

Organización de Computadoras



Clase 1



Bibliografía y web de cátedra

- ***Organización y Arquitectura de Computadoras – Diseño para optimizar prestaciones***, Stallings W., Editorial Prentice Hall (5º edición).
- ***Organización de Computadoras***, Tanenbaum A., Editorial Prentice Hall (4º edición).
- ***Estructura de Computadores y Periféricos***, Martinez Durá R. et al., Editorial Alfaomega, 2001.
- ***Arquitectura de Computadores-Un enfoque cuantitativo*** Hennessy & Patterson, Editorial Mc Graw Hill (1º edición).
- <http://weblidi.info.unlp.edu.ar/catedras/organizacion/>



Repaso Curso de Ingreso

- Representación de Datos.
- Números sin signo. BCD.
- Lógica digital. Álgebra de Boole.



Representación de datos

- Las computadoras almacenan datos e instrucciones en memoria
- Para ello utilizan el sistema binario
- Razones :
 - el dispositivo se encuentra en uno de dos estados posibles (0 ó 1)
 - identificar el estado es más fácil si sólo hay dos



Representación de datos

- Ejemplo :
 - lámpara encendida ó apagada
 - lámpara encendida con 10 intensidades distintas
- Es más fácil conocer el “estado” de la lámpara en el primer caso (encendida ó apagada), que determinar alguna de las 10 intensidades distintas



Tipos de datos

Las computadoras manejan 4 tipos básicos de datos binarios

- Números enteros sin/con signo
- Números reales con signo
- Números decimales codificados en binario (BCD)
- Caracteres



Representación de números enteros

- Sin signo
- Módulo y signo
- Complemento a uno ($Ca1$)
Complemento a la base reducida
- Complemento a dos ($Ca2$)
Complemento a la base
- Exceso



Números enteros sin signo

Si el número tiene n bits, puedo representar

➤ $2^n =$ números distintos

El rango va desde

➤ 0 a $(2^n - 1)$



Números enteros sin signo

Ejemplo: $n = 3$ bits

Decimal	Representación sin signo
0	000
1	001
2	010
..
7	111



Números enteros sin signo

Ejemplo: $n = 8$ bits

0	00000000
..
128	10000000
..
254	11111110
255	11111111



Números enteros sin signo

- RECORDAR: la cantidad de representaciones distintas depende del número de bits

$$N^{\circ}\text{s distintos} = 2^n$$





Sistemas Posicionales

Teorema Fundamental de la Numeración

$$N^{\circ} = \sum_{i=-m}^n (dígito)_i \times (base)^i$$

$$\dots + x_4 \times B^4 + x_3 \times B^3 + x_2 \times B^2 + x_1 \times B^1 + x_0 \times B^0 + x_{-1} \times B^{-1} + x_{-2} \times B^{-2} + \dots$$

N° es el valor decimal de una cantidad expresada en base B y con $(n+1+m)$ dígitos en posiciones i.



Sistema Decimal

- Base 10.
- Dígitos $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$$3574 = 3000 + 500 + 70 + 4$$

$$= 3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

- 3 unidades de mil + 5 centenas + 7 decenas + 4 unidades

$$3.1416_{(10)} = 3 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3} + 6 \times 10^{-4}$$

- 3 unidades + 1 décima + 4 centésimas + 1 milésima + 4 diezmilésimas



Sistema Binario

- Base 2.
- Dígitos {0,1}

$$\begin{aligned} 1001,1_2 &= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} \\ &= 8 + 0 + 0 + 1 + 0,5 \\ &= 9,5_{10} \end{aligned}$$



Números en punto fijo (1)

- Se considera que todos los números a representar tienen exactamente la misma cantidad de dígitos y la coma fraccionaria está siempre ubicada en el mismo lugar.
- En sistema decimal: 0,23 ó 5,12 ó 9,11
 - En los ejemplos cada número tiene tres dígitos, y la coma está a la derecha del mas significativo



Números en punto fijo (2)

- En sistema binario:
 $11,10 (3,5)_{10}$ ó $01,10 (1,5)_{10}$ ó $00,11 (0,75)_{10}$
- Hay 4 dígitos y la coma está entre el 2^{do} y 3^{er} dígito.
- La diferencia principal entre la representación en el papel y su almacenamiento en compu-tadora, es que no se guarda coma alguna, se supone que está en un lugar determinado.



