[ABCDRez](https://download.csdn.net/download/qq_42712244/89533054?spm=1001.2014.3001.5501)

Quincy Howard

2024.07.10

**目 录**

[第一部分 说明 1](#_Toc10759)

[第二部分 基础 2](#_Toc27927)

[2.1 高斯光束 2](#_Toc25272)

[2.1.1 高斯光束的推导 2](#_Toc32150)

[2.1.2 高斯光束的查看 5](#_Toc20782)

[2.1.2.1 高阶与低阶高斯光束轮廓 5](#_Toc25470)

[2.1.2.2 基模高斯光束的查看 6](#_Toc22582)

[2.1.2.3 拉盖尔高斯光束与厄米高斯光束的查看 8](#_Toc15941)

[2.1.3 基础传输矩阵 9](#_Toc10723)

[2.1.3.1 常用光学矩阵 9](#_Toc3679)

[2.1.3.2 晶体近似 10](#_Toc10453)

[2.1.4 复杂光束传输矩阵的使用 14](#_Toc2016)

[2.1.5 光束拟合 18](#_Toc3307)

[第三部分 应用 20](#_Toc20218)

[3.1 光束调节与匹配 20](#_Toc11815)

[3.1.1 望远镜调节与设计 20](#_Toc5567)

[3.1.2 单程或多程放大 21](#_Toc12304)

[3.1.2.1 棒状晶体热透镜效应 21](#_Toc3205)

[3.1.2.2 反射自再现 23](#_Toc22748)

[3.2 驻波谐振腔 24](#_Toc25314)

[3.2.1 两个厚透镜晶体加曲面腔镜的谐振腔 24](#_Toc31521)

[3.2.2 定距离求曲率 25](#_Toc17695)

[3.2.3 定曲率求距离 26](#_Toc19941)

[3.2.4 腔内聚焦光束的设计 26](#_Toc25222)

[3.3 行波谐振腔 27](#_Toc11835)

[3.3.1 两个厚透镜晶体加透镜的谐振腔 27](#_Toc11013)

[第四部分 总结与致谢 29](#_Toc24281)

# 第一部分 说明

现阶段用于激光谐振腔的仿真软件多种多样，但大多已是集合而成，用户无法了解其详细内容。

本代码包（**ABCDRez**）是基于MATLAB语言的激光高斯光束传输（Laser Gaussian Beam Propagation）及激光谐振腔仿真（Laser Resonator Simulation）代码包。文章使用高斯光束描述激光，简单介绍了热效应（Thermal Effect）、腔内非线性变换（Nonlinear Frequency Transformation），主要介绍了光束的调节与匹配（Beam Adjusting and Matching）、驻波谐振腔（Standing Stable Resonator）、行波谐振腔（Traveling Stable Resonator）相关内容。用接近数学表达式的自然化语言，使用户更易学习、掌握及灵活运用。

其核心内容可以参见吕百达教授著《激光光学 光束描述、传输变换与光腔技术物理》、reZonator软件官网、羊国光教授等著《高等物理光学》、李港教授著《激光频率的变换与扩展》、Walter Koechner著《固体激光工程》等。

