

Praktikum: P4 Gruppe: 22

☒ **Mo** ☐ **Mi**
Zutreffendes bitte ausfüllen

WS20/21

Namen: Paul Filip useba[at]student.kit.edu

Namen: Janic Beck

Versuch: Hall-Effekt

Betreuer: Julian Skolaut Durchgeführt am: 1.02.20

Wird vom Betreuer ausgefüllt.

1. Abgabe am: _____

Rückgabe am: _____ Kommentar:

2. Abgabe am: _____

Ergebnis: + / 0 / - Handzeichen: _____

Datum: _____ Kommentar:

Inhaltsverzeichnis

1. Theory & Preparation	1
1.1. Ziel des Versuchs	1
1.2. Leitfähigkeit von Halbleitern	1
1.3. Halleffekt	1
2. Experiment & Evaluation	2
2.1. Messaufbau	2
2.2. Germanium	2
2.2.1. Leitfähigkeit und Hallkoeffizient	3
2.2.2. Extrinsischer- und intrinsischer Leitbereich	3
2.2.3. Ladungsträgerkonzentration und Bandlücke	4
2.3. Halleffekt	5
2.4. Galliumarsenid	5
2.4.1. Beweglichkeit	5
Literaturverzeichnis	8
A. Germanium Messwerte	9
B. Galliumarsenid Messwerte	11

1. Theory & Preparation

1.1. Ziel des Versuchs

1.2. Leitfähigkeit von Halbleitern

1.3. Halleffekt

2. Experiment & Evaluation

2.1. Messaufbau

Beide Messproben sind eingelagert in einen Tank der mithilfe von flüssigem Stickstoff auf tiefe Temperaturen ($< 150\text{ K}$) gekühlt werden kann. Zum anschließenden aufhitzen der Halbleiter befindet sich ein Heizelement innerhalb des Tanks, dass extern über ein Tastenfeld bedient werden kann. Dieses Bedienfeld zeigt auch die aktuelle Temperatur des Heizelements an. Da diese nicht unbedingt der Temperatur der Halbleiter entsprechen muss und zudem während der Messungen im Zehntel-Kelvin-Bereich schwankt wird eine konservative Ungenauigkeit von $\pm 1,5\text{ K}$ in der Temperatur der Proben geschätzt. Die Leit- und Hallspannung beider Proben wird mittels vierer Golddrähte wie in Abbildung 2.1 gezeigt abgenommen. Die Messgenauigkeit des verfügbaren Voltmeters wird als unendlich angesehen. Damit sind Ungenauigkeiten der Spannungswerte lediglich der Ablesegenauigkeit geschuldet. Diese beträgt für die Germanium-Probe $\Delta U_{\text{Leit}} = 0,5\text{ mV}$ bzw. $\Delta U_{\text{Hall}} = 0,5\text{ }\mu\text{V}$. Die Ungenauigkeiten für den Galliumarsenid Halbleiter ist gegeben durch $\Delta U = 5\text{ }\mu\text{V}$. Weitere Informationen können dem Laborhandbuch [Unb10] entnommen werden.

2.2. Germanium

Bei der ersten untersuchten Probe handelt es sich um einen konventionellen Germanium-Halbleiter der mittels elektrolytischer Goldkontakte und -drähte an die Messapparatur angeschlossen ist. Das Germanium-Plättchen hat, wie in Abbildung 2.1 gezeigt, die Ausmaße $H \times W \times L = 1\text{ mm} \times 10\text{ mm} \times 19\text{ mm}$. Im Folgenden sollen nun einige elektronische Eigenschaften in Abhängigkeit der Temperatur des Halbleiters diskutiert werden.

