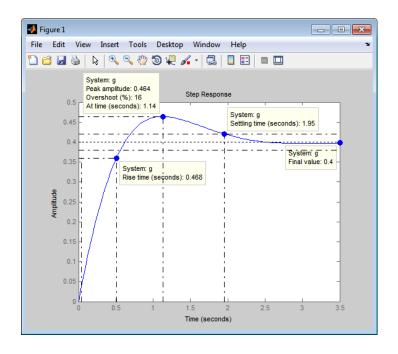
Introducción a MATLAB







Ingeniería de Sistemas y Automática
Universidad de Oviedo

0 Contenido

0	Contenido		2
1	MATLAB® y SIMULINK®		3
2	Comandos básicos de MATLAB para las prácticas de Regulación		3
2.1	Comandos básicos. Variables, vectores y matrices	3	
2.2	Valores complejos	5	
2.3	Polinomios	6	
2.4	Representaciones gráficas 2D y 3D	8	
2.5	Funciones de Transferencia	11	
2.6	Respuesta en el tiempo	16	
2.7	Análisis	18	
2.8	Respuesta en frecuencia	21	
2.9	Lugar de las raíces	25	

1 MATLAB® y SIMULINK®

MATLAB (MATrix LABoratory) es un lenguaje de alto nivel y un entorno interactivo para cálculo numérico, visualización y programación. Permite al ingeniero analizar datos, desarrollar algoritmos y crear modelos y aplicaciones propias. Sus puntos fundamentales son:

- Entorno interactivo para la exploración, diseño y solución de problemas.
- Amplia librería de funciones para cálculo científico que permiten trabajar de forma natural con problemas de algebra lineal, estadística, análisis de Fourier o cálculo numérico.
- Biblioteca de funciones gráficas para la visualización en 2D y 3D de datos. Incluye herramientas que permiten la generación de gráficos personalizados.
- Lenguaje de programación de alto nivel.
- Una gran variedad de librerías adicionales (toolboxes) especializadas en campos específicos de la ingeniería y la ciencia.

SIMULINK es una herramienta incluida en MATLAB para el modelado, simulación y análisis de sistemas dinámicos. El interfaz principal es una herramienta gráfica para la descripción del sistema mediante diagramas de bloques. Además, permite su extensión mediante la creación de librerías con nuevos tipos de bloques. Está altamente integrado con el resto de MATLAB. Es una herramienta muy usada en ingeniería de control y procesamiento de señal para la simulación de sistemas y el diseño basado en modelos.

2 Comandos básicos de MATLAB para las prácticas de Regulación

2.1 Comandos básicos. Variables, vectores y matrices.

Matlab es un programa de cálculo matemático muy flexible y potente, con posibilidades gráficas para la presentación de los datos, por lo que se utiliza en muchos campos de la ciencia y la investigación como herramienta de cálculo matemático. Los comandos y funciones que se describen a continuación funcionan generalmente en todas las versiones de MATLAB, aunque algunos sólo lo hacen en las versiones más modernas y otros han quedado obsoletos. En este último caso las versiones más modernas disponen de otros comandos o funciones que los sustituyen. Algunos de ellos están disponibles bajo botones o menús en las nuevas versiones.

NOTA: En este documento se recogen unos pocos ejemplos de entre las inmensas posibilidades que ofrece Matlab. Se deben consultar las ayudas de Matlab u otros documentos si se desea un conocimiento más amplio. Se deben utilizar y modificar los ejemplos aquí incluidos para adquirir las destrezas básicas que permitirán utilizar el programa como herramienta para la asignatura. Téngase en cuenta que algunos ejemplos están encadenados, es decir, es necesario ejecutar determinados comandos anteriores para que los siguientes funcionen correctamente.

```
Realizar operaciones algebraicas es muy sencillo,

>> a = 2

>> b = 3

>> suma = a + b

suma =

5
```

La variable "ans" contiene el resultado de la última operación realizada y puede consultarse en cualquier momento así como el resto de las variables que se vayan creando:

>> suma	>> ans	
suma =	ans =	
5	5	

Si se quiere ver el nombre de todas las variables que se están utilizando se pueden usar los comandos **who** y **whos**. Con **save** y **load** se pueden guardar las variables que se están usando y recuperarlas posteriormente. El comando **help** proporciona ayuda y combinado con otro comando, ayuda sobre ese comando en concreto (p.ej. **help who**). Para abandonar el programa se pueden usar los comandos **quit** o **exit**. (En versiones bajo Windows se dispone de los correspondientes menús y botones para estas funciones).