# 第二部分 基础

## 2.1 高斯光束

### 2.1.1 高斯光束的推导

设沿坐标*z*方向传播的细光束，在不计介质损耗的情况下，其光波的复振幅可以近似表达为

···（式2.1.1.1）

式中为传播常数（即波矢量的值），表示沿坐标*z*方向迅速变化的相位项，则为坐标*z*的缓慢变化的函数，代入亥姆霍兹方程，得到*U*满足的标量方程

···（式2.1.1.2）

在振幅慢变化近似下，可略去关于*z*的二阶导数，得

······（式2.1.1.3）

只考虑旋转对称系统，令矢径。设近轴亥姆霍兹的慢变化、细光束解具有如下形式

···（式2.1.1.4）

式中称为相移参数，称为光束参数，代入式2.1.1.3，得到

··（式2.1.1.5）

式中表示或，

······（式2.1.1.6）

······（式2.1.1.7）

以式2.1.1.6、式2.1.1.7代入式2.1.1.3，得到

··（式2.1.1.8）

上式对所有的*r*成立，这要求式2.1.1.8左边关于级数的各次幂的系数均为0，即

······（式2.1.1.9）

以及

······（式2.1.1.10）

式2.1.1.9的解为

······（式2.1.1.11）

式中为待定常数。将式2.1.1.11代入式2.1.1.10，得到

···（式2.1.1.12）

把积分常数表示为，是为了方便处理。进一步将式2.1.1.9的解写成如下形式

······（式2.1.1.13）

其中和是的实函数，这样就可以把表示为

······（式2.1.1.14）

表示常数相位，可取为1，式2.1.1.14成为

······（式2.1.1.15）

指数函数中括号内的实数部分对应的是相位：

···（式2.1.1.16）

符号表示取实部。当时，在与轴正交的平面上相位函数为常数，光束的波面为平面。我们选择该平面的坐标，称为“光腰”，此处参数为

······（式2.1.1.17）

其中为光腰尺寸。代入式2.1.1.11得到

······（式2.1.1.18）

将式2.1.1.18代入式2.1.1.13，令等式两边的实部和虚部分别相等，得到

······（式2.1.1.19）

和

······（式2.1.1.20）

式2.1.1.19为波面半径，式2.1.1.20为光束尺寸。

此外，将式2.1.1.17代入式2.1.1.12得到

······（式2.1.1.21）

的实部为

······（式2.1.1.22）

将其代入式2.1.1.13，得到

······（式2.1.1.23）

的虚部对式2.1.1.13的贡献为

······（式2.1.1.24）

最终得到

······（式2.1.1.25）

式2.1.1.25即为高斯光束基模的表达式。

### **2.1.2 高斯光束的查看**

#### 2.1.2.1 高阶与低阶高斯光束轮廓

高斯光束的三个重要参量，束宽、等相位面曲率半径、相位因子可分别由以下三式描述：

······（式2.1.2.1）

······（式2.1.2.2）

······（式2.1.2.3）

其中，为瑞利长度，其为

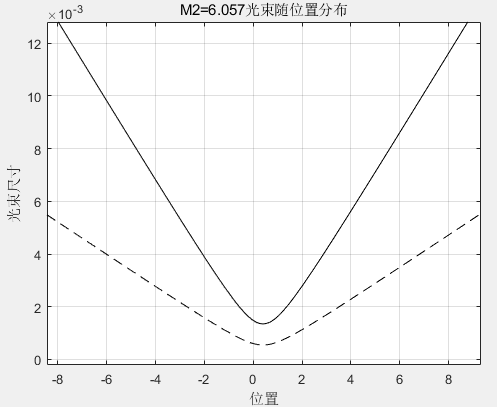
······（式2.1.2.4）

定义光束传播比（或称光束质量因子）为

······（式2.1.2.5）

其中为光束所在空间的折射率。

使用嵌入式高斯光束描述高阶高斯光束，调用函数**wzplot**查看。



wzplot(w02m,theta02m,L02m,lambda,A,B)

图2.1.2.1 高阶高斯光束束宽随距离分布

#### **2.1.2.2 基模高斯光束的查看**

基模高斯光束的电场强度可以表示为，

振幅部分

位相部分

······（式2.1.2.6）

方便起见，取。又

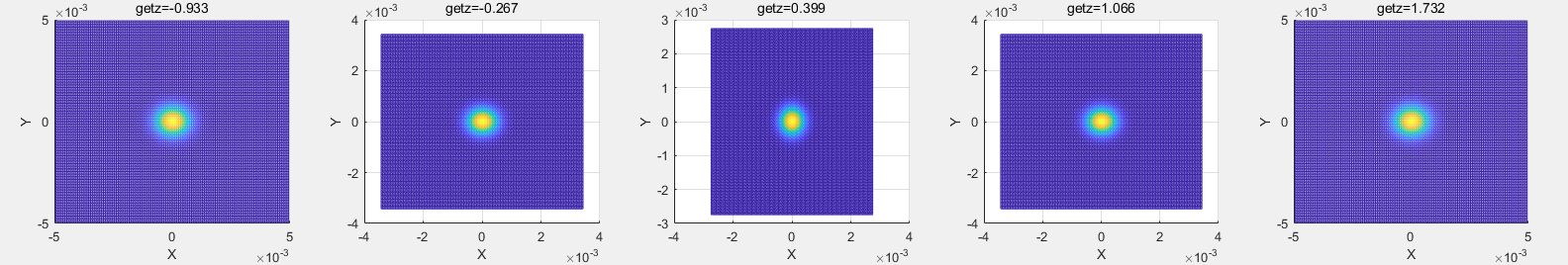
······（式2.1.2.7）

而拉盖尔高斯光束的电场强度为

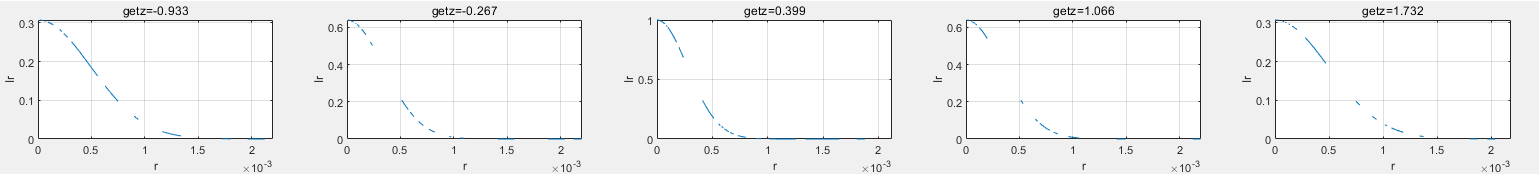
······（式2.1.2.8）

在柱坐标系中，电场强度与无关，同样取。当且时，式2.1.2.8退化为基模高斯光束的电场强度（式2.1.2.6）。

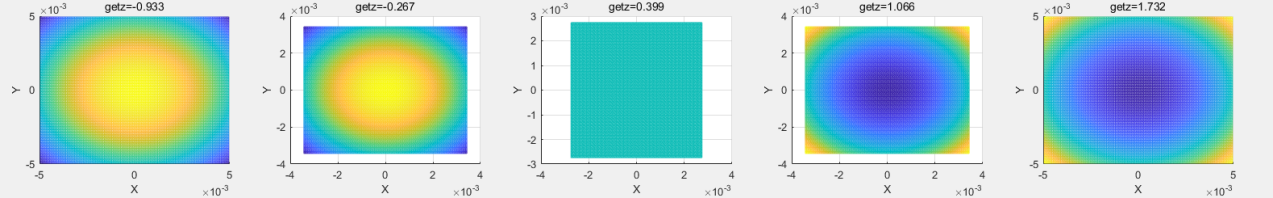
由此可以查看基模高斯光束的光强及位相随距离的分布。



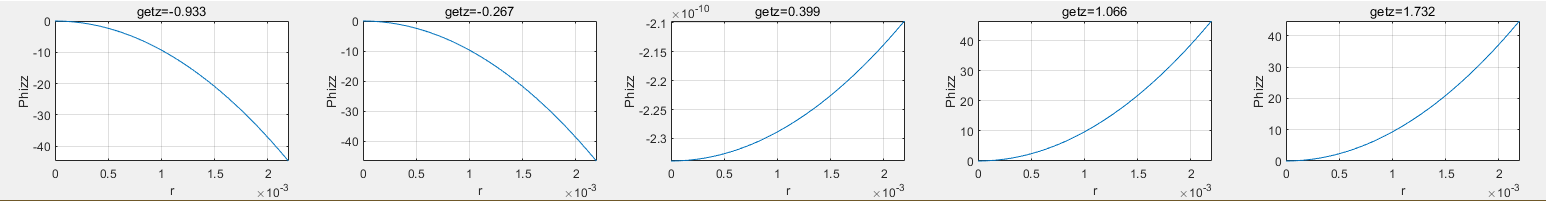
(a) 不同位置的光强



(b) 不同位置的光强分布



(c) 不同位置与中心的相位差



(d) 不同位置与中心的相位差分布

[XX,YY,Eplrphiz,Phizz]=LGbeam(w02m,theta02m,L02m,lambda,getz,p,l,num)