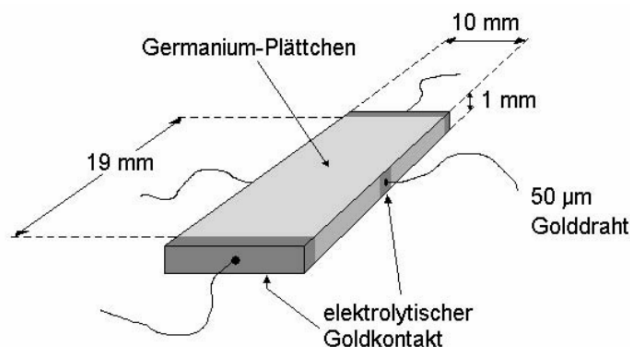
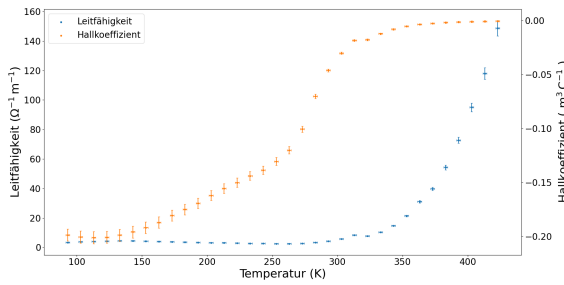


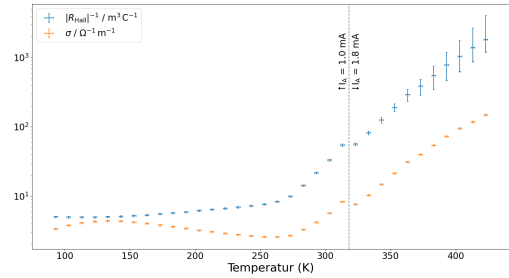
Abbildung 2.1.: Schematische Darstellung der Germanium Probe, deren Ausmaß und zugehöriger Elektronik. Abbildung entnommen aus Laborhandbuch [Unb10]

2.2.1. Leitfähigkeit und Hallkoeffizient

Die Leitfähigkeit σ sowie der Hallkoeffizient R_{Hall} werden wie in Kapitel 1 dargestellt berechnet. Dabei ergeben sich über verschiedene Temperaturen die in Abbildung 2.2a und Abbildung 2.2b gezeigten Verläufe. Die gemessenen Spannungswerte, aus denen diese Größen berechnet sind sind dem Protokoll in Anhang A beigefügt.



(a) Messwerte Probe A



(b) kombinierte logarithmische Darstellung

a) Erkennbar ist die exponentielle Abhängigkeit der Leitfähigkeit σ von der Temperatur T . Während der Hallkoeffizient für tiefe Temperaturen betragsmäßig groß ist nimmt der Effekt für große Temperaturen ab. **b)** Logarithmische Darstellung der Messwerte. Der extrinsische Bereich befindet sich um 200 K, der intrinsische oberhalb von 350 K

In den obigen Schaubildern sind qualitativ unterschiedliche Verhalten beider Messgrößen gegenüber der Temperatur zu erkennen. Zwar ist der Hallkoeffizient über den gesamten Messbereich hinweg negativ und die Ladungsträger damit Elektronen jedoch ändert sich die Ladungsträgerkonzentration und Beweglichkeit der Ladungsträger deutlich beim Abkühlen des Halbleiters. Diese qualitativen Abhängigkeiten werden in den folgenden Unterabschnitten genauer behandelt.

2.2.2. Extrinsischer- und intrinsischer Leitbereich

Hierzu wird die Beweglichkeit der Ladungsträger untersucht. Im extrinsischen Leitbereich entspricht diese dem Produkt aus Leitfähigkeit und Betrag des Hallkoeffizienten

$$\mu = \sigma |R_{\text{Hall}}| \quad (2.1)$$

Die Abhängigkeit der Elektronen(-löcher)mobilität ist dargestellt in Abbildung 2.3. Gut zu erkennen sind zwei lineare Bereiche in dem doppelt- logarithmischen Plot. Hierbei handelt es sich um den ex- und intrinsischen Bereich, die sich durch Anzahl und Beschaffenheit der anwesenden Ladungsträger wie in Kapitel 1 diskutiert unterscheiden. Eine qualitative Analyse befindet, dass sich die beiden Bereiche über folgende Temperaturdomänen erstrecken

