

Einführung in das Kernphysikalische Praktikum

von F. K. Schmidt

Überarbeitung: J. Wolf

Institut für Experimentelle Kernphysik
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

Ausgabe Oktober 2017

Das vorliegende Buch basiert auf dem so genannten „Blauen Buch“ von F. K. Schmidt, der diese Einführung im Laufe seiner jahrzehntelangen Tätigkeit als Leiter des Kernphysikalischen Praktikums zusammenstellte. Nachdem der Text verschiedene Microsoft Word Versionen durchlaufen hatte, wurde das „Blaue Buch“ 2015 in LaTeX umgewandelt. Hunderte von Formeln wurden dazu von Steffen Albert in LaTeX umgesetzt. An dieser Stelle möchte ich auch den vielen Assistenten danken, die die einzelnen Versuchsbeschreibungen immer wieder überarbeitet und aktualisiert haben. Besonderer Dank gilt Frau Knoch, die dieses Script immer auf dem letzten Stand hält.

Karlsruhe, den 1.6.2017, Joachim Wolf

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Art und Eigenschaften der Strahlung	3
2.1	Der α -Zerfall	3
2.2	Der β -Zerfall	6
2.2.1	Der β^- -Zerfall	6
2.2.2	Der β^+ -Zerfall	7
2.2.3	Der Elektroneneinfang	7
2.2.4	Der β -Zerfall als Drei-Teilchen-Problem	8
2.2.5	Die Form des β -Spektrums	10
2.3	Der Gamma-Zerfall	13
2.4	Die innere Konversion	14
2.5	Neutronenquellen	15
3	Die Wechselwirkung von Strahlung mit Materie	17
3.1	Geladene Teilchen	17
3.1.1	Die Bethe-Bloch-Formel	18
3.1.2	Die Bremsstrahlung	21
3.2	Ungeladene Teilchen	24
3.2.1	Das Neutron	24
3.2.1.1	Elastische Streuung von Neutronen an Kernen	24
3.2.1.2	Neutroneninduzierte Kernreaktionen	25
3.2.1.3	Neutroneninduzierte Kernspaltung	26
3.2.2	Das Gamma-Quant	26
3.2.2.1	Der Comptoneffekt	28
3.2.2.2	Der Photoeffekt	32
3.2.2.3	Die Paarerzeugung und Paarvernichtung	36
3.2.2.4	Der totale Absorptionskoeffizient für elektromagnetische Strahlung in Materie	42
4	Strahlungsdetektoren	45
4.1	Detektoren mit direktem Nachweis der Ionisation.	45
4.1.1	Die Gaszählrohre	45
4.1.1.1	Die Ionisationskammer	48
4.1.1.2	Das Proportionalzählrohr	53
4.1.1.3	Das Auslösezählrohr oder Geiger-Müller-Zählrohr	56
4.1.1.4	Überblick der Eigenschaften von Zählrohren	60
4.1.2	Die Halbleiterdetektoren	61
4.1.2.1	Der Kristalldetektor	61
4.1.2.2	Der Sperrschichtdetektor	63

4.1.2.3	Der Lithium-Drift Detektor	66
4.1.2.4	Die Energie- und Zeitauflösung	66
4.1.2.5	Die Impulsform der Halbleiterdetektoren	68
4.2	Detektoren mit Nachweis der Ionisation durch Emission von Licht	69
4.2.1	Der Szintillationsdetektor	69
4.2.1.1	Der anorganische Szintillator	71
4.2.1.2	Der organische Szintillator	75
4.2.1.3	Vergleich der anorganischen und organischen Szintillatoren	76
4.2.1.4	Die Impulsform des Szintillationszählers	77
5	Die Verarbeitung der Detektorsignale	79
5.1	Der Analogteil	80
5.1.1	Die Verstärkung der Signale	81
5.1.2	Die Impulsformung	81
5.1.2.1	Einfache RC-Differentiation	82
5.1.2.2	RC-Integration	82
5.1.2.3	Einfache RC-Differentiation und nachfolgende ein- oder mehrfache Integration	82
5.1.2.4	Doppelte Differentiation und nachfolgende mehrfache Integration	82
5.1.2.5	Einfache Verzögerungsleitung	84
5.2	Der Analog-zu-Digital-Konverter (ADC)	85
5.2.1	Der Integralkalkulator	86
5.2.2	Der Differentialdiskriminator oder Einkanalanalysator	86
5.2.3	Der Vielkanalanalysator	86
5.3	Die Zeitinformation in den Diskriminatoren	87
5.3.1	Die Koinzidenz	89
5.3.1.1	Der Zeit-zu-Impulshöhen-Konverter	90
5.4	Der digitale Teil	91
6	Der Aufbau der Experimente in Blockschaltbildern	93
6.1	Die Messgröße	93
6.1.1	Die Identifizierung und Diskriminierung von Teilchen	93
6.1.2	Die Energiediskriminierung	95
6.1.3	Die zeitliche Korrelation der Strahlung	95
6.1.3.1	Die Koinzidenzmessung	95
6.1.3.2	Die Zeitmessung	97
6.1.4	Andere Methoden	97
6.2	Die Blockschaltbilder	98
6.2.1	Bestimmung der Zählrate von ausgewählten Ereignissen	98
6.2.2	Bestimmung des Energiespektrums mit einem Vielkanalanalysator	99
6.2.3	Messung des Energiespektrums ausgewählter Ereignisse	99
6.2.4	Die Koinzidenzmessung	100
6.2.5	Die Zeitmessung	100
7	Die Versuche	103
7.1	Versuch 1: Driftgeschwindigkeit von Elektronen in Gasen	104
7.1.1	Aufgaben	104
7.1.2	Einführung	104
7.1.2.1	Diffusion	104
7.1.2.2	Ramsauereffekt	105
7.1.2.3	Drift und Beweglichkeit	105

7.1.2.4	Zählgase und Quencher	107
7.1.2.5	Einfluß des Löschgasanteils auf die Driftgeschwindigkeit	107
7.1.3	Prinzip der Messung	108
7.1.4	Durchführung des Versuchs	110
7.1.5	Literatur	111
7.2	Versuch 2: Beta-Spektroskopie	113
7.2.1	Aufgaben	113
7.2.2	Einführung	113
7.2.3	Prinzip der Messung	113
7.2.4	Versuchsaufbau, das $\pi \cdot \sqrt{2}$ -Spektrometer	115
7.2.5	Durchführung	116
7.2.6	Auswertung	117
7.2.7	Literatur	117
7.3	Versuch 3: Gamma-Koinzidenzspektroskopie	119
7.3.1	Aufgaben	119
7.3.2	Einführung	119
7.3.3	Prinzip der Messung	119
7.3.4	Durchführung des Versuchs	121
7.3.5	Literatur	122
7.4	Versuch 4: Neutronendiffusion	123
7.4.1	Aufgaben	123
7.4.2	Einführung	123
7.4.2.1	Definition des Neutronenflusses	123
7.4.2.2	Die Ausbreitung schneller Neutronen in Materie	124
7.4.2.3	Die Thermalisierung der Neutronen	125
7.4.2.4	Ausbreitung thermischer Neutronen: Diffusionstheorie	125
7.4.3	Prinzip der Messung	127
7.4.3.1	Relaxationslänge	127
7.4.3.2	Diffusionslänge. Die Cd-Differenzmethode	127
7.4.4	Aufbau und Durchführung	129
7.4.5	Literatur	129
7.5	Versuch 5: Der Comptoneffekt	130
7.5.1	Aufgaben	130
7.5.2	Einführung	130
7.5.3	Der Wirkungsquerschnitt	131
7.5.4	Aufbau und Durchführung	132
7.5.5	Literatur	134
7.5.6	Angaben zum Versuch	134
7.5.6.1	Wirkungsquerschnitt für den Comptoneffekt nach Klein-Nishina	135
7.6	Versuch 6: Die Lebensdauer des Positroniums	137
7.6.1	Aufgaben	137
7.6.2	Einführung	137
7.6.2.1	Paarvernichtung	137
7.6.2.2	Bildung von Positronium	138
7.6.2.3	Nachweis von Positronium	139
7.6.2.4	Positronium in Festkörpern	140
7.6.3	Prinzip der Messung	141
7.6.4	Aufbau und Durchführung	141
7.6.5	Auswertung	142
7.6.6	Literatur	142

7.7	Versuch 7: Messung der Winkelkorrelation von γ -Strahlung	143
7.7.1	Aufgabe	143
7.7.2	Einführung	143
7.7.3	Aufbau und Durchführung	146
7.7.4	Auswertung	147
7.7.5	Literatur	147
7.8	Versuch 8: Landé-Faktor des Myons	148
7.8.1	Aufgaben	148
7.8.2	Einführung	148
7.8.2.1	Zusammensetzung der Höhenstrahlung	148
7.8.2.2	Die Abbremsung der Myonen in Materie	150
7.8.2.3	Die Polarisierung der Myonen	150
7.8.2.4	Der Nachweis des Myonzerfalls	152
7.8.2.5	Die Präzession der Myonen im Magnetfeld	153
7.8.3	Prinzip der Messung	154
7.8.4	Aufbau und Durchführung	155
7.8.5	Literatur	155
7.9	Versuch 9: Der Mößbauereffekt	156
7.9.1	Aufgaben	156
7.9.2	Einführung	156
7.9.2.1	Resonanzabsorption	156
7.9.2.2	Der Mößbauereffekt	158
7.9.2.3	Der experimentelle Nachweis des Mößbauereffekts	160
7.9.2.4	Aufspaltung und Verschiebung der Resonanzlinie	161
7.9.3	Prinzip der Messung	166
7.9.4	Aufbau und Durchführung	167
7.9.4.1	Der Funktionsgenerator (DFG: Digital Function Generator)	167
7.9.4.2	Das Mößbauer-Antriebssystem	168
7.9.4.3	Eicheinheit (MCV: Mößbauer Velocity Calibrator)	168
7.9.4.4	Der Vielkanalzähler (MCS von Multi-Channel-Scaler)	170
7.9.5	Literatur	171
7.9.6	Angaben	171
7.10	Versuch 10: Paritätsverletzung beim β -Zerfall	172
7.10.1	Aufgaben	172
7.10.2	Einführung	172
7.10.2.1	Die Parität	172
7.10.2.2	Die Polarisierung von Teilchen und Photonen	174
7.10.3	Prinzip der Messung	176
7.10.3.1	Die Polarisierung der Bremsstrahlung	176
7.10.3.2	Die Messung der Zirkularpolarisation von γ -Quanten	178
7.10.4	Aufbau und Durchführung	180
7.10.5	Auswertung und Fehlerrechnung	181
7.10.6	Literatur	181
7.11	Versuch 11: Eigenschaften der Elementarteilchen	182
7.11.1	Aufgabe	182
7.11.2	Einführung	182
7.11.2.1	Standardmodell	182
7.11.2.2	Experimenteller Aufbau	186
7.11.3	Grundlagen	192
7.11.3.1	Das Dimyonspektrum	192

7.11.3.2	Der Drell-Yan-Prozess	193
7.11.3.3	Zerfallsbreite und Lebensdauer	194
7.11.3.4	Abweichungen der Form der Resonanzen von der erwarteten Form	194
7.11.3.5	Spezielle Resonanzen im Dimyonspektrum	196
7.11.4	Versuchsablauf	197
7.11.4.1	Datensatz und Software	197
7.11.4.2	Klassifizierung der Myonen	198
7.11.4.3	Analyse der Z-Resonanz	198
7.11.4.4	Bestimmung einer Untergrundparametrisierung	198
7.11.4.5	Abschätzung der Detektorauflösung	199
7.11.4.6	Fit der Z-Resonanz	200
7.11.4.7	Themen für die Vorbereitung:	200
7.12	Versuch 12: Aktivität von radioaktiven Präparaten	202
7.12.1	Aufgaben	202
7.12.2	Einführung	202
7.12.3	Prinzip der Messung	203
7.12.3.1	Direkte Messung	203
7.12.3.2	Koinzidenzmessung	204
7.12.4	Aufbau und Durchführung	205
7.12.4.1	Direkte Methode	205
7.12.4.2	Koinzidenzmethode	207
7.12.5	Literatur	208
A	Tabellen	209
A.1	Termschemata der verwendeten Nuklide	209
A.2	Fermi-Funktionen	213
B	Strahlenschutzanweisung	215
B.1	Organisation des Strahlenschutzes	215
B.2	Für den Strahlenschutz wesentlicher Betriebsablauf	216
B.2.1	Ziel der Praktika	216
B.2.2	Tätigkeitsvoraussetzungen	216
B.2.3	Verhaltensregeln	216
B.2.4	Regeln zum Betrieb	216
B.2.5	Beförderung von radioaktiven Stoffen	217
B.2.6	Strahlenschutzbereiche und Zutrittsregelungen	218
B.2.7	Unterweisung	218
B.2.8	Ermittlung der Körperdosis	218
B.3	Funktionsprüfung und Wartung	218
B.4	Alarmübungen, Unfälle und Störfälle	218
B.4.1	Alarmübungen	219
B.4.2	Unfälle und Störfälle	219
B.5	Einwirkungen Dritter, Abhandenkommen eines Strahlers	219
	Literaturverzeichnis	221
	Index	224

Kapitel 1

Einleitung

Die vorliegende Einführung in das kernphysikalische Praktikum an der Universität Karlsruhe soll den Studierenden bei der Vorbereitung und Durchführung kernphysikalischer Experimente behilflich sein. Sie soll ihnen einerseits die Orientierung in einem neuen oder doch zumindest wenig vertrauten Gebiet der Physik erleichtern, indem sie in handlicher Form die wichtigsten Begriffe und Methoden behandelt, die sie sich sonst nur mit beträchtlichem Zeitaufwand aus mehreren Quellen erarbeiten können.

Andererseits soll erreicht werden, die auf den ersten Blick in verwirrender Vielfalt erscheinenden Meßmethoden und Messprobleme im Hinblick auf Gemeinsamkeiten zu klassifizieren und in einer übersichtlichen Weise darzustellen. Selbstverständlich soll sie eine Vorlesung über Kernphysik und das Studium der Literatur nicht ersetzen.

Die Einführung ist in drei Teile gegliedert. Im ersten Teil, (Kap.2-4), sind die Grundlagen behandelt: das sind Art und wichtigste Eigenschaften der im Praktikum auftretenden Strahlung, die Wechselwirkung von Strahlung mit Materie und schließlich die Strahlungsdetektoren. Dieser Teil enthält die wichtigsten Begriffe der Kernphysik, soweit sie hier Verwendung finden, und die physikalischen Grundlagen des kernphysikalischen Messens. Er bildet den Hintergrund des Wissens, der für das Verständnis und die Durchführung jedes Versuchs vorausgesetzt wird. Für den Abschnitt über die Detektoren gilt dies nur mit Einschränkung, weil darin mehr Wert auf eine ausführliche Beschreibung der Eigenschaften und Wirkungsweisen gelegt wurde, als in den meisten Fällen üblich ist.

Im zweiten Teil, (Kap.5-6) werden die Elektronik und der Aufbau der Experimente durch Blockschaltbilder behandelt. Durch die moderne Einschubtechnik, in der die elektronischen Funktionen in getrennten Einheiten realisiert sind, ist es möglich, alle Experimente durch Kombination weniger Einschübe aufzubauen. Die Blockschaltbilder, welche die elektronischen Funktionen beschreiben, sind deshalb weitgehend Abbilder des tatsächlichen Aufbaus. Um die in den Experimenten anfallende Information zu gewinnen und zu verarbeiten, sind nur wenige Standardaufbauten erforderlich, die hier angegeben werden.

Der dritte Teil, der Versuchsteil, enthält die Aufgabenstellung, die Beschreibung der Anordnung, Durchführung und Auswertung der einzelnen Versuche und, soweit dies notwendig ist, auch eine Einführung in die physikalischen Grundlagen. Dabei werden alle Größen eingeführt und alle Formeln angegeben, die verwendet werden, doch wird es oft nützlich sein, zum tieferen Verständnis auch die Literatur heranzuziehen, die für jeden Versuch angegeben ist.

Der Anhang umfasst neben Tabellen für die β -Spektroskopie die Termschemata aller im Praktikum verwendeten Präparate, das Literaturverzeichnis und insbesondere ein Stichwortverzeichnis, das den Umgang mit diesem Buch erleichtern soll.

Kapitel 2

Art und Eigenschaften der Strahlung

Im Praktikum wird mit der Strahlung aus radioaktiven Zerfällen, mit Myonen aus der kosmischen Höhenstrahlung und mit Daten des DELPHI-Teilchendetektors (LEP, Cern) gearbeitet. Bei den meisten Experimenten werden künstlich erzeugte Isotope verwendet, bei deren Zerfall α -Teilchen, Elektronen (β^-), Positronen (β^+), γ -Quanten oder Neutronen entstehen können. Die Energie dieser Quanten liegt in der Größenordnung von keV und wenigen MeV. Die Experimente beschränken sich auf die Untersuchung der Eigenschaften dieser Teilchen und der durch sie zugänglichen Eigenschaften der Kerne, sowie auf ihre elektromagnetische Wechselwirkung mit der Materie. Nicht vertreten ist der große Bereich der Kernreaktionen, d.h. die starke Wechselwirkung und die mit ihr verbundenen Fragen der Reaktions- und Kernmodelle.

Im Folgenden werden der radioaktive Zerfall und die wichtigsten Eigenschaften der dabei emittierten Teilchen besprochen. Daran schließt sich ein Kapitel über Neutronenquellen an.

2.1 Der α -Zerfall

Beim α -Zerfall geht ein Mutterkern mit der Ordnungszahl Z und der Massenzahl A unter Emission eines ${}^4\text{He}$ -Kerns, des α -Teilchens ($Z = 2$, $A = 4$), in einen Kern mit der Ordnungszahl $Z - 2$ und der Massenzahl $A - 4$ über (Abb. 2.1). Der Zerfall lässt sich symbolisch schreiben

$${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 \text{He} \quad (2.1)$$

Auf beiden Seiten der Zerfallsgleichung steht die gleiche Anzahl von Protonen (Z) und die gleiche Anzahl von Nukleonen (A). Dies ist eine Eigenschaft aller radioaktiven Zerfälle: die Baryonenzahl und die Ladung gehorchen Erhaltungssätzen.

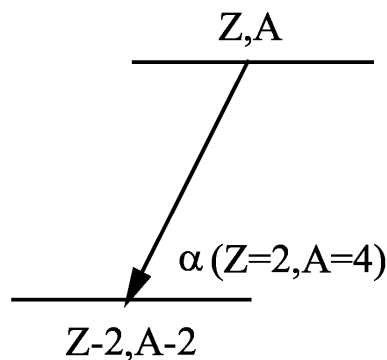


Abbildung 2.1: α -Zerfall.

Der Zerfall in 2.1 ist energetisch möglich, wenn die Kernmasse auf der linken Seite größer ist als die Summe der Kernmassen auf der rechten. Fügt man auf beiden Seiten Z Elektronenmassen hinzu, dann können die Kernmassen durch die Atommassen M ausgedrückt werden und die Bedingung für den Zerfall ist, dass die Zerfallsenergie Q positiv ist. Also

$$Q = [M(Z, A) - M(Z - 2, A - 4) - M({}_2^4\text{He})] \cdot c^2 \quad (2.2)$$

Nach dem Energiesatz ist:

$$Q = E_{\text{kin}}(\alpha) + E_{\text{kin}}(Y) \quad (2.3)$$

Der Impulssatz verlangt (nichtrelativistisch)

$$m_\alpha \cdot E_{\text{kin}}(\alpha) = m_Y \cdot E_{\text{kin}}(Y) \quad (2.4)$$

Daraus folgt

$$E_{\text{kin}}(\alpha) = Q \cdot \frac{m_Y}{m_Y + m_\alpha} \quad (2.5)$$

Das α -Teilchen erhält also beim Zerfall eine diskrete Energie, die durch den Q -Wert und die Masse des Mutterkerns bestimmt ist. Die radioaktive α -Strahlung ist deshalb monochromatisch.

Mit Hilfe der semiempirischen Massenformel von Weizsäcker [1], welche die Abhängigkeit der Kernmassen von der Ordnungs- und der Massenzahl angibt, lässt sich abschätzen, für welche Kerne die Zerfallsbedingung erfüllt ist. Danach sollten alle Kerne mit $A > 150$ instabil gegenüber dem α -Zerfall sein. Beobachtet wird in der Tat, dass alle α -instabilen Kerne in der Tat Massenzahlen größer als 150 haben. Es gibt aber auch Kerne, die in diesem Bereich stabil sind. Die Erklärung dafür ist, dass in vielen Fällen die zur Verfügung stehenden Zerfallsenergien sehr klein sind, so dass, wie weiter unten noch besprochen wird, die Zerfallswahrscheinlichkeiten extrem gering sind und die Zerfälle dann nicht mehr nachgewiesen werden können.

Die experimentell bestimmten Lebensdauern liegen im weiten Bereich von 10^{-6} s bis 10^{17} s. Selbst die kürzesten sind aber noch sehr groß gegenüber der für die starke Wechselwirkung charakteristischen Zeit von 10^{-21} s, die ein schnelles Teilchen benötigt, um einen Kern zu durchfliegen. Das bedeutet, dass auch die α -radioaktiven Kerne verhältnismäßig stabile Gebilde sind.

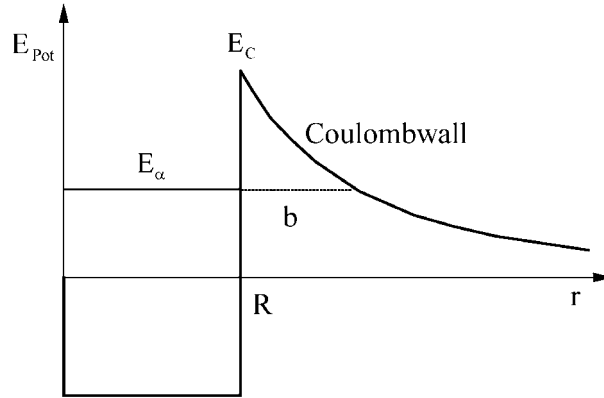
Die mittlere Lebensdauer τ oder die Zerfallswahrscheinlichkeit λ hängen von der kinetischen Energie E_{kin} der α -Teilchen ab. Es wurde zunächst ein empirischer Zusammenhang gefunden (Geiger-Nuttall) der Form

$$\begin{aligned} \log_{10}(\lambda) &= a - b \cdot Z \cdot (E_\alpha)^{-1/2} \\ a, b &= \text{konst.} \end{aligned} \quad (2.6)$$

die ausdrückt, dass mit zunehmender α -Energie die Wahrscheinlichkeit des Zerfalls sehr schnell zunimmt.

Eine Erklärung des α -Zerfalls, wie die des radioaktiven Zerfalls überhaupt, ist in der klassischen Physik nicht möglich. Hier kann ein Teilchen mit einer bestimmten kinetischen Energie einen Potentialwall, der höher ist als diese Energie, nicht überwinden: es wird am Potentialwall reflektiert. Ist es einmal von einem Wall umgeben, dann bleibt es für immer darin gefangen.

In der Quantenmechanik jedoch gibt es den Tunneleffekt. Danach besteht für ein Teilchen beim Stoß mit einem Potentialwall eine endliche Wahrscheinlichkeit, den Wall zu durchdringen. Dies ist nicht so zu verstehen, dass beim experimentellen Versuch, das Teilchen nachzuweisen, sich ergeben würde, dass ein gewisser Bruchteil des Teilchens sich innerhalb des Walls befindet, während der Rest außerhalb ist. Um die quantenmechanische Wahrscheinlichkeitsaussage zu verifizieren, müssen *vielen* Teilchen nachgewiesen werden. Es zeigt sich dann, dass von allen Teilchen

Abbildung 2.2: Tunneleffekt beim α -Zerfall.

eine *bestimmte Anzahl* sich jenseits des Walles befindet, die genau der Aufenthaltswahrscheinlichkeit des einzelnen Teilchens dort entspricht. Diese Teilchen haben sich so verhalten, als ob sie den Wall durchtunnelt hätten. Daher der Name Tunneleffekt.

