

Expansión en fracciones parciales

Sea el polinomio

$$F(s) = \frac{as^2 + bs + c}{(s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)} \quad [1]$$

Se desea expandir la ecuación anterior en fracciones parciales de tal forma que permita poder usar la tabla de transformadas de Laplace en forma directa, es decir, la ecuación anterior debería quedar de la forma:

$$F(s) = \frac{A}{(s - s_1)} + \frac{B}{(s - s_2)} + \frac{C}{(s - s_3)} \quad [2]$$

Para hallar los coeficientes A, B y C se pueden aplicar 2 métodos:

PRIMER MÉTODO:

Se multiplica la función original por el denominador del coeficiente a hallar y se reemplaza s por la raíz del denominador:

$$A = F(s) * (s - s_1)|_{s=-s_1}$$

$$B = F(s) * (s - s_2)|_{s=-s_2}$$

$$C = F(s) * (s - s_3)|_{s=-s_3}$$

SEGUNDO MÉTODO:

Se desarrolla el segundo término de [2] y se resuelve formando un sistema de ecuaciones:

$$\frac{as^2 + bs + c}{(s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)} = \frac{A}{(s - s_1)} + \frac{B}{(s - s_2)} + \frac{C}{(s - s_3)}$$

$$\begin{cases} a = A + B + C \\ b = -A(s_2 + s_3) - B(s_1 + s_3) - C(s_1 + s_2) \\ c = As_2s_3 + Bs_1s_3 + Cs_1s_2 \end{cases}$$

Si nuestro polinomio sólo tiene 2 raíces el sistema quedaría así:

$$\frac{as + b}{(s - s_1)(s - s_2)} = \frac{A}{(s - s_1)} + \frac{B}{(s - s_2)}$$

$$\begin{cases} a = A + B \\ b = -As_2 - Bs_1 \end{cases}$$