MATLAB maneja matrices, y como casos particulares de las mismas, vectores fila y vectores columna:

Función	Ejemplo
Introducción de un vector fila	<pre>vectorfila = [1 2 3] vectorfila = 1 2 3</pre>
Introducción de un vector fila	<pre>vectorfila = [1,2,3] vectorfila = 1 2 3</pre>
Introducción de un vector columna como 'transposición de un vector fila	<pre>vectorcolumna = [1,2,3]' vectorcolumna = 1 2 3</pre>
Introducción de un vector columna	<pre>vectorcolumna = [1;2;3] vectorcolumna = 1 2 3</pre>
Introducción de una matriz	matriz = [1 2 3 4 5 6 7 8 9] matriz = 1 2 3 4 5 6 7 8 9
Introducción de una matriz	matriz = [1,2,3;4,5,6;7,8,9] matriz = 1 2 3 4 5 6 7 8 9

2.2 Valores complejos

Función	Ejemplo
abs se obtiene el módulo de un vector complejo se utilizan "j" o "i" como valores imaginarios	c = 2 + 3*i c = 2.0000 + 3.0000i modulo = abs(c) modulo = 3.6056
angle se obtiene el argumento en radianes	argumento = angle(c) argumento = 0.9828
pero se convierte fácilmente a grados	grados = argumento * 180 / pi grados = 56.3099

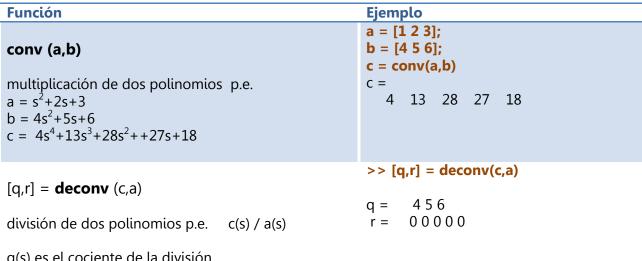
NOTA: obviamente "i", "j", "ans", "pi", "help", "sin", etc. son nombres que ya están definidos para variables, constantes, comandos o funciones de Matlab y no se deben usar para nombrar nuevas funciones o variables del usuario. ¡Matlab distingue entre mayúsculas y minúsculas!

2.3 Polinomios.

Los polinomios se introducen en forma de vectores fila que contienen los coeficientes del polinomio.

Función	Ejemplo
introducción de un polinomio p.e. s³-6s²-27	p = [1 -6 0 -27] p = 1 -6 0 -27
roots (p) da las raíces del polinomio en un vector columna	>> raices = roots(p) raices = 6.6167 -0.3084 + 1.9964i -0.3084 - 1.9964i
<pre>poly (raices) se vuelve a obtener el polinomio original</pre>	polinomio = poly (raices) polinomio = 1.0000 -6.0000 -0.0000 -27.0000

Se pueden multiplicar y dividir polinomios: c(s)=a(s)*b(s); c(s)/a(s)=q(s)+r(s)/a(s)



q(s) es el cociente de la división r(s) es el resto de la división

[r,p,k] = residue (b,a)
[b, a] = residue (r, p,k)

Considérese una función de transferencia G(s)

$$\frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_1 s^m + b_2 s^{m-1} + ... + b_m s^1 + b_{m+1}}{a_1 s^n + a_2 s^{n-1} + ... + a_n s^1 + a_{n+1}}$$

donde algunos a_i y b_i pueden ser ceros.

El comando [r,p,k] = residue (b, a) encuentra los residuos (r), los polos (p), y los términos directos (k) de un desarrollo en fracciones simples del cociente de dos polinomios y viceversa.