Es war Gamov, der auf der Grundlage des Tunneleffekts eine Theorie des α -Zerfalls entwickelt hat. Dabei liegen die folgenden Vorstellungen zugrunde. Der Kern wird als eine endlich ausgedehnte Ansammlung von Protonen und Neutronen betrachtet, in der sich ein α -Teilchen mit einer bestimmten kinetischen Energie gebildet hat. Die Nukleonen und das α -Teilchen unterliegen der starken Wechselwirkung, welche die (relative) Stabilität des Kerns gewährleistet und die in ihrer Auswirkung auf das α -Teilchen wegen ihrer endlichen Reichweite als ein Potentialtopf beschrieben werden kann. Dieser hat eine endliche Tiefe, er ist zylindersymmetrisch, und seine Ausdehnung wird mit dem Kernradius R gleichgesetzt. Außerhalb des Kerns unterliegt das α -Teilchen nur der elektromagnetischen Coulomb-Wechselwirkung. Die Coulomb-Energie verschwindet in unendlich großer Entfernung, sie nimmt bei Annäherung an den Kern zu und erreicht am Kernrand den maximalen Wert

$$E_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{z \cdot Z \cdot e^2}{R} \quad (2.7)$$

mit Z , der Ladung des Kerns und z der Ladung des α -Teilchens.

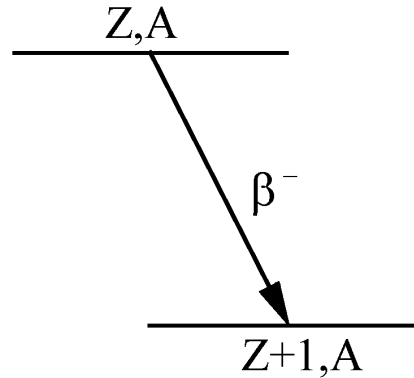
Das Potential des α -Teilchens als Funktion seiner Entfernung r vom Kernmittelpunkt hat demnach den in Abb. 2.2 gezeigten Verlauf. Innerhalb des Kerns ($r < R$) wirken die Kernkräfte mit kurzer Reichweite, die durch den Potentialtopf dargestellt sind. Außerhalb ($r > R$) ist die langreichweitige Coulombkraft maßgebend. Für ein Teilchen innerhalb des Kerns, dessen Energie kleiner ist als die Coulomb-Energie E_c , gibt es in der klassischen Physik keine Möglichkeit, den Kern zu verlassen. In der Quantenmechanik ist dies nur der Fall für Teilchen mit negativer Energie, für die der Potentialwall unendlich breit ist. Für Teilchen mit positiver Energie, z.B. E_α in Abb. 2.2, besteht eine bestimmte Wahrscheinlichkeit, den nur endlich breiten Potentialwall zu durchdringen. Geschieht dies, dann verhält es sich energetisch so, als ob es längs der gestrichelt eingezeichneten Linie den Wall durchtunnelt hätte.

Die Wahrscheinlichkeit des Durchdringens lässt sich berechnen und ist näherungsweise

$$T = \exp - \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{8 \cdot z \cdot Z \cdot e^2 \cdot m \cdot b}{\hbar^2} \right)^{1/2} \quad (2.8)$$

wobei

$$b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{z \cdot Z \cdot e^2}{E_\alpha} \quad (2.9)$$

Abbildung 2.3: β^- -Zerfall.

E_α ist die kinetische Energie des α -Teilchens in großer Entfernung vom Kern, m seine Masse. T heißt Transmissionskoeffizient, er ist definiert als das Verhältnis des durchdringenden Flusses zum einfallenden Fluss.

Die Gl. 2.8 enthält die wichtigsten Eigenschaften des Tunneleffekts. Die Transmission nimmt sehr stark ab mit zunehmender Höhe des Walles, die in diesem Falle durch die Ladung $Z \cdot e$ des Kerns und $z \cdot e$ des Teilchens gegeben ist. Sie nimmt ebenfalls stark ab mit zunehmender Breite b , was wegen Gl. 2.9 gleichbedeutend ist mit abnehmender Energie des Teilchens. Die Abhängigkeit von m besagt, dass leichte Teilchen schneller tunneln als schwere. Beim Übergang zur klassischen Mechanik ($\hbar = 0$) verschwindet die Transmission, das Durchdringen eines Potentialwalls ist dann nicht mehr möglich.

Mit Gl. 2.8 lässt sich dann die Zerfallskonstante λ schreiben

$$\lambda = \frac{v}{2R} \cdot T \quad (2.10)$$

Dieser Formel liegt eine sehr einfache Vorstellung zugrunde. Es wird angenommen, dass sich das α -Teilchen im Inneren des Kerns mit der Geschwindigkeit v frei bewegt. Jedes mal wenn es an den Rand gelangt, besteht die Wahrscheinlichkeit T zum Verlassen des Kerns. Die Wahrscheinlichkeit eines α -Zerfalls pro Zeiteinheit ist dann gegeben durch das Produkt von T und der Anzahl der Aufenthalte am Kernrand pro Zeiteinheit. Diese letztere ist die reziproke Zeit, die das Teilchen für das Durchqueren des Kerns benötigt, und das ist $2R/v$.

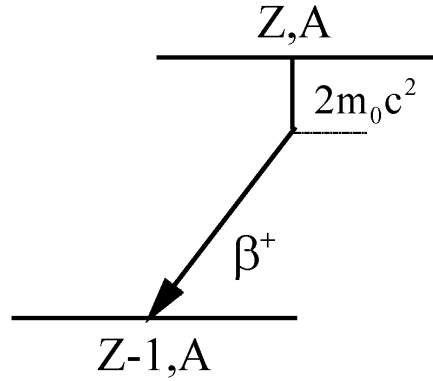
Die Gl. 2.10, die nur eine grobe Näherung darstellt, da z.B. die Abhängigkeit von T vom Kernradius unberücksichtigt bleibt, erklärt die experimentell gefundene Tatsache, dass λ sich in einem sehr weiten Bereich ändern kann, wenn E_α sich nur geringfügig ändert.

2.2 Der β -Zerfall

Unter dem β -Zerfall versteht man alle Zerfallsmöglichkeiten eines Kerns, bei denen die Anzahl der Nukleonen, d.h. die Massenzahl A , konstant bleibt, und die Kernladungszahl Z sich um eine Einheit ändert. Es gibt drei Arten davon: β^- -Zerfall, β^+ -Zerfall und Elektroneneinfang.

2.2.1 Der β^- -Zerfall

Beim β^- -Zerfall emittiert der Kern ein Elektron und erhöht seine Kernladungszahl von Z auf $Z + 1$ (Abb. 2.3). Energetisch möglich ist dieser Prozess, wenn die Masse des Mutterkerns größer ist als die des Tochterkerns und einer Elektronenmasse m_0 . Die Übergangsenergie E^{β^-} ist die Differenz dieser Massen. Sie kann in Kernmassen m oder in Atommassen M ausgedrückt werden. Es ist

Abbildung 2.4: β^+ -Zerfall.

$$\begin{aligned}
 E^{\beta^-} &= [m(Z, A) - m(Z + 1, A) - m_0] \cdot c^2 \\
 &= [M(Z, A) - M(Z + 1, A)] \cdot c^2
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

Natürlich sind die beiden Darstellungen äquivalent, da gilt

$$M(Z, A) = m(Z, A) + Z \cdot m_0$$

und die Differenz der Bindungsenergien der Hüllenelektronen zweier Atome, die sich um eine Ordnungszahl unterscheiden, vernachlässigt werden kann.

2.2.2 Der β^+ -Zerfall

Beim β^+ -Zerfall emittiert der Kern ein Positron und erniedrigt seine Kernladungszahl um eine Einheit von Z auf $Z - 1$. Die Übergangsenergie E^{β^+} muss positiv sein.

$$\begin{aligned}
 E^{\beta^+} &= [m(Z, A) - m(Z - 1, A) - m_0] \cdot c^2 \\
 &= [M(Z, A) - M(Z - 1, A) - 2 \cdot m_0] \cdot c^2
 \end{aligned}
 \tag{2.12}$$

Das Termschema des Zerfalls ist in Abb. 2.4 dargestellt. Darin sind die Grundzustände der Kerne in *atomaren* Masseneinheiten angegeben nicht in *Kernmassen*. Diese Art der Darstellung hat historische und praktische Gründe. Massen wurden und werden mit Massenspektrometern gemessen, und die messen *Atommassen*. Wie man sieht, steht nicht die gesamte Energiedifferenz für den Zerfall zur Verfügung, sondern nur die um die Ruhenergie zweier Elektronen verminderte. Hätte man als Energiemaßstab *Kernmassen* benutzt, läge der Grundzustand um genau diesen Betrag tiefer und das Bild wäre analog zum β^- -Zerfall.

2.2.3 Der Elektroneneinfang

Beim Elektroneneinfang (EC: electron capture) fängt sich der Kern ein Elektron aus der Hülle ein und erniedrigt dabei die Kernladungszahl um eine Einheit. Die Übergangsenergie ist durch den Überschuss der Masse des Mutterkerns zuzüglich einer Elektronenmasse über die Masse des Tochterkerns gegeben.

$$\begin{aligned}
 E^{\text{EC}} &= [m(Z, A) - m(Z - 1, A) + m_0] \cdot c^2 \\
 &= [M(Z, A) - M(Z - 1, A)] \cdot c^2
 \end{aligned}
 \tag{2.13}$$

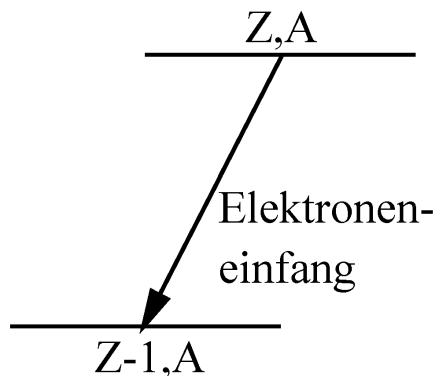


Abbildung 2.5: Elektroneneinfang.

Der Vergleich von Gl. 2.12 und Gl. 2.13 zeigt, dass Elektroneneinfang und β^+ -Zerfall gleichzeitig auftreten, wenn das Mutteratom um mehr als zwei Elektronenmassen schwerer ist als das Tochteratom. Reinen Elektroneneinfang gibt es für geringere Massenunterschiede.

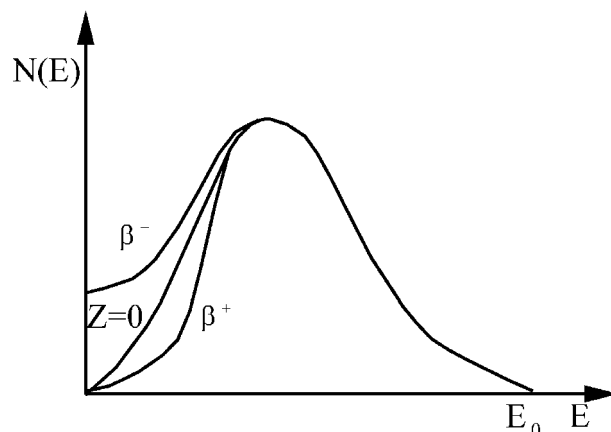
Bevorzugt eingefangen werden die Elektronen aus den inneren Schalen. Der Grund dafür ist, dass diese (besonders die K-Schale) eine größere Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Ort des Kerns haben als die aus den äußeren.

2.2.4 Der β -Zerfall als Drei-Teilchen-Problem

Die β^+ - oder β^- -Zerfälle kann man direkt nachweisen, indem man die Energiespektren der dabei emittierten Teilchen misst. Sie sind im Gegensatz zum α -Zerfall kontinuierlich. Gehen die Zerfälle nicht zum Grundzustand, sondern zu angeregten Zuständen, dann können auch Elektronen mit diskreten Energien auftreten. Sie entstehen durch innere Konversion der Anregungsenergie. Näheres darüber steht im Kapitel über den γ -Zerfall.

Anders ist es beim Elektroneneinfang. Da hier keine geladenen Teilchen entstehen, kann der Zerfall nur indirekt über die vom Tochterkern emittierte Strahlung nachgewiesen werden. Diese Strahlung kommt wie folgt zustande. Nach dem Elektroneneinfang des Mutterkerns befindet sich das Tochteratom in einem hoch angeregten Zustand, da ihm ein Elektron in einer inneren Schale fehlt. Das Elektronenloch wird aufgefüllt durch den Übergang eines Elektrons aus dem Kontinuum oder einer höheren Schale. Dabei wird die Anregungsenergie (gleich Bindungsenergie des im Kern verschwundenen Elektrons) abgegeben. Es gibt zwei Möglichkeiten. Entweder wird ein Photon emittiert, die sog. charakteristische Röntgenstrahlung (charakteristisch steht für die Ordnungszahl des Atoms), oder die Anregungsenergie wird auf ein Elektron in einer höheren Schale übertragen. Dies ist der Auger-Effekt. Das Elektron wird mit einer diskreten Energie, nämlich der Differenz zwischen der Anregungsenergie des Lochs und der Bindungsenergie des Auger-Elektrons, aus der Hülle emittiert.

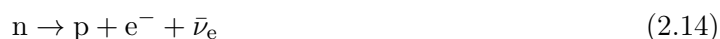
Die kontinuierliche Form der Energiespektren (Abb. 2.6) der beim β -Zerfall emittierten Elektronen und Positronen konnte nach der Entdeckung nicht sofort erklärt werden. Aus den Zerfallsschemata Gl. 2.3 und Gl. 2.4 erwartet man, dass die Leptonen genau wie die α -Teilchen beim α -Zerfall eine diskrete Energie besitzen, die gleich der zu Verfügung stehenden Übergangsenergie ist. Experimentell wurde aber festgestellt, dass nur wenige Teilchen die Übergangsenergie E_0 haben, und dass diese der *maximalen* Energie des Spektrums entspricht. Es wurde die Hypothese aufgestellt, dass die β -Teilchen zwar mit der Übergangsenergie emittiert werden, auf ihrem weiteren Weg aber mehr oder weniger abgebremst werden sollten. Diese Ansicht konnte man durch kalorimetrische Messungen widerlegen, bei denen sich gezeigt hat, dass die mittlere kinetische

Abbildung 2.6: Form des β -Spektrums.

Energie der β -Teilchen kleiner ist als die Übergangsenergie. So schien der Energiesatz verletzt zu sein.

Den Ausweg aus dieser heiklen Lage hat Pauli gezeigt. Er postulierte, dass beim β -Zerfall neben dem geladenen noch ein weiteres, ungeladenes Teilchen emittiert werden sollte. Es wurde Neutrino genannt, da es sich neutral verhielt, d.h. mit den damaligen Apparaturen nicht nachgewiesen werden konnte. Inzwischen ist dies gelungen, und man weiß heute, dass das Neutrino ungeladen und sehr leicht ist und nur der schwachen Wechselwirkung unterliegt, weshalb es nur sehr schwer nachzuweisen ist.

Beim β -Zerfall gibt es im Endzustand drei Teilchen. Die Energie- und Impulserhaltung lassen zu, dass die Übergangsenergie beliebig auf diese verteilt werden kann. Die Rückstoßenergie des Tochterkerns kann vernachlässigt werden, da er sehr viel schwerer ist als ein Lepton. So kann das β -Teilchen mit allen Energien von null bis zur Übergangsenergie auftreten. Die jeweils fehlende Energie übernimmt das Neutrino. Es hat die kinetische Energie null, wenn das β -Teilchen die Maximalenergie hat und umgekehrt. Die Form des β -Spektrum ist somit verstanden. Mit dem Neutrino kann der β^- -Zerfall wie folgt geschrieben werden



Ein Neutron wandelt sich in ein Proton um, dabei entstehen ein Elektron und ein Antineutrino. Dieser Zerfall kommt tatsächlich vor, da ein Neutron schwerer ist als ein Proton und ein Elektron zusammen. Das freie Neutron ist instabil, seine Halbwertszeit ist ungefähr 10 min. Die Notwendigkeit, hier statt des Neutrinos dessen Antiteilchen einzuführen, folgt nicht aus den vorausgegangenen energetischen Betrachtungen. Es hat sich vielmehr erst im Laufe der Entwicklung der Theorie des β -Zerfalls ergeben, dass die Leptonen, zu denen auch das Neutrino zählt, immer als Lepton-Antilepton-Paar entstehen. Beim Zerfall des Neutrons entsteht so neben dem Teilchen Elektron das Antiteilchen Antineutrino.

Beim β^+ -Zerfall



wird das emittierte Antiteilchen Positron vom Teilchen Neutrino begleitet. Der β -Zerfall eines freien Protons ist energetisch nicht möglich, es ist stabil. Nur wenn es in Kernen gebunden ist, kann durch die Bindungsenergie die für den Zerfall notwendige Energie aufgebracht werden.

Wird den Leptonen eine Quantenzahl, die Leptonenzahl, zugeordnet, derart, dass ein Lepton die Leptonenzahl $+1$ und ein Antilepton die Leptonenzahl -1 erhält, dann lässt sich das Auftreten eines Antineutrinos in Gl. 2.14 und eines Neutrinos in Gl. 2.15 als Gesetz von der Erhaltung der

Leptonenzahl verstehen. Auf beiden Seiten der Beziehungen ist dann die Leptonenzahl null. Für den β -Zerfall gelten demnach die Erhaltungssätze der elektrischen Ladung, der Baryonenzahl und der Leptonenzahl.

Demnach ist klar, dass beim Elektroneneinfang

$$e^- + p \rightarrow n + \nu_e \quad (2.16)$$

ein Neutrino und nicht ein Antineutrino emittiert wird. In diesem Falle ist die Leptonenzahl auf beiden Seiten +1.

Die drei Zerfallsgleichungen für den β -Zerfall können in eine einzige, symmetrische, zusammengefasst werden. Sie enthält keine Antiteilchen mehr und lautet

$$n + \nu_e \leftrightarrow p + e^- \quad (2.17)$$

Sie besagt, dass sich simultan mit der Umwandlung der Nukleonen die Umwandlung der Leptonen vollzieht. Die Gl. 2.17 von rechts nach links gelesen gibt den Elektroneneinfang wieder. Der β^- -Zerfall ergibt sich durch Hinzufügen je eines Antineutrinos auf beiden Seiten. Auf der linken Seite steht dann ein Neutrino-Antineutrino-Paar, das sich vernichtet und nicht mehr in der Gleichung mitgeführt wird. Auf gleiche Weise entsteht durch Hinzufügen von Positronen der β^+ -Zerfall.

2.2.5 Die Form des β -Spektrums

Die Form des β -Spektrums ist im Wesentlichen durch den Phasenraum bestimmt, der den Teilchen im Endzustand zur Verfügung steht. Sie kann durch eine einfache Betrachtung hergeleitet werden. Nach der *Golden Rule* von Fermi ist die Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit in ein Energieintervall dE_0 des Endzustandes gegeben durch

$$\omega_{fi} = \frac{2\pi}{h} \cdot \frac{dn}{dE_0} \cdot |H_{fi}|^2 \quad (2.18)$$

H_{fi} ist dabei das Übergangsmatrixelement, dn/dE_0 ist die Dichte der Endzustände im Intervall dE_0 . Die Größe ω_{fi} ist beobachtbar über die Zahl der pro Zeiteinheit emittierten β -Teilchen. Wenn dem Energieintervall dE_0 der Impulsbereich des Elektrons zwischen p und $p+dp$ entspricht, dann gilt

$$N(p) \cdot dp = \omega_{fi} \quad (2.19)$$

Die Zustandsdichte dn/dE_0 lässt sich wie folgt berechnen. Der Phasenraum eines Teilchens kann nach der Unschärferelation nicht kleiner sein als h^3 , denn es gilt

$$\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \Delta p_x \cdot \Delta p_y \cdot \Delta p_z \geq h^3 \quad (2.20)$$

Besitzt ein Elektron einen Impuls zwischen p und $p+dp$ und ist es im Volumen V lokalisiert, dann ist sein Phasenraum

$$V \cdot 4\pi \cdot p^2 \cdot dp \quad (2.21)$$

Die Zahl der Elektronen, die in diesem Phasenraum Platz haben, ist

$$dn_e = \frac{1}{h^3} \cdot V \cdot 4\pi \cdot p^2 \cdot dp \quad (2.22)$$

Analoges gilt für die Neutrinos mit Impulsen zwischen p_ν und $p_\nu + dp_\nu$

$$dn_\nu = \frac{1}{h^3} \cdot V \cdot 4\pi \cdot p_\nu^2 \cdot dp_\nu \quad (2.23)$$

Damit wird die Gesamtzahl der Zustände in dE_0

$$\frac{dn}{dE_0} = \frac{dn_e \cdot dn_\nu}{dE_0} = \left(\frac{4\pi}{h^3} \right)^2 \cdot V^2 \cdot p^2 \cdot dp \cdot p_\nu^2 \cdot dp_\nu \cdot \frac{1}{dE_0} \quad (2.24)$$

Für die weitere Rechnung werden zwei Näherungen gemacht. Erstens wird die Rückstoßenergie des Tochterkerns vernachlässigt. Dann ist

$$E_0 = E + E_\nu \quad (2.25)$$

wenn E und E_ν die kinetischen Energien des Elektrons bzw. des Neutrinos sind. Zweitens wird angenommen, dass das Neutrino eine vernachlässigbar kleine Ruhemasse hat. Dann gilt für den Impuls des Neutrinos

$$p_\nu = \frac{E_\nu}{c} = \frac{1}{c} \cdot (E_0 - E) \quad (2.26)$$

Nun kann der Neutrinoimpuls eliminiert werden, denn

$$p_\nu^2 \cdot \frac{dp_\nu}{dE_\nu} = \frac{1}{c^3} \cdot (E_0 - E)^2 \quad (2.27)$$

Schließlich ergibt sich dann

$$N(p) \cdot dp = K \cdot p^2 \cdot (E_0 - E)^2 \cdot |H_{fi}|^2 \cdot F(E, Z) \cdot dp \quad (2.28)$$

K ist eine energieunabhängige Konstante. Es ist noch der Faktor $F(E, Z)$, der von der Kernladungszahl der Tochter abhängt, eingefügt worden. Er heißt Fermi-Funktion und berücksichtigt die Coulomb-Wechselwirkung der emittierten Leptonen mit dem Tochterkern. Er ist für Elektronen und Positronen verschieden und ist im Anhang A.2 für verschiedene Kerne tabellierter.

In Abb. 2.6 ist die Anzahl der Elektronen über der kinetischen Energie, *bei der sie nachgewiesen werden*, nach Gl. 2.28 dargestellt. Das Spektrum erstreckt sich kontinuierlich von null bis zur Maximalenergie E_0 . Nicht maßstäblich ist das unterschiedliche Verhalten von Elektronen und Positronen aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung gezeichnet. Die mittlere Kurve gilt für einen ungeladenen Tochterkern, die elektrostatischen Kräfte sind abgeschaltet, die Fermi-Funktion ist konstant und gleich eins. Sie gibt deshalb das "reine" Spektrum eines Drei-Körper-Zerfalls wieder. Man sieht, dass die Anzahl der Elektronen immer kleiner wird, wenn die kinetische Energie gegen null geht. Durch die Coulomb-Energie wird die Form des Spektrums bei kleinen Energien verändert. Die *Elektronen* werden nach der Emission *abgebremst*. Wenn sie also mit einer bestimmten Energie nachgewiesen werden, dann müssen sie anfangs eine höhere Energie gehabt haben. Höhere Energie heißt aber nach dem "reinen" Spektrum, dass mehr Elektronen auftreten. Deshalb setzt das Elektronenspektrum bei der (Nachweis-)Energie null mit einem endlichen Wert ein und liegt bei kleinen Energien insgesamt höher als ohne Anziehung. Umgekehrt werden die *Positronen beschleunigt*, was eine Ausdünnung des Spektrums bei kleinen Energien nach sich zieht.