$$173 \text{ K} \leq T_{\text{ext}} \leq 253 \text{ K}$$

$$T_{\text{int}} \geq 343 \text{ K}$$

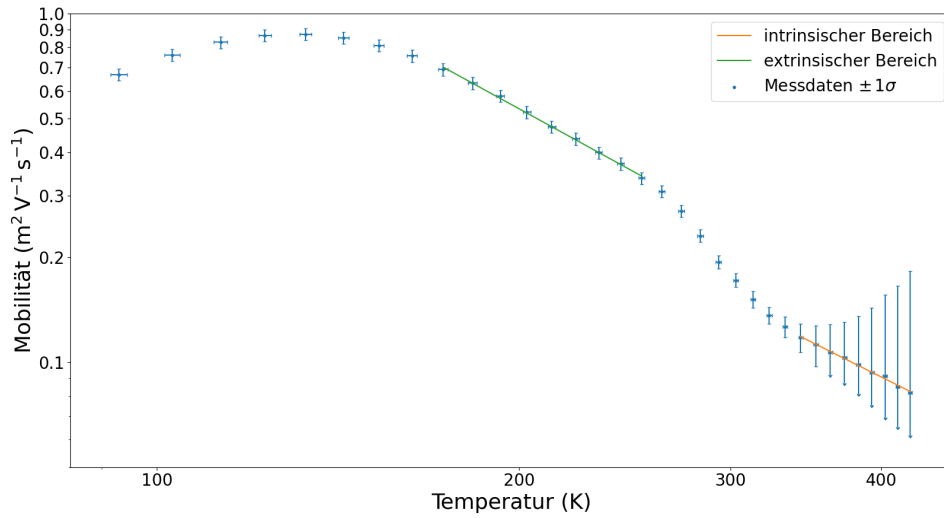


Abbildung 2.3.: Ladungsträgerbeweglichkeit über Temperatur

2.2.3. Ladungsträgerkonzentration und Bandlücke

Die Ladungsträgerkonzentration im intrinsischen Bereich n_i lässt sich mittels der in Kapitel 1 und [Unb10] präsentierten Zusammenhänge leicht aus dem Hallkoeffizienten herleiten.

$$n_i = \frac{1}{|e|R_{\text{Hall}}} \frac{1 - b(T)}{1 + b(T)}, \quad (2.2)$$

wobei $b(T)$ das Verhältnis der Beweglichkeiten von Elektronen und Elektronenlöchern angibt $b(T) := \frac{\mu_e(T)}{\mu_h(T)}$. Dieses wird im Laborhandbuch angegeben mit $b(T) = 1.24553 + 1.07 \times 10^{-3} T$. Damit errechnen sich Werte für die Ladungsträgerkonzentration, die in Abbildung 2.4a gezeigt sind.

Weiterhin lässt sich aus dem Verlauf der Ladungsträgerkonzentration mittels der *Arrhenius*-Darstellung die Bandlücke E_{gap} des Halbleiters bei $T = 0$ K bestimmen. Dabei wird Gleichung 2.3 über die reziproke Temperatur aufgetragen. Im damit gewonnenen Schaubild ist also eine lineare Abhängigkeit der Messpunkte von T^{-1} zu erwarten. Eine lineare Regression findet eine Gerade mit Steigung $-\frac{E_{\text{gap}}(T=0)}{2k_B}$ und Y-Achsenabschnitt $\log(A')$.

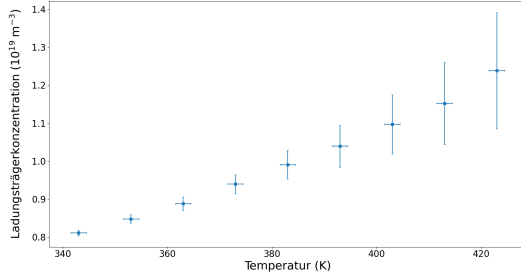
$$\log\left(\frac{n_i}{T^{\frac{2}{3}}}\right) = \log(A') - \frac{E_{\text{Gap}}(T=0)}{2k_B T} \quad (2.3)$$

Die Arrhenius-Darstellung ist in Abbildung 2.4b gezeigt. Dabei ergibt die oben präsentierte Analyse die Fitparameter in Gleichung 2.4.