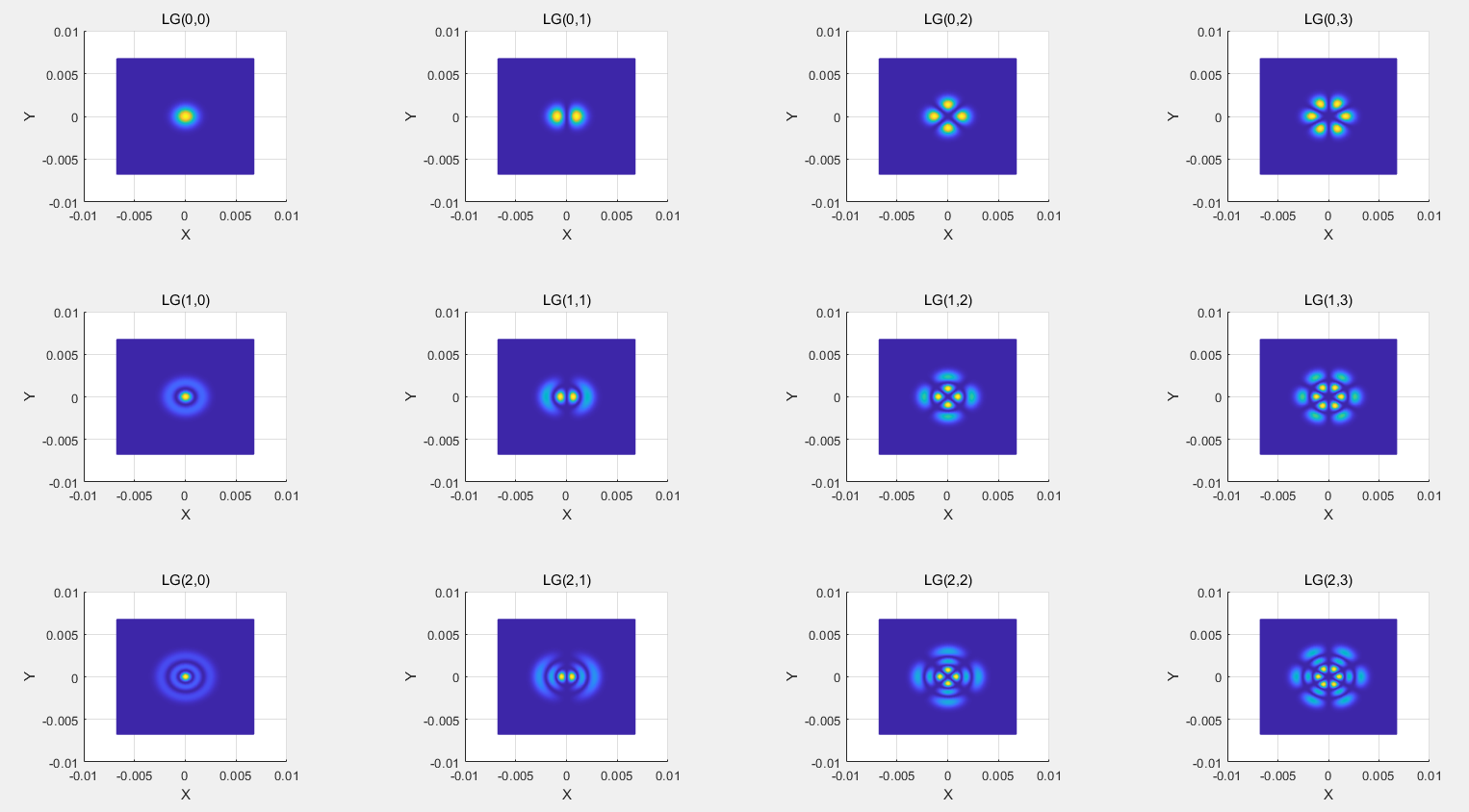
[Eplrphiz,Phizz]=LGbeamr(w02m,theta02m,L02m, lambda,getz,p,l, r,phir)

