SISTEMAS DE CONTROL

LAPLACE (AUTOAPRENDIZAJE)

Repaso de Derivadas e integrales inmediatas, no definidas y definidas.

Tabla de derivadas:

1) $f(x) = k; \quad f'(x) = 0$
2) $f(x) = x^n; \quad f'(x) = n\,.\,x^{n-1}\,; \Leftrightarrow n \neq 1$
3) $f(x) = k\,.\,x\,; \quad f'(x) = k$
4) $f(x) = \sqrt{x}; \quad f'(x) = \frac{1}{2.\sqrt{x}}$
5) $f(x) = e^x; \quad f'(x) = e^x$
6) $f(x) = k^x; \quad f'(x) = k^x.\ln k$
7) $f(x) = \ln x; \quad f'(x) = \frac{1}{x}$
8) $f(x) = sen\,x; \quad f'(x) = cos\,x$
9) $f(x) = cos\,x; \quad f'(x) = -sen\,x$

Tabla de integrales:

1) $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c; \;\; \Leftrightarrow n \neq -1$
2) $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c$
3) $\int e^x\,dx = e^x + c$
4) $\int k^x dx = \frac{k^x}{\ln k} + c$
5) $\int senx\,dx = -\cos x + c$
6) $\int cosx\,dx = \operatorname{sen} x + c$

Ejemplo:

$$\int \frac{4\,x}{x^2-1}\,dx =$$

Aplicando método de sustitución:

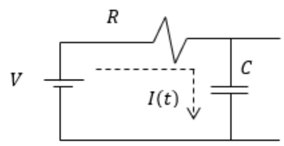
$u = x^2 - 1$

$\frac{du}{dx} = 2x$; por lo tanto $\frac{du}{2x} = dx$

$$\int \frac{4\,x}{x^2-1}\,dx = \int \frac{4\,x\,dx}{2\,x\,u} = \int \frac{2\,du}{u} = 2\ln\left|u\right| + c = 2\ln\left|x^2-1\right| + c$$

Matemática aplicada

Análisis en el dominio del tiempo (supondremos que la batería es conectada repentinamente):



Supoiendo carga inicial del capacitor = 0; y tiempo de inicial = 0.

Por ley de kirchhoff:

$V = V_R + V_C$

$V = i(t).R + \frac{q}{C}$

$V = \frac{dq}{dt}.R + \frac{q}{C}$

$V - \frac{q}{C} = \frac{dq}{dt}.R$

$\frac{(V.C - q)}{C} = \frac{dq}{dt}.R$

$\frac{(V.C - q)}{R.C} = \frac{dq}{dt}$

$$\frac{dt}{R.C} = \frac{dq}{V.C - q}$$

$$\int_0^t \frac{dt}{R.C} = \int_0^q \frac{dq}{V.C - q}$$

Aplicando el metodo de sustitución

$$\frac{t}{R.C} = -[\ln|V.C - q| - \ln|V.C|]$$

$$-\frac{t}{R.C} = \ln\left|\frac{V.C - q}{V.C}\right|$$

Aplicando la definicion logarítmica

$$e^{-t/(R.C)} = \frac{V.C - q}{V.C}$$

$$V.C.e^{-t/(R.C)} = V.C - q$$

$$q(t) = V.C - V.C.e^{-t/(R.C)}$$

$$\boxed{q(t) = V.C\,[1 - e^{-t/(R.C)}]}$$

la corriente eléctrica es:

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

tratando la derivada, entonces:

$$i(t) = \frac{V.C}{R.C}.e^{-t/(R.C)}$$

$$\boxed{i(t) = \frac{V}{R}.e^{-t/(R.C)}}$$

obteniendo la caida de tensión en el capacitor:

$$V = V_R + V_C$$

$$V_C = V - V_R$$

$$V_C = V - i(t).R$$

$$V_C = V - \frac{V}{R}.e^{-t/(R.C)}.R$$

$$V_C(t) = V - V.e^{-t/(R.C)}$$

$$\boxed{V_C(t) = V(1 - e^{-\frac{t}{R.C}})}$$

SIGUIENTE

Ha alcanzado el 11% de esta lección

11%

◄ asistencia

Ir a...

matlab (autoaprendizaje) ►