Punto Fijo: Rango y Resolución

Rango: diferencia entre el número mayor y el menor

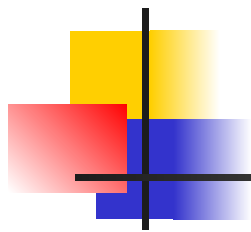
Resolución: diferencia entre dos números consecutivos

- Para el ejemplo anterior en sistema decimal

Rango es de 0,00 a 9,99 ó $[0,00...9,99]$

Resolución es 0,01

$$2,32 - 2,31 = 0,01 \quad \text{ó} \quad 9,99 - 9,98 = 0,01$$



Rango y Resolución(2)

- ❖ Notar que hay un compromiso entre rango y resolución.
- ❖ Si mantenemos tres dígitos y desplazamos la coma dos lugares a la derecha, el rango pasa a ser $[0, \dots, 999]$ y la resolución valdrá 1.

En cualquiera de los casos hay 10^3 números distintos



Ejemplo en binario con 4 bits

4 parte ent. y 0 parte frac.

- - - -

Resolución

$$0001 - 0000 =$$

$$0001_2 = 1_{10}$$

Binario	Decimal
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15



Ejemplo en ... (1)

3 parte ent. y 1 parte frac.

- - - , -

Resolución

$$000,1 - 000,0 =$$

$$000,1_2 = 0,5_{10}$$

Binario	Decimal
000,0	0
000,1	0,5
001,0	1
001,1	1,5
010,0	2
010,1	2,5
011,0	3
011,1	3,5
100,0	4
100,1	4,5
101,0	5
101,1	5,5
110,0	6
110,1	6,5
111,0	7
111,1	7,5



Ejemplo en ... (2)

2 parte ent. y 2 parte frac.

- - , - -

Resolución

$$00,01 - 00,00 =$$

$$00,01_2 = 0,25_{10}$$

Binario	Decimal
00,00	0
00,01	0,25
00,10	0,5
00,11	0,75
01,00	1
01,01	1,25
01,10	1,5
01,11	1,75
10,00	2
10,01	2,25
10,10	2,5
10,11	2,75
11,00	3
11,01	3,25
11,10	3,5
11,11	3,75



Ejemplo en ... (3)

1 parte ent. y 3 parte frac.

- , - - -

Resolución

$$0,001 - 0,000 =$$

$$0,001_2 = 0,125_{10}$$

Binario	Decimal
0,000	0
0,001	0,125
0,010	0,25
0,011	0,375
0,100	0,5
0,101	0,625
0,110	0,75
0,111	0,875
1,000	1
1,001	1,125
1,010	1,25
1,011	1,375
1,100	1,5
1,101	1,625
1,110	1,75
1,111	1,875



Ejemplo en ... (4)

parte ent. y 4 parte frac.

, - - - -

Resolución

$$,0001 - ,0000 =$$

$$,0001_2 = 0,0625_{10}$$

Binario	Decimal
,0000	0
,0001	0,0625
,0010	0,125
,0011	0,1875
,0100	0,25
,0101	0,3125
,0110	0,375
,0111	0,4375
,1000	0,5
,1001	0,5625
,1010	0,625
,1011	0,6875
,1100	0,75
,1101	0,8125
,1110	0,875
,1111	0,9375



Representación y error

- Al convertir un número decimal a sistema binario tendremos 2 casos:
 - Sin restricción en la cantidad de bits a usar
 - $3,125_{10} = 11,001_2$
 - Con restricción, por ejemplo 3 bits para parte entera y 4 bits para parte fraccionaria
 - $3,125_{10} = 011,0010_2$

No cometemos error
en este ejemplo



Representación y error

- Al convertir un número decimal a binario tendremos
 - Sin restricción en la longitud
 - $3,125_{10} = 11,001_2$
 - Con restricción, por ejemplo 3 bits para parte entera y 4 bits para parte fraccionaria
 - $3,125_{10} = 011,0010_2$