Si no hay raices múltiples, entonces:

$$\frac{b(s)}{a(s)} = \frac{r(1)}{s - p(1)} + \frac{r(2)}{s - p(2)} + \dots + \frac{r(n)}{s - p(n)} + k(s)$$

El número de polos n es

$$n = length(a) -1 = length(r) = length(p)$$

El vector del coeficiente del término directo está vacío si

length (b) < length (a), en los demás casos se tendrá

$$length(k) = length(b) - length(a) + 1$$

Si p(j) = ... = p(j+m-1) es de orden de multiplicidad m, entonces la expansión incluye términos de la forma

$$\frac{r_j}{s-p_j} + \frac{r_{j+1}}{(s-p_j)^2} + \dots + \frac{r_{j+m-1}}{(s-p_j)^m}$$

Que se corresponde con

$$G(s) = \frac{-6}{s+3} + \frac{-4}{s+2} + \frac{3}{s+1} + 2$$

[b, a] = residue(r, p,k)

b =

a =

Como se puede observar, a veces el resultado de una función, pueden ser varias variables y sus argumentos también pueden ser varios y de diferentes tipos. Se debe consultar mediante el comando **help** (p.ej. **help deconv**) cuales son los argumentos que admite cada función y que variables va a devolver como resultado.

2.4 Representaciones gráficas 2D y 3D.

t	=	[0:1:100]

Función

creación de un vector tiempo de 0 a 100 con valores equidistantes de 1 segundo

$y = \sin(0.1*t)$

creación de un vector con los valores de seno (0,1t)

plot (t,y)

representación en 2D de la función seno

eje de abscisas el tiempo

eje de ordenadas sin(wt) = sin(0,1t)

plot3(t,y,z)

representación en 3D de la función seno

eje x el tiempo

eje y $sin(0,1\cdot t)$

eje z $cos(0,2\cdot t)$

Ejemplo

t = [0:1:100]

t =

Columns 1 through 18

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

16 17

Columns 19 through 36 ...

$y = \sin(0.1*t)$

y =

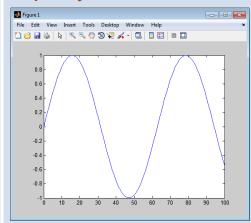
Columns 1 through 11

0 0.0998 0.1987 0.2955 0.3894 0.4794 0.5646 0.6442

0.7174 0.7833 0.8415

Columns 12 through 22...

>> plot(t,y)

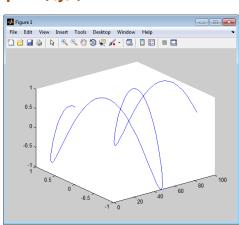


t = [0:1:100];

y = sin(0.1*t);

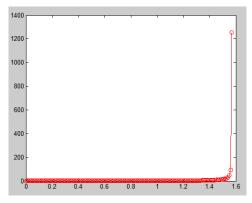
 $z = \cos(0.2*t);$

plot3(t,y,z)



Función **Ejemplo** t = [0:1:100] $y = [\sin(0.1*t);\cos(0.1*t)]$ plot (t,y) Figure 1 representación de dos funciones x = 0: .01: pi/2;

plot(x,tan(x),'-ro')



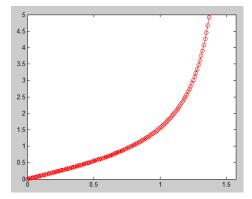
axis ([xmin xmax ymin ymax])

Permite cambiar la escala de la figura actual.

axis ([xmin xmax ymin ymax]) configura los límites de los ejes x e y actuales.

cambia la escala para ver mejor entre 0 y 5 del eje y

>> axis([0 pi/2 0 5])



clf

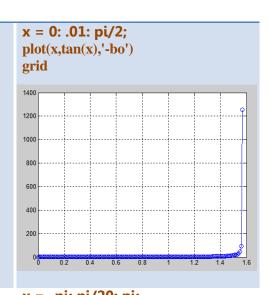
Borra el contenido de una figura

figure

Crea un nuevo objeto gráfico figura

grid

Dibuja el grid en los ejes seleccionados en la figura actual

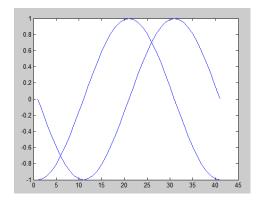


x = -pi: pi/20: pi;
plot(sin(x))
hold on
plot(cos(x))
hold off

hold on

hold off

Activa/Desactiva la persistencia de los gráficos de una figura. Esto es, el segundo gráfico se representa en la misma figura.