图2.1.1.2 基模高斯光束的光强及位相随距离的分布

#### **2.1.2.3 拉盖尔高斯光束与厄米高斯光束的查看**

a. **拉盖尔高斯光束**

当且时，光束为高阶的拉盖尔高斯光束。其电场强度如式2.1.2.8所示。同理使用**LGbeam**或**LGbeamr**函数可以得到拉盖尔高斯光束的光强分布。



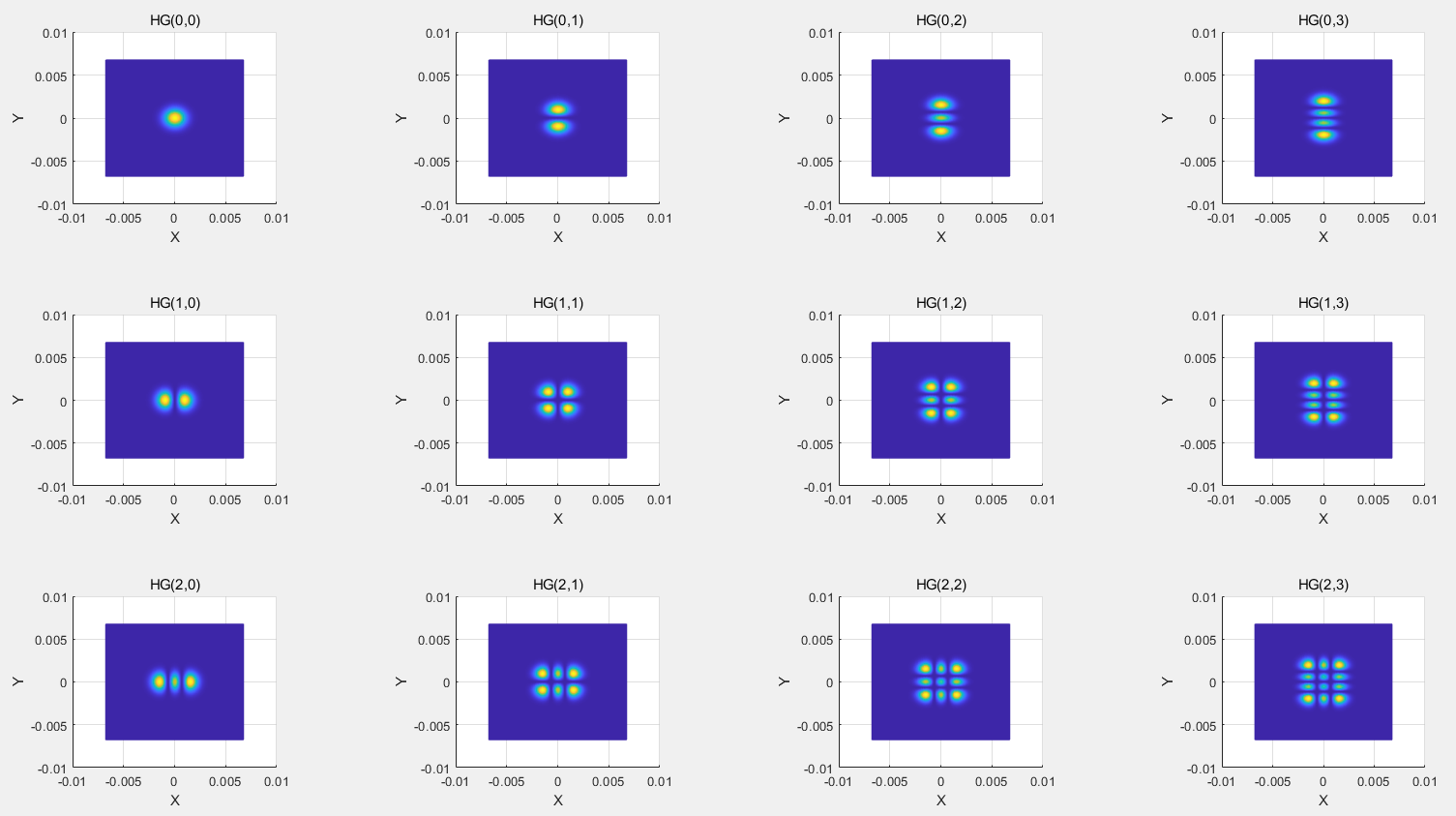
[XX,YY,Eplrphiz,Phizz]=LGbeam(w02m,theta02m,L02m,lambda,getz,p,l,num)

图2.1.1.3 高阶的拉盖尔高斯光束的光腰处的光强分布

b. **厄米高斯光束**

厄米高斯光束的电场强度为

······（式2.1.2.9）

使用**HGbeam**函数可以得到厄米高斯光束的光强分布。

[XX,YY,Eplrphiz,Phizz]=HGbeam(w02m,theta02m,L02m,lambda,getz,m,n,num)

图2.1.1.2 高阶的厄米高斯光束的光腰处的光强分布

### 2.1.3 基础传输矩阵

#### 2.1.3.1 常用光学矩阵

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 01 | 距离为*l*的自由空间 |  |  |
| 02 | 界面折射  （折射率分别为、） |  |  |
| 03 | 折射率*n*、长*l*的均匀介质 |  |  |
| 04 | 薄透镜（焦距*f*） |  |  |
| 05 | 球面反射镜（曲率半径） |  |  |
| 06 | 球面折射 |  |  |
| 07 | 厚透镜 |  |  |
| 08 | 平面反射 |  |  |
| 09 | 调焦望远镜 |  |  |
| 10 | 离焦望远镜 |  |  |