Mit der Gl. 2.28 können das Übergangsmatrixelement H_{if} und die Übergangsenergie E_0 bestimmt werden. Dazu wird sie in einer bezüglich der Energie E linearisierten Form geschrieben, die nach ihrem Erfinder Kurie-Plot heißt.

$$\sqrt{\frac{N(p)}{p^2 \cdot F(E, Z)}} = C \cdot (E_0 - E) \cdot |H_{fi}| \quad (2.29)$$

Die Zählrate $N(p)$ wird in Abhängigkeit des Elektronenimpulses p gemessen. Auf der linken Seite stehen neben den Messgrößen $N(p)$ und p die berechenbare Fermi-Funktion, auf der rechten ist die Konstante C bekannt, und die Energie E kann aus dem Impuls berechnet werden. Wird die

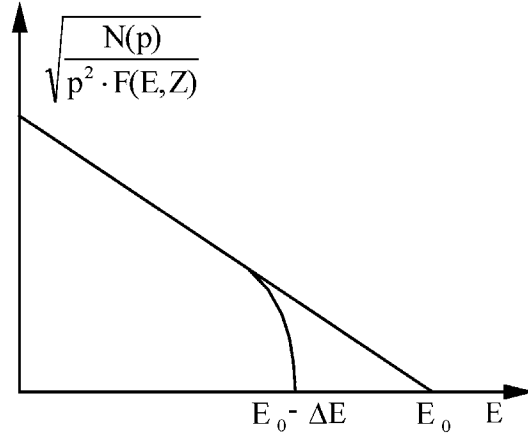


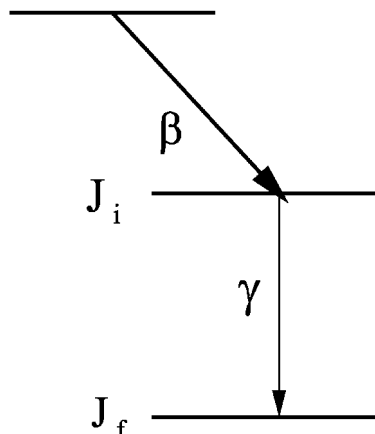
Abbildung 2.7: Kurie-Plot.

linke Seite über der kinetischen Energie des Leptons aufgetragen, dann ergibt sich, sofern das Matrixelement unabhängig von der Energie ist, eine Gerade (Abb. 2.7). Aus ihrem Schnittpunkt mit der E -Achse erhält man E_0 , aus ihrer Steigung H_{fi} .

Die Voraussetzung für die Linearität des Kurie-Plots ist die Energieunabhängigkeit des Matrixelements. Sie trifft zu für erlaubte β -Übergänge. Für verbotene Übergänge wird die Abhängigkeit von der Energie durch den sog. Shape-Faktor berücksichtigt.

Der Kurie-Plot hat gegenüber der Gl. 2.28 den Vorteil, dass E_0 durch Extrapolation einer Geraden bestimmt wird. Das ist genauer, als die Kurvenbestimmung durch Messen der Zählraten, die ja gerade am Ende des Spektrums gegen null gehen. Außerdem macht er eine einfache Abschätzung der Ruhemasse des Neutrinos möglich. Bei der Herleitung wurde angenommen, dass sie null ist. Nimmt man sie dagegen endlich an, dann ändert sich das Spektrum im oberen Teil. Es weicht von der Geraden ab, um die E -Achse mit senkrechter Tangente zu schneiden. Die Differenz ΔE des Schnittpunkts zu E_0 ist die Ruhenergie des Neutrinos. Durch besonders genaue Messung des hochenergetischen Endes des Spektrums kann deshalb ein Grenzwert für die Neutrinomasse abgeleitet werden. Günstig ist es dabei, an Nukliden mit kleiner Übergangsenergie zu messen, weil bei diesen der Effekt einer endlichen Masse am größten ist.

Es gibt drei Neutrinoarten. Die drei Flavoureigenzustände der Leptonen (Elektron, Myon, Tau) sind bei der schwachen Wechselwirkung erhalten. Wenn Neutrinos Masse besitzen, kann es sein, dass die drei Masseneigenzustände ungleich der drei Flavoureigenzustände sind. Wenn ein Neutrino mit einem eindeutigen Flavourzustand erzeugt wird (z.B. Elektronneutrino beim β -Zerfall), besteht es aus einer Mischung der drei Masseneigenfunktionen. Da diese Masseneigenfunktionen je nach Masseneigenwert unterschiedlich schnell propagieren, kann es in einiger Entfernung zur Neutrinoquelle zu einer Phasenverschiebung der Eigenfunktionen kommen. Damit ist die Neutrinowellenfunktion keine eindeutige Flavoureigenfunktion mehr. Ein Neutrinodetektor kann dann mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit ein Neutrino mit einer anderen Flavoureigenschaft messen, als die des ursprünglich erzeugten Neutrinos. Da die Wahrscheinlichkeit für diesen Effekt periodisch mit dem Abstand variiert, nennt man ihn auch Neutrinooszillation. Neutrino-Oszillationsexperimente haben in den letzten Jahren Flavour-Oszillationen bei Neutrinos aus der Sonne, der Atmosphäre und aus Kernreaktoren nachgewiesen. Da dieser Effekt nur auftritt, wenn Neutrinos eine wenn auch kleine Ruhemasse besitzen, geht man heute davon aus, dass Neutrinos eine Masse besitzen. Der aktuelle obere Grenzwert für die Masse des Elektron-Antineutrinos ist 2,2 eV mit Fehlergrenzen, die mit Null verträglich sind. Gemessen wurde dieser Wert am β -Spektrum des Tritiums in zwei Experimenten an der Universität Mainz und am Forschungszentrum Troitsk (bei Moskau). Das Nachfolgeexperiment KATRIN wird zurzeit am

Abbildung 2.8: γ -Zerfall.

Forschungszentrum Karlsruhe aufgebaut und soll ab 2012 mit einer 10-fach besseren Empfindlichkeit messen.

2.3 Der Gamma-Zerfall

Der γ -Zerfall tritt in Verbindung mit dem α - und β -Zerfall auf und zwar dann, wenn die Übergänge nicht zum Grundzustand sondern zu angeregten Zuständen des Tochterkerns führen. Diese angeregten Zustände zerfallen dann unter Emission von γ -Strahlung in den Grundzustand.

Die γ -Strahlung ist elektromagnetisch. Das Strahlungsfeld kann, wie in der Elektrodynamik üblich, nach Multipolen entwickelt werden. Es treten dabei elektrische (EL) und magnetische (ML) Multipolstrahlung auf, deren Ordnung durch den Drehimpuls L des Strahlungsfeldes gegeben ist. Die Multipolordnung ist 2^L . Die magnetische Multipolstrahlung unterscheidet sich von der elektrischen durch die Parität. Die Parität der elektrischen ist $(-1)^L$, die der magnetischen $(-1)^{L+1}$. Elektrische Multipolstrahlung gerader Ordnung hat demnach gerade Parität. Wegen der Drehimpulserhaltung ist die Anzahl der beim Übergang zwischen zwei Kernzuständen auftretenden Multipolordnungen beschränkt. Zwischen den Drehimpulsen des Ausgangszustandes J_i , des Endzustandes J_f und des Feldes L besteht nämlich die Vektorbeziehung

$$\vec{J}_i + \vec{L} = \vec{J}_f \quad (2.30)$$

woraus folgt

$$\Delta J = |J_f - J_i| \leq L \leq |J_i + J_f| \quad (2.31)$$

Die Wahrscheinlichkeit für die Emission oder Absorption von Dipolstrahlung ist im wesentlichen gegeben durch

$$W \approx \left(\frac{R}{\lambda} \right)^{2L} \quad (2.32)$$

Dabei ist R der Radius des Kerns und λ die Wellenlänge der Strahlung. Die Wahrscheinlichkeit für die magnetische Strahlung ist um eine Größenordnung kleiner als die der elektrischen gleicher Multipolarität. Sie ist deshalb in Emission nur zu beobachten, wenn die elektrische durch Auswahlregeln (Parität) verboten ist.

Für die γ -Strahlung ist $R/\lambda \approx 1/100$. Deshalb überwiegt die Strahlung mit der niedrigsten Ordnung. Höhere Ordnungen können aber immer noch nachgewiesen werden im Gegensatz zu den optischen Übergängen, wo R/λ um eine weitere Größenordnung kleiner ist.

Typische mittlere Lebensdauern von angeregten Kernzuständen bezüglich E1-Strahlung liegen bei 10^{-12} s. Sind die Spins des Anfangs- und Endzustandes aber sehr verschieden und überdies die Zustände noch eng benachbart (hohe Multipolarität und großes λ), dann sind mittlere Lebensdauern bis zu 0,1 s möglich. Man spricht dann von isomeren Übergängen.

2.4 Die innere Konversion

In Verbindung mit dem γ -Zerfall tritt die innere Konversion auf. Dabei wird die Anregungsenergie des Kerns nicht durch Emission eines γ -Quants abgegeben, sondern direkt in einem Prozess 1.Ordnung auf ein Elektron in der Atomhülle übertragen. Sie ist am wahrscheinlichsten für die K-Elektronen, weil deren Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Ort des Kerns am größten ist. Sie darf nicht als Photoeffekt verstanden werden, bei dem vom Kern zunächst ein γ -Quant emittiert wird, das in einem weiteren Schritt das Elektron freisetzt. Dies wäre ein Prozess 2.Ordnung, der wesentlich unwahrscheinlicher ist als experimentell beobachtet wird.

Das Elektron verlässt die Hülle mit einer diskreten Energie, die gleich der Anregungsenergie abzüglich der Bindungsenergie des Elektrons ist, also z.B. für ein K-Elektron

$$E_e = E_\gamma - E_K \quad (2.33)$$

Die Stärke der inneren Konversion wird durch den totalen Konversionskoeffizienten α ausgedrückt. Er ist definiert als das Verhältnis der Wahrscheinlichkeit λ_e , mit der eine Konversion stattfindet, und der Wahrscheinlichkeit λ_γ eines γ -Übergangs.

$$\alpha = \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} = \frac{N_e}{N_\gamma} \quad (2.34)$$

Diese Wahrscheinlichkeiten sind proportional zur Gesamtrate der entstehenden Konversionselektronen N_e bzw. der Rate der γ -Quanten N_γ . Nach Gl. 2.33 ist die Energie der Konversionselektronen abhängig von der Schale, in der die Konversion stattfindet. Wenn mit hoher Energieauflösung gemessen wird, ist es deshalb möglich, zwischen den Konversionselektronen der verschiedenen Schalen zu unterscheiden. Man führt partielle Konversionskoeffizienten α_K , α_L , α_M usw. ein, die sich auf die einzelnen Schalen beziehen

$$\begin{aligned} \alpha_K &= \frac{\lambda_{eK}}{\lambda_\gamma} = \frac{N_{eK}}{N_\gamma} \\ \alpha_L &= \frac{\lambda_{eL}}{\lambda_\gamma} = \frac{N_{eL}}{N_\gamma} \end{aligned} \quad (2.35)$$

und entsprechend für die höheren Schalen. Es gilt dann

$$\alpha = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \dots \quad (2.36)$$

Manchmal ist es vorteilhaft, mit dem Konversions*verhältnis* zu arbeiten. Es ist das Verhältnis der Konversionskoeffizienten zweier Schalen und unabhängig von der Wahrscheinlichkeit des γ -Zerfalls (oder von der Rate der γ -Quanten).

Beträchtliche Werte nehmen die Konversionskoeffizienten an für Übergänge hoher Multipolarität, die stark behindert sind. Ihre Messung ist ein wesentlicher Teil der Kernspektroskopie. Sie hängen ab von Spin und Parität der Kernzustände, und können deshalb zur Bestimmung dieser Größen herangezogen werden. Praktisch geht man so vor, dass man die gemessenen Werte mit den für die einzelnen Quantenzahlen tabellierten theoretischen Werten vergleicht. Da bei der Berechnung auch die mikroskopische Struktur des Kerns eingeht, gewinnt man auch Aussagen über die verschiedenen Kernmodelle.

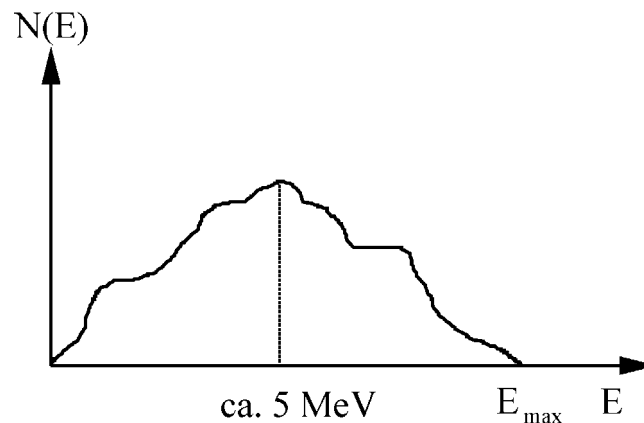


Abbildung 2.9: Spektrum einer Neutronenquelle.

2.5 Neutronenquellen

Neutronen entstehen bei Kernumwandlungen, die man in drei Gruppen einteilen kann:

Kernspaltung . Schwere Kerne spalten sich spontan oder durch Kernreaktionen induziert in (meist zwei) Bruchstücke. Dabei verdampft ein Teil des Neutronenüberschusses. Bei jeder Spaltung entstehen einige schnelle Neutronen, bei ^{235}U im Mittel 2,7.

Kernfusion . Bei der Verschmelzung z.B. eines Deuterons mit einem Tritium-Kern entsteht neben dem α -Teilchen auch ein Neutron.

Kernreaktionen , von denen die beiden ersten Gruppen natürlich Sonderfälle sind. Dabei werden Reaktionen mit einem hohen Wirkungsquerschnitt für die Neutronenproduktion ausgewählt. Die gebräuchlichsten sind die (γ, n) - und die (α, n) -Reaktionen, bei denen ein γ -Quant oder ein α -Teilchen eingefangen und ein Neutron emittiert wird.

Ein Beispiel für eine (γ, n) -Reaktion ist die Photospaltung des Deuterons



mit der man die Bindungsenergie des Deuterons bestimmen kann. Q heißt der Q-Wert der Reaktion und gibt die Wärmetönung an. Er ist definiert entweder als die Differenz der kinetischen Energien der Reaktionspartner nach und vor der Reaktion oder gleichbedeutend als die Differenz der Teilchenmassen vor und nach der Reaktion. Im vorliegenden Fall ist der Q-Wert -2,2 MeV. Er ist negativ, d.h. es muss Energie aufgebracht werden, um das Deuteron zu spalten. Das ist genau die Bindungsenergie. Um diesen Betrag ist das Deuteron leichter als Neutron und Proton zusammen.

Im Praktikum wird als Neutronenquelle die Am-Be-Quelle verwendet, bei der die Neutronen durch eine (α, n) -Reaktion an ^9Be



erzeugt werden. Sie hat einen positiven Q-Wert von 5,7 MeV. Es wird also eine beträchtliche Energie frei, die im Wesentlichen das Neutron mitnimmt, da die Rückstoßenergie des ^{12}C klein ist. Als α -Quelle dient ^{241}Am , das mehrere Gruppen von α -Teilchen emittiert, von denen die energiereichsten 5,49 MeV und 5,44 MeV haben. Die Isotope ^{241}Am und ^9Be sind in der Quelle fein gemischt, damit die α -Teilchen innerhalb ihrer Reichweite auf einen Be-Kern treffen.

Die so entstehenden Neutronen haben ein kontinuierliches Energiespektrum, das qualitativ in Abb. 2.9 dargestellt ist. Kontinuierlich ist es, weil die Neutronen in Gl. 2.38 unter beliebigen Winkeln bezüglich des einfallenden α -Teilchens emittiert werden und somit unterschiedliche Energien erhalten, und weil die α -Teilchen durch Abbremsung in der Quelle vor der Reaktion schon einen Teil ihrer kinetischen Energie verlieren. Die wahrscheinlichste Neutronenenergie liegt bei ungefähr 5 MeV. Das Spektrum bricht ab bei der Maximalenergie E_{\max}

$$E_{\max} = Q + E_0 - E_R \quad (2.39)$$

Sie tritt auf, wenn die Neutronen nach vorn, also in Richtung des einfallenden α -Teilchens, emittiert werden. E_α ist die höchste vorkommende α -Energie von 5,49 MeV, E_R ist die kleine, vernachlässigbare Rückstoßenergie des ^{12}C -Kerns. E_{\max} ist dann 11,19 MeV.

Eine Neutronenquelle sendet immer auch γ -Quanten aus, die von α -Übergängen zu angeregten Zuständen stammen. ^{241}Am hat gegenüber anderen α -Strahlern, wie Ra- und Po-Isotopen, den Vorteil, dass die γ -Strahlung niedrigere Energien hat und deshalb leichter abzuschirmen ist.

Kapitel 3

Die Wechselwirkung von Strahlung mit Materie

3.1 Geladene Teilchen

Es gibt in der Physik vier Arten der Wechselwirkung. Sie werden üblicherweise nach der Größe der dimensionslosen Kopplungskonstanten eingeteilt, die ein Maß für die Stärke der die Wechselwirkung repräsentierenden Felder ist. Die numerischen Werte sind ein wenig modellabhängig, es kommt hier aber nur auf die Größenordnung an.

Die starke Wechselwirkung wirkt zwischen Mesonen und Nukleonen und ist verantwortlich für den Zusammenhalt der Kerne. Ihr wesentliches Merkmal ist die kurze Reichweite von ungefähr 10^{-13} cm. Die Kopplungskonstante ist in der Größenordnung von 1.

Die elektromagnetische Wechselwirkung wirkt zwischen geladenen Teilchen und wird durch Photonen vermittelt. Zwischen zwei geladenen Teilchen nimmt sie die Form der Coulomb-Wechselwirkung an, bei der die Kraft K zwischen den Teilchen mit den Ladungen e_1 und e_2 als Funktion des Abstandes r

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e_1 \cdot e_2}{r^2} \quad (3.1)$$

ist, und das Potential V einer Punktladung e

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e}{r} \quad (3.2)$$

Sie ist um zwei Größenordnungen schwächer als die starke Wechselwirkung. Die Kopplungskonstante ist die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante (gleich $1/137$). Die Reichweite ist unendlich.

Die schwache Wechselwirkung . Sie beschreibt die Umwandlung von Hadronen untereinander, insbesondere den β -Zerfall, und bestimmt die Streuung und Reaktionen von ungeladenen Leptonen. Durch sie können z.B. Neutrinos nachgewiesen werden. Ihre Stärke ist ungefähr 10^{-14} .

Die Gravitation . Von allen Wechselwirkungen ist sie die am längsten bekannte. Sie wurde durch Newton entdeckt, der das Kraftgesetz formuliert hat. Die Kraft zwischen zwei Massen m_1 und m_2 als Funktion ihres Abstandes r ist

$$K = \gamma \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (3.3)$$

γ ist die Gravitationskonstante. Die Gravitationskraft hat die gleiche Form wie die Coulombkraft, hat also ebenfalls eine unendliche Reichweite. Sie ist aber um 37 Größenordnungen schwächer, die Kopplungskonstante ist $2 \cdot 10^{-39}$.

Die unterschiedlichen Stärken der Wechselwirkungen kann man sich veranschaulichen, wenn man entsprechende Kräfte oder Wirkungsquerschnitte vergleicht. So ist die Coulombkraft zwischen zwei Elektronen oder zwei Protonen im Abstand 10^{-8} cm (Atomabstand) $1,44 \cdot 10^{-8}$ N. Die Gravitationskraft dagegen ist $1,11 \cdot 10^{-44}$ N für die Protonen und $3,3 \cdot 10^{-51}$ N für die Elektronen. Der totale Wirkungsquerschnitt für den elektromagnetischen Prozess der Comptonstreuung eines γ -Quants von 1 MeV an einem Elektron ist $2 \cdot 10^{-25}$ cm². Von derselben Größenordnung ist der totale Wirkungsquerschnitt für die Streuung zweier Elektronen. Dagegen ist die Streuung eines Neutrinos an einem Elektron sehr viel unwahrscheinlicher. Der Querschnitt ist 10^{-43} cm². Ein Beispiel für die starke Wechselwirkung ist die Neutron-Proton-Streuung mit dem totalen Querschnitt von $2 \cdot 10^{-23}$ cm² für Neutronen mit der Energie von 100 eV.

Bei Stößen von geladenen Teilchen mit Materie dominiert die elektromagnetische Wechselwirkung. Es können dabei vier Arten von Prozessen unterschieden werden. Nach der Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens sind dies:

- 1. Inelastische Streuung an Elektronen:** Das geladene Teilchen wird dabei abgebremst und verliert seine kinetische Energie an die Atome, Moleküle oder Kristalle, die dabei angeregt oder ionisiert werden. Die Stoßparameter für diesen Prozess sind in der Größenordnung der Atomdurchmesser. Der Energieverlust wird durch die Bethe-Bloch-Formel beschrieben, die weiter unten besprochen wird.
- 2. Elastische Streuung an Kernen:** Die Teilchen werden bei Annäherung an den positiv geladenen, ruhenden Kern gestreut und verlieren dabei an den Kern Rückstoßenergie. Die ist umso kleiner je größer der Massenunterschied der Stoßpartner ist. Die Häufigkeit dieser Ereignisse ist wesentlich geringer als die inelastischen Stöße in der Elektronenhülle, da sie wegen der Abschirmung der Kernladung durch die Elektronen erst bei kleineren Stoßparametern möglich sind.
- 3. Inelastische Streuung an Kernen:** In der Häufigkeit vergleichbar mit den elastischen Stößen sind inelastische Prozesse, bei denen ein geladenes Teilchen außer der durch die Kinematik bedingten Rückstoßenergie noch zusätzlich Energie abgibt. Hierher gehört die Bremsstrahlung. Sie ist eine elektromagnetische Strahlung, die entsteht, wenn leichte Teilchen, besonders Elektronen, im Coulombfeld des Kerns abgebremst werden. Der Kern wird dabei nicht angeregt. Sie wird im folgenden noch genauer beschrieben. Eine weitere Möglichkeit ist die Coulomb-Anregung von Kernen. Sie ist besonders wahrscheinlich bei schweren Kernen, bei denen die Kräfte bei der Annäherung groß sind.
- 4. Elastische Streuung an Elektronen:** Sie sind nur von Bedeutung für sehr leichte Teilchen, also nur bei Elektron-Elektron-Stößen, und da auch nur bei Energien unter 100 eV.