title ('string')

Añade un título a la figura actual

xlabel ('string')

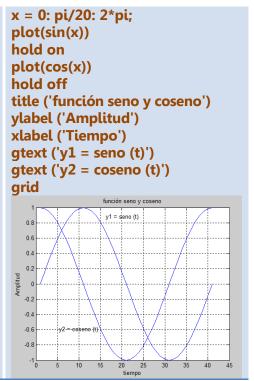
añade texto en el eje x

ylabel ('string')

añade texto en el eje y

gtext ('string')

inserta texto con el ratón



2.5 Funciones de Transferencia.

Para trabajar con funciones de transferencia, se introducen por separado dos vectores, uno con los coeficientes del polinomio del numerador y otro con los del denominador:

Función	Ejemplo
s = tf ('s') crea el objeto "s" variable de Laplace	s=tf('s') s = s Continuous-time transfer function.
sys = tf (num,den)	g = tf ([1 2], [1 3 5]) g =
crea una función de transferencia continua en el tiempo con numerador NUM y denominador DEN. SYS es un objeto de tipo tf cuando NUM,DEN son vectores numéricos.	s + 2 s^2 + 3 s +

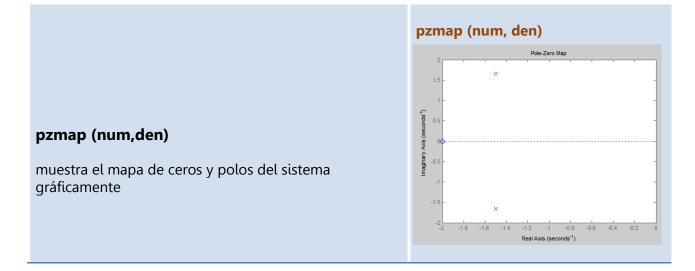
printsys (num,den) muestra la función de transferencia asociada a un cociente de polinomios num = [1 2] -> s+2 den = [1 3 5] -> s2+3s+5	num = [1 2]; den = [1 3 5]; printsys (num,den) num/den = s + 2
	\$^2 + 3 \$ + 5
	[p,z] = pzmap (num,den)

[p,z] = pzmap (num,den)

Ve

[p,

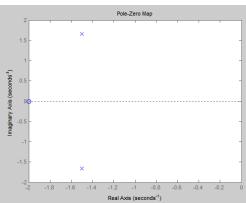
	p =
btiene los vectores columna "p" y "z" de los polos y eros respectivamente del sistema	-1.5000 + 1.6583i -1.5000 - 1.6583i
	z =
er también:	-2
p,z] = pzmap (g)	



pzmap (p,z)

muestra el mapa de ceros y polos del sistema a partir de estos

pzmap (p, z)



sys = zpk (z,p,k)

crea o convierte un modelo LTI a partir de las posiciones de los ceros y los polos del sistema y de la ganancia escalar K

$$h(s) = k \frac{(s - z(1))(s - z(2)) \dots (s - z(m))}{(s - p(1))(s - p(2)) \dots (s - p(n))}$$

g=zpk (1, [-1+3*i -1-3*i], 1.5)

[z,p,k] = zpkdata (sys)

Devuelve los ceros, los polos y la ganancia k del sistema

[z,p,k] = zpkdata(g)

d =

1

2 10

[n, d] = tfdata (sys,'v')

Devuelve el numerador y el denominador de la función de transferencia de un modelo LTI.

El parámetro 'v' fuerza a dar los valores de n y d.

[n2, d2] = ord2 (wn, xi)

función de transferencia de segundo orden con $\omega_{\text{n}} \,$ y ξ

la función de transferencia de segundo orden

printsys (n2, d2)

sys = tf (num,den)

crea una función de transferencia continua en el tiempo g = con numerador NUM y denominadoe DEN. SYS es un objeto de tipo tf cuando NUM,DEN son vectores numéricos.

$$g = tf([1 2], [1 3 5])$$

isstable (g)