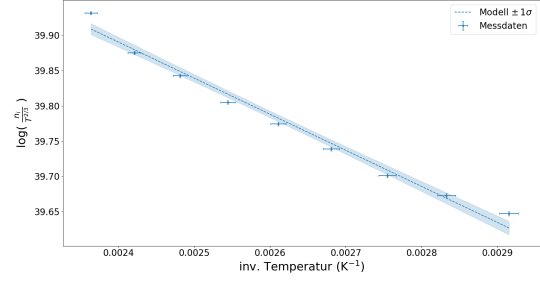
$$\log(A') = 41.1 \pm 2.6 \quad (2.4)$$

$$E_{\text{Gap}}(T=0) = (0,881 \pm 0,046) \text{ eV} \quad (2.5)$$

Im letzten Teil der Analyse der Germanium Probe wird nun die Bandlücke sowie Ladungsträgerkonzentration des Germaniumplättchens bei Raumtemperatur (300 K) bestimmt. Hierzu ist erneut das Laborhandbuch [Unb10] sowie die in Kapitel 1 dargestellten Zusammenhänge



(a) Ladungsträgerkonzentration im intrinsischen Bereich



(b) Arrhenius Darstellung

a) Die Ladungsträgerkonzentration wächst durch thermische Anregungen bei steigenden Temperaturen. **b)** Arrhenius Darstellung zur Berechnung der Bandlücke des Halbleiters.

hilfreich. Die Bandlücke des Germaniumhalbleiters ist schwach Temperaturabhängig. Es gilt:

$$E_{\text{Gap}}(T) = E_{\text{Gap}}(T = 0) - 4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{eV}}{\text{K}} T$$

$$E_{\text{Gap}}(300 \text{ K}) = (0,761 \pm 0,046) \text{ eV}$$

Mit diesem Wissen und Gleichung 2.3 lässt sich die Konzentration der Ladungsträger bei einer beliebigen Temperatur berechnen als

$$n_i(T) = A' T^{\frac{2}{3}} e^{-\frac{E_{\text{Gap}}(T)}{2k_B T}},$$

$$n_i(300 \text{ K}) = (1,306 \pm 0,120) \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3}$$

Die gefundenen Werte weichen von Literaturwerten des Laborhandbuchs ab ($E_{\text{Gap, Lit.}}(T = 300 \text{ K}) = 0,66 \text{ eV}$, $n_{i, \text{Lit.}} = 2,4 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3}$). Die Messungenauigkeiten alleine können diese relativ hohen Abweichungen alleine vollständig erklären. Im Messaufbau selber müssen folglich unbehandelte Systematiken auftauchen, die in dieser Analyse nicht diskutiert werden. Nichtsdestotrotz kann eine qualitative Übereinstimmung der Daten mit der Theorie gezeigt werden.

2.3. Halleffekt

2.4. Galiumarsenid

Bei der zweiten Probe handelt es sich um eine modulationsdotierte GaAs/AlGaAs Heterostruktur, diese bildet ein 2-dimensionales Elektronengas aus.

2.4.1. Beweglichkeit

Analog zur Germanium Probe im unipolaren (extrinsischen) Fall wird die die Beweglichkeit berechnet via:

$$\mu = \sigma |R_H|. \quad (2.6)$$

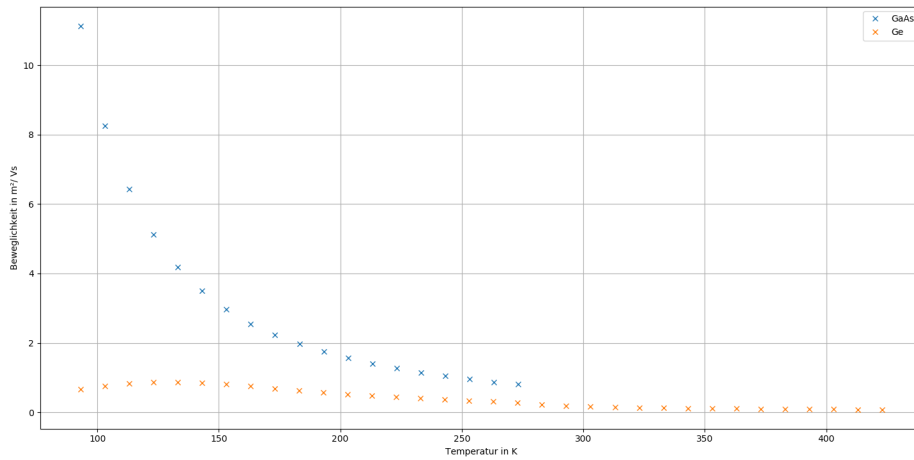


Abbildung 2.5.: Beweglichkeit von Ge und GaAs im Vergleich

Aufgrund der Van-der-Pauw-Geometrie ("Kreuz-Form") berechnet sich die Leitfähigkeit und der Hallkoeffizient im 2-dimensionalen Fall (2DEG) mit:

$$\sigma = \frac{\ln(2)}{\pi} \frac{I}{U_L} \quad (2.7)$$

$$R_H = \frac{\Delta U_H}{I} \frac{1}{B}. \quad (2.8)$$

In Abbildung 2.5 erkennt man eine abnehmende Beweglichkeit mit hohen Temperaturen. Dies ist vor allem der zunehmenden Streuung polar-optischen Phononen und akustischen Phononen geschuldet.

Vergleicht man die Beweglichkeiten von Germanium und GaAs erkennt man einen deutlichen Unterschied der Beweglichkeit vor allem bei niedrigen Temperaturen. Dies liegt daran, dass für Germanium die Streuung an geladener Störstellen dominiert. Bei niedrigen Temperaturen nimmt die Geschwindigkeit der Teilchen ab und die Ablenkung durch das Coulomb-Potential zu, daher sinkt die Stoßzeit und somit die Beweglichkeit. Es ist abzusehen, dass für noch tiefere Temperaturen die Beweglichkeit von GaAs zunimmt.

Temperatur in K	Beweglichkeit in $\frac{m^2}{Vs}$
93,15	11,13 \pm 0,26
103,15	8,26 \pm 0,19
113,15	6,42 \pm 0,15
123,15	5,15 \pm 0,15
133,15	4,17 \pm 0,09
143,15	3,51 \pm 0,08
153,15	2,96 \pm 0,07
163,15	2,55 \pm 0,06
173,15	2,23 \pm 0,05
183,15	1,97 \pm 0,05
193,15	1,76 \pm 0,04
203,15	1,56 \pm 0,04
213,15	1,41 \pm 0,04
223,15	1,27 \pm 0,04
233,15	1,15 \pm 0,03
243,15	1,05 \pm 0,03
253,15	0,95 \pm 0,03
263,15	0,88 \pm 0,03
273,15	0,80 \pm 0,03

Tabelle 2.1.: Beweglichkeit von GaAs bei verschiedenen Temperaturen

Literaturverzeichnis

[Unb10] Unbekannt: *Halleffekt und Leitfähigkeit von Halbleitern*, 2010.