3.1.1 Die Bethe-Bloch-Formel

Wie bereits erwähnt, ist die inelastische Streuung an den Elektronen die häufigste Wechselwirkung der geladenen Teilchen in Materie. Der dabei auftretende Energieverlust konnte schon mit den Mitteln der klassischen Physik durch Aufsummieren des Impulsübertrags bei den einzelnen

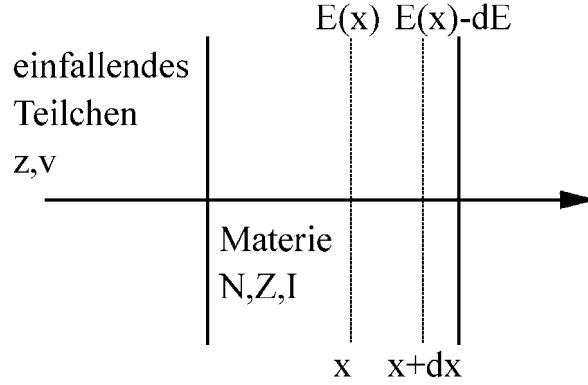


Abbildung 3.1: Zur Berechnung des Energieverlustes eines geladenen Teilchens.

Stößen berechnet werden. Das Ergebnis, zuerst von Bethe und Bloch gefunden [1], hat in der Quantenmechanik nur unwesentliche Änderungen erfahren.

Das einfallende Teilchen wird charakterisiert (Abb. 3.1) durch die Zahl z seiner Elementarladungen und durch seine Geschwindigkeit v , die Materie durch die Elektronendichte $N \cdot Z$ und das mittlere Ionisierungspotential I . Ein Näherungswert für I ist $I = 13.5 \cdot Z \text{ eV}$, mit Z , der Kernladungszahl. Das Bremsvermögen (stopping power) der Materie, das ist der Energieverlust dE des Teilchens auf einem hinreichend kleinen Weg dx (der Energieverlust dE soll klein sein gegenüber der an der Stelle x noch vorhandenen Energie E) ist

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{e^2}{m_0 \cdot \epsilon_0} \cdot N \cdot Z \cdot \frac{z^2}{v^2} \cdot \left[\ln \left(\frac{2 \cdot m_0 \cdot v^2}{I} \right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 - \frac{A}{Z} \right] \quad (3.4)$$

mit $\beta = v/c$. A ist eine Konstante, welche die Bindung der Elektronen in den verschiedenen Zuständen berücksichtigt, m_0 die Ruhemasse des Elektrons und ϵ_0 die Dielektrizitätskonstante. Das Bremsvermögen ist proportional der Elektronendichte in der Materie, d.h. der Anzahl der Stöße, die das Teilchen auf seinem Weg macht. Die Ladung des Teilchens geht quadratisch ein. Dies bedeutet, dass hochgeladene Teilchen, wie z.B. Kerntrümmer bei der Uranspaltung, in Materie sehr stark gebremst werden und deshalb nur kurze Wege zurücklegen. Das Bremsvermögen hängt vom Quadrat der Geschwindigkeit des Teilchens ab, ist aber unabhängig von dessen Masse und deshalb für alle Teilchen mit dem gleichen Betrag der Masse und der gleichen Geschwindigkeit dieselbe. Qualitativ ist der Verlauf in Abhängigkeit von der Energie in Abb. 3.2 gezeichnet. Bei ganz kleinen Energien in der Größenordnung der Ionisierungsenergie ist die Kurve nicht definiert. Hier wird das Teilchen bei den Stößen durch Elektronenverlust oder Elektroneneinfang häufig umgeladen, so dass es keine feste Ladung hat, ja sich sogar neutralisieren kann. Im daran anschließenden Bereich bis zu einer Energie von ungefähr $500 \cdot I$ überwiegt der starke Anstieg des ersten logarithmischen Terms in der Klammer den Abfall durch das Quadrat der Geschwindigkeit im Nenner. Bei weiter ansteigenden Energien für $I \ll E \ll M c^2$ (M ist die Ruhemasse des Teilchens) ändert sich der logarithmische Term nur noch langsam, während die anderen Terme in der Klammer noch nicht ins Gewicht fallen. Das Bremsvermögen hat in diesem Bereich annähernd den Verlauf einer Hyperbel

$$-\frac{dE}{dx} \approx \frac{1}{E} \quad (3.5)$$

Bei noch höheren Energien machen sich die zunehmenden relativistischen Terme bemerkbar. So geht die Kurve zunächst bei ungefähr der dreifachen Ruheenergie des Teilchens durch ein Minimum der Ionisierung, um danach kontinuierlich anzusteigen.

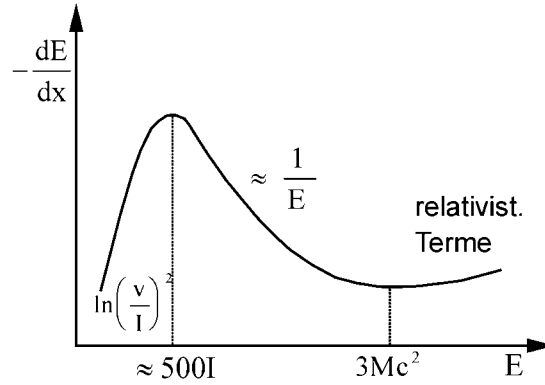


Abbildung 3.2: Bremsvermögen als Funktion der Energie.

Für sehr schnelle Teilchen ist das Bremsvermögen und damit die Anzahl der pro Wegstrecke erzeugten Ionenpaare, die spezifische Ionisierung, zunächst gering. Es ist für Luft unter Normalbedingungen im Minimum ca. 2 keV/cm^2 . Während der weiteren Abbremsung steigt sie an und erreicht einen maximalen Wert, für Luft ca. 1 MeV/cm^2 . Die spezifische Ionisierung ist am größten, kurz bevor das Teilchen zur Ruhe kommt.

Die Gl. 3.4 beschreibt das Verhalten von schweren und hochgeladenen Teilchen, z.B. Spaltbruchstücke, nicht besonders gut, da diese wegen der großen Ladung und der entsprechenden Coulomb-Kräfte schon bei hohen Energien leicht Elektronen anlagern. Sie kann aber auch in diesen Fällen angewendet werden, wenn eine experimentell zu bestimmende mittlere Ladung eingeführt wird.

Auch bei der Berechnung des Bremsvermögens von Elektronen ist eine Modifizierung erforderlich, weil es sich um die Streuung von identischen Teilchen handelt. Im Wesentlichen bleibt aber die Form des Ausdrucks erhalten.

Ein wichtiger Punkt ist festzuhalten: Geladene Teilchen können in hinreichend ausgedehnter Materie ihre gesamte Energie verlieren. Sie haben eine endliche Reichweite, die gegeben ist durch

$$R = \int_{E_0}^0 \frac{dE}{dE/dx} \quad (3.6)$$

$E_0 = \text{Anfangsenergie}$

Sie hängt von der Anfangsenergie ab, kann allerdings nur näherungsweise berechnet werden, weil das Bremsvermögen am Ende des Bremsweges nicht bekannt ist. Die Reichweite wird deshalb empirisch bestimmt. Dabei wird eine mittlere Reichweite eingeführt und dadurch die statistische Natur der Abbremsung berücksichtigt, die eine Streuung der gemessenen Werte auch bei genau gleicher Anfangsenergie bedingt. Eine so gewonnene empirische Beziehung für die mittlere Reichweite von Protonen in Luft unter Normalbedingungen ist

$$\bar{R} = \left(\frac{E[\text{MeV}]}{9.3} \right)^{1.8} \text{ m} \quad (3.7)$$

Zur Reichweitenbestimmung von Elektronen ist Gl. 3.6 nicht anwendbar. Sie gilt nur, wenn der Impulsübertrag bei einem Stoß so gering ist, dass das Teilchen nahezu unabgelenkt weiterfliegt. Das gilt für Hadronen und Kerne. Der Massenunterschied zu Elektronen ist dann so groß, dass der statistische Charakter der Stoßprozesse bei einem monoenergetischen Strahl nur eine kleine Streuung der Reichweite (im Englischen *straggling*) verursacht. Bei Stößen eines Elektrons mit

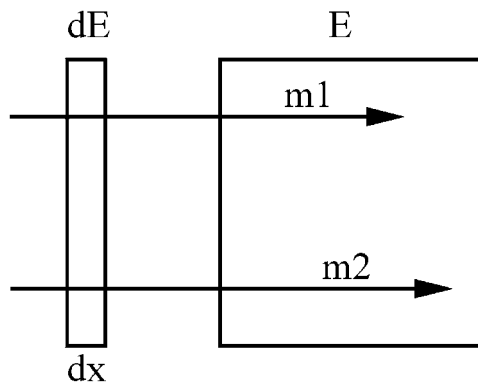


Abbildung 3.3: Schema eines Teleskops zur Identifizierung von Teilchen.

Elektronen dagegen ist der Impulsübertrag im Verhältnis zum Gesamtimpuls groß, so dass es sich völlig ungerichtet durch den Absorber bewegt.

Eine wichtige Anwendung hat die Bethe-Bloch-Formel bei der Identifizierung von Teilchen in Kernreaktionen gefunden. Im hyperbolischen Bereich kann das Bremsvermögen geschrieben werden

$$-\frac{dE}{dx} = K \cdot z^2 \cdot \frac{m}{E} \quad (3.8)$$

wobei m die Masse des gebremsten Teilchens und K eine energieunabhängige Konstante ist. Zum Nachweis der Teilchen wird ein Halbleiterteleskop verwendet, das nach dem in Abb. 3.3 skizzierten Prinzip aufgebaut ist. Es besteht aus einem dünnen Absorber der Dicke dx , den die Teilchen durchfliegen, und einem dicken Detektor, in dem sie gestoppt werden. Zwischen dem im Absorber gemessenen Energieverlust dE und der im Detektor deponierten Gesamtenergie E besteht der Zusammenhang Gl. 3.8. Für Teilchen gleicher Ladung und verschiedener Masse ergibt der Energieverlust dE aufgetragen über der Gesamtenergie E eine Schar von Hyperbeln mit der Masse als Scharparameter. Da die Massen diskret sind, erscheinen bei hinreichend guter Energieauflösung des Teleskops die zu verschiedenen Teilchen gehörenden Hyperbeln getrennt. Dasselbe gilt natürlich auch für Teilchen gleicher Masse aber verschiedener Ladung, nur liegen dann wegen der quadratischen Abhängigkeit die Hyperbeln weiter voneinander entfernt.

3.1.2 Die Bremsstrahlung

Für geladene Teilchen besteht außer der Ionisierung und Anregung noch eine weitere Möglichkeit des Energieverlustes. Sie können in einem elektrischen Feld, wie z.B. dem Coulombfeld eines Kerns abgebremst werden und dabei Energie in Form elektromagnetischer Strahlung, der Bremsstrahlung, abgeben. Der Kern ist zur Erfüllung von Energie- und Impulssatz notwendig, übernimmt aber keine Anregungsenergie.

Die Bremsstrahlung ist bereits in der klassischen Physik bekannt. Jede Beschleunigung von Ladungen ist mit der Emission von elektromagnetischer Strahlung verbunden. Sowohl dort als auch in der Quantenmechanik besteht für die Intensität der Bremsstrahlung die Proportionalität

$$I \approx \frac{z^2 \cdot Z^2}{m^2} \quad (3.9)$$

Dabei sind m und z die Masse und Ladung des gebremsten, Z die Ladung des bremsenden Teilchens. Die Bremsstrahlung nimmt quadratisch mit den Ladungen beider Teilchen zu und ist deshalb besonders häufig im Coulombfeld von schweren Kernen. Die Masse des gebremsten Teilchens geht quadratisch in den Nenner ein, d.h. für leichte Teilchen, also Elektronen, ist der

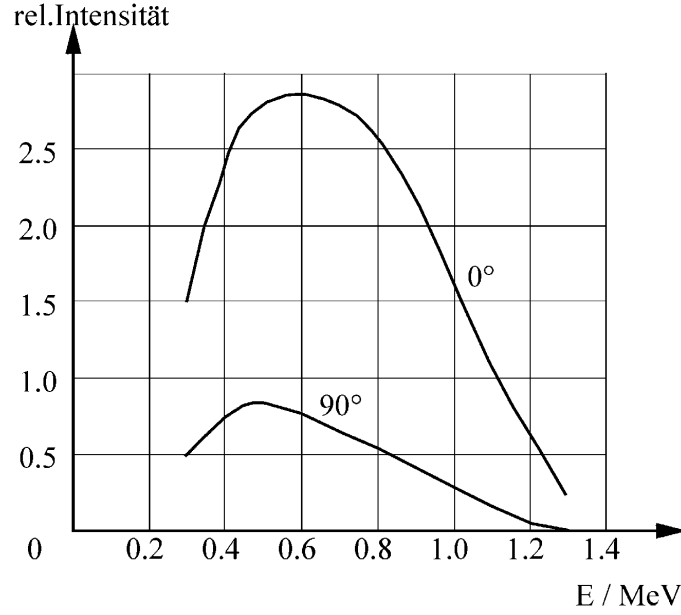


Abbildung 3.4: Bremsstrahlungsspektrum von 1,4 MeV Elektronen in Wolfram.

Energieverlust durch Bremsstrahlung am größten, für schwere Ionen dagegen ist er verschwindend klein.

Das Spektrum der Bremsstrahlung, das von monoenergetischen Elektronen mit der Energie 1,4 MeV in einem dicken Wolframtarget erzeugt wird, ist in Abb. 3.4 gezeigt. Es ist eine breite, kontinuierliche Verteilung. Die meisten Quanten nehmen grob gesagt die Hälfte der Elektronenenergie mit. Kleine Energien sind selten, bei einer Energie E_{\max} bricht das Spektrum ab. Dies ist die größte Energie, welche die Bremsstrahlung überhaupt haben kann, nämlich die gesamte kinetische Energie des Elektrons. Es gilt

$$E_{\max}(\text{Strahlung}) = h\nu_{\max} = E_{\text{kin}}(\text{Elektron}) \quad (3.10)$$

Mit dieser Beziehung kann bei bekannter Energie der Elektronen durch Messung der Grenzfrequenz mit einem Röntgenspektrometer die Plancksche Konstante h bestimmt werden.

Die Form des Bremsstrahlungsspektrums ist klassisch und quantenmechanisch gleich, obwohl die zugrundeliegenden Anschauungen völlig verschieden sind. Die klassische Theorie verbindet mit jeder Bewegungsänderung eines Teilchens mit Gewissheit die Emission nieder-energetischer Strahlung, während nach der Quantentheorie die Emissionswahrscheinlichkeit klein, dafür aber die Energie des Photons größer ist. Wird über einen breiten Energiebereich der einfallenden Teilchen gemittelt, dann ergibt sich in beiden Fällen die Form des Photonenspektrums wie in Abb. 3.4.

Der totale Wirkungsquerschnitt der Bremsstrahlung von Elektronen ist für nichtrelativistische Energien $E_{\text{kin}} \ll E_0$

$$\sigma_{\text{rad}} = \frac{16}{3} \cdot \alpha \cdot Z^2 \cdot r_0^2 \quad (3.11)$$

α ist die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante und r_0 der klassische Elektronenradius $r_0 = e^2/m_0 \cdot c^2$. Dies ist die Form der Gl.3-9. Er ist unabhängig von der Elektronenenergie E_i . In der Nähe der doppelten Ruheenergie E_0 steigt er aber langsam nach der Formel

$$\sigma_{\text{rad}} = 8 \cdot \alpha \cdot Z^2 \cdot r_0^2 \cdot \left(\ln \frac{E_i}{E_0} - \frac{1}{6} \right) \quad (3.12)$$

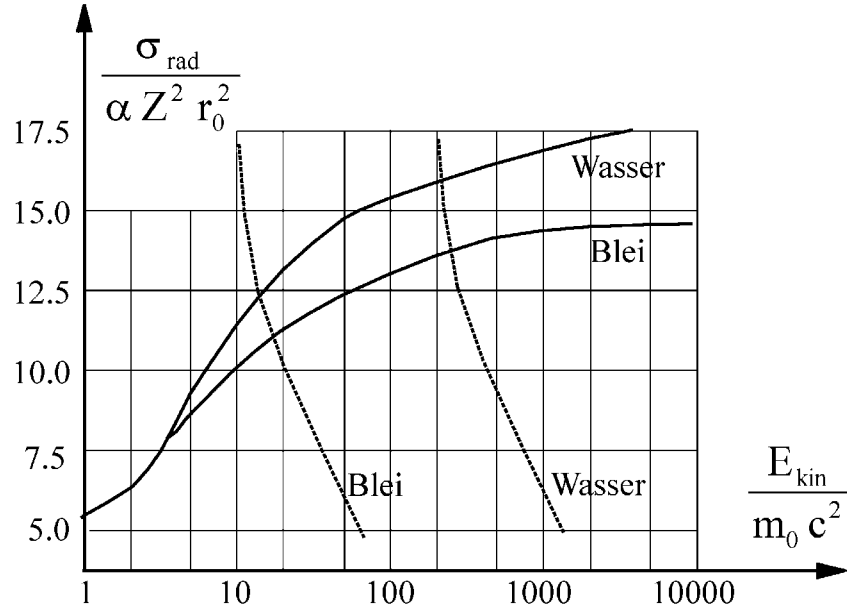


Abbildung 3.5: Wirkungsquerschnitt für die Bremsstrahlung in Blei und Wasser.

an und wird im extrem relativistischen Bereich wieder unabhängig von der Energie. Dieses Verhalten ist in Abb. 3.5 für Wasser und Blei in den durchgezogenen Kurven dargestellt. Gestrichelt eingetragen sind außerdem die Energieverluste durch Ionisierung. Die Verluste durch Bremsstrahlung übersteigen die Ionisierungsverluste im schweren Element Blei bei ungefähr 20 MeV, im leichten Molekül Wasser erst über 200 MeV.

Ein ähnlicher Effekt tritt bei Kreisbeschleunigern (Synchrotron) auf, in denen Elektronen von starken Magnetfeldern auf Kreisbahnen gezwungen werden. Der starke Anstieg des Strahlungsquerschnitts mit der Energie verhindert, dass mit Kreisbeschleunigern Elektronen bis zu beliebig hohen Energien beschleunigt werden können. Die maximale Energie ist erreicht, wenn sich die Strahlungsverluste durch die sogenannte Synchrotronstrahlung und die zugeführte Hochfrequenzenergie gerade ausgleichen.

Für Elektronenenergien über 1 MeV ist der Energieverlust durch Bremsstrahlung in Materie mit der Ladungszahl Z und der Massenzahl M gegeben durch

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right) = 4\alpha r_0^2 \cdot \frac{Z_2}{A} L \cdot \ln \frac{183}{Z^{1/3}} \cdot E = \frac{E}{X_0} \quad (3.13)$$

L ist die Avogadrozahl. Die so definierte Größe X_0 heißt Strahlungslänge. Mit ihr kann diese Gleichung geschrieben werden

$$\frac{dE}{E} = -\frac{dx}{X_0} \quad (3.14)$$

mit der Lösung

$$E = E_0 \cdot e^{-\frac{x}{X_0}} \quad (3.15)$$

Sie beschreibt die Abnahme der anfänglichen Energie E_0 als Funktion des in der Materie zurückgelegten Weges x . Hier wird die physikalische Bedeutung der Strahlungslänge klar: sie ist die Strecke, auf der die Energie auf ein e-tel ihres Wertes abnimmt. Gemessen in g/cm^2 ist sie z.B. 24 in Al, 19 in Ar und 6.3 in Pb, nimmt also mit zunehmender Ladungszahl ab.

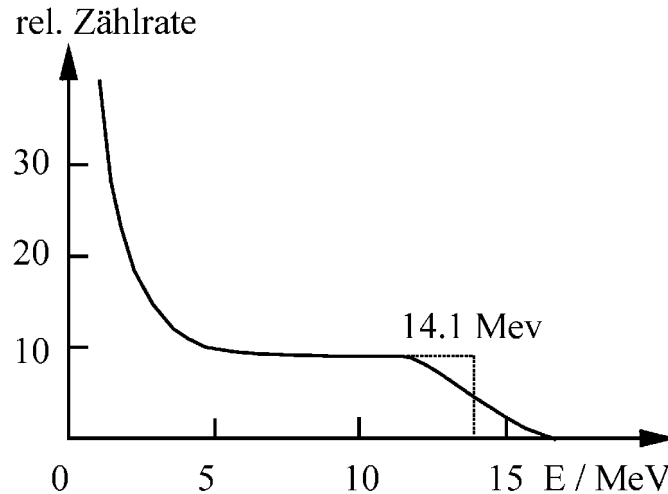


Abbildung 3.6: Das Protonenspektrum in einem Rückstoßdetektor.

3.2 Ungeladene Teilchen

Ungeladene Teilchen, im Praktikum sind dies Neutronen und γ -Quanten, unterliegen nicht der Coulomb-Wechselwirkung und können deshalb nicht auf direktem Wege über Anregung und Ionisation Energie auf die Materie übertragen. Zu ihrem Nachweis ist es deshalb notwendig, dass sie über eine Reaktion zunächst geladene Teilchen erzeugen, die ihrerseits dann die Materie ionisieren. Die sekundären Teilchen erhalten i. a. nur einen Teil der kinetischen Energie des ungeladenen primären Teilchens, so dass zur Energiebestimmung zusätzliche Messungen, z. B. des Streuwinkels, notwendig sind.

3.2.1 Das Neutron

Für das Neutron ist die Wechselwirkung mit den Kernen die einzige Ursache des Energieverlusts. Das Neutron wird über die starke und nicht über die elektromagnetische Wechselwirkung nachgewiesen. Dabei können drei Arten von Prozessen unterschieden werden.

3.2.1.1 Elastische Streuung von Neutronen an Kernen

Bei der elastischen Streuung eines Neutrons wird dem Kern keine innere Energie übertragen. Wegen der Impuls- und Energieerhaltung erhält er aber eine Rückstoßenergie. Der Energieübertrag ΔE beim Stoß eines Neutrons der Energie E_n mit einem ruhenden Kern der Massenzahl A ist

$$\Delta E = \frac{4A}{(A+1)^2} \cdot E_n \cdot \cos^2 \cdot \Theta \quad (3.16)$$

Dabei ist Θ der Winkel zwischen den Impulsen des einfallenden Neutrons und des Rückstoßteilchens im Laborsystem. Die übertragene Energie ΔE variiert mit dem Rückstoßwinkel Θ und nimmt alle Werte an von null bis zur maximalen Rückstoßenergie beim zentralen Stoß für $\Theta=0$. Ist der Stoßpartner des Neutrons ein Proton ($A=1$), dann ist beim zentralen Stoß die Rückstoßenergie des Protons gleich der Neutronenenergie (wenn die sehr kleine Massendifferenz zwischen Neutron und Proton vernachlässigt wird).

Der hohe Energieübertrag bei der elastischen Neutron-Proton-Streuung ist die Grundlage des Protonen-Rückstoß-Detektors. Das ist ein Szintillator aus einem Material, das einen hohen Anteil an Wasserstoff hat, damit die Empfindlichkeit für den Neutronennachweis groß ist. Meist wird

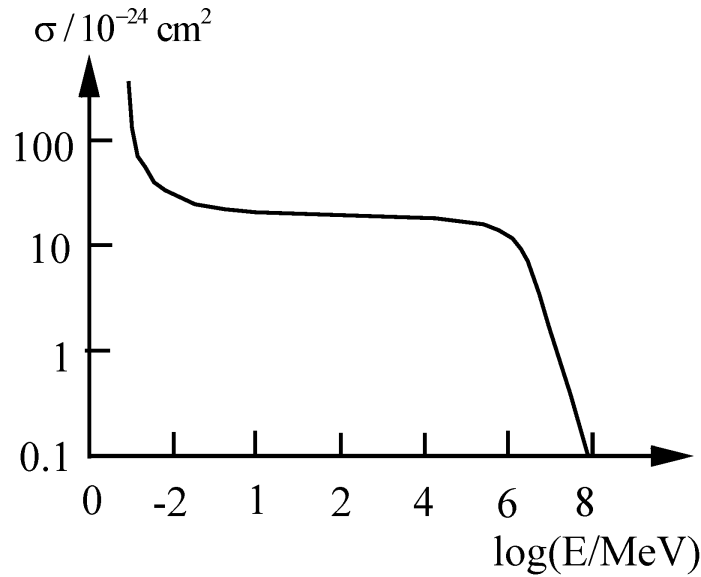


Abbildung 3.7: Der totale Wirkungsquerschnitt für die Neutron-Proton-Streuung.

