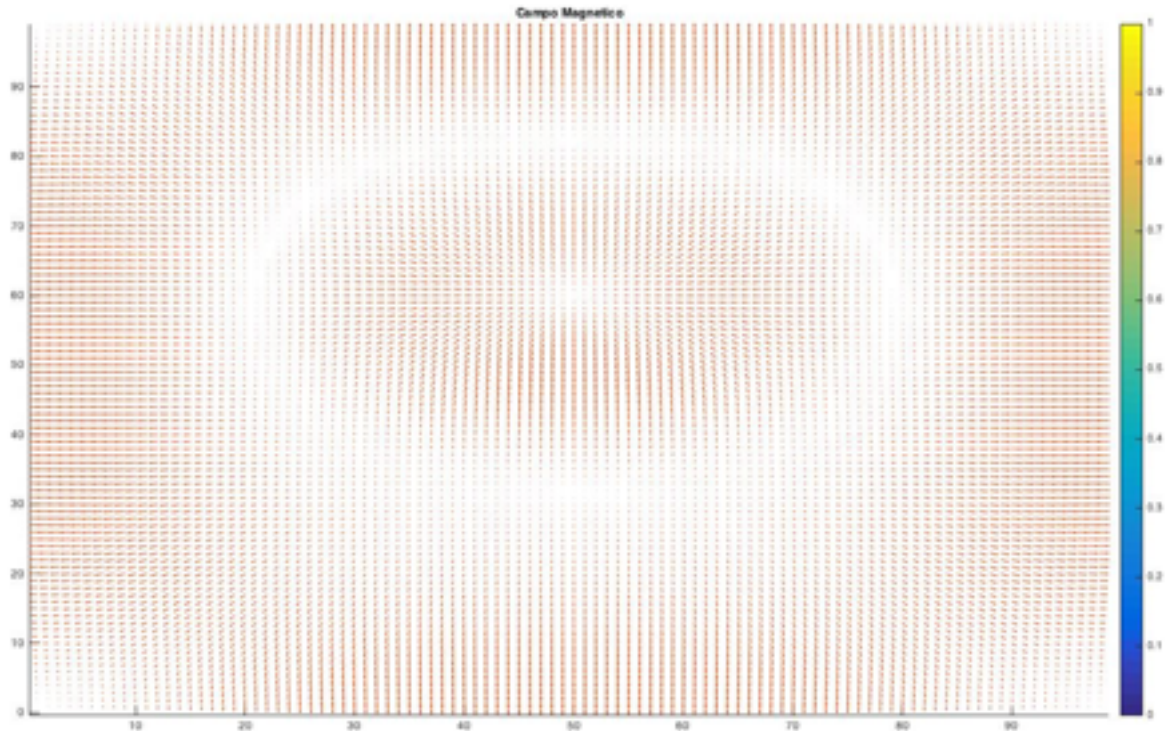
## Resultados

Para la resolución de este problema mediante el método mencionado anteriormente se obtiene un mapa del potencial escalar magnético, el cual se puede ver en la siguiente imagen.



El cual nos indica claramente como se comporta el campo magnético, el cual se puede graficar usando la divergencia de el campo escalar magnético.

El resultado de esta operación se puede ver en la siguiente imagen



Lamentablemente no se nota claramente, pero el campo magnético (flechas) comienzan en el polo positivo y terminan en el polo negativo.

## Conclusión

Conociendo ciertos principios básicos de electromagnetismo adquiridos en la universidad, se nota que los gráficos nos entregan datos correctos, tanto en el calculo del potencial escalar magnético como del campo magnético.

Ademas, ya conociendo que estos gráficos nos muestran información fidedigna, podemos decir que el método de los elementos finitos mediante el uso de la relajación sucesiva nos da los datos correctos, ademas cabe decir que la programación de este método es simple, pero muy efectivo y certero, los que nos indica que es muy potente y util.

Así como fue util en este campo, en los demás campos de la ciencia también lo es.