Devuelve cierto si un sistema es estable ans = 1

$$g = (s+2)/(s^2+3*s+5)$$

isstable (g)

sistemas con tiempo muerto

se usa la propiedad 'Input dealay' al crear el modelo

$$g = 1$$
 $exp(-2.1*s) * ---- s + 10$

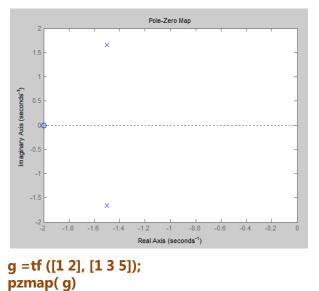
Continuous-time transfer function.

```
g = zpk([], 1,1);
                                                          h = tf([2 1],[1 0])
                                                         cloop = inv (1+g*h)*g
                                                         cloop =
                                                               s (s-1)
                                                           (s-1)(s^2 + s + 1)
minreal (sys)
                                                          Continuous-time zero/pole/gain
                                                          model.
Mínima realización de un sistema por cancelación de
                                                          minreal (cloop)
polos y ceros
                                                         ans =
                                                               S
                                                           (s^2 + s + 1)
                                                          Continuous-time zero/pole/gain
                                                          model.
```

Estos objetos Función de Transferencia se pueden sumar, multiplicar, etc. y aplicarles las funciones que aquí se describen, válidas también para un par de polinomios numerador/denominador:

Función	Ejemplo
	g2 = g*g
multiplicación de g por si misma	$g2 = s^2 + 4s + 4$
	3 2 + 4 3 + 4
	s^4 + 6 s^3 + 19 s^2 + 30 s + 25

num = [1 2]; den = [1 3 5]; pzmap (num,den)



Equivale a:

```
g = tf (num,den)
para pasar de "num/den" a "g"
                                                g =
                                                   s + 2
                                                 s^2 + 3s + 5
                                                [p,z] = pzmap(g)
                                                p =
y de "g" a "num/den"
                                                 -1.5000 + 1.6583i
                                                 -1.5000 - 1.6583i
                                               z =
                                                  -2
                                               num = dcgain (g*tf(poly(p), poly(z)))*poly(z)
                                               num =
                                                  1.0000 2.0000
igual a poly(z)
                                               den = poly(p)
                                               den =
                                                  1.0000 3.0000 5.0000
                                                g = tf([1 2], [1 3 5])
pole (g)
                                                pole (g)
nos muestra los polos de un sistema
                                                ans =
                                                 -1.5000 + 1.6583i
                                                 -1.5000 - 1.6583i
                                                g = tf([1 2], [1 3 5])
zero (g)
                                               zero (g)
                                               ans =
nos muestra los ceros de un sistema
                                                  -2
```

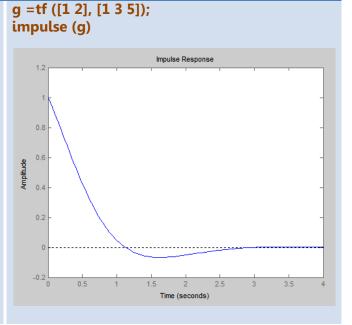
2.6 Respuesta en el tiempo

Función

Ejemplo

impulse (g)

representa gráficamente la respuesta en el tiempo del sistema ante una entrada impulso



[y,t] = impulse(g)

Nos da el vector **y** de la amplitud de la señal de salida y el vector **t** de los tiempos.

[y,t] = impulse(g)

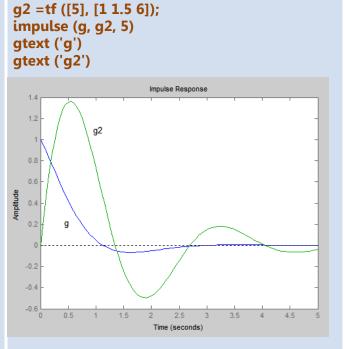
y =
1.0000
0.9684
0.9352 ...
t =
0
0.0307

0.0614 ...

g =tf ([1 2], [1 3 5]);

impulse (g, g2, 5)

respuesta impulsional de g y g1 durante un tiempo de simulaión de 5 segundos



step (g)

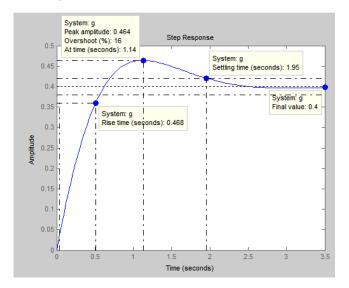
representa gráficamente la respuesta en el tiempo del sistema ante una entrada escalón unitario.

