

## **MODELO DEL CONTROL DE NIVEL Y CAUDAL DE LÍQUIDO EN UN DEPÓSITO CILÍNDRICO USANDO LA HERRAMIENTA SIMULINK DE MATLAB**

**Por: Luis Alfredo Rodríguez Umaña**

Docente Corporación Universitaria Del Meta del programa de Ingeniería Electrónica, Ingeniero Electrónico, Especialista En Automática e informática industrial, 057-3103132265, ing\_laru1@hotmail.com

*Recibido 13 de Noviembre de 2012 . Aceptado 11 de Marzo de 2013 / Received: November 13, 2012 Accepted: March 11, 2013*

### **Resumen:**

El presente documento, contiene detalladamente los pasos a seguir para la consecución del modelado del control de nivel de un líquido en un depósito de forma cilíndrica, se partirá desde la obtención de las ecuaciones diferenciales que representa el comportamiento dinámico de cada una de las variables del sistema, posteriormente se aplicará la transformada de Laplace suponiendo condiciones iniciales iguales a cero, se representarán las ecuaciones en forma de sistemas lineales mediante el uso de diagramas de bloques funcionales y usando el álgebra de bloques se determinará la función de transferencia del sistema, se procederá entonces a simular el modelo usando la herramienta Simulink de Matlab, sometiendo el modelo a cambios en sus variables de entrada, para determinar su incidencia en el comportamiento de las variables de salida y los valores límites de la respuesta del sistema en cuanto a caudal y nivel se refiere.

**Palabras clave:** Modelado, sistema dinámico, simulink.

## **MODEL OF THE CONTROL LEVEL AND CAUDAL OF LIQUID IN A CILINDRICAL DEPOSIT USING THE TOOL SIMULINK OF MATLAB**

### **Abstract**

This document contains detailed steps for achieving the level control modeling of a liquid in a cylindrical tank, will depart from obtaining differential equations representing the dynamic behavior of each of the variables system then applies a Laplace transform assuming zero initial conditions, the equations are represented as linear systems by using functional block diagrams using algebra blocks determine the transfer function of the system will proceed then simulate the model using Matlab Simulink tool, subjecting the model to changes in input variables to determine their effect on the behavior of the output variables and the limits of the system response in terms of flow and level referred

**Key words:** Modeling, dynamic system, simulink

### **1. INTRODUCCIÓN**

Para los procesos de producción que requieren del suministro de algún líquido como materia prima, dispensados desde una gran altura, es

imprescindible la constante revisión del nivel del líquido en el depósito, como también del caudal que ingresa y sale del mismo, para lograr controlar un proceso es importante tratarlo como un sistema continuo en el tiempo, en el cual cada una de sus

partes, cumple una función y se interrelaciona con las demás.

Todo sistema continuo en el tiempo puede ser representado a través de una función de transferencia, la cual es una expresión matemática del modelo del sistema, formada por el cociente de dos polinomios, expresados en transformada de Laplace [1]

En este documento se emplea la técnica de modelado con bloques funcionales para obtener la función de transferencia del proceso del control de nivel y caudal de un líquido en general, con el fin de modelar su comportamiento usando la herramienta Simulink de Matlab, facilitando así poder manipular las variables involucradas en el proceso y observar su comportamiento frente a las diferentes modificaciones, lo cual nos permitirá elegir las características más convenientes para cualquier proceso que requiera contar con el suministro de un líquido como materia prima.

## 2. PROCESO A MODELAR

El control de nivel de un líquido, requiere de una serie de subsistemas, los cuales reciben y entregan señales que representan las variables del proceso, dichas señales son suministradas por sensores, ubicados en la entrada y la salida, con el fin de retroalimentar el sistema y conocer su evolución para tomar decisiones sobre como manipular las variables de control del sistema.