\*见脚本文件ABCDM.m

#### 2.1.3.2 晶体近似

##### 1. 薄透镜

将晶体视为薄透镜，由实验测得其焦距为*f*，那么晶体的传输矩阵为

······（式2.1.3.1）

##### 2. 厚透镜

将晶体视为双凸厚透镜。设厚透镜主距为、，焦距为，则有

······（式2.1.3.2）

实际工作中常取。

另一方面，设厚透镜两端面曲率半径分别为、，几何厚度，折射率的介质构成，并置于折射率为的介质中（如图2.1.3.1所示），则变换矩阵为

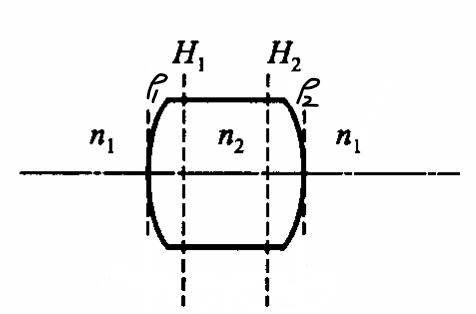


图2.1.3.1 厚透镜示意图

······（式2.1.3.3）

比较式2.1.3.2和式2.1.3.2可得

···（式2.1.3.4）

实际工作中常取，。

##### 薄透镜序列

将晶体视为等焦距薄透镜序列，如图2.1.3.2所示。

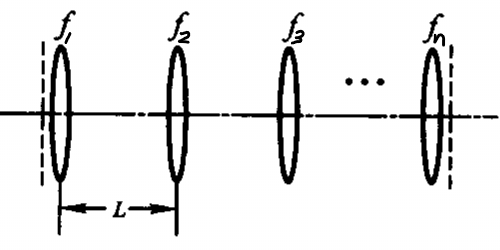


图2.1.3.2 薄透镜序列示意图

其中

······（式2.1.3.5）

则晶体的传输矩阵为

···（式2.1.3.6）

薄透镜序列近似中，若薄透镜焦距满足其他关系，需特殊考虑。如单端面泵浦和双端面泵浦情况。

······（式2.1.3.7）

##### 5. 梯度热透镜

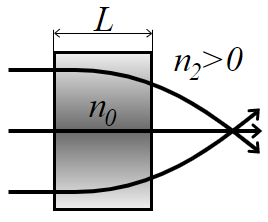


图2.1.3.3 梯度热透镜示意图

设介质折射率满足

···（式2.1.3.8）

将其代入亥姆霍次方程，在近轴近似及缓变振幅近似下，可以求解得到其传输矩阵为

···（式2.1.3.9）

其中

······（式2.1.3.10）

利用上述近似关系，编辑脚本文件**Atest\_MainCryAppro.m**。运行得仿真结果如下图所示。

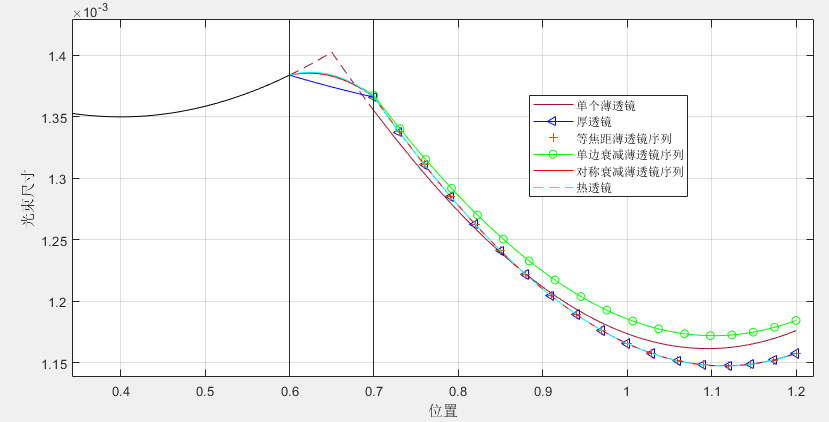


图2.1.3.4 不同近似的光束尺寸随位置分布

由图可见，对于给定焦距的厚透镜近似，可以取得比较满意的结果。**以后的程序代码中，对晶体均采用厚透镜近似。**

### 2.1.4 复杂光束传输矩阵的使用

本节使用高斯光束的复参数表示和ABCD定律推导出高斯光束通过复杂光学系统的一般变换公式。

如图2.1.4.1所示，在折射率的物空间处入射复参数为的高斯光束，通过变换矩阵的复杂光学系统后，在折射率的像空间处变换为复参数的高斯光束，于是有

···（式2.1.4.1）

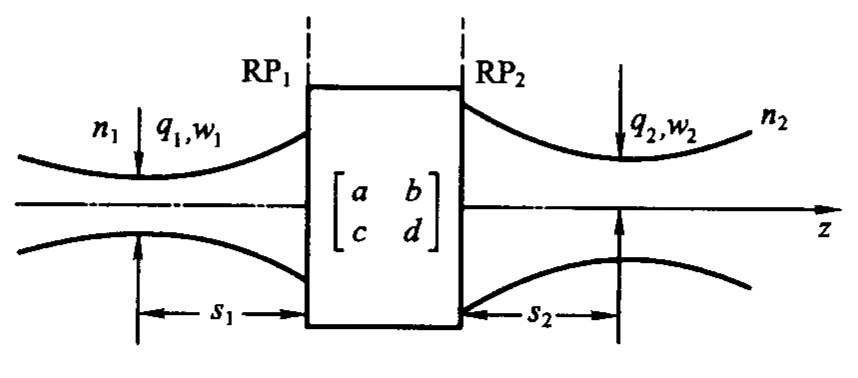


图2.1.4.1 高斯光束通过复杂光学系统的变换

图2.1.4.1中、分别以、为参考计算，在之左为正，在之右为正，反之为负。由至的变换遵从ABCD定律

······（式2.1.4.2）

式中

······（式2.1.4.3）

将式2.1.4.1、式2.1.4.3代入式2.1.4.2，并利用变换矩阵的性质得

······（式2.1.4.4）

式2.1.4.4即高斯光束通过复杂光学系统的一般变换公式，式中诸量均为实数。现对公式的一些特例进行讨论。

1. 当入射光束取在束腰处，，

···（式2.1.4.5）

式中为物方瑞利长度，则式2.1.4.4成为

······（式2.1.4.6）

1. 实际工作中最感兴趣的是0，即研究入射与出射高斯光束束腰间的变换问题，此时式2.1.4.4简化为

······（式2.1.4.7）

设

······（式2.1.4.8）

当时，可将式2.1.4.7写为

······（式2.1.4.9）

式2.1.4.9决定了像方束腰位置和像方束腰大小，常称为成像公式和物像比例公式。

当时，式2.1.4.7亦可写成为

······（式2.1.4.10）

基于此理论和使用嵌入式基模光束描述，编写了**ABCDRez**代码包中光束传输函数（**fLRMm、fLLMm、fRLMm、fRRMm**）。

\*注：第二个字母表示入射光束相对于光学系统的位置，第三个字母表示出射光束相对于光学系统的位置。如fLRMm中，“L”表示从光学系统左侧入射，“R”表示从光学系统右侧出射。

