



TÉCNICO
LISBOA

Instituto Superior Técnico
LEEC
Sinais e Sistemas

Relatório Laboratório Sinais e Sistemas

Aluno: Henrique Machado 103202

Aluno: Miguel Neves 103462

Janeiro
2023

Conteúdo

1	Sinais Sinusoidais	1
2	Notas Musicais	1
3	Impulso e Degrau Unitários	1
4	Sistemas	3
5	Série de Fourier	5
6	Resposta em Frequência	6
7	Filtragem	8
8	Amostragem	9

1 Sinais Sinusoidais

- **Q1:** As sinusoidais com frequência mais altas correspondem aos sons mais graves, inversamente, as sinusoidais com frequência mais baixa correspondem aos sons mais agudos.
- **Q2:** A frequência mínima que nós conseguimos ouvir foi 55hz e a frequência máxima que conseguimos ouvir foi 18000hz .

2 Notas Musicais

- **Q3:**

Mi₄: 329.63hz

Fá₄[#]: 370.00hz

Sol₄: 392.00hz

Si₄: 493.89hz

Dó₅: 554.37hz

3 Impulso e Degrau Unitários

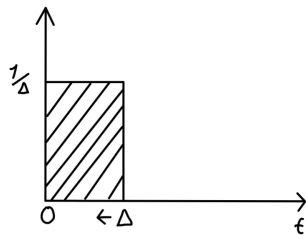
- **Q4:** Com base na definição de de grau unitário, $u(at + b)$ pode ser escrito como $u(\pm t - t_0)$ uma vez que: $t_0 = \frac{b}{|a|}$, onde temos que

$$\begin{cases} a > 0, & t > 0 \\ a < 0, & t < 0 \end{cases}$$

Caso $a < 0$, verifica-se uma inversão no tempo do gráfico de $u(t)$.

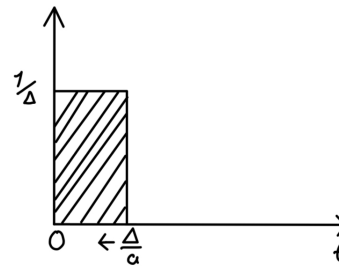
- **Q5:** $\delta(at) = \frac{1}{\Delta}[u(at) - u(at - \Delta)]$ e $\delta(at) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \delta_{\Delta}(at)$, com $a > 0$

Para $\delta(t)$



$$\text{Área} = \frac{1}{\Delta} \times \Delta = 1$$

Para $\delta(at)$



$$\text{Área} = \frac{1}{\Delta} \times \frac{\Delta}{a} = \frac{1}{a}$$

Logo, $\delta(at) = \frac{1}{a}\delta(t)$, com $a > 0$.

- **Q6:** Não se verifica nenhuma mudança no gráfico de $\delta(at)$ em relação ao gráfico de $\delta(t)$. No entanto, pelo que foi concluído previamente, o que deveria acontecer seria uma redução da área do impulso devido ao produto pelo termo $\frac{1}{a}$ (sendo $a > 1$) transformação esta que não é visível no visor.

4 Sistemas

- **Q7:** O sistema apresentado é linear:

$$x_1(t) \rightarrow y_1(t) = x_1(t) + 0.5x_1(t - 0.25)$$

$$x_2(t) \rightarrow y_2(t) = x_2(t) + 0.5x_2(t - 0.25)$$

$$x_3(t) \rightarrow \text{Combinação linear de } x_1(t) \text{ e } x_2(t) : x_3(t) = ax_1(t) + bx_2(t)$$

$$y_3(t) = x_3(t) + 0.5x_3(t + 0.25)$$

$$= ax_1(t) + bx_2(t) + 0.5(ax_1(t - 0.25) + bx_2(t - 0.25))$$

$$= ax_1(t) + bx_2(t) + 0.5ax_1(t - 0.25) + 0.5bx_2(t - 0.25)$$

$$= a(x_1(t) + 0.5x_1(t - 0.25)) + b(x_2(t) + 0.5x_2(t - 0.25))$$

$$= ay_1(t) + by_2(t) \rightarrow \text{é linear.}$$

E é invariante no tempo:

$$y_1(t) = x_1(t) + 0.5x_1(t - 0.25)$$

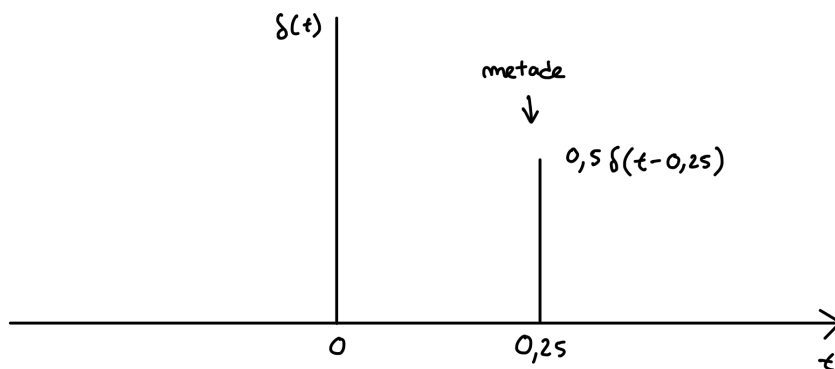
$$x_2(t) = x_1(t - t_0) \rightarrow y_2(t) = x_2(t) + 0.5x_2(t - 0.25)$$

$$= x_1(t - t_0) + 0.5x_1(t - t_0 - 0.25)$$

$$y_1(t - t_0) = x_1(t - t_0) + 0.5x_1(t - t_0 - 0.25)$$

logo $y_2(t) = y_1(t - t_0) \rightarrow$ é invariante no tempo.

- **Q8:** Resposta do sistema ao impulso unitário: $\delta(t)y(t) = \delta(t) + 0.5\delta(t - 0.25)$



- **Q9:** O sistema apresentado ($y(t)$) possui memória visto que não depende apenas do valor de $x(t)$ mas sim de $x(t)$ e de $(t-0.25)$. Para além disso é um sistema causal uma vez que o seu output depende apenas dos valores do presente $x(t)$ e do passado $x(t-0.25)$. Em relação à sua estabilidade, pode-se afirmar que é um sistema estável, visto que não é possível encontrar nenhum input limitado que provocasse um output não limitado:

Sendo a, b números arbitrários que verificam as condições

$$\begin{cases} |x(t)| < a \\ |x(t-0.25)| < b \end{cases}$$

Então: $-a - 0.5b < y(t) < at + 0.5b$, o que representa um output limitado.

- **Q10:** O efeito produzido pelo sistema é um eco (prolongamento do som).
- **Q11:** $x_2(t) = \cos(44t)$, que pode ser escrito como

$$x_2(t) = \frac{1}{2}e^{j44t} + \frac{1}{2}e^{-j44t}$$

$$y_2(t) = x_2(t) + 0.5x_2(t-0.25) =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}e^{j44t} + \frac{1}{2}e^{-j44t} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}e^{j44t-0.25} + \frac{1}{2}e^{-j44t+0.25} \right) \\ &= \frac{1}{2}e^{j44t} + \frac{1}{2}e^{-j44t} + \frac{1}{4}e^{j44t-11} + \frac{1}{4}e^{-j44t+11} \\ &= \frac{1}{2}e^{j44t} + \frac{1}{2}e^{-j44t} + \frac{1}{4e^{11}}e^{j44t} + \frac{e^{11}}{4}e^{-j44t} \\ &= \frac{2e^{11}+1}{4e^{11}}e^{j44t} + \frac{2+e^{11}}{4}e^{-j44t} \end{aligned}$$

5 Série de Fourier

6 Resposta em Frequência

- **Q18:** Para determinar o módulo e o argumento da resposta em frequência do sistema $H(jw)$ para cada valor de w , precisamos de medir experimentalmente no sinal de saída $y(t)$ a amplitude e a fase da frequência w .

Com esses valores conseguimos calcular a transformada de Fourier de $y(t)$ a partir da fórmula:

$$Y(jw) = \int y(t)e^{-jw t} dt$$

Com isso conseguimos calcular o módulo de $H(jw)$ a partir da fórmula:

$$|H(jw)| = \frac{|Y(jw)|}{|X(jw)|}$$

Sendo $X(jw)$ a transformada de Fourier de $x(t)$.