Modelar un proceso tiene como objetivo el obtener su función de transferencia, requiere de un total entendimiento del mismo, no es aconsejable abordar el asunto globalmente, lo cual lo hace muy complejo, en cambio es muy útil seguir una técnica que facilite el trabajo para obtener la función de transferencia, primero vamos a entender cómo funciona el proceso a modelar, para ello usaremos el siguiente esquema que representa un proceso clásico de control de nivel de líquido. [2]

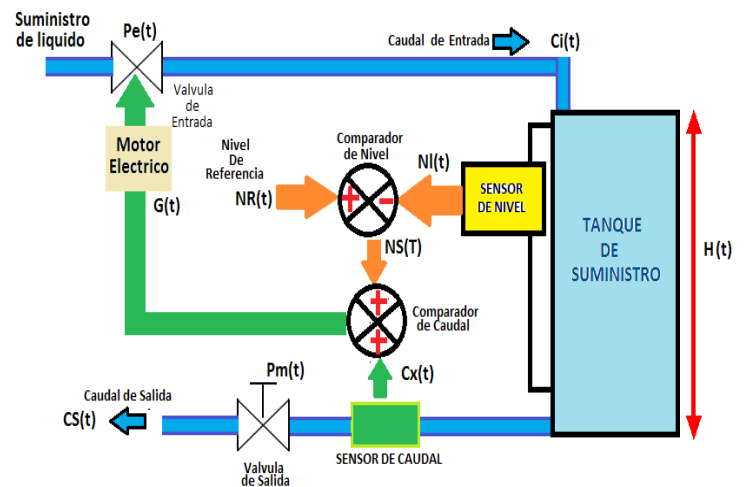


Fig.1. Diagrama de bloques para el sistema de control clásico de nivel y caudal de líquido, subsistemas y sensores requeridos en el proceso

### 2.1 Funcionamiento del sistema

El sistema consta de un tanque de suministro para el líquido de altura  $H(t)$ , esta variable representa el nivel del líquido, cuya entrada se regula a través de una electroválvula  $Pe(t)$ , el nivel del tanque se mide con el sensor que entrega una señal representada en un voltaje  $NI(t)$  al comparador de nivel, este tiene un valor de referencia  $NR(t)$  representado en un voltaje predeterminado.

El caudal de salida  $CS(t)$  es medido por un sensor que entrega una señal de voltaje  $Cx(t)$  ubicado antes de la válvula manual que regula el caudal de salida, las señales entregadas por la salida del comparador de nivel  $NS(t)$  y el sensor de caudal  $Cx(t)$  se suman y dan como resultado una señal de voltaje  $G(t)$ , que hace girar el motor eléctrico para realizar la apertura de la electroválvula de entrada a, esto con el fin de que el sistema tenga un flujo continuo del caudal del líquido en tanto no se llene el tanque.

La válvula de salida  $Pm(t)$  es de tipo manual, así que por esta razón se le considerará como una entrada, por no depender de ninguna otra variable.

### 2.2 Ecuaciones del sistema

Ahora procederemos a escribir una ecuación en el dominio del tiempo para cada una de las variables

del sistema:

### Válvula de entrada

$$C_i(t) = K_1 * P_e(t) \quad (1)$$

$C_i(t)$  caudal de entrada

$K_1$  constante que representa el caudal que fluye por la válvula de entrada en litros por Segundo;

$P_e(t)$  recorrido en grados de la válvula de entrada

### Depósito de líquido

$$C_i(t) - C_s(t) = A * dH(t) / dt \quad (2)$$

$C_s(t)$  caudal de salida

$A$  representa el área del depósito

$dH(t) / dt$  Variación de la altura con respecto al tiempo que representa el nivel del mismo.

### Motor eléctrico

Se puede considerar el motor eléctrico como un sistema de primer orden, con una ganancia estática  $m_1$  y una constante de tiempo  $K_t$ , con una entrada  $P_e(t)$

$$m_1 * G(t) = P_e(t) + K_t * dP_e(t) / dt \quad (3)$$

$G(t)$  Tensión del motor de la válvula de entrada

$NS(t)$  Tensión entregada por el comparador de nivel

### Sensor de nivel

Es de respuesta lineal  $NI(t)$  con una tensión constante  $T_n$  por cada metro de líquido  $H(t)$ .

$$NI(t) = T_n * H(t) \quad (4)$$

### Sensor de caudal

Genera una tensión  $C_x(t)$  proporcional al caudal medido  $C_s(t)$  por una constante del sensor  $K_c$

$$C_x(t) = C_s(t) * K_c \quad (5)$$

### Comparadores

Los comparadores de nivel y voltaje responden entregando tensiones de salida, para el comparador de nivel  $NS(t)$  y para el de caudal  $G(t)$  respectivamente

$$NS(t) = K_v * [NR(t) - Ni(t)] \quad (6)$$

$K_v$  constante de linealidad del sensor de nivel.