A. Germanium Messwerte

Tabelle .1.: Spannungswerte Germanium Probe über Temperatur

Temperatur (°C)	$B = +0,5 \text{ T}$		$B = 0,0 \text{ T}$		$B = -0,5 \text{ T}$	
	$U_{\text{Leit}} \text{ (V)}$	$U_{\text{Hall}} \text{ (mV)}$	$U_{\text{Leit}} \text{ (V)}$	$U_{\text{Hall}} \text{ (mV)}$	$U_{\text{Leit}} \text{ (V)}$	$U_{\text{Hall}} \text{ (mV)}$
-180	1.192	-165.69	1.015	7.97	1.185	191.80
-170	1.067	-166.43	0.900	9.15	1.069	194.45
-160	0.995	-165.85	0.831	10.45	0.995	196.15
-150	0.953	-164.08	0.792	11.92	0.953	197.10
-140	0.936	-161.05	0.778	13.68	0.935	196.75
-130	0.939	-156.75	0.785	15.35	0.939	195.75
-120	0.956	-151.71	0.810	17.25	0.959	193.65
-110	0.984	-145.85	0.845	18.99	0.990	190.75
-100	1.023	-139.05	0.893	20.77	1.029	185.95
-90	1.066	-131.85	0.947	22.59	1.076	183.05
-80	1.110	-125.10	0.997	24.23	1.121	179.35
-70	1.670	-116.75	1.062	26.25	1.176	174.80
-60	1.219	-109.23	1.122	28.00	1.226	170.65
-50	1.263	-103.12	1.174	29.62	1.273	167.00
-40	1.314	-95.93	1.232	31.25	1.321	163.00
-30	1.351	-90.50	1.278	32.45	1.363	158.95
-20	1.394	-82.42	1.322	33.22	1.398	152.33
-10	1.401	-75.10	1.330	32.29	1.395	141.00
0	1.349	-65.00	1.266	27.53	1.080	116.12
10	1.105	-47.56	1.041	15.55	1.083	78.80
20	0.875	-35.30	0.814	7.560	0.824	47.80
30	0.666	-25.00	0.600	3.320	0.608	29.30
40	0.450	-15.60	0.413	1.440	0.420	17.35
50	0.475	-15.31	0.447	0.800	0.467	16.74
60	0.352	-10.66	0.331	0.580	0.336	11.35
70	0.247	-6.900	0.231	0.500	0.232	7.45
80	0.167	-4.320	0.160	0.500	0.163	5.14
90	0.110	-2.550	0.110	0.480	0.115	3.64
100	0.090	-1.860	0.086	0.500	0.087	2.81
110	0.065	-1.120	0.063	0.520	0.063	2.14
120	0.049	-0.620	0.047	0.540	0.047	1.69
130	0.037	-0.320	0.036	0.550	0.037	1.41
140	0.030	-0.110	0.029	0.550	0.028	1.19
150	0.023	0.060	0.023	0.550	0.023	1.05

B. Galliumarsenid Messwerte

Tabelle .1.: Spannungswerte Galliumarsenid Probe über Temperatur

Temperatur (°C)	$B = +0,5 \text{ T}$		$B = 0,0 \text{ T}$		$B = -0,5 \text{ T}$	
	U_{Leit} (V)	U_{Hall} (mV)	U_{Leit} (V)	U_{Hall} (mV)	U_{Leit} (V)	U_{Hall} (mV)
-180	1.48	-37.34	1.45	-0.13	1.49	37.22
-170	2.05	-37.82	1.96	-0.14	2.02	37.69
-160	2.68	-38.34	2.55	-0.15	2.63	38.22
-150	3.37	-38.89	3.24	-0.14	3.39	38.82
-140	4.05	-38.75	3.96	-0.15	4.19	38.50
-130	4.80	-38.35	4.67	-0.15	4.91	38.18
-120	5.63	-37.72	5.45	-0.14	5.69	37.57
-110	6.43	-37.08	6.22	-0.14	6.47	36.93
-100	7.20	-36.43	7.00	-0.13	7.22	35.98
-90	8.06	-35.64	7.80	-0.14	7.99	35.49
-80	8.74	-34.91	8.52	-0.14	8.80	34.61
-70	9.57	-33.75	9.31	-0.15	9.54	33.57
-60	10.26	-32.73	10.04	-0.14	10.26	32.52
-50	10.92	-31.55	10.70	-0.13	10.92	31.37
-40	11.55	-30.15	11.35	-0.13	11.58	30.00
-30	12.20	-28.93	11.93	-0.12	12.19	28.78
-20	12.74	-27.68	12.50	-0.11	12.78	27.52
-10	13.27	-26.45	13.04	-0.11	13.35	26.26
0	13.72	-25.05	13.47	-0.10	13.72	25.12