Observar que si agregáramos más bits en la conversión a binario serían todos 0

$$3,125 = 11,001000000000000000...$$

No cometemos error en este ejemplo



Representación y error (2)

- Convertir $3,2_{10}$ con distintas restricciones
 - 3 bits para parte fraccionaria: $011,001_2 = 3,125_{10}$
 - Error = $3,2 - 3,125 = 0,075$
 - 4 bits para parte fraccionaria: $011,0011_2 = 3,1875_{10}$
 - Error = $3,2 - 3,1875 = 0,0125$
 - 5 bits para parte fraccionaria: $011,00110_2 = 3,1875_{10}$
 - Error = $3,2 - 3,1875 = -0,0125$
- El error más pequeño es 0,0125 entonces 3,1875 es la representación más cercana a 3,2 que obtuvimos. Necesitaríamos más bits en la parte fraccionaria para aproximarnos mejor a 3,2

Representación y error (2)

- Convertir $3,2_{10}$ con distintas restricciones

- 3 bits para parte fraccionaria

- Error = $3,2 - 3,125 = 0,075$

- 4 bits para parte fraccionaria

- Error = $3,2 - 3,1875 = 0,0125$

- 5 bits para parte fraccionaria

- Error = $3,2 - 3,1875 = -0,0125$

Observar que para expresar 3,2 en binario necesitamos infinitos bits, ya que queda una secuencia periódica

$$3,2 = 11,00110011001100110011...$$

- El error más pequeño es 0,0125 entonces 3,1875 es la representación más cercana a 3,2 que obtuvimos. Necesitaríamos más bits en la parte fraccionaria para aproximarnos mejor a 3,2



Operaciones aritméticas

- Suma en binario
 - Al ser un sistema posicional la suma es como en decimal con acarreo entre posiciones al superar el máximo valor representable con un dígito
 - Ej: $1+1=10$ (ó '1 y me llevo 1')
 - Valores mas grandes requieren mas bits
- Hasta ahora sólo representamos valores en binario sin signo (que llamamos BSS).
 - Las restas se podrán realizar si acomodamos los operandos de modo tal que resultado sea mayor que cero, sino deberemos 'pedir prestado'.



Bits de condición (banderas)

- ✓ Son bits que el procesador establece de modo automático acorde al resultado de cada operación realizada.
- ✓ Sus valores permitirán tomar decisiones como:
 - ✓ Realizar o no una transferencia de control.
 - ✓ Determinar relaciones entre números (mayor, menor, igual).



Banderas aritméticas

- ❖ Z (cero): vale 1 si el resultado de la operación son todos bits 0.
- ❖ C (carry): en la suma vale 1 si hay acarreo del bit más significativo; en la resta vale 1 si hay 'borrow' hacia el bit más significativo.
- ❖ Cuando la operación involucra números sin signo, $C=1$ indica una condición fuera de rango.



Sistema Hexadecimal

- Base 16.
- Dígitos {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A, B, C, D, E, F}

10,11,12,13,14,15

$$\begin{aligned} 2CA,8_{16} &= 2 \times 16^2 + C \times 16^1 + A \times 16^0 + 8 \times 16^{-1} \\ &= 512 + 192 + 10 + 0,5 \\ &= 714,5_{10} \end{aligned}$$



Sistema hexadecimal codificado en binario (BCH)

- Los dígitos hexadecimales se convierten uno a uno en binario
- Para representar un dígito hexadecimal se utilizará siempre 4 bits
- Se asocia cada dígito con su valor en binario puro



BCH

Dígito hexadecimal Código BCH

0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111



BCH

Para convertir un número hexadecimal a binario, se convierte cada dígito hexadecimal en su equivalente binario de cuatro bits usando la tabla.