$NR(t)$  valor de referencia para el nivel del líquido.

$Ni(t)$  señal entregada por el sensor de nivel.

$$G(t) = NS(t) + K_q * C_x(t) \quad (7)$$

$NS(t)$  diferencia de nivel entregada por el comparador de nivel

$K_q$  = constante de linealidad del comparador de caudal

$C_x(t)$  señal entregada por el sensor de caudal

### Caudal de salida

$C_s(t)$  es proporcional al producto de la apertura de la válvula manual de salida  $P_m(t)$  y la velocidad de salida del líquido más el aporte del caudal existente equivalente a  $H(t)$ .

$$C_s(t) = K_{pm} * P_m(t) + H(t) \quad (8)$$

$K_{pm}$  constante de la válvula de salida

### 2.3 Variables del sistema expresadas en la transformada de Laplace

Ahora se hace necesario hallar la transformada de Laplace de cada una de las ecuaciones expresadas en el dominio del tiempo, suponiendo condiciones iniciales iguales a cero

$$C_i(s) = K_1 * P_e(s) \quad (9)$$

$$C_i(s) - C_s(s) = A * SH(s) \quad (10)$$

$$m_1 * G(s) = P_e(s) * [1 + k_t * S] \quad (11)$$

$$NI(s) = T_n * H(s) \quad (12)$$

$$Cx(s) = Cs(s) * Kc \quad (13)$$

$$Ns(s) = Kv*[NR(s) - Ni(s)] \quad (14)$$

$$G(s) = Ns(s) + Kq*Cx(s) \quad (15)$$

$$Cs(s) = K_{pm} * Pm(s) * H(s) \quad (16)$$

### 3. BLOQUES FUNCIONALES

Ahora podemos dibujar un bloque funcional para cada ecuación expresada en la transformada de Laplace, representando cada elemento del sistema:



Fig.2. Bloque funcional para la válvula de entrada

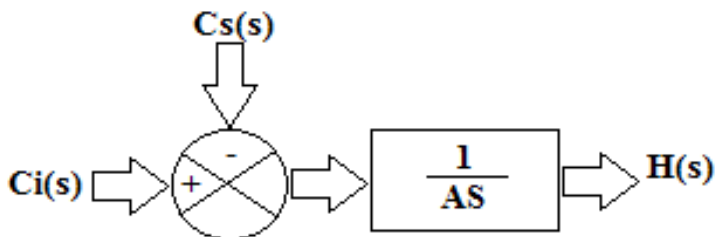


Fig.3. Bloque funcional para el depósito del líquido

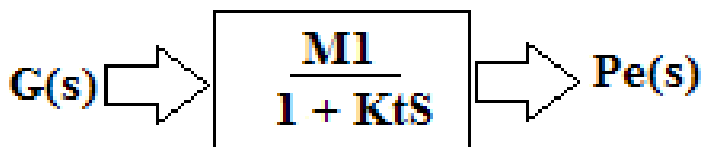


Fig.4. Bloque funcional para el motor eléctrico

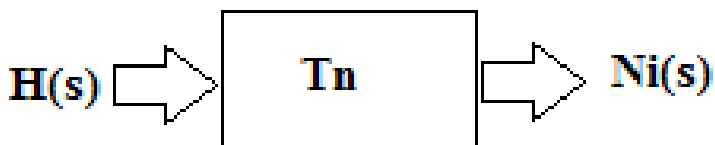


Fig.5. Bloque funcional para el sensor de nivel

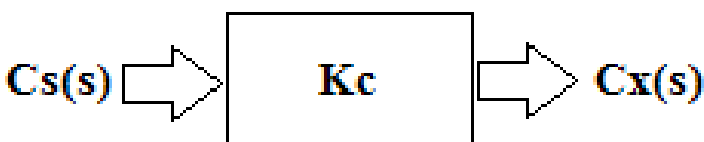


Fig.6. Bloque funcional para el sensor de caudal

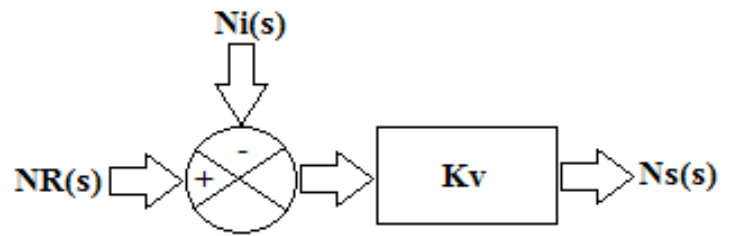


Fig.7. Bloque funcional para el comparador de nivel

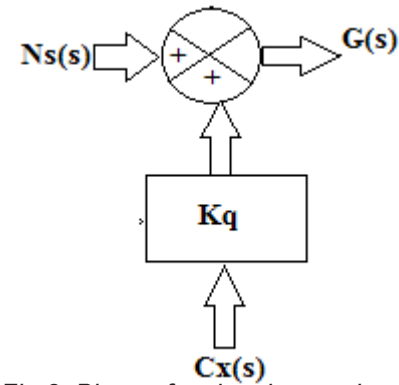


Fig.8. Bloque funcional para el comparador de caudal

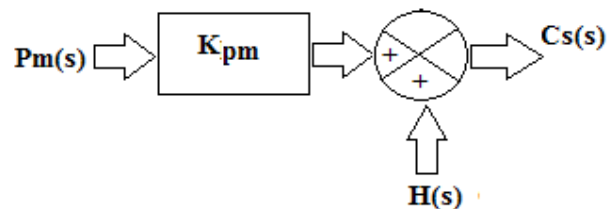


Fig.9. Bloque funcional para el caudal de salida

#### 3.1 Diagrama de bloques general del sistema

Una vez obtenidos los bloques funcionales de cada elemento, podemos construir el diagrama de bloques general del sistema, conectando las salidas de cada elemento con las entradas respectivas, el sistema tiene dos variables de entrada que son:

- NR(s) el voltaje de referencia que representa el nivel que se desea conservar
- Pm(t) la apertura de la válvula que regula el caudal de salida, se considera una entrada por ser una variable totalmente externa al sistema que no se puede gobernar,

Las variables de salida son:

- H(s) el nivel del deposito
- Cs(s) Caudal de salida

En la siguiente figura podemos ver todos los

bloques integrados en un solo diagrama general.

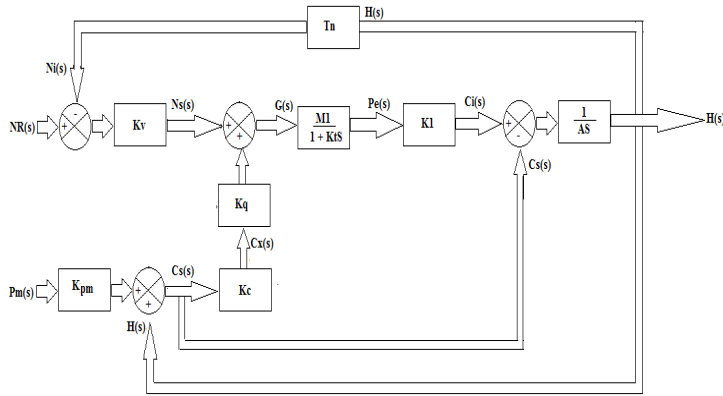


Fig.10. Diagrama de bloques general con todos los bloques integrados.

### 3.2 Respuesta del sistema

Debido a que el sistema tiene dos entradas, para hallar su función de transferencia, debemos aplicar el principio de superposición, de tal forma que debemos anular la entrada  $Pm(s)$  y hallar  $H(s)$  debido a  $NR(s)$ ; Posteriormente anulamos  $NR(s)$  y hallamos  $H(s)$  debido a  $Pm(s)$ . Así la respuesta total será la suma de las dos respuestas individuales.

