▼ 1: Dado un árbol binario T cuyo recorrido postorden es A G F E B J I H C D y su recorrido inorden es A B G E F D J H I C ¿Cuántos son los descendientes del nodo "C"?

La respuesta correcta es 3 descendientes, opción c).

▼ 2: Defina árbol binario completo y árbol binario lleno. Ejemplifique. ¿Es verdad que todo árbol binario completo es lleno? ¿Y viceversa?

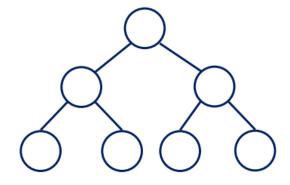
Un árbol binario lleno es un árbol de altura h y grado 2, en el cual todos los nodos comprendidos hasta el nivel h-1 tienen 2 hijos, y las hojas se encuentran en el nivel h.

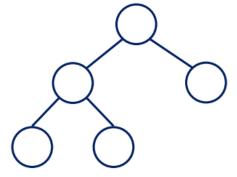
Un árbol binario completo es un árbol binario de altura h, que está lleno hasta la altura h-1, y las hojas que se encuentran en el nivel h se van completando de izquierda a derecha.

Un árbol binario completo no es un árbol lleno, pero un árbol lleno sí puede ser un árbol completo, si es que las hojas en el nivel h fueron cargadas de izquierda a derecha. Ejemplo:

## Árbol binario lleno

## Árbol binario completo



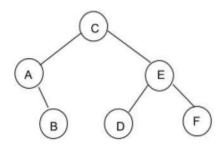


▼ 3: Suponga que para un árbol binario T con N nodos (N>1), el último nodo en postorden es el mismo que el último nodo en inorden, ¿Qué se puede concluir?

Si el último nodo en postorden es el mismo que el último nodo en inorden, se puede concluir que el subárbol derecho de T es vacío, opción b). Esto es porque, en inorden se recorre primero el hijo izquierdo, luego la raíz y por último el hijo derecho. Si no tiene hijo derecho, lo último que imprime es la raíz. En el recorrido postorden, lo último que se procesa es la raíz, por lo que si no tiene hijo derecho, lo último que se imprime es la raíz del árbol T, coincidiendo con el recorrido inorden.

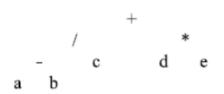
▼ 4: Se han estudiado los distintos recorridos de un árbol binario. Abajo se muestra un código que combina dos de ellos. ¿Cuál es el resultado si se llama con la raíz del árbol de la figura?:

```
public void traverse(ArbolBinario<T> a) {
  if (!a.esVacio()) {
    System.out.print(a.getDato());
    if (a.tieneHijoIzquierdo());
      traverse(a.getHijoIzquierdo());
    if (a.tieneHijoDerecho())
      traverse(a.getHijoDerecho());
    System.out.print(a.getDato());
}
```



El resultado de este código en el árbol de la figura sería: CABBAEDDFFEC

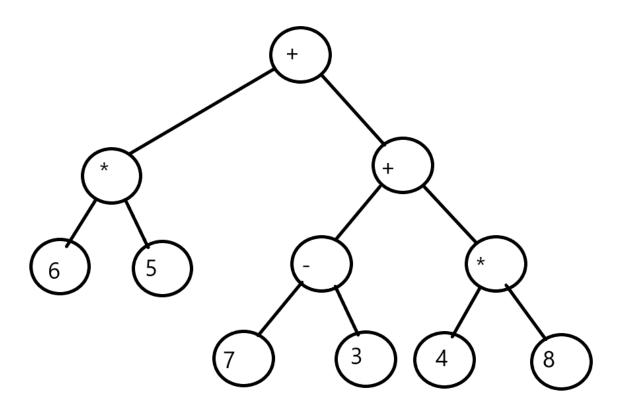
- ▼ 5: Evalúe la siguiente expresión postfija 6 5 \* 7 3 − 4 8 + \* + y determine cuál es el resultado. El resultado de esa expresión postfija es 78, opción a).
- ▼ 6: Elija la expresión algebraica almacenada en el siguiente árbol:



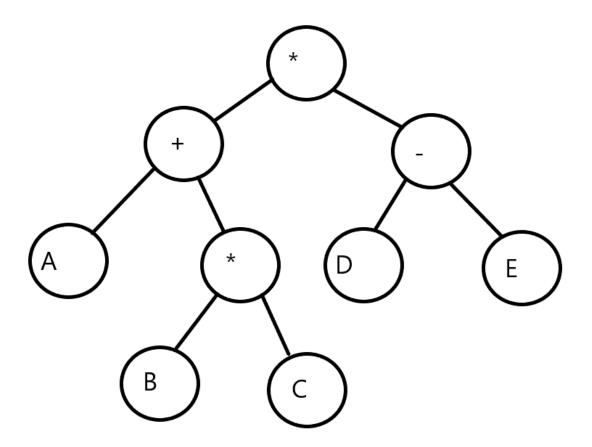
La expresión algebraica correcta para ese árbol es: ((a-b)/c)+(d\*e)), opción d).

- ▼ 7: ¿Cuál es el número mínimo de nodos en un árbol binario completo de altura 4?
   El número mínimo de nodos en un árbol binario completo de altura 4 es 16, opción e).
- ▼ 8: Construya el árbol de expresión correspondiente a la siguiente expresión postfija: 6 5 \* 7 3
   4 8 \* + +

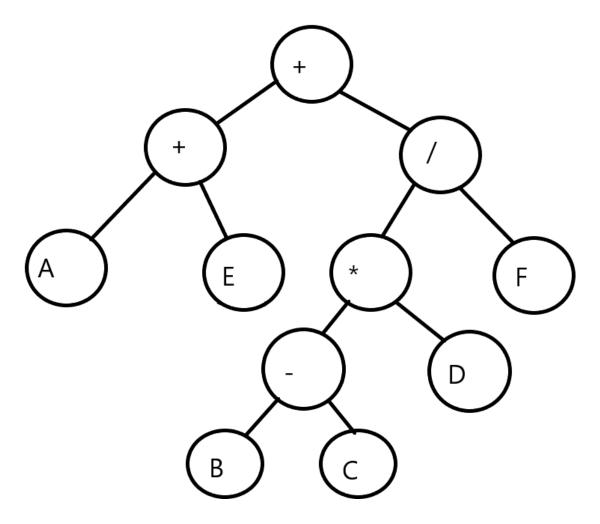
AyED 12



**▼ 9:** Construya el árbol de expresión correspondiente a la siguiente expresión infija: ( A + ( B \* C )) \* ( D - E )

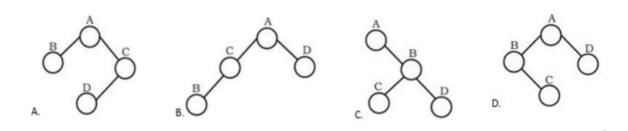


▼ 10: Construya el árbol de expresión correspondiente a la siguiente expresión prefija: + + a e / \* - b c d f



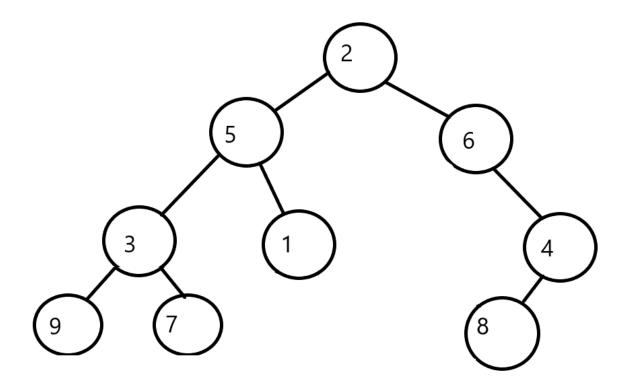
¿Cuál es la profundidad del nodo d? La profundidad del nodo d es 3, opción c).

- ▼ 11: Obtenga la expresión prefija de la siguiente expresión postfija: A B C \* D E F / G / \*
  La expresión prefija de la expresión postfija es: \* A - \* B C D / / E F G
- ▼ 12: ¿Cuál de los siguientes árboles binarios tiene su recorrido inorden BCAD y preorden ABCD?

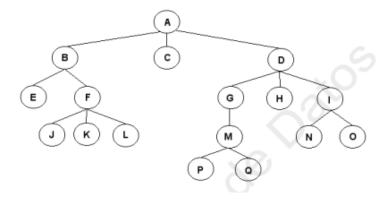


El árbol binario que tiene un recorrido inorden BCAD y un preorden ABCD es el árbol de la opción d).