Un clic con el ratón sobre las gráficas proporciona información sobre sus valores.

Un clic con el botón derecho:

- permite mostrar las caracterísiticas y otros elementos interesantes.
- configurar los tiempos de establecimiento $\mathbf{t_s}$ y tiempo de subida $\mathbf{t_r}$ en propiedades /opciones

step (g)



[y,x,t] = step(g)

almacena en "**y**" la respuesta del sistema, en "**x**" la evolución de las variables de estado y en "**t**" el vector de tiempo

$$[y,x,t] = step(g)$$

y = 0 0.0302 0.0594

maximo = max(y)

da el valor máximo que alcanza la respuesta del sistema

maximo = max(y)

maximo = 0.4642

2.7 Análisis

Función Ejemplo

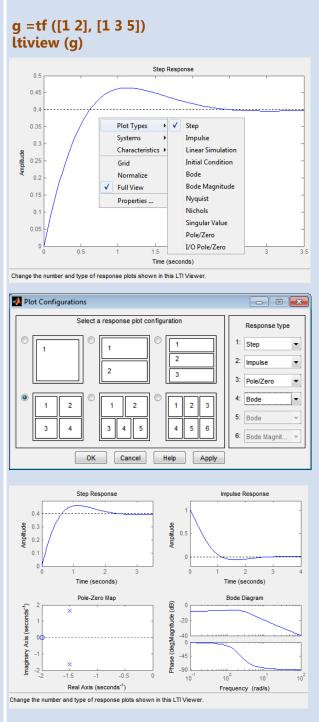
ltiview (sys)

Visor de la respuesta de un sistema LTI.

En la opción del menu Edit /Plot configurations.. podemos elegir si queremos ver más respuestas y de que forma.

P.e. la respuesta al escalón, al impulso, el mapa de polos y ceros y el Bode

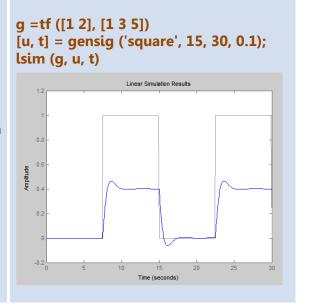
- * Mirar los diferentes menus y sus opciones.
- * Ver la ayuda para este comando.



Función

lsim (sys)

Nos da la respuesta de un sistema ante una entrada arbitraria



Ejemplo

[u,t] = gensig (type,tau)

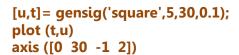
[u,t] = gensig (type,tau,Tf,Ts)

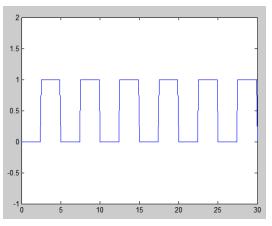
genera señales de entrada para la función Isim

genera un escalar "u" del tipo "sin" onda senoidal, "square" onda cuadrada o "pulse" pulso periódico con periodo "tau".

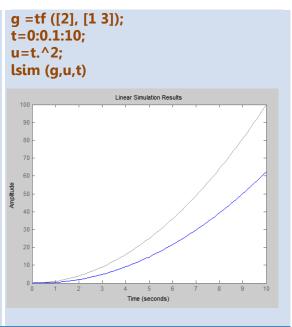
Gensig devuelve un vector "t" tiempos de muestreo del tiempo y un vector "u" de los valores de la señal para ese muestreo. Todas las señales generadas tienen la unidad de amplitud.

[u,t] = gensig(type,tau,Tf,Ts) también especifica la duración de la señal Tf y el tiempo de espaciado entre las muestras Ts.





respuesta del sistema ante entrada parábola



S = stepinfo (sys ,'RiseTimeLimits',RT)

Devuelve las características de la respuesta escalón.

Lets you specify the lower and upper thresholds used in the rise time calculation. By default, the rise time is the time the response takes to rise from 10 to 90% of the steady-state value (RT=[0.1 0.9]). Note that RT(2) is also used to calculate SettlingMin and SettlingMax.