#### 3.2.1 Respuesta debido a la entrada $NR(s)$

El diagrama de bloques con la entrada  $NR(s)$  se puede ver en la siguiente figura

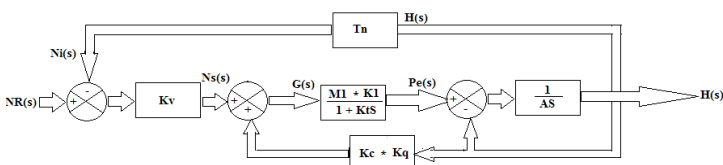


Fig.11. Diagrama de bloques para la entrada  $NR(s)$

Aplicando reducción de álgebra de bloques obtenemos la respuesta debido a la entrada  $NR(s)$

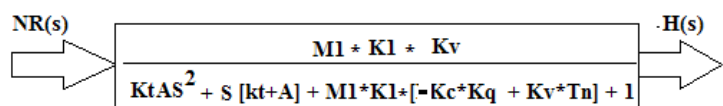


Fig.12. Reducción para la entrada  $NR(s)$

#### 3.2.2 Respuesta debido a la entrada $Pm(s)$

El diagrama de bloques con la entrada  $Pm(s)$  se puede ver en la siguiente figura

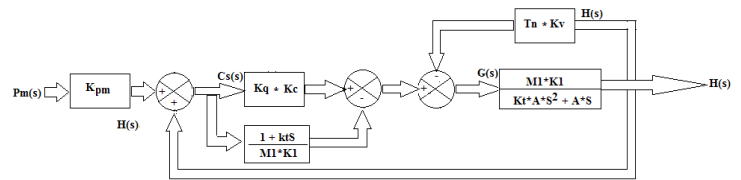


Fig.13. Diagrama de bloques para la entrada  $Pm(s)$

Reduciendo el diagrama encontramos la respuesta debido a  $Pm(s)$

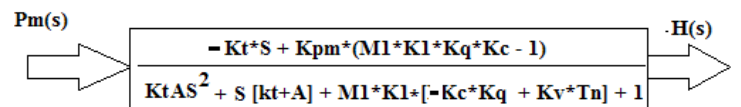


Fig.14. Reducción para la entrada  $Pm(s)$ .

### 4. MODELO EN SIMULINK

Ahora podemos implementar el modelo utilizando la herramienta Simulink de Matlab. [3]

Estableceremos dos subsistemas, el subsistema 1 tratará la respuesta a la entrada  $NR(s)$  y el subsistema 2 la respuesta a la entrada  $Pm(s)$ , la respuesta total será la suma de las respuestas individuales.

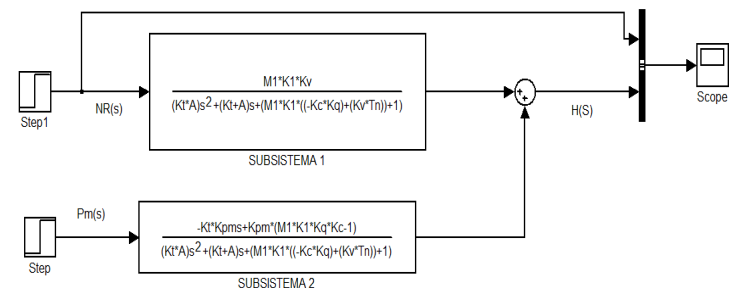


Fig.15. Modelo implementado en Simulink

Para ingresar los valores de las constantes, se creará un archivo con extensión .M, de esta manera se podrán manipular fácilmente, sus cambios se harán efectivos en el modelo cada vez que se le dé correr en Simulink.