函数中令，这也是常见的情况。若遇折射率不等，只需在变换前，预先传输通过一不同介质界面的传输矩阵即可。详见脚本文件**Atest\_fXXMx.m**。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| \*高阶高斯光束由左向右传输  [w02m,theta02m,L02m]=fLRMm(w01m,theta01m,L01m,lambda,cM,lencM,dcM)   |  |  | | --- | --- | | 变量 | 意义 | | w01m,theta01m,L01m | 输入高斯光束束腰、发散角、光腰位置 | | lambda | 光束波长 | | cM | 光学系统的2\*2变换矩阵 | | lencM | 光学系统的长度 | | dcM | 入射光束与光学系统的第一接触面相对于原点所处位置 |   \*高阶高斯光束由左向左传输（反射）  [w02m,theta02m,L02m]=fLLMm(w01m,theta01m,L01m,lambda,cM,lencM,dcM)  \*高阶高斯光束由右向左传输  [w02m,theta02m,L02m]=fRLMm(w01m,theta01m,L01m,lambda,cM,lencM,dcM)  \*高阶高斯光束由右向右传输（反射）  [w02m,theta02m,L02m]=fRRMm(w01m,theta01m,L01m,lambda,cM,lencM,dcM) |

### 2.1.5 光束拟合

如前所述，高斯光束的束宽由式2.1.5.1描述，M2因子由式2.1.5.2定义。

···（式2.1.5.1）

···（式2.1.5.2）

而光斑大小常采用光强的二阶矩描述。

······（式2.1.5.3）

······（式2.1.5.4）

其中、是光强的一阶矩，分别表示为

······（式2.1.5.5）

仿真中常取为零。

根据上述理论，编辑函数**D4sigmaofI**和**D4sigmaofIr**通过截面定义束宽。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| [wx,wy]=D4sigmaofI(XX,YY,Iz)   |  |  | | --- | --- | | 变量 | 意义 | | XX,YY | 截面网格 | | Iz | 截面光强 | | wx | 该截面拟合后x方向束宽 | | wy | 该截面拟合后y方向束宽 |   wr=D4sigmaofIr(Iz)   |  |  | | --- | --- | | 变量 | 意义 | | Iz | 截面光强 | | wr | 该截面拟合后束宽 | |

调用**M2FitZ**函数通过不同位置的束宽拟合光束。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| [w03m,theta03m,L03m,M03m]= M2FitZ(lZ, wZ,lambda)   |  |  | | --- | --- | | 变量 | 意义 | | lZ | 采样点位置 | | wZ | 采样点的束宽（半径） | | lambda | 光束波长 | | w03m,theta03m,L03m | 拟合后的光束光腰、发散角、光腰位置 | | M03m | 拟合后的光束质量M2 | |

# 第三部分 应用

## 3.1 光束调节与匹配

### 3.1.1 望远镜调节与设计

设由双凸或双凹厚透镜构成望远镜调节光束束宽、发散角、准直性等。

**示例：**

现有光束，，从望远镜左侧入射。光束与望远镜接触的第一个面距原点。欲进行光束变换，使得光束、、满足指标要求。

(a). ；

(b). ；

(c). ，且；

(d). 系统附近的光斑半径需大于0.5*mm*，系统的总长度；

(e). 出口处的光斑与入口处的光斑的关系为.

其中为望远镜系统的总长度，为从右侧出射光束的瑞利长度。

脚本文件**Atest\_Telescope.m**描述了此类型的设计方案，并计算得出了望远镜设计的具体参数。

### 3.1.2 单程或多程放大

#### 3.1.2.1 棒状晶体热透镜效应

圆棒晶体端泵时，可视为轴对称情形，与角度无关，此时为二维情况。那么热传导方程为

······（式3.1.2.1）

可使用MATLAB的PDE工具箱方便地求解此热传导方程（式3.1.2.1）。PDE工具箱中标准椭圆型方程为

···（式3.1.2.2）

式3.1.2.2考虑与*z*无关，在直角坐标系展开为

···（式3.1.2.3）

做变量替换得

···（式3.1.2.4）

若令

···（式3.1.2.5）

则可得

···（式3.1.2.6）

化简即可得轴对称情形的热传导方程式3.1.2.1。即可使用MATLAB的PDE工具箱方便地求解此热传导方程式3.1.2.1。

单端泵浦时

······（式3.1.2.7）

其中为的函数：，为吸收系数，为发热效率，为入射功率，为晶体长度。

简单考虑，双端泵浦的情况就相当于两个单端泵浦的热源函数相加。

查阅文献资料得晶体的热力学参数，并由此编写脚本文件**Atest\_heat0x.m**运行得出结果如下。（其中，黑线为简单考虑热透镜后的泵浦光束的轮廓，等高线为归一化后的热源分布，彩图为稳定后的归一化热分布。）

