МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа аэрокосмических технологий

Отчёт о выполнении лабораторной работы 1.4.2

Определение ускорения свободного падения при помощи оборотного мятника

Автор:

Волков Илья Александрович

Б03-503

Долгопрудный 2025

1. Аннотация

Цель работы: определить величину ускорения свободного падения, пользуясь оборотным маятником.

В работе используются: оборотный маятник, счетчик числа колебаний, секундомер, штангенциркуль с пределом измерений 1 м.

2. Теоретические сведения

Физическим маятником называют твёрдое тело, способное совершать колебания в вертикальной плоскости, будучи подвешено за одну из своих точек в поле тяжести. Ось, проходящая через точку подвес перпендикулярно плоскости качания, называется осью качания маятника.

При малых колебаниях период колебаний физического маятника определяется формулой:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}, \qquad (1)$$

где:

J – момент инерции маятника относительно оси вращения;

m – масса маятника;

l – расстояние от оси вращения до центра масс;

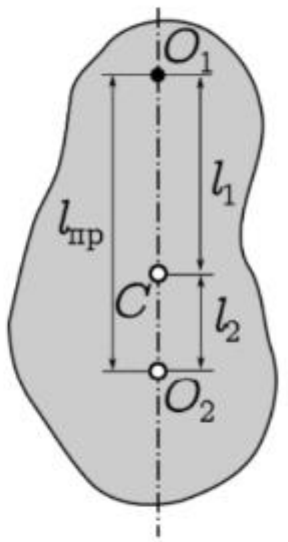
g – ускорение свободного падения.

Сравнивая (1) с формулой периода для математического маятника, можно ввести понятие приведённой длины $l_{пр}$ физического маятника:

$$l_{np} = \frac{J}{ml}, \qquad (2)$$

Приведённая длина — это длина математического маятника, период колебаний которого равен периоду данного физического маятника.

Оборотный маятник — это физический маятник, который можно подвешивать за две разные точки O_1 и O_2, расположенные по разные стороны от центра масс. Если периоды колебаний при подвешивании за эти точки совпадают, то расстояние между ними $L = O_1O_2$ равно приведённой длине маятника. Это утверждение является следствием теоремы Гюйгенса о взаимности: если период колебаний маятника при подвешивании за точку O1 равен периоду при подвешивании за точку O2 , то эти точки называются сопряжёнными, и расстояние между ними равно приведённой длине.



Из (1) и (3) следует, что ускорение свободного падения можно определить по формуле:

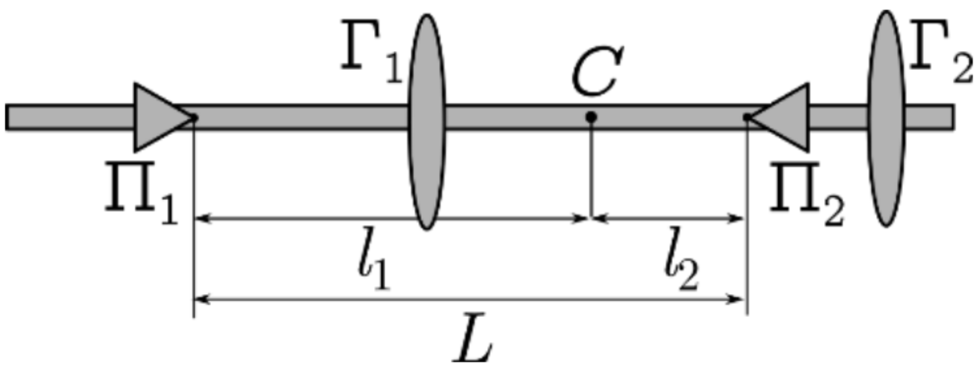
$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}, \tag{3}$$

где Т – период колебаний при подвешивании за любую из сопряжённых точек.

Если невозможно добиться точного совпадения (что и соответствует действительности), то из формулы (1) и формулы Гюйгенса-Штейнера получается:

$$g = (2\pi)^2 \frac{l_1^2 - l_2^2}{T_1^2 l_1 - T_2^2 l_2}, \tag{4}$$

3. Оборудование

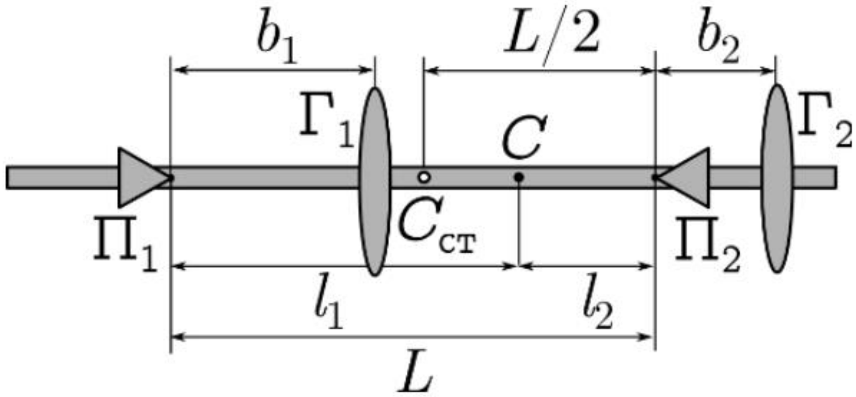


В работе используются маятники в форме стержней цилиндрического или прямоугольного сечения длиной ~1 м и массой ~ 1 ÷ 1,5 кг. Маятник подвешивается с помощью небольших треугольных призм (П1 и П2), острым основанием опирающихся на закреплённую на стене консоль. Ребро призмы задаёт ось качания маятника. На стержне закрепляются два дополнительных груза в форме «чечевицы» (Г1 и Г2). Для выполнения условия $ll1 > ll2$ внешнюю чечевицу Г2 следует крепить за призмой П2, а чечевицу Г1 (внутреннюю) — между призмами П1 и П2 (Рис. 3).