El siguiente es el código del archivo:

% Variables del modelo

M1=0.5 % Ganancia estática del motor eléctrico  
K1=5 % Litros por segundo que fluyen por la válvula de entrada

$K_t=15$  % constante de tiempo del motor electrico  
 $A=300$  % Area del deposito  
 $K_c=10$  % Constante del sensor de caudal  
 $K_q=0.02$  % constante de linealidad del comparador de caudal  
 $K_v=3.25$  % Constante de linealidad del sensor de nivel  
 $T_n=1.5\%$  Voltios por metro entregados por el sensor de nivel  
 $K_{pm}=5$  % constante de la válvula de salida

## 5. RESULTADOS

La siguiente es la respuesta  $H(s)$  del sistema

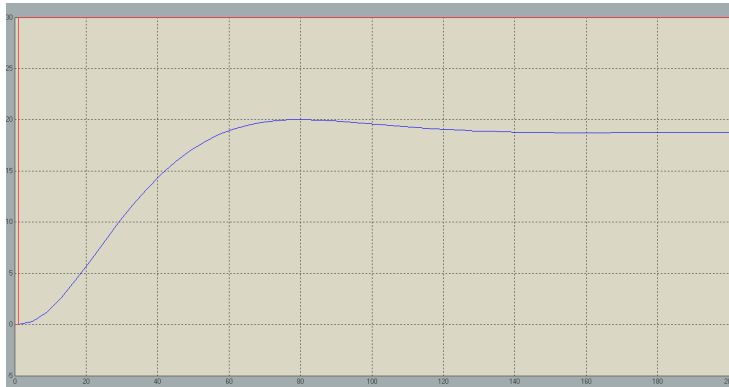


Fig. 15. Respuesta  $H(s)$ , para una entrada  $NR(s)=30$  y  $Pm(s)=2$ .

Como podemos observar en la figura 15, el nivel del tanque no es superado en ningún momento, lo cual garantiza que no se derramará el líquido en ningún momento.

Ahora podemos realizar las modificaciones que deseemos y observar el comportamiento del sistema, por ejemplo si modificamos la entrada  $Pm(s)$ , disminuyendo su valor a 0.005, lo cual representará que la válvula de salida tiene una apertura muy pequeña y modificando  $K1=20$ , lo cual significa que usaremos una válvula de entrada con un mayor caudal, observemos su respuesta.

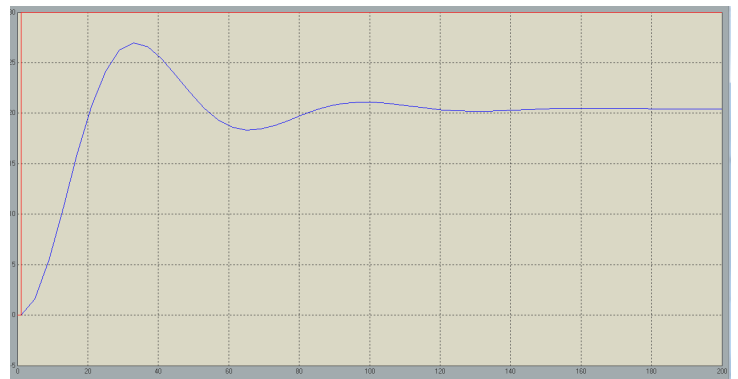


Fig. 16. Respuesta  $H(s)$ , para una entrada  $Pm(s)=0.050$  y  $K1=20$ .

Como era de esperarse, aumentar el caudal de entrada y disminuir el de salida, aumento el nivel del tanque, esto sucedió durante los primeros 30 segundos, después el sistema disminuyo su valor, muy por debajo de su referencia, lo cual demuestra que el modelo siempre garantizará un control sin derrames.

### 5.1 El modelo integrado

Pero es muy importante, poder observar lo que sucede con las demás variables del sistema, para ello implementaremos el modelo en simulink incluyendo cada uno de los bloque funcionales del sistema

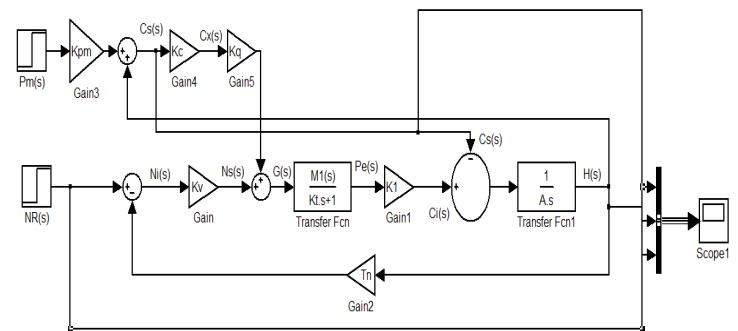


Fig. 17. Modelo integrado con todos los bloques funcionales.

