

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа аэрокосмических технологий

Отчёт о выполнении лабораторной работы

1.1.1

Определение систематических и случайных погрешностей при измерении
удельного сопротивления никромовой проволоки

Автор:

Волков Илья Александрович

Б03-503

Долгопрудный 2025

1. Аннотация

В работе исследуется удельное сопротивление тонкой проволоки круглого сечения, изготовленной из никромового сплава. Отдельное внимание уделяется анализу систематических и случайных погрешностей, возникающих в процессе измерений.

Цель работы: измерить удельное сопротивление проволоки и вычислить систематические и случайные погрешности при использовании таких измерительных приборов, как линейка, штангенциркуль, микрометр, амперметр, вольтметр и мост постоянного тока.

В работе используются: линейка, штангенциркуль, микрометр, отрезок проволоки из никрома, амперметр, вольтметр, источник ЭДС, мост постоянного тока, реостат, ключ.

2. Теоретические сведения

Удельное сопротивление однородной проволоки круглого сечения:

$$\rho = R \frac{\pi d^2}{4l}, \quad (1)$$

где R — сопротивление проволоки, d — её диаметр, l — её длина.

Для измерения силы тока использовалась схема на рис. 1.

Согласно закону Ома

$$R_{\text{пп}1} = \frac{V_V}{I_A}, \quad (2)$$

где V_V — показания вольтметра, I_A — показания амперметра.

Ввиду того, что амперметр измеряет сумму токов, проходящих через проволоку и вольтметр, сопротивление проволоки можно найти как

$$R_{\text{пп}} = \frac{R_V R_{\text{пп}1}}{R_V - R_{\text{пп}1}}, \quad (3)$$

где R_V — сопротивление вольтметра.

3. Оборудование и инструментальные погрешности

Линейка: 0,1 мм по цене деления. При определении положений контактов имеется дополнительная погрешность, которая может быть определена как $\pm 2\text{-}3$ мм (ввиду неидеального расположения контактов на тестовом стенде).

Штангенциркуль: $\pm 0,05$ мм (маркировка производителя)

Микрометр: $\pm 0,01$ мм (маркировка производителя)

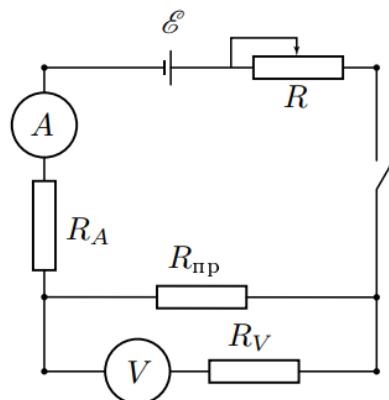


Рис. 1 — схема цепи

Вольтметр: аналоговый, магнитоэлектрический; класс точности – 0.5; шкала — линейная, 150 дел. Характеристики в зависимости от положения переключателя пределов измерения:

Таблица 1

Предел измерений	0,75 В	1,5 В
Цена деления	5 мВ	10 мВ
Чувствительность	200 дел. /В	100 дел. /В
Внутреннее сопротивление	$R_v = 5 \text{ кОм}$	$R_v = 10 \text{ кОм}$
Погрешность считывания со шкалы (0,5 цены деления)	$\pm 2,5 \text{ мВ}$	$\pm 5 \text{ мВ}$
Макс. Погрешность (согласно классу точности)	$\pm 3,75 \text{ мВ (0,5\%)}$	$\pm 7,5 \text{ мВ (0,5\%)}$

Амперметр: цифровой; предел измерений – 2А; разрядность – 5 ед.; внутреннее сопротивление $R_A = 1.4 \text{ Ом}$; погрешность (при комнатной температуре, согласно паспорту прибора): $= \pm(0,002 \cdot I + 2 \cdot k)$, где I – измеряемый ток, k – единица младшего разряда ($k = 0,01 \text{ мА}$).

При измерениях в диапазоне от 20 мА до 300 мА погрешность амперметра составила соответственно от $\Delta_A = \pm 0,06 \text{ мА (0.3\%)}$ до $\Delta_A = \pm 0,6 \text{ мА (0.2\%)}$.

Мост постоянного тока Р4833:

Класс точности: 0,1

Разрядность магазина сопротивлений: 5 ед.

Используемый диапазон измерений: $10^{-4} - 10 \text{ Ом}$ (множитель $N = 10^{-2}$).

4. Результаты измерений и обработка данных

4.1 Измерение диаметра d проволоки

Измерения проводились штангенциркулем и микрометром многократно на разных участках проволоки. При измерении штангенциркулем получено $d = 0,4 \text{ мм}$ для каждого из $N = 10$ измерений. При измерении диаметра проволоки штангенциркулем случайная погрешность отсутствует, следовательно, точность результата определяется только точностью прибора: $\sigma_{\text{систем}} = 0,1 \text{ мм}$. При измерении микрометром выявлен разброс в показаниях, см. табл. 1.