O argumento da resposta em frequência do sistema $H(jw)$ é calculado a partir da fórmula:

$$\angle H(jw) = \angle Y(jw) - \angle X(jw)$$

- **Q19:** Para calcular o módulo da resposta em frequências do sistema usaremos a fórmula

$$|H(jw)| = \frac{|Y(jw)|}{|X(jw)|}$$

em que $|Y(jw)|$ é a amplitude do sinal de saída e $|X(jw)|$ é a amplitude do sinal de entrada dado por $\cos(wt)$.

$$w = 0, |Y(jw)| = 1 \text{ e } |X(jw)| = 1, \text{ logo } |H(jw)| = \frac{1}{1} = 1$$

$$w = 1, |Y(jw)| = 0.933 \text{ e } |X(jw)| = 1, \text{ logo } |H(jw)| = \frac{0.933}{1} = 0.933$$

$$w = 3, |Y(jw)| = 0.657 \text{ e } |X(jw)| = 3, \text{ logo } |H(jw)| = \frac{0.657}{3} = 0.219$$

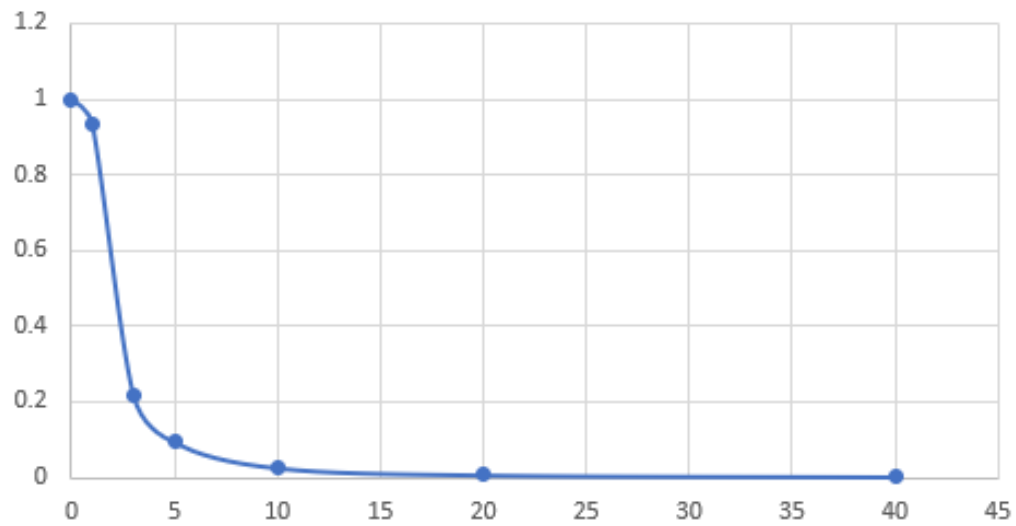
$$w = 5, |Y(jw)| = 0.463 \text{ e } |X(jw)| = 5, \text{ logo } |H(jw)| = \frac{0.463}{5} = 0.0926$$

$$w = 10, |Y(jw)| = 0.252 \text{ e } |X(jw)| = 10, \text{ logo } |H(jw)| = \frac{0.252}{10} = 0.0252$$

$$w = 20, |Y(jw)| = 0.130 \text{ e } |X(jw)| = 20, \text{ logo } |H(jw)| = \frac{0.130}{20} = 0.0065$$

$$w = 50, |Y(jw)| = 0.065 \text{ e } |X(jw)| = 50, \text{ logo } |H(jw)| = \frac{0.065}{50} = 0.0013$$

- Q20:



Interpretando o gráfico conseguimos ver que é um filtro passa baixo, pois com as frequências mais baixas o módulo é maior. Este filtro não é ideal pois exhibe as características de transmissão com distorção.

7 Filtragem

- **Q23:** Sendo que um filtro passa-baixo apenas deixa passar as frequências baixas e rejeita as frequências mais altas, logo este não reproduz bem as zonas de variação rápida do sinal p , mas reproduz bem as zonas de variação lenta.
Por sua vez o filtro passa-alto, como é o inverso do filtro passa-baixo, reproduz bem as zonas de variação rápida do sinal p , mas não reproduz bem as zonas de variação lenta.

8 Amostragem

- **Q25:** O Teorema da Amostragem afirma que, para reconstruir corretamente um sinal contínuo a partir de suas amostras, é necessário que

$$w_s > 2w_{onda}$$

sendo w_s a taxa de amostragem e w_{onda} a frequências da onda. A frequência máxima no nosso caso é de 10π radianos por segundo, logo a taxa de amostragem vai ter de ser maior que 20π amostras por segundo, logo como $w = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow T = \frac{2\pi}{w}$ temos que a gama de valores terá de ser $T = \frac{2\pi}{20\pi} = \frac{1}{10} = 10^{-1}$.