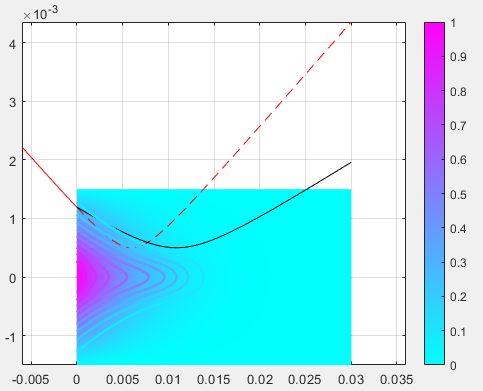


图3.1.2.1 单端泵浦热分析图

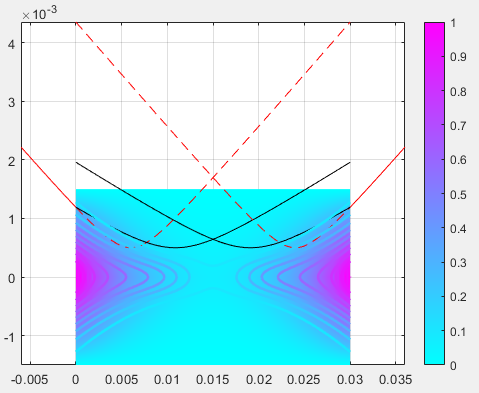


图3.1.2.2 双端泵浦热分析图

#### 3.1.2.2 反射自再现

当入射光束参数为、及时，总可以找到若干组放置于处曲率为的反射镜，使得入射前后光束参数相同，即、及。

结合函数**fLLMm**、**fRRMm** 编写反射自再现脚本。详见脚本文件**Atest\_fXXMm.m**。

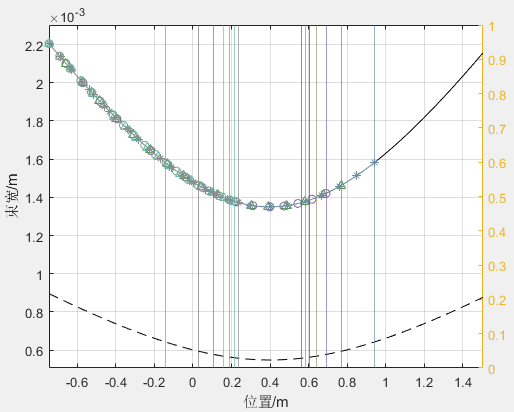


图3.1.2.3 不同曲率实现反射自再现放置位置图

## 3.2 驻波谐振腔

可使用矩阵光学方法对多元件的稳定腔进行分析，采用“G参数等价腔”来描述腔内束宽。参见吕百达教授著《激光光学》第十章第一节。

### 3.2.1 两个厚透镜晶体加曲面腔镜的谐振腔

使用“G参数等价腔”相关内容，编写具体函数**Rez4mThick**。

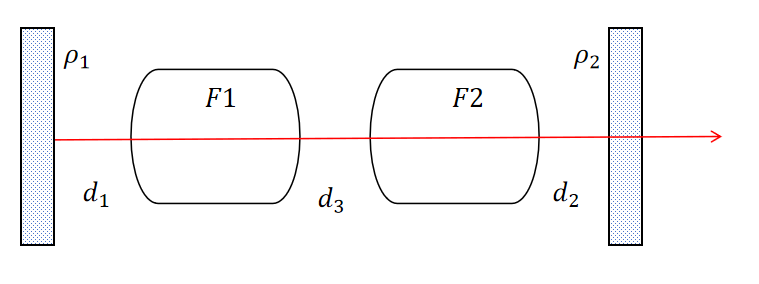


图3.2.1.1 谐振腔示意图

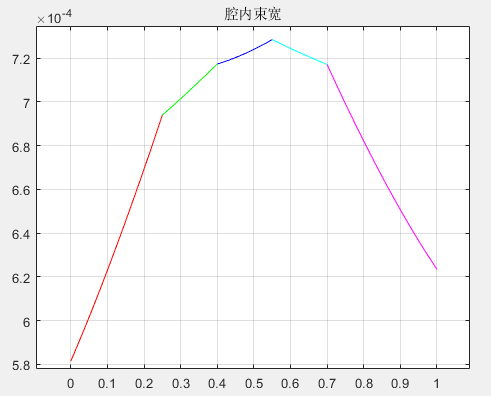


图3.2.1.2 腔内束宽示意图

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| [www,wthetaL0,FlagRez]=Rez4mThick(lambda,RezPara,str)   |  |  | | --- | --- | | 变量 | 意义 | | lambda | 波长 | | RezPara | 谐振腔参数 | | str | 若str为’plot’则绘图；否则，不绘制 | | www | 有效的束宽（这里用来描述模式体积） | | wthetaL0 | 靠近输出镜的光束的束腰、发散角、光腰位置信息 | | FlagRez | 谐振腔的标志信息 | |

### 3.2.2 定距离求曲率

实际应用中常需要设计紧凑型激光器，需在狭小空间放置腔镜。甚至，直接对晶体端面进行处理，使最终构成谐振腔能极大节省空间，达到激光器小型化的目的。

详见脚本文件**Atest\_Rez4mThickxxD2Rho.m**。

### **3.2.3 定曲率求距离**

实际应用中，常常已经制备了若干曲率半径已知的腔镜，通过不同的组合搭配使得激光器拥有最佳的性能。

详见脚本文件**Atest\_Rez4mThickxxRho2D.m**。

### **3.2.4 腔内聚焦光束的设计**

激光谐振腔内为实现非线性变化而需要高密度激光时，则需要在非线性晶体内形成光腰。设计要求增益介质处的振荡光斑较大，以实现较好的光束质量；非线性晶体中心为振荡光斑的光腰，且其大小满足需求。