Таблица 2

N изм.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d , мм	0,36	0,38	0,38	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,38

Среднее значение диаметра при измерении микрометром $\bar{d} = \frac{\sum d_i}{N} = 0,372 \text{ мм.}$

Случайная погрешность: $\sigma_{\text{сл}} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum (d_i - \bar{d})^2} = 0,001 \text{ мм}$

С учётом инструментальной погрешности 0,01 мм погрешность измерения диаметра может быть вычислена как $\sigma_d^{\text{полн}} = \sqrt{\sigma_{\text{сл}}^2 + \Delta_{\text{мкм}}^2} \approx 0,01 \text{ мм.}$

Окончательные результаты измерения диаметра проволоки:

Штангенциркулем: $d = 0.4 \pm 0.05$ мм

Микрометром: $d = 0.372 \pm 0.01$ мм ($\varepsilon_d = 2,7\%$)

4.2 Измерение сопротивления проволоки

Результаты измерений зависимостей показаний вольтметра V_B от показаний амперметра I_A в схеме рис. 1 при разных длинах 1 образца представлена в табл. 2. Соответствующие графики зависимостей изображены на рис. 2.

По графику убеждаемся, что экспериментальные данные с хорошей точностью (в пределах инструментальных погрешностей опыта) ложатся на теоретическую прямую $V = RI$, исходящую из начала координат.

Пользуясь методом наименьших квадратов (МНК), строим аппроксимирующие прямые $V_B = R_{cp}I_A$, определяя их угловой коэффициент по формуле

$$R_{cp} = \frac{\langle VI \rangle}{\langle I^2 \rangle}, \quad (5)$$

Таблица 3 Показания вольтметра и амперметра

$l = 50$ см										
U , дел $5 \frac{\text{мВ}}{\text{дел}}$	30	35	40	55	70	85	101	115	131	146
U , мВ	150	175	200	275	350	425	505	575	655	730
I , мА	29,73	34,43	38,78	53,42	68,85	83,38	98,81	112,74	128,25	142,12
$l = 30$ см										
U , дел $5 \frac{\text{мВ}}{\text{дел}}$	12	15	30	45	60	75	90	105	121	140
U , мВ	60	75	150	225	300	375	450	525	605	700
I , мА	19,00	24,67	49,28	73,30	99,42	124,12	147,48	172,10	198,52	233,00
$l = 20$ см										
U , дел $5 \frac{\text{мВ}}{\text{дел}}$	10	20	30	40	50	65	79	94	112	129
U , мВ	50	100	150	200	250	325	395	470	560	645
I , мА	22,88	48,75	70,80	97,21	121,95	158,94	194,80	230,62	274,55	318,63

Случайную погрешность определения углового коэффициента находим как

$$\sigma_{R_{cp}}^{\text{случ}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle V^2 \rangle}{\langle I^2 \rangle} - R_{cp}^2}, \quad (6)$$

где n – количество измерений.

Возможную систематическую погрешность оцениваем по формуле

$$\frac{\sigma_{R_{cp}}^{\text{сист}}}{R_{cp}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma I}{I}\right)^2}, \quad (7)$$

где I и V – максимальные значения тока и напряжения, полученные в результате эксперимента, а σV и σI – ошибки измерения вольтметром и амперметром, которые равны, соответственно, половине абсолютной погрешности прибора $\sigma V \approx 0,75$ мВ и $\sigma I \approx 0,4$ мА.

Полную погрешность найдем как квадратный корень из суммы квадратов случайной и системной погрешностей.

Таблица 4 Результаты измерения сопротивления проволоки

	$l = 20 \text{ см}$	$l = 30 \text{ см}$	$l = 50 \text{ см}$
R_0 (по P4833)	2,0419 Ом	3,0415 Ом	5,1356 Ом
$R_{\text{ср}}$	2,0361 Ом	3,0323 Ом	5,1132 Ом
$R_{\text{пр}}$	2,0369 Ом	3,0341 Ом	5,1184
$\sigma_{R_{\text{ср}}}^{\text{случ}}$	0,006 Ом	0,006 Ом	0,007 Ом
$\sigma_{R_{\text{ср}}}^{\text{систем}}$	0,003 Ом	0,006 Ом	0,015 Ом
σ_R	0,007 Ом	0,008 Ом	0,017 Ом