4ACF = 0100 1010 1100 1111

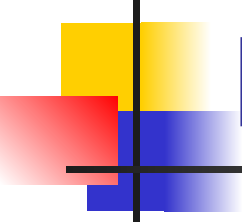


BCH

Para convertir un número binario a hexadecimal, se agrupan de a 4 bits y se convierte cada grupo en su hexadecimal equivalente usando la tabla..

$$10101111 = \textcolor{red}{10}\textcolor{blue}{10}\textcolor{blue}{11}\textcolor{blue}{11} = \textcolor{red}{A}\textcolor{blue}{F}$$

- Como es sencillo pasar de la expresión binaria al hexadecimal y viceversa, usamos BCH a menudo para “anotar” información binaria de forma compacta en diagramas, tablas, etc



Sistema decimal codificado en binario (BCD)

- Los dígitos decimales se convierten uno a uno en binario
- Para representar un dígito decimal se requerirán 4 bits
- Se asocia cada dígito con su valor en binario puro



BCD

Dígito decimal	Código BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001



BCD

- BCD tiene dos ámbitos de aplicación:
 - E/S y periféricos, los números se codifican usando un byte por dígito. Se dice que el número está *desempaquetado*.
 - En cálculo, se reservan 4 bits por dígito. Se dice que el número está *empaquetado*.



BCD

- Ejemplo: desempaquetado sin signo

$$\begin{aligned} 834 &= 1111\textcolor{red}{1000} \ 1111\textcolor{green}{0011} \ 1111\textcolor{yellow}{0100} \\ &= \textcolor{red}{F8} \ \textcolor{green}{F3} \ \textcolor{yellow}{F4} \end{aligned}$$

- Por cada dígito se usan 8 bits, 4 para el binario puro y 4 se completan con "1"



BCD

- Desempaquetado con signo
- Con 4 bits hay $2^4=16$ combinaciones posibles de unos y ceros :
 - Diez usamos para los dígitos 0 al 9
 - Nos quedan seis sin usar
 - $C_{16} = 1100$ representa al signo +
 - $D_{16} = 1101$ representa al signo -



BCD

- Ejemplo: desempaquetado con signo

$$\begin{aligned} + 834 &= 11111000 \ 11110011 \ 11000100 \\ &= F8 \ F3 \ C4 \end{aligned}$$

- Los 4 bits que acompañan al último dígito son reemplazados por el signo.



BCD

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad - 834 &= 1111\textcolor{red}{1000} \ 1111\textcolor{green}{0011} \ 1101\textcolor{blue}{0100} \\ &= \textcolor{red}{F8} \ \textcolor{green}{F3} \ \textcolor{blue}{D4} \end{aligned}$$



BCD

Ejemplo: empaquetado con signo

$$\blacksquare + 834 = 10000011 \ 01001100$$

$$= 83 \ 4C$$

$$\blacksquare - 34 = 00000011 \ 01001101$$

$$= 03 \ 4D$$



Suma en BCD

- De las 16 representaciones posibles con 4 bits, usamos 10 para los dígitos 0 al 9
- Nos sobran 6 combinaciones de 4 bits
- Al sumar dos dígitos BCD, se nos presentan dos casos :
 - ❖ la suma es ≤ 9
 - ❖ la suma es > 9



Suma en BCD

- En el primer caso no hay problema

$$\begin{array}{r} + \quad 41 \\ \quad 22 \\ \hline \quad 63 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \quad 0100 \quad 0001 \\ \quad 0010 \quad 0010 \\ \hline \quad 0110 \quad 0011 \end{array}$$



Suma en BCD

- En el segundo caso ¿Qué sucede ?

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 15 \\ + 27 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 0001 \\ + 0010 \\ \hline 0011 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0101 \\ 0111 \\ \hline 1100 \end{array}$$

3

no válido



Suma en BCD

- Cuando la suma de los dos dígitos da >9 hay que generar el “acarreo” porque hay seis combinaciones no usadas
- Entonces: cuando la suma de los dígitos es > 9 hay que sumar 6 en ese dígito



Suma en BCD

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 + 15 \\
 + 27 \\
 \hline
 42
 \end{array}$$

Resultado correcto

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 + 0001 \\
 + 0010 \\
 \hline
 111 \quad 1 \\
 0011 \quad 1100 \\
 + \quad \quad 0110 \quad \leftarrow 6 \\
 \hline
 0100 \quad 0010
 \end{array}$$



