

Problemas de Optimización

Un problema de optimización consiste en obtener máximos mínimos una función que modela algún problema de la vida real. Por ejemplo, una persona de negocios quiere minimizar los costos y maximizar las utilidades o saber cuántos artículos deben fabricarse para que la producción sea lo más rentable posible.

En la solución de esos problemas, el desafío más grande suele ser, convertir el problema en palabras en un problema matemático de optimización, es decir, establecer la función que debe maximizarse o minimizarse.

Pasos para la resolución de problemas de optimización

1. Comprender problema. Leer el problema con cuidado hasta que lo comprenda. ¿Qué datos se dan? ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son las cantidades dadas?
2. Elaborar un dibujo o diagrama. Identificar en él las cantidades dadas y requeridas.
3. Introducir notación. Asigne un símbolo a la cantidad que se va a maximizar o minimizar. Asimismo, seleccione símbolos para las otras cantidades desconocidas y marque el diagrama con estos símbolos sugerentes; por ejemplo, A para el área, h para altura y t para el tiempo.
4. Escribir una ecuación para la cantidad desconocida. Si puede, exprese la incógnita como una función de una sola variable o con dos ecuaciones con dos incógnitas. En este paso se obtiene la función a optimizar. Escribir su dominio teniendo en cuenta el contexto del problema.
5. Derivar y hallar los puntos críticos. Aplique los métodos para hallar el valor máximo o el mínimo absolutos de f . Aprendidos en las aplicaciones de las derivadas. En particular, si el dominio de f es un intervalo cerrado.

Resolver los siguientes problemas.

1. Se dispone de 240 metros de alambre para construir un corral rectangular. ¿Cuáles son las dimensiones del corral de área máxima que puede construirse con todo el alambre disponible?.
2. Entre todos los rectángulos de área 9. ¿Cuál es el de menor perímetro?
3. Entre todos los rectángulos de perímetro 12. ¿Cuál es el de área máxima?
4. Se va a construir un corral doble que forma dos rectángulos idénticos adyacentes. Si se dispone de 120 metros de alambre, ¿qué dimensiones harán que el área del corral sea máxima?.
5. ¿Existirán dos números positivos tal que su suma es 4 y la suma del cuadrado del primero y del cubo del segundo sea lo mas pequeños posible?
6. La suma de tres números positivos es 30. El primero más el doble del segundo, más el triple del tercero suman 60. Elegir los números de modo que el producto de los tres sea el mayor posible.
7. Encuentren el punto sobre la recta $y = 2x - 3$ más próximos al origen.