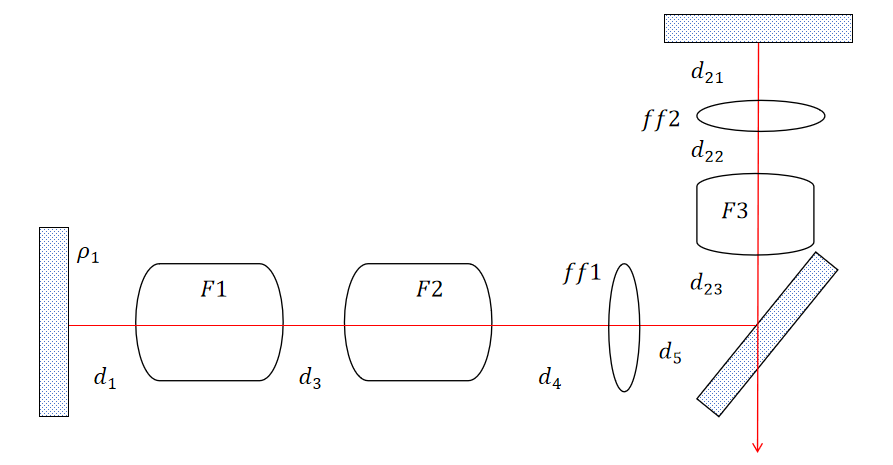


图3.2.4.1 腔内聚焦光束设计示意图

脚本文件**Atest\_Rez7mThickxxFocusFDRhoxxx.m**通过暴力求解得出一些信息，但耗时长，且计算出的腔型也比较敏感。

下面介绍上述需求的另一种设计思路。

步骤1：

设计一个不含非线性晶体及其他变换元件的光学谐振腔，该谐振腔尽可能对热焦距变换不敏感。

步骤2：

从该谐振腔某处插入变换元件，使得原谐振腔的光束恰能聚焦在非线性晶体中心，且光斑大小满足预定要求。（特别地，若是插入*4 f*系统则入射与出射光束不变，但却浪费了空间。其部分功能设计、实现见脚本文件Atest\_Compensation.m）

步骤3：

从非线性晶体另一端插入透镜，并使得其经腔镜反射后能自再现。（部分功能设计、实现见脚本文件Atest\_fXXMm.m）

## **3.3 行波谐振腔**

### **3.3.1 两个厚透镜晶体加透镜的谐振腔**

使用“G参数等价腔”相关内容，编写具体函数**Rez4mThickRing**。

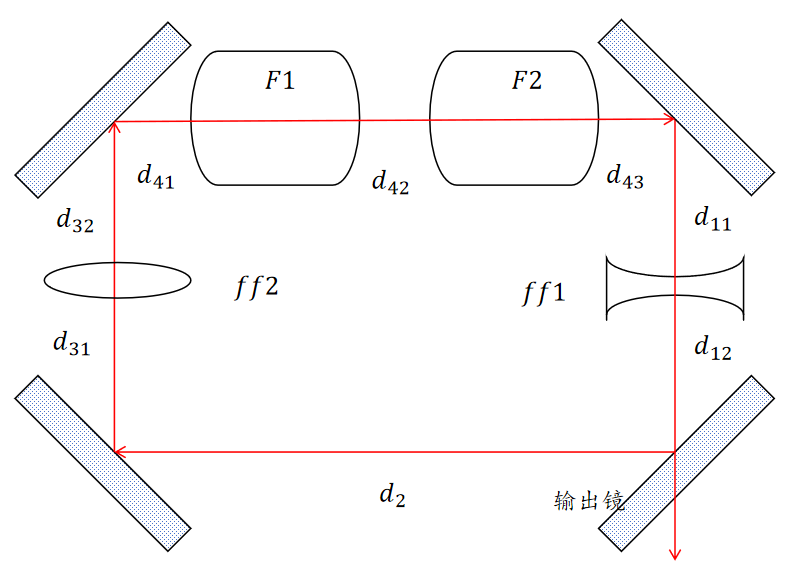


图3.3.1.1 谐振腔示意图

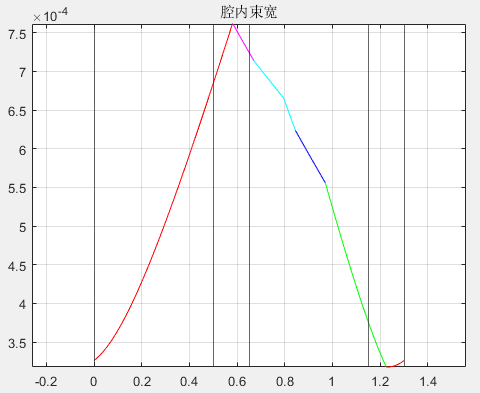


图3.3.1.2 谐振腔腔内束宽示意图（从输出镜展开）

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| [www,wthetaL0,FlagRez]=Rez4mThickRing(lambda, RezPara,str)   |  |  | | --- | --- | | 变量 | 意义 | | lambda | 波长 | | RezPara | 谐振腔参数 | | str | 若str为’plot’则绘图；否则，不绘制 | | www | 有效的束宽（这里用来描述模式体积） | | wthetaL0 | 靠近输出镜的光束的束腰、发散角、光腰位置信息 | | FlagRez | 谐振腔的标志信息 | |

# **第四部分 总结与致谢**

文章描述了**ABCDRez**代码包的基础理论、功能及应用，读者可以适当修改以适应实际需求。本人对非稳腔涉猎不足，**ABCDRez**代码包中并未涉及非稳腔（Unstable Resonator）的设计与应用。

行笔匆匆，难免纰漏与错误，望请批评指证！

如果读者有更多关于非稳腔的知识也欢迎共同交流学习！

在此感谢前辈们的辛勤劳动所取的成果！

在此感谢读者的阅读，希望文章对你有所帮助！

[文档阅读](https://blog.csdn.net/qq_42712244/article/details/140344570" \t "https://zhuanlan.zhihu.com/p/708327493/_blank)

[激光光束传输与谐振腔仿真ABCDRez-CSDN博客](https://blog.csdn.net/qq_42712244/article/details/140344570" \t "https://zhuanlan.zhihu.com/p/708327493/_blank)

[文件下载](https://download.csdn.net/download/qq_42712244/89533054?spm=1001.2014.3001.5501" \t "https://zhuanlan.zhihu.com/p/708327493/_blank)

<https://download.csdn.net/download/qq_42712244/89533054?spm=1001.2014.3001.5501>

%% 版本信息

% 作者: Quincy Howard

% 联系方式： quincy.hd@qq.com

% 文件信息更新平台为 matlab云文件、GitHub、CSDN博客、知乎

% 若使用请注明来源

% 最后编辑于 2024 年 07 月 10 日