Suma en BCD

- Ejemplo

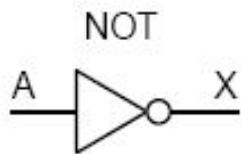
11		111	1
476	0100	0111	0110
+ 55	+ 0101	0101	0101
<hr/> 531	<hr/> 0100	<hr/> 1100	<hr/> 1011
	+ 0110	0110	0110
	<hr/> 0101	<hr/> 0011	<hr/> 0001



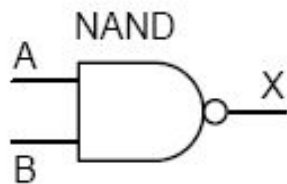
El nivel de lógica digital

- Un circuito digital es en el que están presentes dos valores lógicos
- Compuertas son dispositivos electrónicos que pueden realizar distintas funciones con estos dos valores lógicos
- Como vimos en el Ingreso las compuertas básicas son: AND, OR, NOT, NAND, NOR y XOR

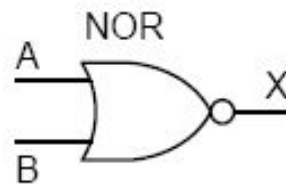
Compuertas: símbolo y descripción funcional



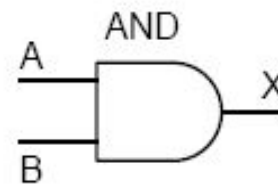
A	X
0	1
1	0



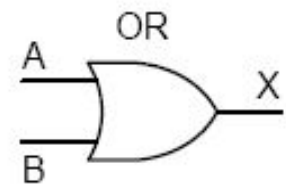
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Algebra Booleana

- Para describir los circuitos que pueden construirse combinando compuertas, se requiere un nuevo tipo de álgebra, donde las variables y funciones sólo puedan adoptar valores 0 ó 1: álgebra booleana.



Algebra Booleana

- Puesto que una función booleana de n variables tiene 2^n combinaciones de los valores de entrada, la función puede describirse totalmente con una tabla de 2^n renglones, donde c/u indica un valor de la función (0 ó 1) para cada combinación distinta de las entradas:

\Rightarrow *tabla de verdad*



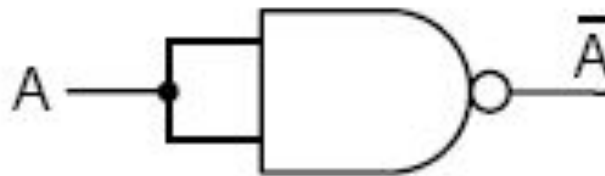
Recordemos algunas identidades del álgebra booleana

Identidad	$1.A=A$	$0+A=A$
Nula	$0.A=0$	$1+A=1$
Idempotencia	$A.A=A$	$A+A=A$
Inversa	$A.\overline{A}=0$	$A+\overline{A}=1$
Conmutativa	$A.B=B.A$	$A+B=B+A$
Asociativa	$(AB).C=A(BC)$	$(A+B)+C=A+(B+C)$
Distributiva	$A+B.C=(A+B).(A+C)$	$A.(B+C)=AB+AC$
Absorción	$A.(A+B)=A$	$A+A.B=A$
De Morgan	$\overline{A.B}=\overline{A}+\overline{B}$	$\overline{A+B}=\overline{A}.\overline{B}$

Leyes de De Morgan

➤ Ejemplo: construir un NOT con NAND

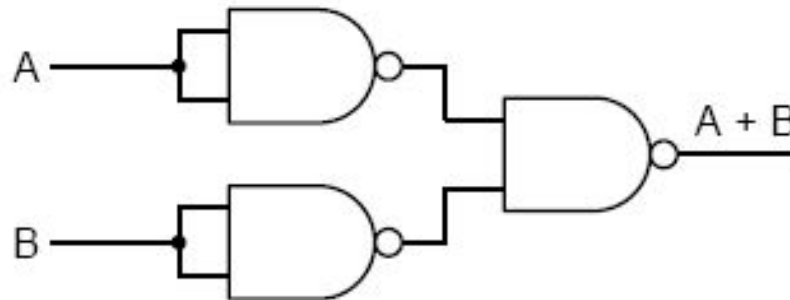
$$F = \overline{A.B} = \overline{A.A} = \overline{A}$$