Plastik verwendet. Die Rückstoßenergie der Protonen wird als Lichtausbeute des Szintillators gemessen (siehe 4.2.1.2 Der organische Szintillator). Das Spektrum eines solchen Detektors beim Nachweis von monoenergetischen Neutronen ist in Abb. 3.6 gezeigt. Es ist kontinuierlich von null bis zur Energie E_n des Neutrons. Die durchgezogene Kurve stellt die ideale Verteilung dar, bei der das Spektrum scharf abbricht. Die in Wirklichkeit gemessene Verteilung ist punktiert gezeichnet. Die Abweichung hat ihre Ursache im Energie-Straggling der Protonen und in der endlichen Energieauflösung des Detektors. Der konstante Verlauf für alle Protonenenergien außer den kleinsten ist die Folge der isotropen Winkelverteilung der Neutron-Proton-Streuung, wie sie bis zu 20 MeV zu beobachten ist. Aus der Lage des Abfalls des Spektrums bei hohen Energien kann die Energie der Neutronen bestimmt werden, wenn diese monoenergetisch sind, weil nur dann die Kante der Energie der Neutronen entspricht. Haben die nachzuweisenden Neutronen kontinuierliche Energie, dann muss zur Energiebestimmung nach Gl. 3.16 neben der Energie des Protons auch die Impulsrichtung gemessen werden. Die Protonen-Rückstoß-Detektoren können bei beliebigen Neutronenenergien verwendet werden, doch zeigt der Verlauf des totalen Streuquerschnitts in Abb. 3.7, dass die Empfindlichkeit über 1 MeV hinaus stark abnimmt.

3.2.1.2 Neutroneninduzierte Kernreaktionen

Bei der Absorption eines Neutrons durch einen Kern wird zunächst ein im Allgemeinen angeregter Zwischenkern gebildet, der entweder durch Aussenden eines γ -Quants in den Grundzustand übergeht oder sich unter Emission von geladenen Teilchen oder Neutronen umwandelt. Die Wechselwirkung des γ -Quants oder des geladenen Teilchens ermöglichen dann den Nachweis des Neutrons. Am häufigsten wird der Neutroneneinfang am Bor-Isotop ^{10}B benutzt.



Der ${}^7\text{Li}$ -Kern wird bevorzugt in einem angeregten Zustand mit der Anregungsenergie 0.48 MeV gebildet, der durch γ -Zerfall in den Grundzustand übergeht. Für thermische Neutronen (mit einer Energie von 0.025 eV) erhält er eine kinetische Energie von 0.84 MeV, das α -Teilchen von 1.47 MeV. Dem Li-Kern wird ein beträchtlicher Teil der kinetischen Energie übertragen, in diesem Falle kann die Rückstoßenergie des schwereren Kerns nicht vernachlässigt werden.

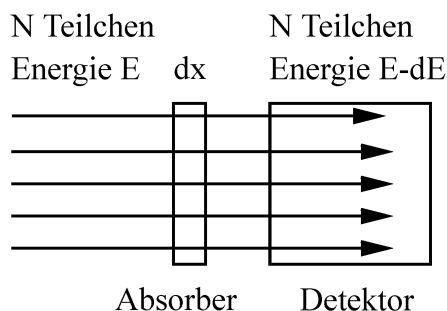


Abbildung 3.8: Absorption geladener Teilchen in Materie.

Zum Nachweis verwendet wird die obige Reaktion im sogenannten Bor-Zählrohr. Das ist ein Proportionalzählrohr (siehe 4.1.1.2) mit BF_3 als Füllgas. Es kann natürliches Bor verwendet werden, da die Häufigkeit von ^{10}B ungefähr 20% ist. Wenn die nach dem Einfang auftretenden α -Teilchen und Li-Ionen ihre gesamte kinetische Energie bei der Ionisierung abgeben, was wegen der kleinen Reichweite meist der Fall ist, tritt eine Linie auf, die dem Q-Wert von 2.31 MeV entspricht. Mit geringerem Wirkungsquerschnitt geht die Reaktion auch direkt zum Grundzustand des ^7Li . Deshalb erscheint bei der Energie $Q=2.78\text{ MeV}$ eine zweite Linie mit geringerer Intensität.

Die ^{10}B -Reaktion eignet sich deshalb besonders gut zum Neutronennachweis, weil sie einen großen Wirkungsquerschnitt hat. Er ist für thermische Neutronen $\sigma = 3837 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$. Bei höheren Energien bis zu einigen keV fällt er mit $1/v$ ab. Es gilt:

$$\sigma \cdot v = \text{const} = 1.6 \cdot 10^{-16} \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \quad (3.18)$$

In diesem Energiebereich misst der Bor-Zähler direkt den Neutronenfluss, der ja proportional zu $\sigma \cdot v$ ist. Bei noch höheren Energien zwischen 1 MeV und 16 MeV ist der Wirkungsquerschnitt, unterbrochen nur durch eine Resonanz bei 1.26 MeV praktisch konstant mit dem Wert $\sigma = 1.5 \cdot 10^{-34} \text{ cm}^2$.

Einen ähnlich hohen Wirkungsquerschnitt für den Einfang thermischer Neutronen, nämlich $\sigma = 5327 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$, hat die Reaktion



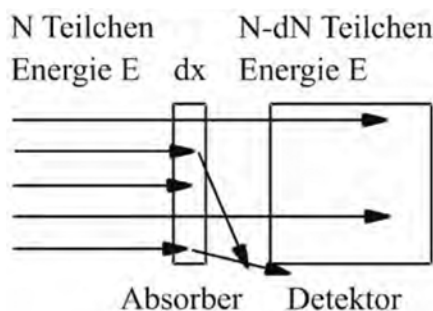
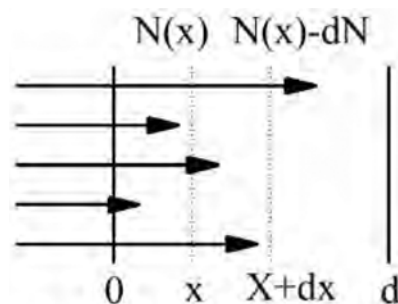
Sie wird im ${}^3\text{He}$ -Zähler benutzt, der ebenfalls ein Proportionalzähler ist und in dem das Proton und das Triton nachgewiesen werden. Auch hier gilt bis 1 MeV für den Wirkungsquerschnitt das $1/v$ -Gesetz.

3.2.1.3 Neutroneninduzierte Kernspaltung

Bei sehr schweren Kernen, wie z.B. ^{235}U , genügt die Anlagerung eines Neutrons, um den Kern zu spalten. Neben einigen Neutronen entstehen dabei mittelschwere Kernbruchstücke, die in Proportionalzählrohren, den sog. Spaltkammern, registriert werden können.

3.2.2 Das Gamma-Quant

Im Gegensatz zu den geladenen Teilchen ionisiert das γ -Quant die Materie nicht direkt, es kann deshalb weite Strecken ungestört durchqueren. Es macht sich bemerkbar und wird nachweisbar durch drei Prozesse der elektromagnetischen Wechselwirkung: den Photoeffekt, die Comptonstreuung und die Paarbildung. Die dabei freigesetzten oder erzeugten Elektronen und Positronen übernehmen kinetische Energie, die sie wie unter 3.1 besprochen durch Ionisierung abgeben. Es sind also die sekundären Leptonen, die den Nachweis von γ -Quanten ermöglichen.

Abbildung 3.9: Absorption von γ -Quanten.Abbildung 3.10: Absorptionsgesetz für γ -Quanten.

Die Photonen verhalten sich deshalb in Materie völlig anders als die geladenen Teilchen. Zur Veranschaulichung denke man sich einen monoenergetischen Strahl parallel fliegender α -Teilchen, der aus N Teilchen pro Sekunde besteht, von denen jedes die Energie E hat. In der Quantenmechanik nennt man dies eine ebene Welle. In einem Detektor werden nur die aus der Strahlrichtung eintreffenden Teilchen nachgewiesen und ihre Energie gemessen. Vor dem Detektor befindet sich ein Absorber der Dicke dx (Abb. 3.8). Für einen dünnen Absorber verliert ein Teilchen unter den Voraussetzungen der Bethe-Bloch-Formel nur einen kleinen Teil dE seiner Energie, keines wird absorbiert. Auch mit Absorber werden weiterhin N Teilchen pro Sekunde registriert, jedes aber mit der verminderten Energie $E - dE$. Ein geladener Teilchenstrahl verliert (in hinreichend dünner) Materie nur Energie aber nicht an Intensität.

Bei γ -Quanten ergibt sich ein anders Bild (Abb. 3.9). In der Materie werden Photonen durch Photoeffekt oder Paarbildung absorbiert oder durch Comptoneffekt aus der Einfallrichtung herausgestreut. Es werden deshalb weniger Photonen nachgewiesen als ohne Absorber, diejenigen, die in den Detektor gelangen, haben aber die ursprüngliche Energie. Ein Photonenstrahl verliert in Materie Intensität, die durchkommenden Photonen aber keine Energie.

Die Wahrscheinlichkeit für die Absorption lässt sich durch die Absorptionskonstante μ beschreiben, die vom Material und der Energie, aber nicht von der Eindringtiefe x der Photonen in die Materie abhängt. Treten $N(0)$ monochromatische Quanten in einen Absorber ein (Abb. 3.10), sind nach der Eindringtiefe x noch $N(x)$ vorhanden. Die Wahrscheinlichkeit P , dass ein Quant auf der infinitesimalen Strecke dx absorbiert wird, ist

$$P = \mu \cdot dx \quad (3.20)$$

Für die Zahl dN der auf der Strecke dx absorbierten Quanten gilt dann

$$dN = -P \cdot N(x) = -\mu \cdot N(x)dx \quad (3.21)$$

Integriert bis zur Dicke d gibt dies

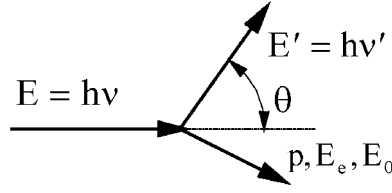


Abbildung 3.11: Kinematik des Comptoneffekts.

$$N(d) = N(0) \cdot e^{-\mu d} \quad (3.22)$$

oder für die Intensitäten

$$I(d) = I(0) \cdot e^{-\mu d} \quad (3.23)$$

Die Intensitätsabnahme eines γ -Strahles in Materie gehorcht also einem Exponentialgesetz. Das gilt auch dann noch, wenn nicht nur die Absorption durch Photoeffekt und Paarbildung, sondern auch die Streuung durch den Comptoneffekt betrachtet werden, soweit die in Abb. 3.9 skizzierte Versuchsanordnung verwendet wird, die nur Quanten aus der Richtung der einfallenden ebenen Welle nachweist. Es werden dann keine gestreuten Quanten gezählt, und die Streuung ist der Absorption äquivalent. Der Absorber muss nur hinreichend dünn sein, damit die Doppelstreuung nicht ins Gewicht fällt. Die registrierten Quanten haben alle die ursprüngliche Energie E , da sie nicht mit dem Absorber in Wechselwirkung standen. Im Gegensatz zu geladenen Teilchen wird beim Durchqueren von Materie die γ -Strahlung in der Intensität geschwächt, die Energie der Quanten bleibt aber erhalten. Gegen die γ -Strahlung ist keine vollständige Abschirmung möglich, da auch nach großen Schichtdicken noch eine endliche Intensität vorhanden ist.

Im Folgenden werden die einzelnen Prozesse der elektromagnetischen Wechselwirkung und auch deren Umkehrprozesse besprochen, die zum Nachweis von Positronen von Bedeutung sind.

3.2.2.1 Der Comptoneffekt

Der Comptoneffekt ist die Streuung von γ -Quanten an freien, geladenen Teilchen. Wenn diese dabei in Ruhe sind oder eine kinetische Energie besitzen, die klein gegenüber der Energie des γ -Quants ist, dann verliert das Photon bei der Streuung Energie. Die Energieverschiebung ist kinematisch bedingt und kann aus dem Impuls- und Energiesatz berechnet werden, hier für den Fall der Streuung an einem ruhenden Teilchen. Das mit der Energie E einlaufende γ -Quant habe nach dem Stoß die Energie E' , das Teilchen mit der Ruheenergie E_0 nach dem Stoß die Gesamtenergie E_e und den Impuls p . θ sei der Streuwinkel des γ -Quants.

Der Energiesatz

$$E + E_0 = E_e + E' \quad (3.24)$$

und der Impulssatz

$$c^2 p^2 = E_e^2 - E_0^2 = E^2 + E'^2 - 2 E E' \cdot \cos \theta \quad (3.25)$$

ergeben für die Energie des gestreuten Quants

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{E_0} \cdot (1 - \cos \theta)} \quad (3.26)$$

Die kinetische Energie E_{kin} des geladenen Teilchens ist

$$E_{\text{kin}} = E - E' = \frac{\frac{E^2}{E_0} \cdot (1 - \cos \theta)}{1 + \frac{E}{E_0} \cdot (1 - \cos \theta)} \quad (3.27)$$

Die Energieänderung der Strahlung bei der Streuung, die Comptonverschiebung, hängt vom Streuwinkel ab. Sie verschwindet für $\theta \rightarrow 0$, in diesem Fall erhält das geladene Teilchen auch keine Rückstoßenergie. Sie nimmt mit dem ansteigenden Streuwinkel zu und wird maximal bei der Rückstreuung um $\theta = 180^\circ$. Entsprechend erhält das Teilchen dann die maximal mögliche Energie E_{max}

$$E_{\text{max}} = \frac{E}{1 + \frac{E_0}{2E}} \quad (3.28)$$

Sie ist immer kleiner als die Energie des γ -Quants, da dieses auch bei Rückstreuung einen Teil seiner Energie wieder mitnimmt.

Die Comptonverschiebung hängt auch von der Energie des Photons ab. Sie ist umso größer, je größer die Energie des Quants im Verhältnis zur Ruheenergie des Teilchens ist. Bei der Streuung mit der Energie $E = 1 \text{ MeV}$ ist der maximale relative Energieübertrag $E_{\text{max}}/E = 80\%$ bei Elektronen und $E_{\text{max}}/E = 0,2\%$ bei Protonen.

Die Comptonstreuung macht sich erst dann bemerkbar, wenn die Energie der Photonen vergleichbar ist mit der Ruheenergie der Teilchen, an denen sie gestreut werden. So ist die Streuung von γ -Quanten aus dem radioaktiven Zerfall an Protonen oder Kernen zu vernachlässigen, ebenso wie die Comptonstreuung von sichtbarem Licht an Elektronen. In diesem Fall ist $E_{\text{max}}/E = 5 \cdot 10^{-6}$ für Licht an Elektronen.

Diese Energieverschiebung liegt in der Größenordnung der Linienbreiten von Spektrallinien. Die Energie der gestreuten Strahlung geht für $E_0/E \ll 1$ unabhängig vom Streuwinkel gegen E , die Comptonstreuung geht dann über in die aus der klassischen Physik bekannten Thomsonstreuung.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt pro Elektron für die Streuung von unpolarisierten γ -Quanten an Elektronen ist

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \cdot \left[1 + \frac{E}{E_0} \cdot (1 - \cos \theta) \right]^{-3} \times \left[-\frac{E}{E_0} \cdot \cos^3 \theta + \left(\frac{E^2}{E_0^2} + \frac{E}{E_0} + 1 \right) \cdot (1 + \cos^2 \theta) - \frac{E}{E_0} \cdot \left(\frac{2E}{E_0} + 1 \right) \cdot \cos \theta \right] \frac{\text{cm}^2}{\text{sr}} \quad (3.29)$$

dabei ist $r_0 = e^2/(m_0 \cdot c^2)$ der klassische Elektronenradius. Für γ -Energien, die sehr viel kleiner sind als die Ruhemasse des Streuers, wird daraus der Thomsonquerschnitt.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \cdot (1 + \cos^2 \theta) \quad \text{für} \quad \frac{E}{E_0} \ll 1 \quad (3.30)$$

In Abb. 3.12 sind die Klein-Nishina-Formel und die Thomson-Formel qualitativ aufgetragen. Die Zahlen an den Kurven sind die γ -Energien in Elektronenruhemassen. Der Thomsonquerschnitt, das ist die Kurve mit $E/E_0=0$, ist symmetrisch um 90° , Vorwärts- und Rückwärtsstreuung sind gleich wahrscheinlich. Der Comptonquerschnitt weicht davon mit zunehmender Energie immer mehr ab. Je größer die Energie wird, umso stärker wird die Vorwärtsstreuung bevorzugt.

Der totale Streuquerschnitt pro Elektron für die Comptonstreuung ergibt sich aus Gl. 3.26 durch Integration über den Raumwinkel

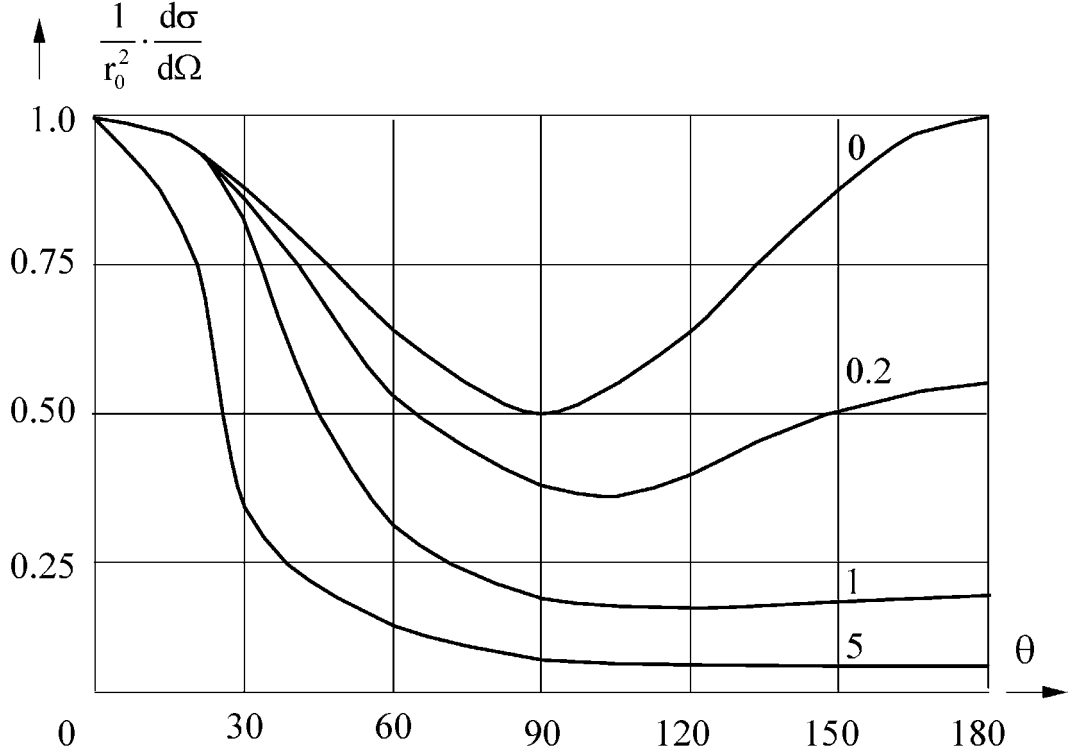


Abbildung 3.12: Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Comptonstreuung.

$$\begin{aligned}
 \sigma = & 2\pi r_0^2 \cdot \frac{1 + \frac{E}{E_0}}{\left(\frac{E}{E_0}\right)^2} \cdot \left[\frac{2 \left(1 + \frac{E}{E_0}\right)}{1 + 2 \frac{E}{E_0}} - \frac{E_0}{E} \cdot \ln \left(1 + 2 \frac{E}{E_0}\right) \right] \\
 & + \frac{E_0}{2E} \cdot \ln \left(1 + 2 \frac{E}{E_0}\right) - \frac{1 + \frac{3E}{E_0}}{\left(1 + 2 \frac{E}{E_0}\right)^2}
 \end{aligned} \quad (3.31)$$

Sein Verlauf in Abhängigkeit von der Energie ist in Abb. 3.13 gezeigt. Er nimmt mit zunehmender Photonenenergie stark ab. Auch er geht wieder in der Näherung sehr kleiner Photonenenergien in den totalen Querschnitt für die elastische Streuung einer Lichtwelle an einem Elektron über, den Thomsonquerschnitt

$$\sigma_{\text{Th}} = \frac{8\pi}{3} \cdot r_0^2 \quad (3.32)$$

Alle angegebenen Wirkungsquerschnitte beziehen sich auf die Streuung an einem freien, einzelnen Elektron. Nun sind die Elektronen in der Materie zwar gebunden, ihre Bindungsenergie ist aber zumindest für die leichten Atome sehr viel kleiner als diejenigen Energien, für die der Comptoneffekt überhaupt von Bedeutung ist, und können deshalb als frei angesehen werden. Der Wirkungsquerschnitt σ_a pro Atom für ein Element mit der Ordnungszahl Z ist daher in guter Näherung die Summe der Querschnitte σ_e pro Elektron:

$$\sigma_a = Z \cdot \sigma_e \quad (3.33)$$

Er ist also der Ordnungszahl proportional. Für schwere Atome, bei denen die Bindungsenergie der inneren Elektronen beträchtliche Werte annimmt, gilt diese Beziehung natürlich nicht mehr.

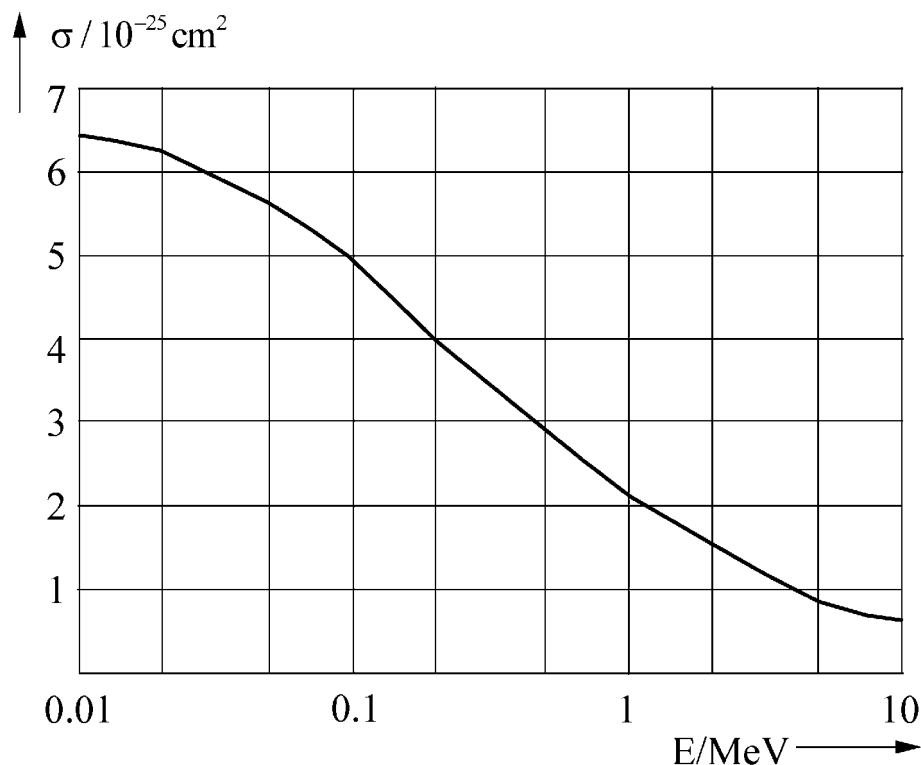


Abbildung 3.13: Der totale Wirkungsquerschnitt für die Comptonstreuung in Abhängigkeit von der Energie.