$$R_{l=20} = 2,0361 \pm 0,007 \text{ Ом},$$

$$R_{l=30} = 3,0323 \pm 0,008 \text{ Ом},$$

$$R_{l=50} = 5,1356 \pm 0,017 \text{ Ом}.$$

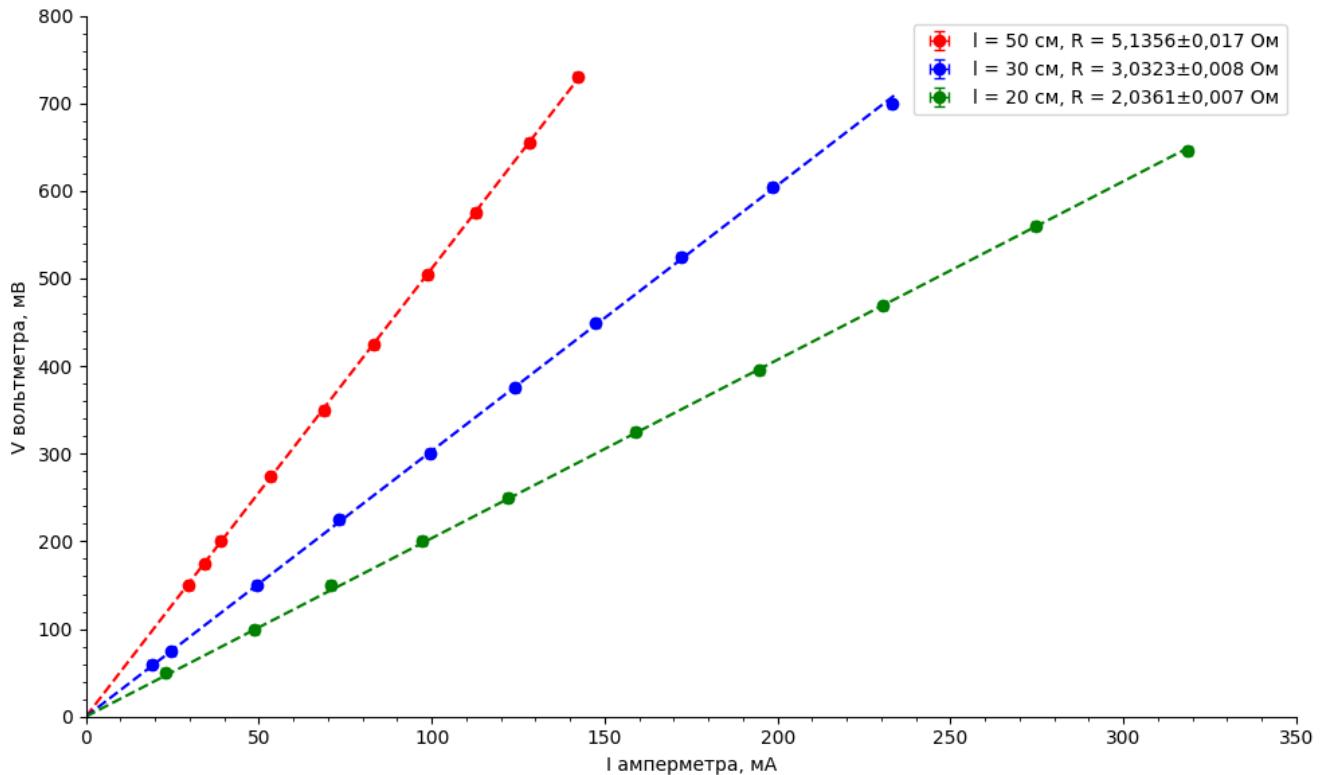


Рис. 2 — результаты измерения напряжения V в зависимости от силы тока I и их линейная аппроксимация

4.3 Вычисление удельного сопротивления проволоки

Формула для определения погрешности σ_ρ

$$\frac{\sigma_\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(2 \frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2}, \quad (7)$$

$l, \text{ см}$	$\rho, 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{см}$	$\sigma_\rho, 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{см}$
20	1,106	6
30	1,010	5
50	1,111	6

Окончательно $\rho = (1,077 \pm 0,053) \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ($\varepsilon_\rho \approx 5\%$).

5. Выводы

В результате исследования было измерено удельное сопротивление образца тонкой никромовой проволоки круглого сечения с точностью около 5%. Согласно справочнику «Физические величины» (М.: Энергоиздат, 1991. С. 444) для удельного сопротивления никрома при 20° значения в зависимости от состава сплава меняются от $0,97 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{см}$ до $1,12 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Наиболее близкое значение к получившемуся в работе $1,077 \cdot 10^{-4} \text{ Ом} \cdot \text{см}$ для сплава: 70 \div 80% Ni, 20% Cr, 0 \div 2% Mn (проценты по массе).