▼ 13: Reconstruya el árbol binario T cuyo recorrido preorden es 2 5 3 9 7 1 6 4 8 y su recorrido inorden es 9 3 7 5 1 2 6 8 4.



▼ 14: La siguiente figura muestra un árbol general:



▼ a) Complete los bancos de las sentencias con la terminología vista en clase:
 A es la raíz del árbol.

A es padre de B,C, y D.

E y F son hermanos, puesto que ambos son hijos de B.

E, J, K, L, C, P, Q, H, N y O y son las hojas del árbol.

El camino desde A a J es único, lo conforman los nodos A, B, F J y es de largo 3.

G es ancestro de P, por lo tanto P es descendiente de D.

L no es descendiente de C, puesto que no existe un camino desde C a L.

La profundidad/nivel de C es  $\underline{1}$ , de F es  $\underline{2}$  y  $\underline{P}$  de es 4.

La altura de C es  $\underline{0}$ , de  $\underline{F}$  es 1 y de D es  $\underline{3}$ .

La altura del árbol es 4 (largo del camino entre la  $\underline{A}$  y  $\underline{P}$ ).

**▼ b)** Aplique los recorridos:

Preorden: ABEFJKLCDGMPQHINO

Inorden: EBJFKLACPMQGDHNIO

Postorden: EJKLFBCPQMGHNOIDA

Por niveles: ABCDEFGHIJKLMNOPQ

▼ 15: ¿Cuál es el número mínimo y máximo de nodos de un árbol general completo de altura h y

grado k?

El número mínimo de nodos de un árbol general completo de altura h y grado k es  $(k^h + k - 2) / (k-1)$ .

El número máximo de nodos de un árbol general completo de altura h y grado k es la sumatoria de k elevado desde 0 hasta h, es decir  $(k^{(h+1)-1)/(k-1)}$ .

▼ 16: El recorrido inorden en un árbol general visita:

Primero el subárbol hijo más izquierdo, luego la raíz y luego los restantes subárboles hijos, opción d).

▼ 17: En un árbol general, la profundidad de un nodo n1 es:

La longitud del único camino que existe entre la raíz y el nodo n1, opción a).

▼ 18: Un árbol general lleno de grado 4, tiene 21 nodos. ¿Cuál es la altura del árbol? Desarrolle el proceso realizado para obtener la respuesta anterior.

AyED 17

La altura del árbol es 2. Esto es porque la sumatoria de  $4^0$  hasta  $k^2 = 1 + 4 + 16 = 21$ . Se puede plantear la ecuación  $(4^(h+1)-1)/(4-1) = 21$ , la cual despejando para h y aplicando logaritmos, se llega a que h=2. Si se reemplaza 2 por h en la ecuación, la respuesta también será 21.

▼ 19: ¿Cuál es la cantidad mínima de nodos en un árbol general completo de grado 3 y altura 4?

La cantidad mínima de nodos de un árbol general completo de grado 3 y altura 4 es la sumatoria del grado elevado a la 0 hasta 3 + 1 (el único nodo en el nivel 4) ya que es el mínimo de nodos para que sea un árbol completo.  $3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + 1 = 1 + 3 + 9 + 27 + 1 = 41$ , opción b).

▼ 20: Si un árbol general lleno de grado 5 tiene 125 hojas, ¿Cuál es la cantidad de nodos internos del árbol? Desarrolle el proceso realizado para obtener la respuesta anterior.

Si un árbol general lleno de grado tiene 125 hojas, hay que calcular su altura, lo cual se puede hacer haciendo log en base 5 de 125, lo que nos da 3. Esto significa que los nodos internos están comprendidos desde el nivel 0 (raíz) hasta el nivel 2 (padres de hojas). Haciendo  $5^0 + 5^1 + 5^2 = 1 + 5 + 25$  obtenemos 31, la cantidad de nodos internos del árbol.

## Ejercitación sobre Colas de Prioridad - Heap

**▼ 1:** A partir de una heap inicialmente vacía, inserte de a uno los siguientes valores: 6, 4, 15, 2, 10, 11, 8, 1, 13, 7, 9, 12, 5, 3, 14

AyED 18