Wie schon gesagt, erlaubt der Comptoneffekt, γ -Quanten nachzuweisen und ihre Energie zu messen, wenn auch die Energiemessung nicht sehr genau ist. Dazu wird ein energieempfindlicher Detektor verwendet, d.h. ein Detektor, dessen Ausgangsimpuls proportional zur Energie der von den Photonen erzeugten Elektronen ist. Das Spektrum der Rückstoßelektronen, das Compton-spektrum, das von monoenergetischen γ -Quanten mit der Energie $E=h\nu$ verursacht wird, hat dann die in Abb. 3.14 dargestellte Form. Aufgetragen ist die Anzahl der Elektronen über ihrer kinetischen Energie. Das Spektrum ist kontinuierlich, obwohl die erzeugenden Quanten monochromatisch sind. Es beginnt bei der Energie null und bricht ab bei der maximalen Energie E_{max} , die durch Gl. 3.28 gegeben ist. Man nennt diese Energie wegen des scharfen, im Idealfall senkrechten, Abbruchs auch Comptonkante. Die Verbreiterung kommt von der endlichen Energieauflösung des Detektors, je schlechter die Auflösung des Detektors ist, umso flacher ist die Kante. Die Anzahl der Elektronen bei einer bestimmten kinetischen Energie ist proportional dem differentiellen Wirkungsquerschnitt beim zugehörigen Streuwinkel θ (Gl. 3.29). Der Comptonkante entsprechen die rückwärts gestreuten, den kleinen Energien die vorwärts gestreuten Photonen. Nimmt man den Fall $E/E_0=1$ aus Abb. 3.12 an, dann ergibt sich der gezeichnete Verlauf: von der Comptonkante an zu kleineren Energien ist das Spektrum zunächst konstant, um bei kleinen Energien schnell zuzunehmen.

Aus der Lage der Comptonkante kann man mit der Gl. 3.28 zumindest prinzipiell die Energie der Photonen bestimmen. Wegen der endlichen Energieauflösung und der dadurch bedingten Verschmierung der Kante ist das aber sehr ungenau.

Zum Schluß noch eine Bemerkung über die in der Literatur unterschiedlich gehandhabte Bezeichnung des Comptoneffekt als elastischen oder inelastischen Prozess. Es sind beide Möglichkeiten gerechtfertigt, je nachdem der Prozess als *Streuung* einer elektromagnetischen Welle oder als *Stoß* von Teilchen aufgefasst wird. Einen Stoß nennt man elastisch, wenn die gesamte kinetische Energie vor und nach dem Stoß die gleiche ist, die innere Energie der Stoßpartner

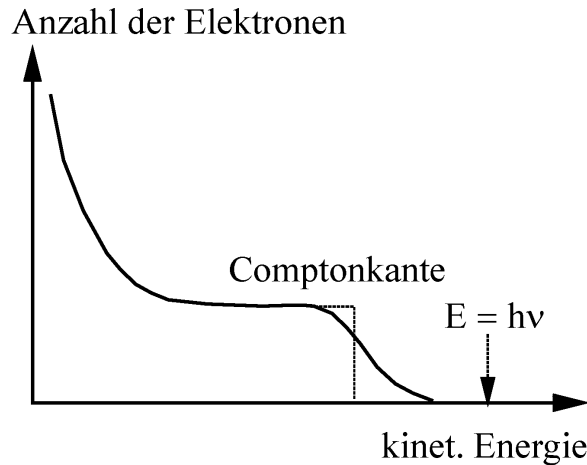


Abbildung 3.14: Ideales (gestrichelt) und gemessenes Comptonspektrum.

also unverändert bleibt. Dies ist beim Comptoneffekt der Fall. Im Wellenbild spricht man von elastischer Streuung nur dann, wenn sich die Frequenz der Welle nicht ändert. Hier ist die Comptonstreuung inelastisch zu nennen.

3.2.2.2 Der Photoeffekt

Der Photoeffekt ist die Absorption eines Photons durch ein Atom unter gleichzeitiger Emission eines freien Elektrons. Aus der Atomphysik ist bekannt, dass sich die Elektronen in der Atomhülle nur in bestimmten diskreten Energiezuständen befinden können. Man spricht von der Schalenstruktur der Hülle. Die Energien der Schalen sind im Wesentlichen durch die Hauptquantenzahlen n bestimmt. Zustände mit $n = 1, 2, 3$ usw. bilden die K-, L-, M-Schale usw. Außerdem hängt die Energie eines Zustandes auch noch von der Quantenzahl J des Gesamtdrehimpulses ab, der sich vektoriell aus dem Bahndrehimpuls l und dem Spin s eines Elektrons zusammensetzt. Unter Berücksichtigung des Gesamtdrehimpulses J besitzen die Schalen eine Feinstruktur: sie sind entsprechend der Werte, die J in einer Schale annehmen kann, aufgespalten. Da der Bahndrehimpuls l in einer Schale mit der Hauptquantenzahl n alle Werte kleiner n annimmt, gibt es in dieser $2n - 1$ verschiedene Gesamtdrehimpulse. So ist die K-Schale nicht, die L-Schale dreifach, die M-Schale fünffach usw. aufgespalten.

In einem Atom mit der Ordnungszahl Z sind im Grundzustand die Z Zustände mit den niedrigsten Energien von Elektronen besetzt. Wird einem Elektron Energie übertragen, sei es durch Stoß mit geladenen Teilchen oder durch Absorption eines Photons, so kann es entweder in einen Zustand mit höherer Energie übergehen - das Atom ist dann angeregt - oder in einen Zustand jenseits der Ionisierungsgrenze - das Atom ist dann ionisiert. Bei der Anregung können nur diskrete Energien absorbiert werden, die durch die Differenzen der Zustandsenergien gegeben sind, bei der Ionisation jede beliebige Energie, die größer ist als die Ionisierungsenergie.

In der Abb. 3.15 ist der Photoeffekt eines Quants mit der Energie $E = h\nu$ in der K-Schale eines Atoms schematisch dargestellt. Es lässt sich die Energiebilanz ablesen

$$E = h\nu = E_{\text{kin}} + E_K \quad (3.34)$$

Um das Atom zu ionisieren, wird ihm zunächst die Bindungsenergie zugeführt. Den Rest der γ -Energie erhält das freigesetzte Elektron als kinetische Energie. Die sehr kleine Rückstoßenergie des Atoms ist in dieser Bilanz vernachlässigt. Natürlich gelten für die höheren Schalen analoge Beziehungen, wobei auch noch die nicht eingezeichnete Feinstrukturaufspaltung berücksichtigt werden muss.

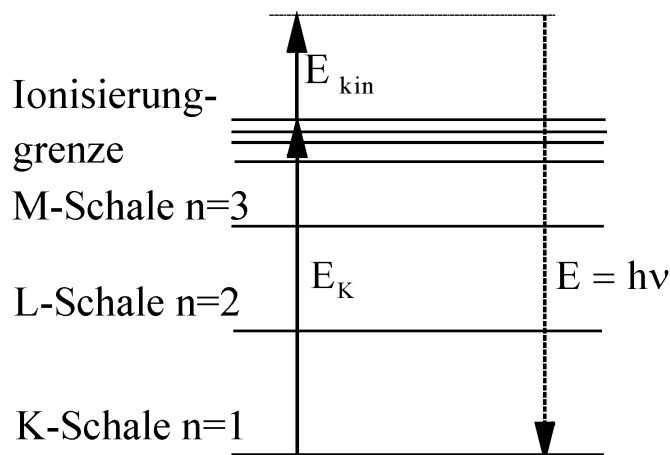


Abbildung 3.15: Schematische Darstellung des Photoeffekts.

Es ist die kinetische Energie des Elektrons, die in einem energieempfindlichen Detektor beim Photoeffekt gemessen wird. Sie ist immer, bei schweren Atomen sogar beträchtlich, kleiner als die Photonenenergie. Auf den ersten Blick sieht es so aus, als ob diese nicht nachgewiesen werden könnte. Finden nämlich die Photoeffekte aufeinanderfolgender Quanten in verschiedenen Schalen statt, dann können die kinetischen Energien der so entstehenden Elektronen selbst für monochromatische Quanten viele diskrete Werte annehmen, und es besteht kein eindeutiger Zusammenhang mehr zwischen den Energien der Photonen und der Elektronen. Es zeigt sich aber, dass infolge von Sekundärprozessen auch die Bindungsenergie der Schalen in Bewegungsenergie von Elektronen umgewandelt wird, so dass letzten Endes die gesamte Photonenergie als kinetische Energie nachweisbar ist.

Das Atom, dem ein Elektron in einer normalerweise besetzten Schale fehlt, ist in einem instabilen, angeregten Zustand, dessen Anregungsenergie gerade die Bindungsenergie dieser Schale ist. Die Lebensdauer solcher angeregter Zustände ist ungefähr 10^{-8} s für die äußeren und noch wesentlich kürzer, nämlich in der Größenordnung von 10^{-12} s, für die inneren Schalen. Das Atom geht in den Grundzustand über, in dem es aus einer höheren Schale oder aus dem Kontinuum ein Elektron einfängt und die Anregungsenergie als Strahlung abgibt. Diese Strahlung ist sichtbares oder ultraviolettes Licht, wenn ein Loch in einer äußeren, und charakteristische Röntgenstrahlung, wenn es in einer inneren Schale aufgefüllt wird. (Charakteristisch bedeutet, dass für jedes Element diese Strahlung andere, bestimmte Energie hat, die nur von der Ordnungszahl abhängt. Das Auftreten dieser Strahlung ist bezeichnend für ein Element und kann deshalb zur chemischen Analyse dienen). Es liegt hier also der dem Photoeffekt entgegen gesetzte Prozess vor: ein Elektron geht von einem angeregten, gebundenen Zustand in einen tiefer liegenden oder vom Kontinuum in einen gebundenen über, wobei die Energiedifferenz als Strahlung abgegeben wird.

Wesentlich für die Energiemessung durch den Photoeffekt ist nun, dass die charakteristische Röntgenstrahlung in der Materie, in der sie entsteht, nur eine kleine freie Weglänge hat. Sie wird leicht durch weitere Photoeffekte in den höheren Schalen absorbiert und erzeugt dabei sekundäre Elektronen. In einer Folge von Prozessen geht so die ursprüngliche Anregungsenergie in kinetische, nachweisbare Energie über.

Auf direktem Wege geschieht dies auch im Auger-Effekt, bei dem die Anregungsenergie unmittelbar auf ein Elektron übertragen wird. Beispielsweise kann ein Elektron der L-Schale die beim Übergang in die K-Schale frei werdende Energie $E_K - E_L$, sofern sie größer ist als die Bindungsenergie E_L , an ein weiteres Elektron der L-Schale abgeben (Abb. 3.16). Dieses sogenannte Auger-Elektron verlässt dann das Atom mit der Energie $E_{kin} = E_K - 2E_L$. Der Auger-Effekt kann somit als ein innerer Stoß zweiter Art aufgefasst werden, nach dem Anregungsenergie als Be-

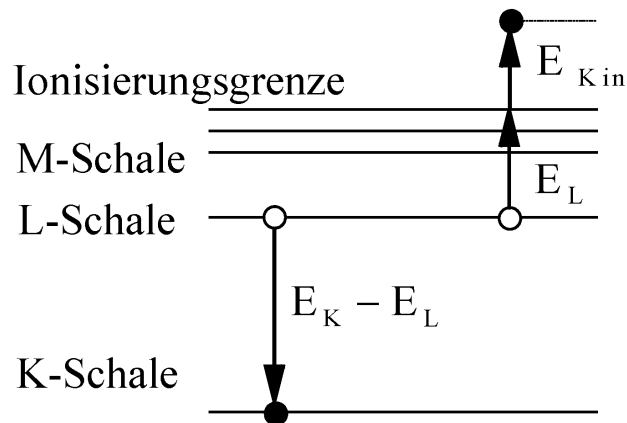


Abbildung 3.16: Schematische Darstellung des Auger-Effekts.

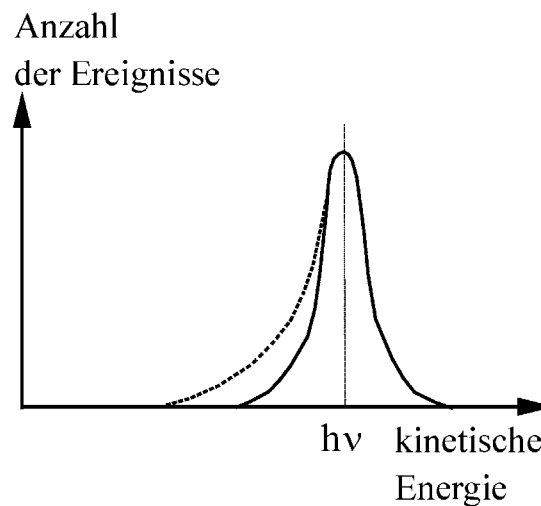


Abbildung 3.17: Die Photolinie (photo peak).

wegungsenergie auftritt. Das Atom, dem nun zwei Elektronen in der L-Schale fehlen, geht durch Strahlungsemission oder durch weitere Auger-Effekte in den Grundzustand über. Im allgemeinen treten beide Prozesse in Konkurrenz auf, bei niedrigen Ordnungszahlen ist der Auger-Effekt, bei hohen Ordnungszahlen die Strahlungsemission wahrscheinlicher.

Im Idealfall geht also die Energie eines γ -Quants durch die sekundären Prozesse vollständig in kinetische Energie von Elektronen über, die in energieempfindlichen Detektoren gemessen werden kann. Diese Prozesse laufen in einer Zeit der Größenordnung 10^{-8} s ab, das ist vergleichbar mit der Zeit, die ein Detektor braucht, um auf ein Ereignis zu antworten. Das bedeutet, dass der Detektor über alle sekundären Ereignisse integriert und ein Signal liefert, dass der Photonenenergie proportional ist. Durch den Photoeffekt entsteht deshalb im Spektrum eine Linie bei der γ -Energie, die Photolinie, wie sie in Abb. 3.17 gezeichnet ist. Sie ist im Idealfall symmetrisch, liegt bei der Energie des γ -Quants und hat eine endliche Breite, die von der begrenzten Energieauflösung des Detektors kommt und die umso größer ist, je schlechter die Auflösung ist. Die gestrichelt eingezeichnete unsymmetrische Verbreiterung zu niedrigen Energien hin wird durch Ereignisse verursacht, bei denen nicht die gesamte Energie nachgewiesen wird, sei es dass Röntgenstrahlung aus dem Detektor entkommt, sei es dass die sekundären Elektronen nicht vollständig im empfindlichen Teil des Detektors abgebremst werden. Sie ist in den Spektren der hochauflö-

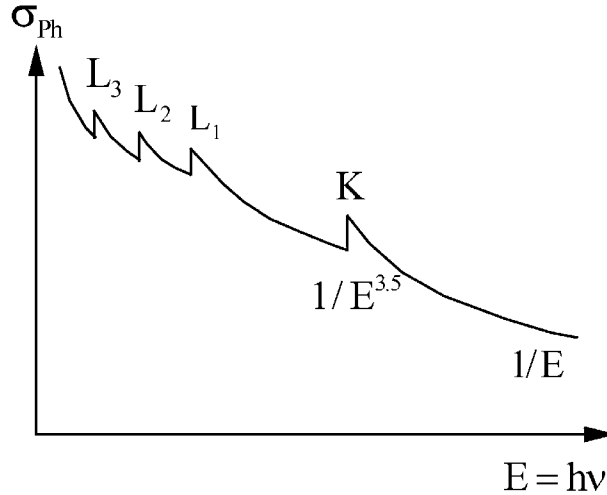


Abbildung 3.18: Schematische Darstellung des Wirkungsquerschnittes für den Photoeffekt.

den Halbleiterzähler zu beobachten, bei denen die Linienbreite kleiner ist als die Energie der charakteristischen Röntgenstrahlung.

Die Berechnung des Wirkungsquerschnitts für den Photoeffekt ist nicht einfach durchzuführen. Da die Wellenfunktionen der Elektronen in den gebundenen Zuständen nicht genau bekannt sind und die des freien Elektrons als unendliche Reihe vorliegen, sind vereinfachende Voraussetzungen notwendig, um wenigstens in bestimmten Fällen zu Näherungslösungen zu gelangen [7]. Dabei wird meist nur der Photoeffekt in der K-Schale berücksichtigt, der sehr viel wahrscheinlicher ist als in den höheren Schalen. Mehr als 80% der Photonen werden in der K-Schale absorbiert. Die Erklärung dafür liegt in der Kinematik des Photoeffekts. Der von den Erhaltungssätzen geforderte Energie- und Impulsübertrag an das Atom ist am einfachsten, wenn das Photon durch stark gebundene Elektronen absorbiert wird.

In der Abb. 3.18 ist der Verlauf des Wirkungsquerschnitts als Funktion der Energie (nicht maßstäblich) gezeichnet. Die generelle Tendenz ist: er fällt mit zunehmender Energie ab. Im niederenergetischen Bereich jedoch zeigen sich Strukturen, die Absorptionskanten. Hier wird der Abfall immer dann durch einen steilen Anstieg unterbrochen, wenn die Photonenenergie die Ionisierungsenergie einer Schale oder Unterschale erreicht. Bei diesen Energien wird die Ionisierung neuer Schalen möglich, was sich in einem Sprung im Wirkungsquerschnitt ausdrückt. Angedeutet ist auch die Feinstrukturaufspaltung der Schalen: während die K-Schale nur eine Absorptionskante hat, ist die L-Schale dreifach aufgespalten. Noch höhere Schalen sind nicht mehr eingezeichnet.

Im Bereich oberhalb der Sägezahnstruktur nimmt der Querschnitt zunächst monoton mit $E^{-3.5}$ und schließlich mit E^{-1} ab.

Etwas quantitativer ist dieses Verhalten in der Abb. 3.19 dargestellt. In nichtrelativistischer Näherung und mit ebenen Wellen für die Wellenfunktion der Elektronen, das ist die sog. Bornsche Näherung, fand Heitler für den totalen Absorptionsquerschnitt eines Photons an beiden K-Elektronen:

$$\sigma_{Ph} = \alpha^4 \cdot Z^5 \cdot \sqrt{32 \cdot \left(\frac{E_0}{E}\right)^7} \cdot \sigma_{Th} \quad (3.35)$$

Dabei ist α die Feinstrukturkonstante, Z die Ordnungszahl des absorbierenden Atoms, E_0 die Ruheenergie des Elektrons, E die Energie des absorbierten Photons und σ_{Th} der klassische Thomsonquerschnitt. In der halblogarithmischen Darstellung ist seine Abhängigkeit von der Energie durch eine Gerade mit der Steigung 3,5 gegeben. Für Photonenenergien in der Nähe der Bindungsenergie der K-Schale stimmt diese Beziehung nicht mehr. Sie muss multipliziert werden

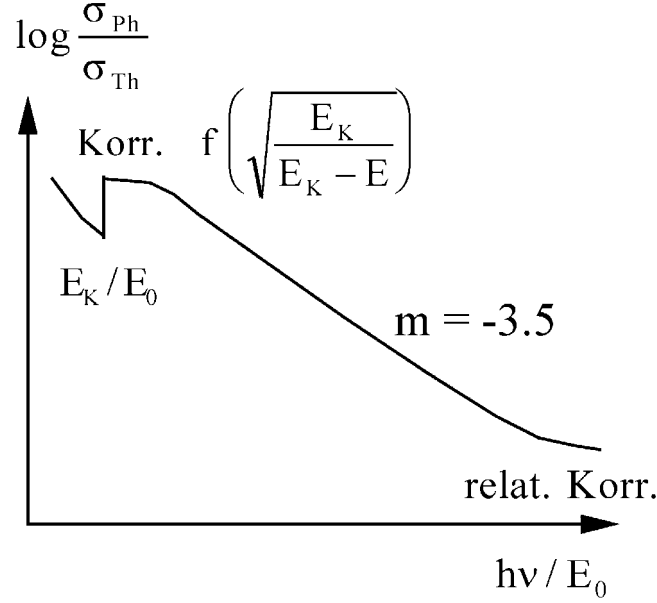


Abbildung 3.19: Halblogarithmische Auftragung des totalen Wirkungsquerschnitts für den Photoeffekt.

mit einem Ausdruck der in der Abb. 3.19 angegebenen Form, der den Resonanzcharakter der Absorption in der K-Schale berücksichtigt. Auch am hochenergetischen Ende der Darstellung, im relativistischen Bereich, ist sie ebenfalls nicht mehr gültig. Sie geht dann über in

$$\sigma_{\text{Ph}} = 1,5 \alpha^4 \cdot Z^5 \cdot \frac{E_0}{E} \cdot \sigma_{\text{Th}} \quad (3.36)$$

Wie man sieht, bewirken beide Korrekturen ein Abflachen der Steigung. Wesentlich für den Photoeffekt ist seine starke Abhängigkeit von der Ordnungszahl, in beiden Gleichungen geht sie mit der 5. Potenz. Auch für genauere Rechnungen liegt der Exponent je nach der Energie zwischen vier und fünf.

Über die Winkelverteilung ist zu sagen, dass mit zunehmender Energie die emittierten Photoelektronen immer mehr nach vorne, d.h. in Richtung des einfallenden Quants emittiert werden. Bei 100 keV ist die Verteilung sehr breit, es wird noch eine beträchtliche Zahl senkrecht zum Photon ausgesendet, der wahrscheinlichste Winkel ist 45°. Bei 0,5 MeV liegt das Maximum schon bei 20°, und es wird praktisch nichts mehr bei Winkeln größer als 45° emittiert.

3.2.2.3 Die Paarerzeugung und Paarvernichtung

Bei den bisher besprochenen Möglichkeiten der Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie wurde die Photonenenergie ganz oder teilweise einem geladenen Teilchen der Materie übertragen. Die Paarbildung ist ein völlig anderer Prozess: es werden Teilchen erzeugt. Das γ -Quant verschwindet, seine Energie tritt als Ruhe- und Bewegungsenergie eines Teilchen-Antiteilchen-Paares auf.

Als Erster hat Dirac eine sehr anschauliche Erklärung der Paarbildung sowie der Natur der Antiteilchen gegeben, die allerdings inzwischen durch die Feynmansche Quantenelektrodynamik ergänzt oder ersetzt worden ist. Nach der Dirac-Gleichung sind die Energiezustände des Elektrons gegeben durch

$$E = \pm \sqrt{p^2 c^2 + E_0^2} \quad (3.37)$$

Mit dem positiven Vorzeichen ist das die Gleichung für die Gesamtenergie eines freien, relativistischen Elektrons mit der Ruheenergie E_0 und dem Impuls p . Dirac nahm nun auch das Minuszeichen ernst und schloss, dass für ein Elektron neben dem bisher bekannten positiven Energiebereich mit $E \geq E_0$ ein zweiter, negativer mit $E \leq -E_0$, existieren kann. Die beiden Bereiche sind getrennt durch eine Energielücke $2E_0$. Die Schwierigkeit, den Elektronen gegen die Erfahrung negative Energiezustände zuschreiben zu müssen, umging er durch das Postulat, dass alle negativen Zustände nach dem Pauli-Prinzip besetzt sind. Man nannte das den Dirac-See. Die in den Atomen oder Molekülen gebundenen Elektronen liegen in diesem Bild in diskreten Zuständen im (für freie Elektronen) verbotenen Bereich unterhalb der Bereichsgrenze.

