



TÉCNICO
LISBOA

Instituto Superior Técnico
LEEC
Sinais e Sistemas

Relatório Laboratório Sinais e Sistemas

Aluno: Henrique Machado 103202

Aluno: Miguel Neves 103462

Janeiro
2023

Conteúdo

| | | |
|---|----------------------------|---|
| 1 | Sinais Sinusoidais | 1 |
| 2 | Notas Musicais | 1 |
| 3 | Impulso e Degrau Unitários | 1 |
| 4 | Sistemas | 3 |
| 5 | Série de Fourier | 5 |
| 6 | Resposta em Frequência | 6 |
| 7 | Filtragem | 7 |
| 8 | Amostragem | 8 |

1 Sinais Sinusoidais

- **Q1:** As sinusoidais com frequência mais altas correspondem aos sons mais graves, inversamente, as sinusoidais com frequência mais baixa correspondem aos sons mais graves.
- **Q2:** A frequência mínima que nós conseguimos ouvir foi 55hz e a frequência máxima que conseguimos ouvir foi 18000hz .

2 Notas Musicais

- **Q3:**

Mi₄: 329.63hz

Fá₄[#]: 370.00hz

Sol₄: 392.00hz

Si₄: 493.89hz

Dó₅: 554.37hz

3 Impulso e Degrau Unitários

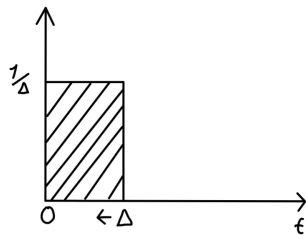
- **Q4:** Com base na definição de degrau unitário, $u(at + b)$ pode ser escrito como $u(\pm t - t_0)$ uma vez que: $t_0 = \frac{b}{|a|}$, onde temos que

$$\begin{cases} a > 0, & t > 0 \\ a < 0, & t < 0 \end{cases}$$

Caso $a < 0$, verifica-se uma inversão no tempo do gráfico de $u(t)$.

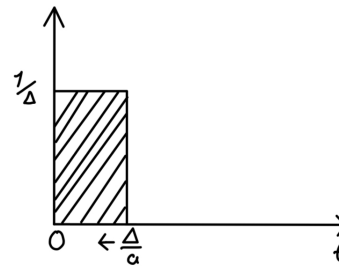
- **Q5:** $\delta(at) = \frac{1}{\Delta}[u(at) - u(at - \Delta)]$ e $\delta(at) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \delta_{\Delta}(at)$, com $a > 0$

Para $\delta(t)$



$$\text{Área} = \frac{1}{\Delta} \times \Delta = 1$$

Para $\delta(at)$



$$\text{Área} = \frac{1}{\Delta} \times \frac{\Delta}{a} = \frac{1}{a}$$

Logo, $\delta(at) = \frac{1}{a}\delta(t)$, com $a > 0$.

- **Q6:** Não se verifica nenhuma mudança no gráfico de $\delta(at)$ em relação ao gráfico de $\delta(t)$. No entanto, pelo que foi concluído previamente, o que deveria acontecer seria uma redução da área do impulso devido ao produto pelo termo $\frac{1}{a}$ (sendo $a > 1$) transformação esta que não é visível no visor.

4 Sistemas

- **Q7:** O sistema apresentado é linear:

$$x_1(t) \rightarrow y_1(t) = x_1(t) + 0.5x_1(t - 0.25)$$

$$x_2(t) \rightarrow y_2(t) = x_2(t) + 0.5x_2(t - 0.25)$$

$$x_3(t) \rightarrow \text{Combinação linear de } x_1(t) \text{ e } x_2(t) : x_3(t) = ax_1(t) + bx_2(t)$$

$$y_3(t) = x_3(t) + 0.5x_3(t + 0.25)$$

$$= ax_1(t) + bx_2(t) + 0.5(ax_1(t - 0.25) + bx_2(t - 0.25))$$

$$= ax_1(t) + bx_2(t) + 0.5ax_1(t - 0.25) + 0.5bx_2(t - 0.25)$$

$$= a(x_1(t) + 0.5x_1(t - 0.25)) + b(x_2(t) + 0.5x_2(t - 0.25))$$

$$= ay_1(t) + by_2(t) \rightarrow \text{é linear.}$$

E é invariante no tempo:

$$y_1(t) = x_1(t) + 0.5x_1(t - 0.25)$$

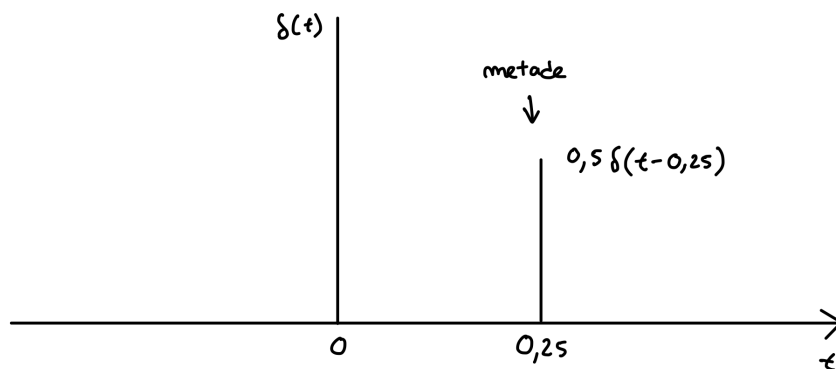
$$x_2(t) = x_1(t - t_0) \rightarrow y_2(t) = x_2(t) + 0.5x_2(t - 0.25)$$

$$= x_1(t - t_0) + 0.5x_1(t - t_0 - 0.25)$$

$$y_1(t - t_0) = x_1(t - t_0) + 0.5x_1(t - t_0 - 0.25)$$

logo $y_2(t) = y_1(t - t_0) \rightarrow$ é invariante no tempo.

- **Q8:** Resposta do sistema ao impulso unitário: $\delta(t)y(t) = \delta(t) + 0.5\delta(t - 0.25)$



- **Q9:** O sistema apresentado ($y(t)$) possui memória visto que não depende apenas do valor de $x(t)$ mas sim de $x(t)$ e de $(t-0.25)$. Para além disso é um sistema causal uma vez que o seu output depende apenas dos valores do presente $x(t)$ e do passado $x(t-0.25)$. Em relação à sua estabilidade, pode-se afirmar que é um sistema estável, visto que não é possível encontrar nenhum input limitado que provocasse um output não limitado:

Sendo a, b números arbitrários que verificam as condições

$$\begin{cases} |x(t)| < a \\ |x(t-0.25)| < b \end{cases}$$

Então: $-a - 0.5b < y(t) < at + 0.5b$, o que representa um output limitado.

- **Q10:** O efeito produzido pelo sistema é um eco (prolongamento do som).
- **Q11:** $x_2(t) = \cos(44t)$, que pode ser escrito como

$$x_2(t) = \frac{1}{2}e^{j44t} + \frac{1}{2}e^{-j44t}$$

$$y_2(t) = x_2(t) + 0.5x_2(t-0.25) =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}e^{j44t} + \frac{1}{2}e^{-j44t} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}e^{j44t-0.25} + \frac{1}{2}e^{-j44t+0.25} \right) \\ &= \frac{1}{2}e^{j44t} + \frac{1}{2}e^{-j44t} + \frac{1}{4}e^{j44t-11} + \frac{1}{4}e^{-j44t+11} \\ &= \frac{1}{2}e^{j44t} + \frac{1}{2}e^{-j44t} + \frac{1}{4e^{11}}e^{j44t} + \frac{e^{11}}{4}e^{-j44t} \\ &= \frac{2e^{11}+1}{4e^{11}}e^{j44t} + \frac{2+e^{11}}{4}e^{-j44t} \end{aligned}$$

5 Série de Fourier

6 Resposta em Frequência

7 Filtragem

- **Q23:** Sendo que um filtro passa-baixo apenas deixa passar as frequências baixas e rejeita as frequências mais altas, logo este não reproduz bem as zonas de variação rápida do sinal p , mas reproduz bem as zonas de variação lenta.
Por sua vez o filtro passa-alto, como é o inverso do filtro passa-baixo, reproduz bem as zonas de variação rápida do sinal p , mas não reproduz bem as zonas de variação lenta.

8 Amostragem