Ver ayuda

g = tf ([1 5], [1 2 5 7 2]); S = stepinfo (g,'RiseTimeLimits',[0.05, 0.95])

S =

RiseTime: 7.4458 SettlingTime: 13.9387 SettlingMin: 2.3737 SettlingMax: 2.5202 Overshoot: 0.8091 Undershoot: 0 Peak: 2.5202

PeakTime: 15.2118

2.8 Respuesta en frecuencia.

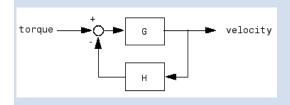
Función

cloop = feedback (g, 1, -1)

proporciona la función de transferencia en bucle cerrado con realimentación unitaria "1" y negativa "-1"

cloop = feedback (g,h)

Si la realimentación no es unitaria



Ejemplo

h = zpk(-2,-10,5)

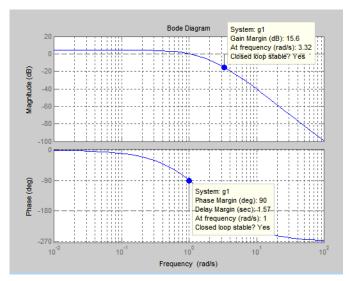
cloop = feedback (g,h)

bode (g)

calcula el diagrama de bode del sistema

con el botón derecho se puede seleccionar que se visuailcen los valores característicos, la rejilla, etc..

g = 10/((s+1)*(s+2)*(s+3));



[mag,fase] = bode (g,w)

da los valores de magnitud (no está en decibelios) y de fase (en grados) del sistema para $\omega = 3$

$$g = 10/((s+1)*(s+2)*(s+3));$$

[mag,fase] = bode (g,3)

mag = 0.2067

fase = -172.8750

[mag,fase,w] = bode (g)

devuelve los valores de magnitud, fase y pulsación, en tres vectores, para utilizarlos posteriormente con otras funciones como por ejemplo:

maximo = max (mag)

valor en el pico de resonancia de la relación de amplitudes

resonancia = 20*log10(maximo)

valor en el pico de resonancia expresado en decibelios

g = 10/((s+1)*(s+2)*(s+3))[mag,fase,w] = bode(g)

maximo = max (mag)

maximo = 1.6666

resonancia = 20*log10(maximo)

resonancia = 4.4364

[Gm,Pm,wg,wp] = margin (g)

Gm margen de ganancia (no está en dB)

Pm margen de fase en grados

wg pulsación de cruce (rad/s) para el margen de ganancia

wp pulsación de cruce (rad/s) para el margen de fase

Gm = ∞ Indica que el margen de fase y de ganancia son infinito,

Pm = ∞ y que no se puede determinar un valor de ω para ellos

wg = NaN (NaN = Not a Number)

wp = NaN

g = 10/((s+1)*(s+2)*(s+3))[Gm,Pm,wg,wp] = margin(g)

Gm =

6.0000

Pm =

90.0000

wg =

3.3166

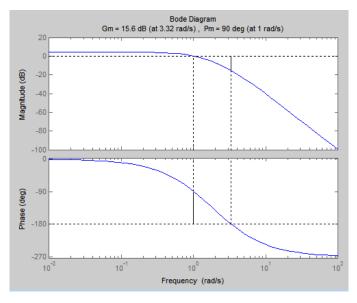
wp =

1.0000

margin(g)

margin(g)

representa gráficamente el margen de ganancia y de fase



damp (g)

Nos muestra la frecuencia natural $\mathbf{w_n}$ y el coeficiente de amortiguamiento ξ de los polos de un sistema

Ver también:

[frec, amtg] = damp(g)

[frec, amtg, polos] = damp(g)

g = 10/((s+1)*(s+2)*(s+3))damp (g)

Eigenvalue Damping Frequency

-1.00e+00 1.00e+00 1.00e+00 -2.00e+00 1.00e+00 2.00e+00

3.00e + 00-3.00e+001.00e + 00

(Frequencies expressed in rad/seconds)

bandwidth (g)

calcula el ancho de banda del sistema

bandwidth (g)

ans =

0.7858

dcgain (g)

Calcula la ganancia estática del sistema

Ver también:

Ke = dcgain (g)

dcgain (g)

ans =

1.6667

salida = **evalfr** (sys,wj)

g =tf ([1 2], [1 3 5]); salida = evalfr(g,5j)

nos devuelve el valor de g(s) para una salida =

frecuencia dada en valor complejo

0.0560 - 0.2080i

modulo = abs(x)

nos devuelve el valor del módulo del vector x

modulo = abs (salida)

modulo = 0.2154

fase = angle(x)

fase = angle (salida)

nos devuelve la fase del vector x en fase = radianes -1.3078

nichols (g)

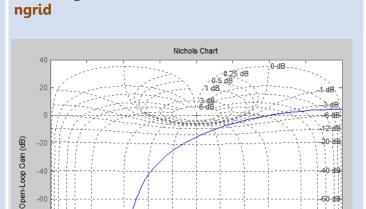
dibuja el diagrama magnitud-fase

ngrid

superpone el ábaco de Nichols al diagrama anterior

shq

muestra la pantalla gáfica



Open-Loop Phase (deg)

-60-dB

-80-dB

100 dB 120 dB

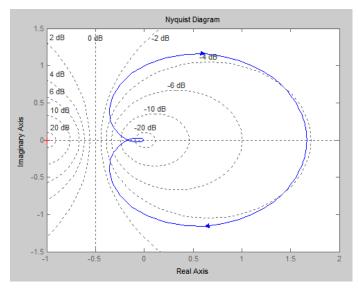
nyquist (g)

Dibuja el diagrama de Nyquist del sistema.

El tramo con valores de ω >0 es el "Diagrama Polar" del sistema

nyquist (g)

nichols (g)



2.9 Lugar de las raíces.

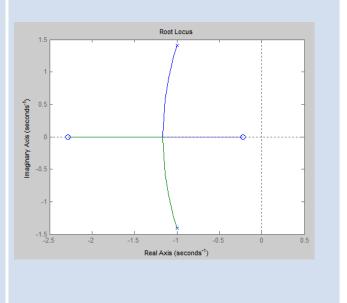
Función

rlocus (sys)

calcula el lugar de las raíces de una función en bucle cerrado partiendo de la función (sistema SISO) en bucle abierto. Nos permite ver la trayectoria que siguen en función del parámetro k. Supone realimentación negativa. Nos permite además, ver el comportamiento de las respuesta temporal y de frecuencia.

You can use the right-click menu for rlocus to add grid lines, zoom in or out, and invoke the Property Editor to customize the plot. Also, click anywhere on the curve to activate a data marker that displays the gain value, pole, damping, overshoot, and frequency at the selected point.

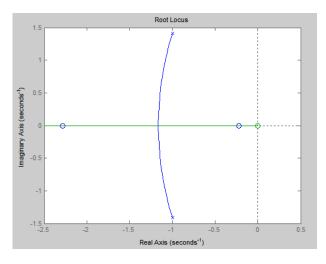
Ejemplo



rlocus (sys,k)

dibuja los polos del sistema en bucle cerrado para una ganancia de K=3. (círculos de color azul)

rlocus (g,3)



[r,k]=**rlocus** (sys)

nos devuelve el vector k de las ganancias y el vector r de las localizaciones de las raices complejas para esas ganancias.

r =

Columns 1 through 4

-1.0000 + 1.4142i -1.0372 + 1.2459i -1.0625 + 1.1165i -1.0971 + 0.9087i ...

k =

Columns 1 through 7

0 0.0874 0.1665 0.3173 0.6047 0.9596 0.9605

polos = rlocus (sys,k)

nos da los polos del sistema en bucle cerrado para una ganancia K.

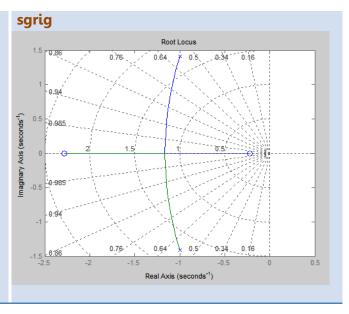
polos =rlocus (g,3)

polos = -2.0000

-0.4286

sgrid

dibuja en plano cero-polar o en lugar de las raíces, las líneas de coeficiente de amortiguamiento constante desde cero a uno, en intervalos de 0,1. Las líneas de la frecuencia natural se



Las líneas de la frecuencia natural se dibujan a intervalos de 10 rad/sg con divisiones de un rad/sg.