Ein Übergang eines Elektrons vom positiven in den negativen Energiebereich ist nicht möglich, da es darin keine freien Plätze gibt. Umgekehrt aber kann ein Elektron aus dem See in einen unbesetzten Zustand des positiven Bereichs gehoben werden. Ein γ -Quant, das mindestens die Energie $2E_0$ hat, kann ein Elektron in einem dem Photoeffekt vergleichbaren Prozess aus dem See in den Bereich positiver Energie heben. Man hat dann ein normales, freies, *negatives* Elektron in der normalen Welt und ein Loch im See. Man kann zeigen, dass sich dieses Loch genau so verhält, wie ein *positives* Elektron mit *positiver* Energie. Das Loch heißt Positron, der Prozess ist die Paarerzeugung.

Das entstandene Loch oder Positron ist natürlich in Anwesenheit von Elektronen ein sehr instabiler Zustand. Jetzt ist nämlich der Übergang eines Elektrons vom positiven in den negativen Energiebereich möglich. Dabei verschwindet sowohl das Elektron als auch das Loch, die Übergangsenergie wird als elektromagnetische Strahlung freigesetzt. Die Strahlung heißt Vernichtungsstrahlung, der Prozess Paarvernichtung.

In Abb. 3.20 sind die möglichen Prozesse dargestellt. Bei der Erzeugung verschwindet ein γ -Quant mit einer Energie, die größer ist als die verbotene Zone, und es entsteht ein Elektron-Positron-Paar. Von der γ -Energie wird dabei der Anteil $2E_0$ aufgebraucht, um das Elektron über die verbotene Zone zu heben, der Rest tritt als kinetische Energie des Paares auf. Bei der Vernichtung wird ein ursprünglich im Bereich negativer Energie liegendes Loch durch ein Elektron aus dem positiven aufgefüllt. Gezeichnet ist der am häufigsten vorkommende Fall, in dem sowohl das Positron als auch das Elektron in Ruhe sind. Dann ist die gesamte freiwerdende Strahlungsenergie gleich der Energielücke. Sie kann sich auf ein oder mehrere Quanten verteilen, je nachdem der Prozess im Feld eines geladenen Teilchens oder im Vakuum stattfindet. Nicht berücksichtigt sind in diesen einfachen Betrachtungen eventuell auftretende Rückstoßenergien, auf die weiter unten näher eingegangen wird.

Das Positron wird auch als Antiteilchen des Elektrons bezeichnet. Im Dirac-Bild ist klar, was damit gemeint ist. Es hat die Eigenschaften eines *fehlenden* Elektrons und ist in dem Sinne komplementär zu einem Elektron, als es sich mit diesem zusammen in reine Energie auflösen kann. Quantenmechanisch ausgedrückt heißt dies, dass sich die additiven Quantenzahlen von Elektron und Positron gegenseitig aufheben.

Die Energie- und Impulsbilanz zeigen, dass die Paarerzeugung durch ein einziges γ -Quant im Vakuum nicht möglich ist. Ein Photon mit der Energie E_γ und dem Impuls $p_\gamma = E_\gamma/c$ kann nämlich nicht gleichzeitig seinen gesamten Impuls und seine Energie auf ein Teilchen mit endlicher Ruhemasse übertragen. Die Energie E eines Elektron-Positron-Paares ist

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + E_i^2} \quad (3.38)$$

E_i ist die innere Energie und p der Impuls des Paares. Überträgt das Photon seine gesamte Energie, d.h. ist $E = E_\gamma$, dann ergibt sich für den Impuls des Paares mit v der Schwerpunktschwindigkeit

$$p = \frac{E}{c^2} \cdot v = \frac{E_\gamma}{c^2} \cdot v = \frac{v}{c} \cdot p_\gamma \quad (3.39)$$

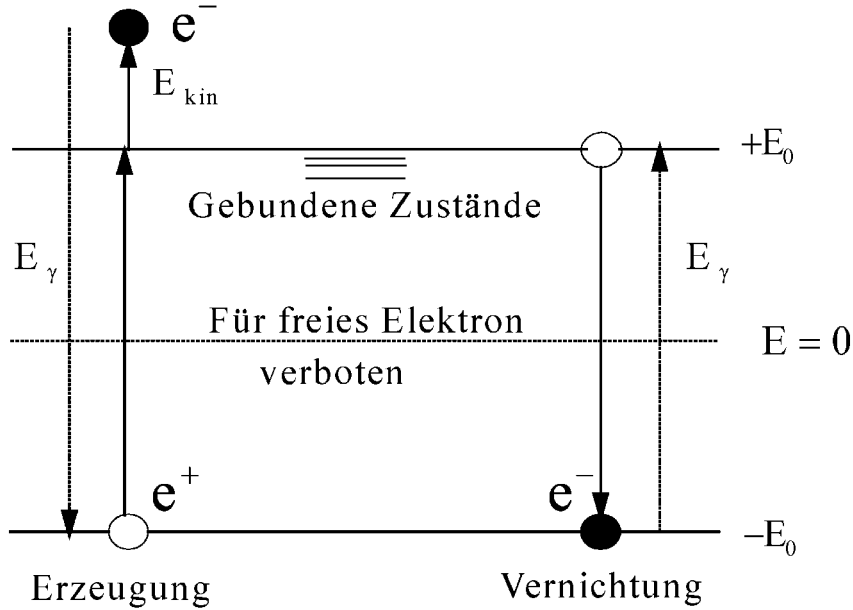


Abbildung 3.20: Schematische Darstellung der Paarzerzeugung und Paarvernichtung.

Bei vollständiger Energieübertragung ist der Impuls des Paares kleiner als der des γ -Quants. Im Feld eines geladenen Teilchens kann jedoch der Impulsüberschuss des Photons auf dieses Teilchen übergehen. Es gibt dann eine minimale Energie E_γ des Quants, die Schwellenenergie, bei der die Paarbildung einsetzt. Für diese gilt

$$E_\gamma = 2E_0 \cdot \left(1 + \frac{E_0}{M_0 c^2}\right) \quad (3.40)$$

M_0 ist dabei die Ruhemasse des Teilchens, in dessen Feld die Paarbildung stattfindet und E_0 wie immer die Ruheenergie eines Elektrons. Bei der Paarbildung im Feld schwerer Kerne ist die Schwellenenergie praktisch gleich der Ruheenergie des Elektron-Positron-Paares, weil dann der zweite Term in der Klammer vernachlässigt werden kann. Die Rückstoßenergie ist dann verschwindend klein, die Photonenenergie verteilt sich auf das Paar. Im Coulomb-Feld eines Elektrons dagegen ist die Schwellenenergie die vierfache Ruheenergie eines Elektrons. Dem Elektron wird also eine beträchtliche Rückstoßenergie übertragen, die genau so groß ist, wie die Ruheenergie des Paares, weshalb dieser Prozess auch als inelastische Paarbildung bezeichnet wird.

Die Berechnung der Winkelverteilung und des Wirkungsquerschnitts für die Paarzerzeugung ist sehr verwickelt und führt zu unübersichtlichen Ausdrücken, die nur unter besonderen Bedingungen vereinfacht werden können. Ein solcher Näherungsausdruck für den totalen Wirkungsquerschnitt in schweren Elementen, der für hohe Energien gilt und die Ladungsabschirmung in den inneren Schalen nicht berücksichtigt, ist in Bornscher Näherung

$$\sigma_P = \alpha \cdot r_0^2 \cdot Z^2 \cdot \left(\frac{28}{9} \cdot \log \frac{2E}{E_0} - \frac{218}{27} - 1,027 \right) \text{ pro Atom} \quad (3.41)$$

α ist die Feinstrukturkonstante, r_0 der klassische Elektronenradius und Z die Ordnungszahl des Elements. Er ist stark abhängig von der Ordnungszahl, mit der er quadratisch ansteigt. Nur schwach abhängig, nämlich logarithmisch ansteigend, ist er von der Energie. Da jedoch die Querschnitte für den Comptoneffekt und den Photoeffekt mit zunehmender Energie kleiner werden, führt dieser Anstieg dazu, dass bei hohen Energien die Paarbildung alle anderen Wechselwirkungen bei weitem überwiegt. Eine ausführlichere Diskussion der Rechnung, die zu der Gl. 3.41 führt, und über den Gültigkeitsbereich findet sich in [7]. Der Verlauf in Abhängigkeit von der

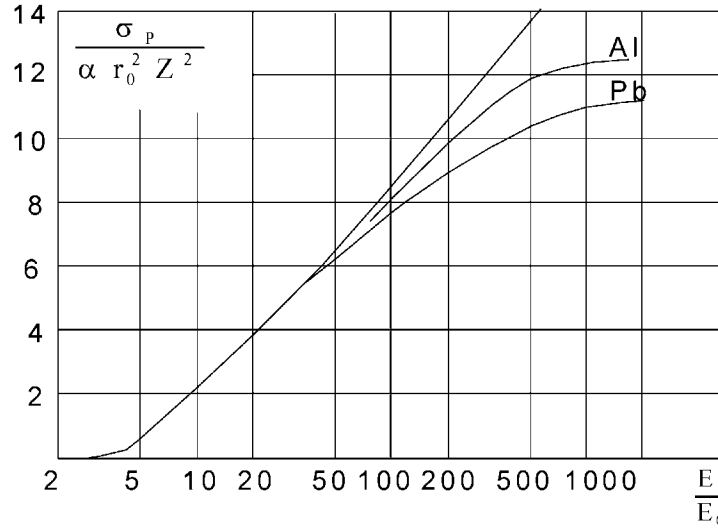


Abbildung 3.21: Der Wirkungsquerschnitt für die Paarzeugung.

Energie ist in Abb. 3.21 dargestellt. Der lineare Verlauf gibt die Formel Gl.3.41 wieder. Die bei hohen Energien flacher werdende Kurve kommt durch die Berücksichtigung der Ladungsabschirmung zustande. In dieser Näherung nähert sich der Wirkungsquerschnitt einem asymptotischen Grenzwert. Der Kurvenverlauf sollte unabhängig von der Ordnungszahl für alle Elemente der gleiche sein. Dies ist tatsächlich der Fall in der Näherung ohne Ladungsabschirmung. Wird diese aber berücksichtigt, ergeben sich Abweichungen bei hohen Energien. In Abb. 3.21 sind die Werte für Aluminium und Blei gezeichnet.

Auch bei der Paarvernichtung ist das Auftreten eines einzelnen Quants im Vakuum durch die Erhaltungssätze verboten. Die Gl.3.39 sagt nämlich für diesen Fall, dass der Impuls des Quants größer ist als der des Paares. Unmittelbar einsichtig ist das, wenn das Paar vor der Zerstrahlung in Ruhe ist. Dann ist der Anfangsimpuls null, der Ausgangsimpuls des γ -Quants ist aber $2E_0/c$.

Die Zerstrahlung in zwei oder mehr Quanten ist dagegen ohne weiteren Stoßpartner durch die Erhaltungssätze erlaubt. Es seien E_- bzw. E_+ die Energien, p_- bzw. p_+ die Impulse im Schwerpunktsystem für Elektron und Positron, E und p die Gesamtenergie und der Gesamtimpuls des Paares im Laborsystem, $E_{\gamma i}$ und $p_{\gamma i}$ die Energien und Impulse der γ -Quanten, dann ist für die Vernichtung unter Emission von zwei Quanten der Energiesatz

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + \epsilon_0^2} = E_{\gamma 1} + E_{\gamma 2} \quad (3.42)$$

mit

$$\epsilon_0 = E_+ + E_-, \quad E_+ = \sqrt{p_+^2 c^2 + E_0^2}, \quad E_- = \sqrt{p_-^2 c^2 + E_0^2} \quad \text{mit} \quad \vec{p}_+ = \vec{p}_- \quad (3.43)$$

Der Impulssatz ist

$$\vec{p} = \vec{p}_{\gamma 1} + \vec{p}_{\gamma 2} \quad (3.44)$$

Ist der Schwerpunkt des Paares in Ruhe ($\vec{p} = 0$), dann heißt das

$$\vec{p}_{\gamma 1} = -\vec{p}_{\gamma 2} \quad \text{und} \quad E_{\gamma 1} = E_{\gamma 2} = E_+ + E_- \quad (3.45)$$

Die γ -Quanten fliegen genau unter 180° voneinander weg. Sie haben beide dieselbe Energie, nämlich jedes die Gesamtenergie eines Teilchens des Paares. Wenn die Teilchen des Paares auch

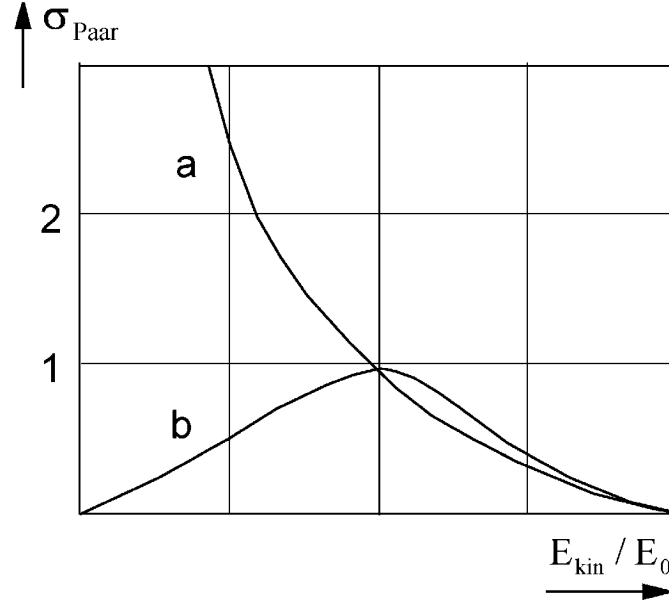


Abbildung 3.22: Wirkungsquerschnitt für die Paarzerstrahlung: a) in zwei Quanten, b) in ein Quant.

verschwindende kinetische Energie im Schwerpunktsystem haben, wenn also $p_+ = p_- = 0$ ist, dann reduziert sich diese Energie auf die Ruheenergie eines Leptons. Bei der Zweiquantenzerstrahlung eines Paares in Ruhe hat also jedes der Quanten die Energie $E_\gamma = 0.511 \text{ MeV}$.

Das ist nicht mehr der Fall, wenn sich der Schwerpunkt des Paares bewegt, z.B. wenn sich das Positron mit der Geschwindigkeit v_+ auf ein ruhendes Elektron zu bewegt. Dann sind die Energien der γ -Quanten verschieden, und es tritt eine Abweichung von der 180° -Korrelation ein. Für nichtrelativistische Geschwindigkeiten des Positrons ist der Winkel ϵ der maximalen Abweichung ($c = \text{Lichtgeschwindigkeit}$):

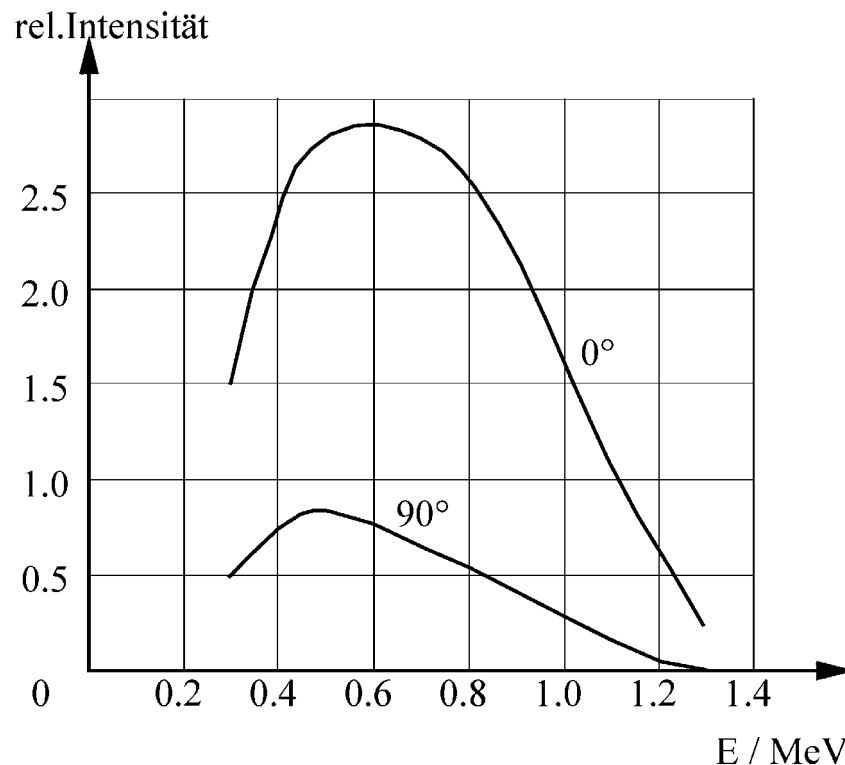
$$\epsilon = \sqrt{\frac{v_+}{2c}} \quad (3.46)$$

Die Korrelation wird verbreitert, und aus der Verbreiterung kann auf die Geschwindigkeit des Positrons geschlossen werden. Die Erhaltungssätze erlauben auch den Zerfall in mehr als zwei Quanten. Energie und Impuls verteilen sich dann beliebig.

Die Wirkungsquerschnitte für die Ein- und Zweiquantenzerstrahlung in Bornscher Näherung sind in Abb. 3.22 als Funktion der reduzierten kinetischen Energie des Positrons bei ruhendem Elektron dargestellt. Für die Einquantenzerstrahlung ist die Einheit $\pi \cdot \alpha^4 \cdot r_0^2 \cdot Z^5$, für die Zweiquantenzerstrahlung $\pi \cdot r_0^2 \cdot Z$, wobei Z die Ordnungszahl der Atome in der Materie, r_0 der Elektronenradius und α die Feinstrukturkonstante sind. Man sieht, dass an leichten Kernen der Zweiquantenzerfall bei weitem der wahrscheinlichere ist, besonders bei kleinen Positronenergien. Die Wahrscheinlichkeit nimmt monoton mit zunehmender Energie ab. Der Einquantenzerfall geht durch ein Maximum für eine kinetische Energie der Positronen von 0,5 MeV.

Praktische Bedeutung hat die Vernichtungsstrahlung für den Nachweis von Positronen in Materie. Zwei koinzidente γ -Quanten mit der Energie von je 0.511 MeV in entgegengesetzten Richtungen fliegend lassen eindeutig auf die Zerstrahlung eines Elektron-Positron-Paares schließen. Schon das Auftreten einer Linie bei dieser Energie ist ausreichend, wenn sicher ist, dass nicht Quanten aus anderen Prozessen in diesem Bereich auftreten.

Wie sieht nun das Spektrum der durch die Paarbildung in einem energieempfindlichen Detektor ausgelösten Ereignisse aus? Dies ist die Frage nach der Energie, die dabei auf die Elektronen

Abbildung 3.23: γ -Spektrum.

übertragen wird. Um sie zu beantworten, muss man die Prozesse, die bei der Paarbildung ablaufen, etwas näher betrachten. Dem erzeugten Paar wird zunächst die seine Ruheenergie übersteigende γ -Energie als kinetische Energie mitgegeben. Diese geht in einer Zeit in der Größenordnung von Picosekunden bei der Abbremsung der Leptonen in Anregungsenergie der Materie über. Nach einigen Nanosekunden zerstrahlt das ruhende Positron fast immer in zwei Quanten, von denen jedes die Energie 0.511 MeV hat. (Näheres darüber ist beim Versuch Positronium zu finden). Wenn nun beide Vernichtungsquanten im Detektor einen Photoeffekt machen, tritt die gesamte Energie des ursprünglichen γ -Quants als Anregungsenergie im Detektor auf und das Ereignis fällt in die Photolinie. Wenn aber eines oder beide Quanten das empfindliche Volumen des Detektors ohne Wechselwirkung verlassen, dann treten weitere Linien im Spektrum auf, die um eine oder zwei Ruheenergien unterhalb des Photopeaks liegen. Man nennt diese Linien in bestem Deutsch Escape-Peaks (von *escape* = entkommen).

In Abb. 3.23 ist das vollständige Spektrum einer monochromatischen γ -Quelle gezeichnet. Zu erkennen ist die Photolinie bei der γ -Energie und die von der Kante E_C zu kleineren Energien hin ansteigende kontinuierliche Comptonverteilung. Es ist angenommen, dass die γ -Energie etwas größer ist als die Schwelle der Paarbildung. Deshalb tritt im Abstand einer Elektronenruhemasse eine Escape-Linie auf. Sie hat die Breite der Photolinie, ist aber sehr viel schwächer, da knapp über der Schwelle der Wirkungsquerschnitt für die Paarbildung noch viel kleiner ist als der für den Photoeffekt. Je nach der Geometrie der Messanordnung tritt durch sekundäre Prozesse eine weitere Linie auf, die Rückstreulinie. Sie entsteht, wenn das Quant den Detektor zunächst ohne Wechselwirkung durchfliegt, dann an der hinter dem Detektor liegenden Materie in diesen zurückgestreut wird und dort Photoeffekt macht. Es hat bei der Streuung die Energie der Comptonkante verloren und liegt deshalb bei der Energie, die dem Abstand zwischen Photolinie und Comptonkante entspricht. Da die Streuung natürlich nicht nur genau bei 180° stattfindet, sondern in einem gewissen Winkelbereich, ist die Rückstreulinie gegenüber der Photolinie verbreitert

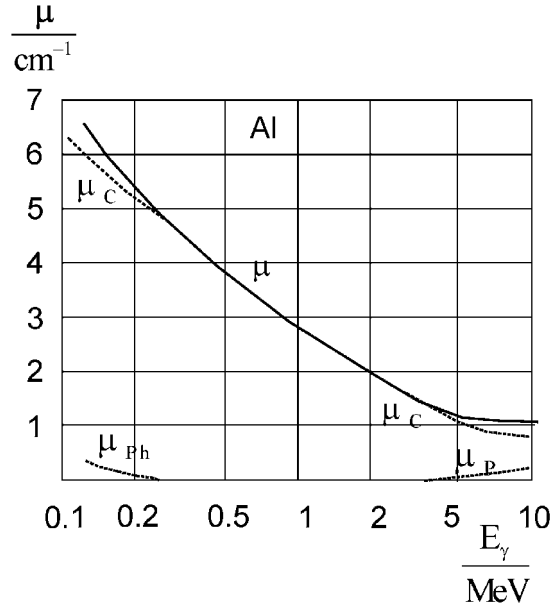


Abbildung 3.24: Die linearen Absorptionskoeffizienten von Aluminium.