Регистрация времени колебаний проводится с помощью электронных счётчиков. Расстояния между точками установки маятников на консоли до электронных счётчиков фиксировано. Это накладывает ограничения на расположение призм и грузов на стержне. Призмы крепятся симметрично на равном расстоянии от концов стержней так, чтобы маятник при колебаниях пересекал фотоприёмники счётчика, не задевая оправу счётчика.

Фиксированное положение призм однозначно задаёт приведённую длину оборотного маятника llпр $= LL$. Изменять в опыте можно только положения грузов на стрежне. Главная задача опыта — подобрать такое положение грузов, при котором периоды колебаний при перевороте маятника совпадали бы с достаточно высокой точностью.

Подбор положения грузов



Введем геометрические параметры системы: расстояние b_1 характеризует удаление первого груза $Г_1$ от второй призмы $П_2$, величина b_2 определяет промежуток между вторым грузом $Г_2$ и той же призмой $П_2$ (см. рис). Массу компонентов установки обозначим следующим образом: $m_{ст}$ — масса основного стержня, $m_{пр1}$ и $m_{пр2}$ — массы опорных призм, m_1 и m_2 — массы дополнительных грузов.

При условии фиксации координаты центра инерции всей системы положения обоих грузов становятся взаимозависимыми и связываются уравнением моментов масс:

$$Ml_1 = (Lm_{\text{ст}})/2 + m_{\text{пр}}2L + m_1 b_1 + m_2(b_2 + L)$$

В этом выражении $M = m_{\text{ст}} + m_{\text{пр1}} + m_{\text{пр2}} + m_1 + m_2$

представляет собой суммарную массу колебательной системы, а l_1 обозначает интервал от режущей кромки первой призмы $П_1$ до центра масс всего маятника. При выводе принимается, что призмы размещены симметрично относительно середины стержня, а его центр тяжести находится на равном удалении L/2 от обеих призм.

Применяемый расчетный подход базируется на определении динамических характеристик относительно точки опоры $П_2$. Расстояния l_1 и l_2, задающие положение центра масс, принимаются известными, а координаты грузов b_2 и b_1 выступают искомыми величинами.

В расчете используются следующие физические соотношения:

Для тонкого стержня длиной lст с установленными призмами момент инерции равен:

$$J_{\text{ст}} = m_{\text{ст}}\left((l_{\text{ст}}^2)/12 + (L/2)^2\right) + m_{\text{пр}}2L^2$$

Вклад грузов в момент инерции описывается формулой:

$$J_{\text{гр}} = m_1(L - b_1)^2 + m_2 b_2^2$$

Полный момент инерции маятника определяется как:

$$J_{\text{п}} = MLl_2 = J_{\text{ст}} + J_{\text{гр}}$$

Алгоритм вычислений:

1. Выбирается и фиксируется значение расстояния l_2, обеспечивающее выполнение условия (6).
2. Используя массовые данные элементов, определяются величины $J_{п}$ и $J_{ст}$, являющиеся функциями только параметров l_2 и L.
3. Осуществляется систематическое изменение координаты b_2 от минимального значения $b_{2\min} = 0$ до максимального $b_{2\max} = (l - L)/2$. Для каждого значения b_2 по соотношению (16) находится соответствующая координата b_1 первого груза, после чего вычисляется Jгр.
4. Строится графическая зависимость $J_{гр}$ от b_2, на которой определяется точка пересечения с горизонтальной линией уровня $J_{гр} = J_{п} - J_{ст}$. Координата этой точки дает искомые положения обоих грузов.
5. Проверяется физическая реализуемость полученных расчетных положений (отсутствие чрезмерно малых расстояний от грузов до призм и прочие геометрические ограничения). При обнаружении неприемлемой конфигурации необходимо модифицировать величину l_2 и повторить вычислительную процедуру.

4. Результаты измерений и обработка данных

Измерения масс:

Величина	Значение
Масса стержня, г	1018,8 ± 0,1
Масса призмы 1, г	75,6 ± 0,1
Масса призмы 2, г	59,8 ± 0,1
Масса груза 1, г	1493,8 ± 0,1
Масса груза 2, г	1484,1 ± 0,1
Общая масса	4132,1 ± 0,5

Расчетные значения были получены при помощи метода, описанного выше, условие (ч) выполнено. При тестовых запусках маятника $T_1 = 1.555$ и $T_2 = 1.557$

Величина	Значение
Длина стержня, мм	1000,8 ± 1
Расстояние между призмами, мм	600,8 ± 1
Расчётное расстояние b_1, мм	239,0
Расчётное расстояние b_2, мм	123,0
Расстояние от ц.м. до П1, мм,	435,0 ± 1
Расстояние от ц.м. до П2, мм	165,0 ± 1

Более точные измерения периодов:

Точка подвеса	Количество измерений	Время измерения
Призма 1	500	778 ± 0,01 с
Призма 2	500	779 ± 0,01 с

Конечные результаты для расчёта g.

Величина	Значение
Расстояние от ц.м. до П1, мм, l_1	435,0 ± 1
Расстояние от ц.м. до П2, мм, l_2	165,0 ± 1
T_1, с	1.556 ± 0,003
T_2, с	1.558 ± 0,003
L, мм	600.8 ± 1

g = 9,80

5. Выводы

В ходе работы был проведен эксперимент по вычислению ускорения свободного падения. Итоговый результат, полученный при помощи оборотного маятника: 9.80 +- ыаыа. Результат лежит в пределах погрешности, эксперимент можно считать удачным.