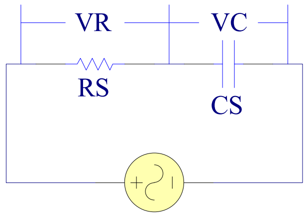
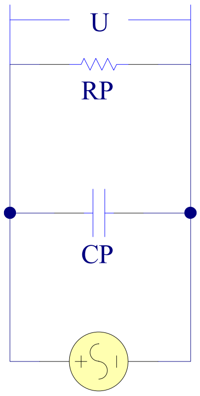
Resolución

Problema 1



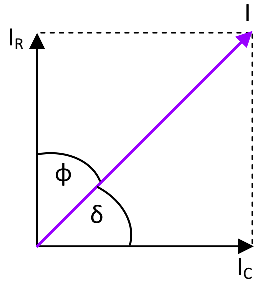


Datos
R_P = 10MΩ
C_S = C_P = 1nF

Cálculos

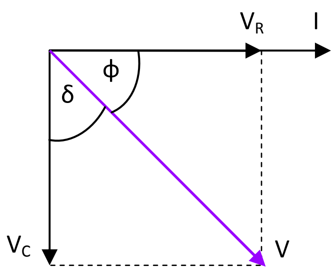
Por diagrama vectorial de corrientes se tiene para el circuito en paralelo:

$$\tan\delta = \frac{U/R_P}{U/X_P} = \frac{1}{R_P \cdot \omega \cdot C_P}$$



Por diagrama vectorial de tensiones se tiene para el circuito en serie:

$$\tan\delta = \frac{U_R}{U_C} = \frac{I \cdot R_S}{I \cdot X_C} = R_S \cdot \omega \cdot C_S$$



Igualando ambas expresiones se tiene:

$$R_S \cdot \omega \cdot C_S = \frac{1}{R_P \cdot \omega \cdot C_P}$$

Elevando al cuadrado la expresión del circuito en paralelo y despejando la frecuencia se tiene:

$$\omega^2 = \frac{1}{R_P^2 \cdot C_P^2 \cdot (\tan\delta)^2}$$

Se considera que los capacitores C_P y C_S son iguales y se despeja R_S:

$$R_S = \frac{1}{R_P \cdot \omega^2 \cdot C^2}$$

Se reemplaza en la expresión anterior ω^2:

$$R_S = \frac{1}{\dfrac{R_P \cdot C^2}{R_P^2 \cdot C^2 \cdot (\tan\delta)^2}}$$

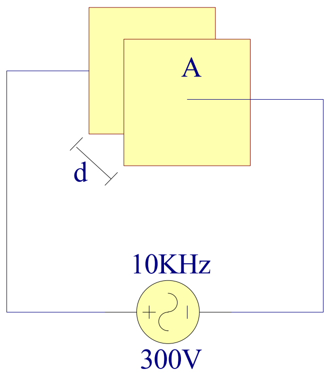
Y reduciendo la expresión se encuentra el valor de la resistencia en serie:

$$R_S = R_P \cdot (\tan \delta)^2 = 10 \cdot 10^6 \cdot 0.005^2 = 2.5\Omega$$

Problema 2

Datos

A = 6cm^2
d = 3mm
U = 300V
f = 10KHz
tan δ = $5.4.10^{-12}$
$\varepsilon_r = 5$
$\varepsilon_0 = 8.85.10^{-12}$ C/N.m^2



Cálculos

La capacidad está dada por la siguiente expresión:

$$C = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

Donde ε_0 y ε_r son la permitividad del vacío y de la baquelita respectivamente.
Reemplazando los valores:

$$C = 5 \cdot 8.8 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{0.006m^2}{0.003m} = 8.85pF$$

Se considera que los capacitores en serie y paralelo son equivalentes:

$$C_P \cong C_S = C$$

De acuerdo al gráfico vectorial de corrientes del problema anterior:

$$\tan \delta = \frac{1}{\omega \cdot C_P \cdot R_P}$$

Se calcula la resistencia en paralelo:

$$R_P = \frac{1}{\omega \cdot C_P \cdot \tan \delta}$$

$$R_P = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 5.4 \cdot 10^{-12}}$$

$$R_P = \frac{1}{47.78 \cdot 10^{-20} \cdot 2\pi} = 3.33 \cdot 10^{-17}\Omega$$

La potencia de salida será:

$$P = \frac{U^2}{R_P} = \frac{(300V)^2}{3.33 \cdot 10^{-17}} = 2.7 \cdot 10^{-13}W$$

Problema 3

a) Tiempo aproximado en el que se destruye el aislante en años:

$\theta = 250°C$

$A_0 = 7 \cdot 2^{105/8}$

$\Delta\theta = 8°C$

$t = A_0 \cdot 2^{-\theta/\Delta\theta}$

$t = 7 \cdot 2^{105/8} \cdot 2^{-250/8}$

$t = 7 \cdot 2^{-145/8}$

$t = 2.44 \cdot 10^{-5} años$

b) Gráfico semilogarítmico de la temperatura en función del tiempo:

$t = 7 \cdot 2^{(105-\theta)/\Delta\theta}$

$t = 7 \cdot 2^{(105-\theta)/8}$

$\log_2 \frac{t}{7} = \log_2 2^{(105-\theta)/8}$

$\log_2 \frac{t}{7} = \frac{105-\theta}{8}$

$\theta = 105 - 8 \cdot \log_2 \frac{t}{7}$