Observaremos las dos entradas del sistema:  $Pm(s)$  y  $NR(s)$ , junto con el caudal de salida  $CS(s)$  y el nivel de salida  $H(s)$ . los valores modificados son los siguientes:

$$Pm(s) = 0.5 ; NR(s) = 50 ; K1=5;$$



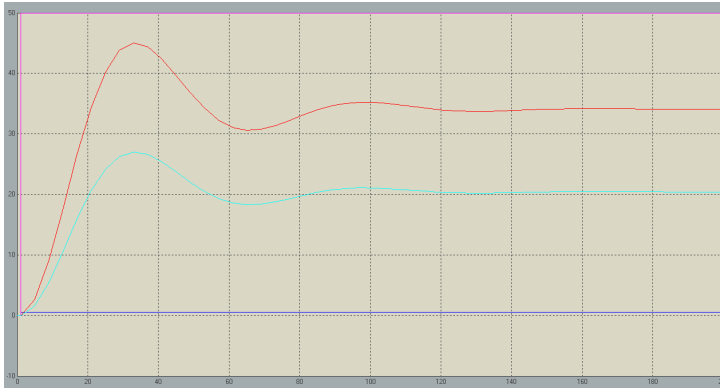


Fig.18. Respuesta integrada del sistema: Violeta( $NR(s)$ ), Azul( $Pm(s)$ ), Rojo( $H(s)$ ) y Azul aguamarina ( $CS(s)$ ).

Como podemos ver, el nivel del tanque sigue al caudal de salida, la pequeña apertura de la válvula de salida es la encargada de regular el caudal de salida y así se logra un nivel más alto en el tanque. Abramos un poco más la válvula de salida y observemos nuevamente las señales de la figura 18

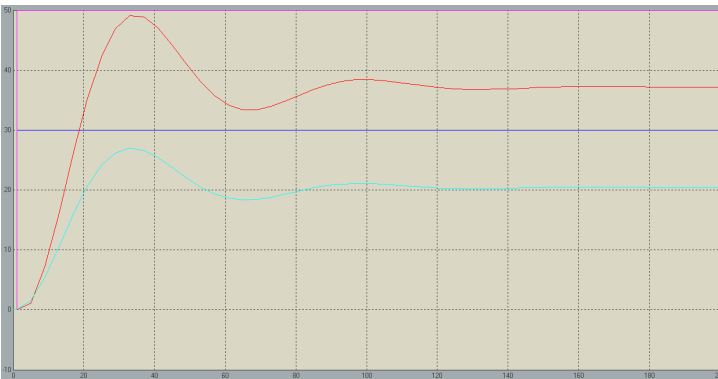


Fig. 19. Respuesta modificando la entrada  $Pm(s) = 30$

El caudal de salida aumenta un poco al igual que el nivel, ya que el caudal de salida sigue al de entrada.

El modelo implementado, responde coherentemente a las modificaciones realizadas, la herramienta Simulink de Matlab brinda la oportunidad de modificar cualquier variable y observar de forma inmediata sus efectos.

La técnica de diagramas de bloques constituye un recurso muy valioso en nuestro propósito de hallar la función de transferencia, cada bloque funcional debe entregar una señal de salida dimensionalmente equivalente a la señal de entrada del(os) bloque(s) con que se conecta.

La respuesta más aproximada a la realidad, será aquella en la que se consideren con más rigor cada una de las variables comprometidas, la linealidad de los elementos y las constantes de retardo en elementos que contengan capacitancias e inductancias.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Benjamin C Kuo, Sistemas de control automático, Cap. 3. Ed Prentice Hall, México 1996
- [2] G. Ojea, R González De Los Reyes, I Díaz, Ingeniería De Sistemas Y Automática.  
<http://isa.uniovi.es/docencia/adsii/problemas1.pdf>
- [3] Simulink  
<http://galeon.com/mcoronado/MODELAMIENTO/10SIMULINK.pdf>