Leyes de De Morgan

- Ejemplo: construir un OR con NAND

$$F = A + B = \overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$$





Implementación de funciones booleanas

- Escribir la tabla de verdad para la función
- Dibujar una AND para cada término que tiene un 1 en la columna de resultado (con sus entradas apropiadas)
- Invertir las entradas necesarias
- Unir todas las AND a una OR



Implementación

Ejemplo: construir la tabla de verdad e implementar el circuito de una función booleana M , de tres entradas A , B y C , tal que $M=1$ cuando la cantidad de '1' en A , B y C es ≥ 2 y $M=0$ en otro caso.

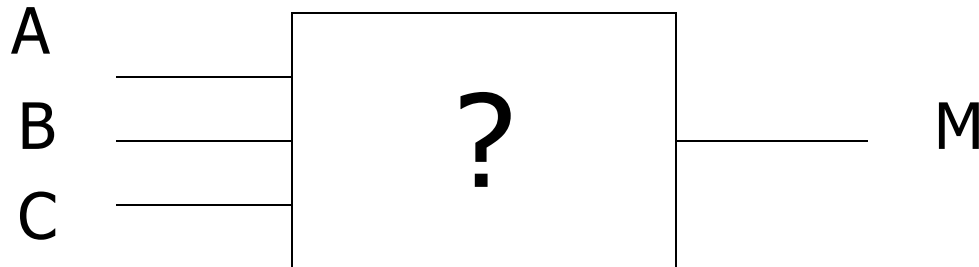




Tabla de verdad

A	B	C	M
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



Tabla de verdad

A	B	C	M
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Observar que la función M vale 1 cuando ocurre alguno de estos casos:

A=0,B=1,C=1

A=1,B=0,C=1

A=1,B=1,C=0

A=1,B=1,C=1

Tabla de verdad

A	B	C
0	0	0
0	0	1

Observar que la función vale 1 cuando ocurre alguno de estos casos:

A=0,B=1,C=1

A=1,B=0,C=1

A=1,B=1,C=0

A=1,B=1,C=1

A=0,B=1,C=1 ocurre cuando

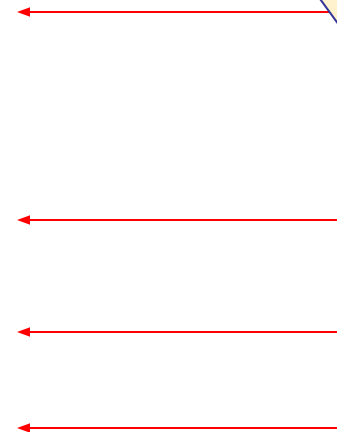
$\bar{A}BC$ es verdadero o 1

De manera similar, las expresiones que representan a los otros casos son

$A\bar{B}C$ $AB\bar{C}$ ABC

➤ O sea que la función M vale 1 cuando cualquiera de esos 4 productos vale 1

0
1
0
1
1
1





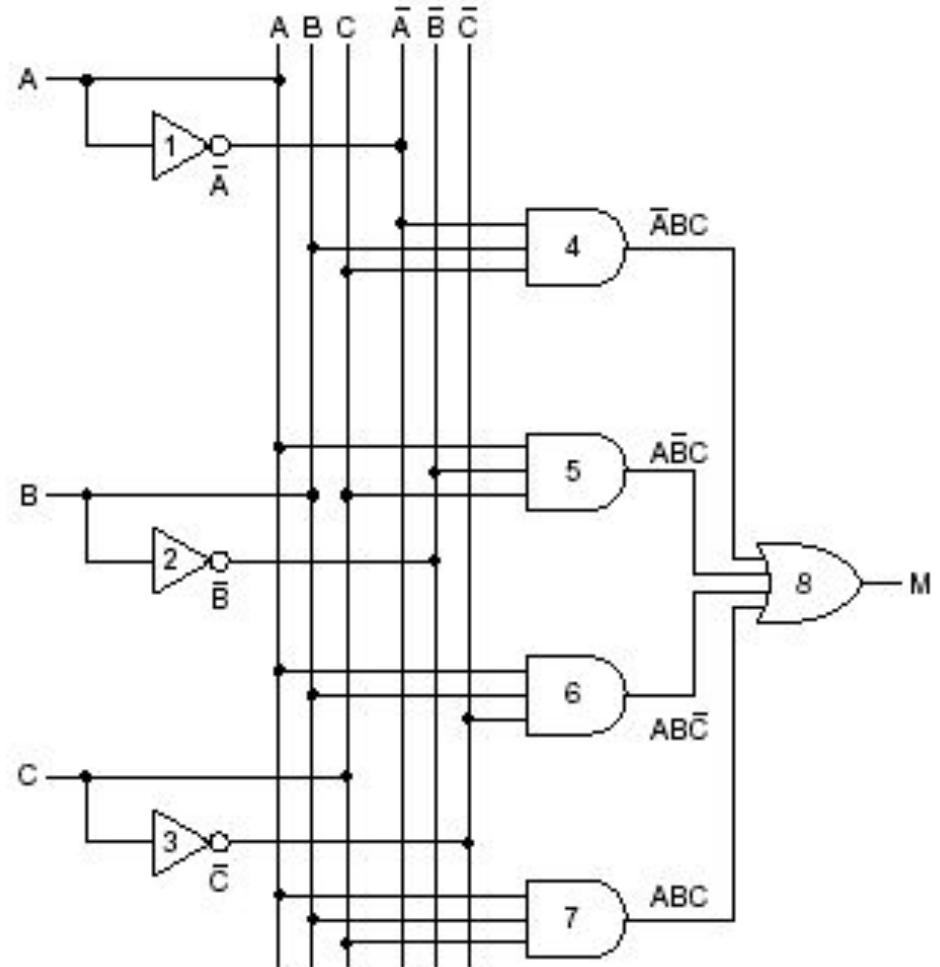
Función M

$$M = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

- ❖ Hay tantos términos como 1s en la tabla
- ❖ Cada término vale 1 para una única combinación de A, B y C
- ❖ Las variables que valen 0 en la tabla aparecen aquí negadas

Función M (2)

$$M = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$





Otro ejemplo

Supongamos la siguiente Tabla de Verdad

A	B	M
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Función **$M = \bar{A}B + A\bar{B} \Rightarrow M = A \text{ XOR } B$**

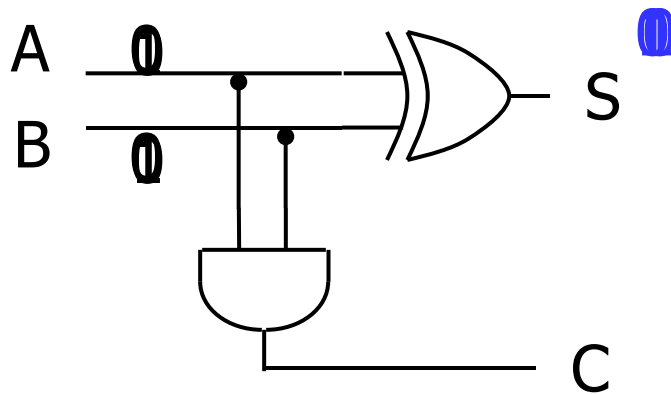


Recordemos

- ✓ En un AND, basta que una de sus entradas sea 0 para que la función valga 0.
- ✓ En un OR, basta que una de sus entradas sea 1 para que la función valga 1.
- ✓ Hacer el XOR con 1 invierte el valor de la variable.
- ✓ Hacer el XOR con 0 deja el valor de la variable como estaba.

Circuitos combinatorios

■ Ejemplo



A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

S representa la suma aritmética de 2 bits y **C** es el acarreo

Semi-sumador ó Half adder



mayor información ...

- Sistemas enteros y Punto fijo
 - Apunte 1 de Cátedra
- Operaciones lógicas
 - Apunte 3 de Cátedra
- Apéndice 8A: Sistemas de Numeración
 - Stallings, 5º Ed.
- Apéndice A: Lógica digital (A.1., A.2.)
 - Stallings, 5º Ed.
- Capítulo 3: Lógica digital y representación numérica
 - Apuntes COC – Ingreso