3.2.2.4 Der totale Absorptionskoeffizient für elektromagnetische Strahlung in Materie

Die Abnahme der Intensität elektromagnetischer Strahlung durch Absorption in der Materie wird durch die schon früher hergeleitete Beziehung

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu d} \quad (3.47)$$

beschrieben. Die Größe μ , die die Wahrscheinlichkeit der Absorption beschreibt, hat die Dimension einer reziproken Länge und heißt der totale lineare Absorptionskoeffizient. Die Größe

$$\lambda = \frac{1}{\mu} \quad (3.48)$$

ist die mittlere freie Weglänge der Strahlung in Materie, d.h. der mittlere Weg, den ein Quant zurücklegt, bevor es absorbiert wird. Die Absorption ist im Wesentlichen den drei besprochenen Prozessen zuzuschreiben, dem Photoeffekt, der Paarbildung und mit der früher besprochenen Einschränkung dem Comptoneffekt. Der totale lineare Absorptionskoeffizient ist demnach die Summe der partiellen Absorptionskoeffizienten der Einzelprozesse, also

$$\mu = \mu_C + \mu_{Ph} + \mu_P \quad (3.49)$$

Die Absorptionskoeffizienten sind über die Teilchendichte, das ist die Anzahl der Atome pro Volumeneinheit, verknüpft mit den Wirkungsquerschnitten der betreffenden Prozesse

$$\mu = N \cdot (\sigma_C + \sigma_{Ph} + \sigma_P) \quad (3.50)$$

In Abb. 3.24 sind die linearen Absorptionskoeffizienten für Aluminium in Abhängigkeit von der Energie bis 10 MeV gezeichnet. Man erkennt, dass für dieses leichte Element die Absorption fast vollständig durch den Comptoneffekt verursacht wird. Der Photoeffekt macht sich erst bei kleinen Energien unter 200 keV bemerkbar, die Paarbildung tritt erst bei Energien größer als 5 MeV merklich auf. Der Grund für dieses Verhalten liegt in der Z-Abhängigkeit der Wirkungsquerschnitte. Erst bei höheren Ordnungszahlen fällt der Photoeffekt ins Gewicht, um dann bei

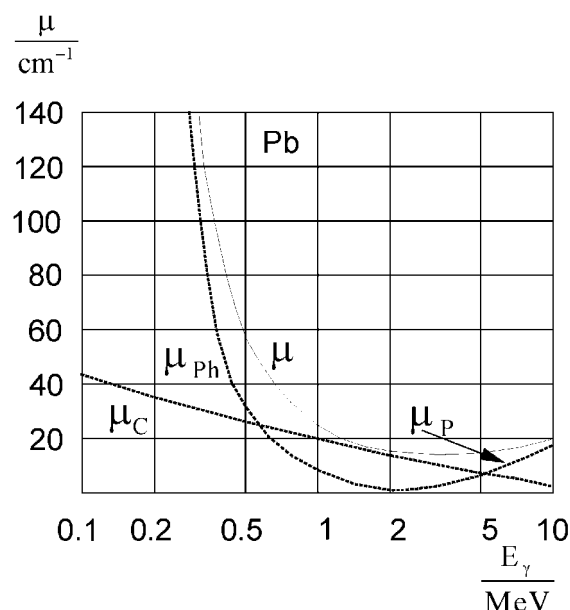


Abbildung 3.25: Die linearen Absorptionskoeffizienten von Blei.

schweren Elementen zu überwiegen. Dies ist aus der Abb. 3.25 ersichtlich, in der die Absorptionskoeffizienten bei denselben Energien für Blei aufgetragen sind. Hier dominiert bei kleinen Energien der Photoeffekt, erst ab 600 keV ist der Comptoneffekt wahrscheinlicher. Zu bemerken ist auch, dass die Absolutwerte der Absorption wesentlich größer sind als bei Aluminium. Die totale Absorption hat ein Minimum, das für Blei bei ungefähr 3 MeV liegt, für Aluminium bei über 10 MeV jenseits des gezeichneten Bereichs.

In Abb. 3.26 sind die Bereiche der Ordnungszahl und der Energie dargestellt, in welchen einer der drei Effekte dominierend ist. Sie sind durch zwei Kurven getrennt. Auf der linken Kurve sind die linearen Absorptionskoeffizienten für den Compton- und den Photoeffekt gleich groß, auf der rechten für den Comptoneffekt und die Paarbildung. Grob gesprochen gilt, dass bei kleinen Energien der Photoeffekt, bei mittleren der Comptoneffekt und bei großen Energien die Paarbildung überwiegt.

Man lernt aus der Darstellung, dass bei Energien um 1 MeV und etwas darunter, wie sie die radioaktiven Präparate haben, in Plastiksintillatoren praktisch nur Comptoneffekt stattfindet. Die Spektren zeigen das auch, es ist auch nicht die geringste Spur einer Photolinie zu sehen. Plastik hat, wenn man von der chemischen Zusammensetzung CH_2 ausgeht eine mittlere Ordnungszahl von 2,7. Die anderen im Praktikum verwendeten Detektoren, Ge und NaJ, haben beide $Z = 32$ und deshalb einen beträchtlichen Photoanteil.

In Tabelle 3.1 ist dieses Verhalten in der letzten Spalte nochmals zusammengefasst. Außerdem ist die Abhängigkeit der elektromagnetischen Effekte von der Energie der Quanten und der Ordnungszahl der Materie angegeben.

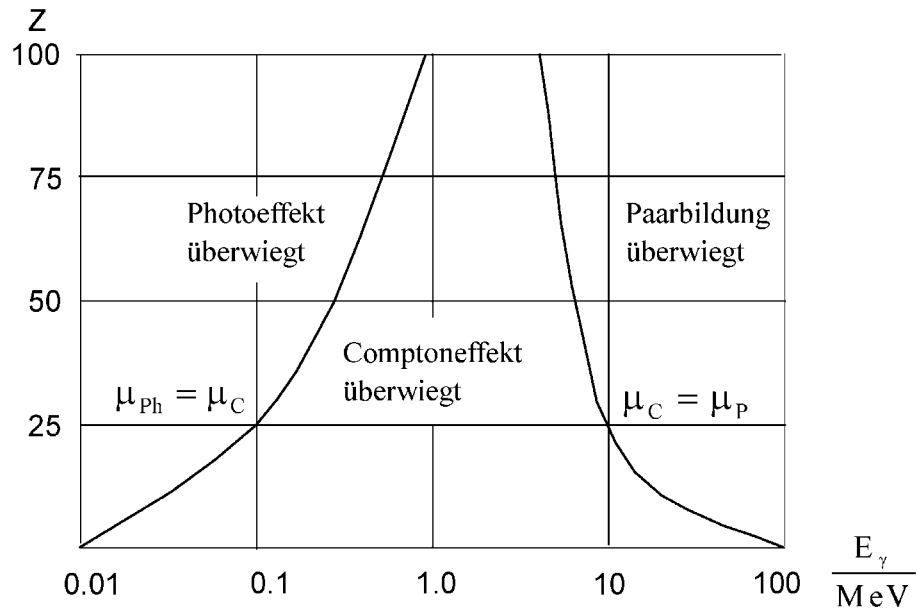


Abbildung 3.26: Vergleich der linearen Absorptionskoeffizienten.

Tabelle 3.1: Energie- und Z-Abhängigkeit der elektromagnetischen Effekte.

	Energie	Z	überwiegt bei
Photoeffekt	$1/E^3$	$Z^4 - Z^5$	E klein Z groß
Comptoneffekt	$1/E^2$ grob	Z	E mittel (1 MeV) Z klein
Paarbildung	$\ln E$ über der Schwelle	Z^2	E groß Z groß

Kapitel 4

Strahlungsdetektoren

Im vorhergehenden Abschnitt wurden die Wechselwirkungen der Strahlung besprochen, durch die Energie auf Materie übertragen wird. Es zeigte sich, dass die geladenen Teilchen ihre Energie auf direkte Weise durch Anregung oder Ionisation weitergeben, während die ungeladenen zunächst in einem elementaren Prozess geladene Teilchen erzeugen, auf die die Energie ganz oder teilweise übergeht und die dann ihrerseits mit der Materie wechselwirken.

In diesem Abschnitt werden nun die Methoden besprochen, mit denen die Anregung oder Ionisierung festgestellt oder quantitativ bestimmt werden können, und die Detektoren, in denen diese Messprinzipien verwirklicht sind. Neben solchen, die im Praktikum verwendet und die deshalb ausführlich behandelt werden, sollen auch einige weitere kurz besprochen werden, die für andere Anwendungen wichtig sind.

4.1 Detektoren mit direktem Nachweis der Ionisation.

Das älteste Prinzip, das in Strahlungsdetektoren Verwendung findet, ist der direkte Nachweis der Ionisation durch Beobachtung der Veränderung der Leitfähigkeit von bestrahlter Materie. In den Anfängen der Kernphysik hat man Elektrometer verwendet, die sich bei Bestrahlung entladen haben, oder Ionisationskammern, eine Art gasgefüllter Kondensatoren, die durch Ionisation leitend geworden sind. Daraus sind die heute benutzten Proportional- und Auslöse-Zählrohre hervorgegangen, die wegen der inneren Verstärkung der ursprünglich schwachen Signale wesentlich empfindlicher sind als ihre einfachen Vorgänger. Nicht nur in Gasen, sondern auch in Festkörpern wird der elektrische Widerstand durch ionisierende Strahlung beeinflusst. Dies hat zur Entwicklung der Halbleiterzähler geführt.

4.1.1 Die Gaszählrohre

Alle Gaszählrohre arbeiten auf dieselbe Weise. Das nachzuweisende Teilchen ionisiert das Gas in einem Kondensator. Die so entstandenen Elektronen und positiven Ionen wandern in einem angelegten elektrischen Feld zu den Elektroden. Während ihrer Wanderung fließt ein Strom, der nachgewiesen wird. Meist sind die positiven Ionen einfach geladen. Mehrfach geladene Kationen werden deshalb, ebenso wie die mit geringer Wahrscheinlichkeit durch Elektronenanlagerung entstehenden Anionen, im Folgenden nicht weiter betrachtet.

Die Wirkungsweise der verschiedenen Zählrohre wird bestimmt durch die Prozesse, denen Elektronen, Ionen, Atome und Moleküle in elektrischen Feldern unterliegen. Es ist deshalb nützlich, zunächst die wichtigsten Begriffe aus der Gaselektronik einzuführen. Näheres darüber findet sich in [12].

Solange sich die geladenen und ungeladenen Teilchen im thermischen Gleichgewicht befinden, kann ihnen die gleiche Temperatur T zugeschrieben werden. Ein Teilchen mit der Masse M_i hat dann die mittlere thermische Geschwindigkeit

$$v_i = \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{M_i}} \quad (4.1)$$

mit k der Boltzmann-Konstanten. Die Teilchen bewegen sich im Mittel mit dieser Geschwindigkeit frei im Gasraum, bis sie mit einem anderen Teilchen zusammenstoßen. Die Strecke, die sie dabei zwischen zwei Stößen zurücklegen, heißt die mittlere freie Weglänge und ist [13]

$$L = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \cdot a^2 \cdot N} \quad \text{für Ionen, Atome, Moleküle} \quad (4.2)$$

$$\lambda = \frac{1}{\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot N} \quad \text{für Elektronen} \quad (4.3)$$

Die Größe a mit der Dimension einer Länge hängt von der Größe der Moleküle ab und heißt Stoßparameter. Er ist nicht genau bekannt, ist aber auf jeden Fall ein Maß für den kleinsten Abstand der stoßenden Teilchen. In Gl. 4.2 wurde angenommen, dass er für die Ionen und neutralen Teilchen gleich ist, weshalb sich auch für sie die gleiche mittlere freie Weglänge ergibt. Die Elektronen sind viel kleiner und können im Vergleich dazu als punktförmig angesehen werden. In Gl. 4.3 geht deswegen nur der halbe Stoßparameter ein. N ist die Dichte der schweren Teilchen. Die mittlere freie Weglänge der Elektronen in Gasen ist demnach umgekehrt proportional zum Gasdruck und gehorcht der Faustregel

$$\lambda = \frac{1,3}{p} \text{ mm} \quad \text{für } p \text{ in Hektopascal} \quad (4.4)$$

liegt also bei Atmosphärendruck in der Größenordnung von 10^{-4} cm.

Wird nun im Gas ein elektrisches Feld mit der Feldstärke E angelegt, dann nehmen die geladenen Teilchen aus dem Feld Energie auf. Wären sie im Vakuum, dann würden sie gleichförmig beschleunigt, und ihre kinetische Energie würde dauernd zunehmen. In Gasen jedoch geben sie bei jedem Stoß einen Teil der gewonnenen Energie an die Gasmoleküle ab. Es stellt sich nach einiger Zeit ein stationärer Zustand ein, in dem die mittlere Geschwindigkeit gegenüber der thermischen Geschwindigkeit der Moleküle erhöht ist. Ihre Größe bestimmt sich aus der Energiebilanz, nach der die aus dem Feld im Mittel zwischen zwei Stößen aufgenommene Energie gerade gleich der bei einem Stoß abgegebenen ist. Aus den durch das Feld erhöhten mittleren Geschwindigkeiten der geladenen Teilchen ergeben sich die erhöhten Temperaturen

$$T_i = \frac{T}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{T^2 + \frac{16 \cdot e^2 \cdot E^2 \cdot L^2}{9 \cdot k^2}} \quad \text{Ionentemperatur} \quad (4.5)$$

$$T_e = \frac{T}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{T^2 + \frac{4 \cdot e^2 \cdot E^2 \cdot \lambda^2}{9 \cdot k^2} \cdot \frac{M_i}{M_e}} \quad \text{Elektronentemperatur} \quad (4.6)$$

Für kleine Feldstärken sind die Temperaturen praktisch gleich der Temperatur T des thermischen Gleichgewichts, aber bei größeren Feldstärken liegt zumindest die Elektronentemperatur wegen des großen Verhältnisses der Ionenmasse M_i zur Elektronenmasse M_e beträchtlich darüber.

Das elektrische Feld bewirkt eine der thermischen Bewegung überlagerte Wanderung der Elektronen und Ionen längs der Feldlinien – man nennt das Drift – mit mittleren Geschwindigkeiten, den Driftgeschwindigkeiten. Diese sind

$$\bar{u}_i = b_i \cdot E = \sqrt{\frac{6}{\pi}} \cdot \frac{L \cdot e}{M_i \cdot v_e} \cdot E \quad \text{für Ionen} \quad (4.7)$$

$$\bar{u}_e = b_e \cdot E = \sqrt{\frac{6}{\pi}} \cdot \frac{\lambda \cdot e}{M_e \cdot v_e} \cdot E \quad \text{für Elektronen} \quad (4.8)$$

v_i bzw. v_e sind die nach Gl. 4.1 durch Einsetzen der Ionen- bzw. Elektronentemperatur berechneten mittleren Geschwindigkeiten, b_i bzw. b_e sind die Beweglichkeiten der Ionen bzw. Elektronen. Für kleine Felder sind sie unabhängig vom Feld.

$$b_i = \frac{e \cdot L}{\sqrt{3 \cdot k \cdot T \cdot M_i}} \quad \text{Ionenbeweglichkeit} \quad (4.9)$$

$$b_e = \frac{e \cdot \lambda}{\sqrt{3 \cdot k \cdot T \cdot M_e}} \quad \text{Elektronenbeweglichkeit} \quad (4.10)$$

Ihr Verhältnis ist

$$\frac{b_e}{b_i} = \frac{\lambda}{L} \cdot \sqrt{\frac{M_i}{M_e}} = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{M_i}{M_e}} \quad (4.11)$$

Die Beweglichkeit der Elektronen und damit auch ihre Driftgeschwindigkeit sind demnach um rund drei Zehnerpotenzen größer als die der Ionen. Ein Beispiel: In Stickstoff unter Normalbedingungen und einer Feldstärke von 1000 V/cm ist die Driftgeschwindigkeit der Ionen

$$\bar{u}_i = 13 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (4.12)$$

Sie ist der Wärmebewegung der Ionen überlagert, für die sich nach Gl. 4.1 ergibt

$$\bar{v}_i = 490 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (4.13)$$

Die Driftgeschwindigkeit der Elektronen ist unter denselben Bedingungen

$$\bar{u}_e = 17 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (4.14)$$

Daraus ist ersichtlich, dass die Ionen in der Zeit, in der die Elektronen das ganze Zählrohr durchfliegen, am Ort ihrer Entstehung liegen bleiben

Wenn die Elektronen- und Iontemperatur sich von der Gastemperatur unterscheiden, wird bei Stößen Energie übertragen, da die Systeme einem neuen thermischen Gleichgewicht zustreben. Bei geringen Unterschieden sind die Stöße überwiegend elastisch, weil die Energie der Stoßpartner nur in wenigen Fällen zur inneren Anregung eines Teilchens ausreicht. Ein Elektron verliert bei einem elastischen Stoß mit einem Molekül der Masse M die Energie

$$\Delta E_e = \frac{2 \cdot M \cdot M_e}{(M + M_e)^2} \cdot (E_e - \bar{E}) \approx \frac{2 \cdot M_e}{M} \cdot (E_e - \bar{E}) \quad (4.15)$$

und, wenn man die Massen des Ions und des Moleküls als gleich betrachtet

$$\Delta E_i \approx \frac{1}{2} \cdot (E_i - \bar{E}) \quad (4.16)$$

E_e bzw. E_i sind die Energien des Elektrons bzw. Ions und \bar{E} die Energie im thermischen Gleichgewicht. Wegen des großen Massenunterschieds muss ein Elektron häufig stoßen, um seinen Energieüberschuss zu verlieren, während ein Ion schon bei einem Stoß die Hälfte überträgt. Aus diesem

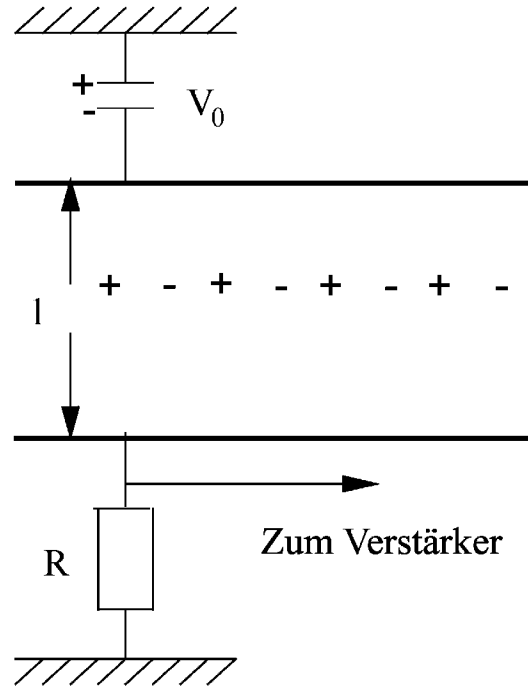


Abbildung 4.1: Die Ionisationskammer.

Grund kann die Elektronentemperatur beträchtlich größer als die Ionen- oder Gastemperatur werden, wie es in den Gl. 4.5 und Gl. 4.6 zum Ausdruck kommt.

In hohen elektrischen Feldern erreicht die Elektronentemperatur Werte, bei denen innere Anregung und schließlich auch Ionisation des Stoßpartners immer häufiger werden, zwei Prozesse, die für die Ladungsbilanz im Gas wichtig sind, da sie beide Ladungen erzeugen. Bei der Ionisation entsteht ein neues Elektron-Ion-Paar auf direktem Weg, bei der Anregung auf dem Umweg über ein Photon. Der Übergang in den Grundzustand geschieht nämlich nicht immer strahlungslos, sondern es besteht dabei eine gewisse Wahrscheinlichkeit für die Emission eines Photons, das seinerseits durch Photoeffekt ein Elektron auslösen kann.

Bei Stößen zwischen den Ionen und den Gasmolekülen reicht die Energie zu Ionisation und Anregung nicht aus, denn erstens erreichen die Ionen nicht die hohen Temperaturen der Elektronen und zweitens steht wegen der hohen kinetischen Energie des Schwerpunktes nur ein kleiner Teil der Energie für die Anregung zur Verfügung. Die schweren Teilchen machen fast ausschließlich elastische Stöße.

Bei Stößen von Elektronen mit Ionen ist ein weiterer Prozess möglich, die Rekombination. Sie ist verantwortlich für den Verlust von Ladungen im Gas. Ein Elektron und ein Ion vereinigen sich zu einem elektrisch neutralen Molekül. Die Bindungsenergie des Elektrons wird im sogenannten Dreierstoß auf einen dritten Stoßpartner übertragen oder führt zur Dissoziation des Moleküls. Eine weitere, aber weniger wahrscheinliche Möglichkeit ist die Abgabe der Energie durch Photonen bei der sogenannten Strahlungsrekombination.

4.1.1.1 Die Ionisationskammer

Die Ionisationskammer besteht aus einem Plattenkondensator, der mit Gas gefüllt ist. Der Abstand der Platten sei l , die Kapazität sei C , es liege eine Spannung V_0 an (Abb. 4.1).

Ein durch die Ionisationskammer fliegendes geladenes Teilchen ionisiert das Gas. Pro Ladungspaar wird dabei die mittlere Ionisierungsenergie W verbraucht. Für Luft ist sie 35 eV.

Verliert das Teilchen in der Kammer insgesamt die Energie ΔE , dann werden n Ionenpaare erzeugt.

$$n = \frac{\Delta E}{W} \quad (4.17)$$

Die Gesamtladung Q der dabei frei werdenden Elektronen ist

$$Q = -n \cdot e \quad (4.18)$$

Sie ist natürlich entgegengesetzt gleich der Gesamtladung der positiven Ionen. Im elektrischen Feld werden die Ladungen zu den Elektroden gezogen. Ist der Kondensator isoliert, dann ändert sich dabei die Spannung um den Wert

$$\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{n \cdot e}{C} \quad (4.19)$$

Die Spannungsänderung kann gemessen werden und gibt dann zusammen mit Gl. 4.17 den primären Energieverlust der Strahlung. Die Voraussetzung dafür ist aber, dass tatsächlich die gesamte Ladung gesammelt wird und keine geladenen Teilchen durch Rekombination verloren gehen. Das ist der Fall, wenn eine hinreichend hohe Spannung anliegt, da dann die Teilchen schnell zu den Elektroden gelangen.

Diese Messmethode wird angewandt in den Strahlungsdosimetern. Es wird der Spannungsabfall eines geladenen Kondensators unter Strahlenbelastung gemessen. Dieser ist ein Maß für die Dosis der Strahlung.

Im Impulsbetrieb ist die Kammer wie in Abb. 4.1 geschaltet. An der Kammer mit der Kapazität C und einem Arbeitswiderstand R liegt eine konstante, stabilisierte Spannung V_0 . Ohne Ionisation hat die Kammer einen unendlichen Widerstand, und es fließt kein Strom. Ist dagegen das Gas ionisiert, wird es leitend, und es fließt solange ein Strom, wie die Ladungen sich bewegen und noch nicht an den Elektroden angekommen sind. Am Widerstand entsteht so ein Spannungsimpuls, der mit der Ionisierung beginnt und mit der Neutralisierung der Ladungsträger an den Elektroden endet.

Die zeitliche Impulsform ist

$$V(t) = \frac{n \cdot e}{l \cdot C} \cdot (\bar{u}_e + \bar{u}_i) \cdot t \quad (4.20)$$

hängt also von den mittleren Driftgeschwindigkeiten der Elektronen \bar{u}_e und Ionen \bar{u}_i ab. Nimmt man an, dass die Ionisation im Abstand x_0 von der positiven Elektrode stattgefunden hat, und berücksichtigt, dass Ionenbeweglichkeit klein ist, dann lässt sich der Gesamtimpuls zerlegen in einen schnell ansteigenden Anteil $V_e(t)$, der von der Bewegung der Elektronen herrührt und einen von den Ionen bewirkten langsam ansteigenden Teil $V_i(t)$. Der Elektronenanteil steigt linear an bis zum Maximalwert V_{emax}

$$V_{emax} = \frac{n \cdot e \cdot x_0}{l \cdot C} \quad (4.21)$$

der nach der Elektronensammelzeit

$$T_e = \int_0^{x_0} \frac{dx}{\bar{u}_e} = \frac{x_0 \cdot l}{\bar{u}_e \cdot V_0} \quad (4.22)$$

erreicht wird. Sie liegt in der Größenordnung von 10^{-6} s. Nach dieser Zeit sind alle Elektronen an der positiven Elektrode angekommen. Der Impuls wächst jetzt weiter um den Ionenanteil bis auf den Wert

$$V_{i \max} = \frac{n \cdot e \cdot (l - x_0)}{l \cdot C} \quad (4.23)$$

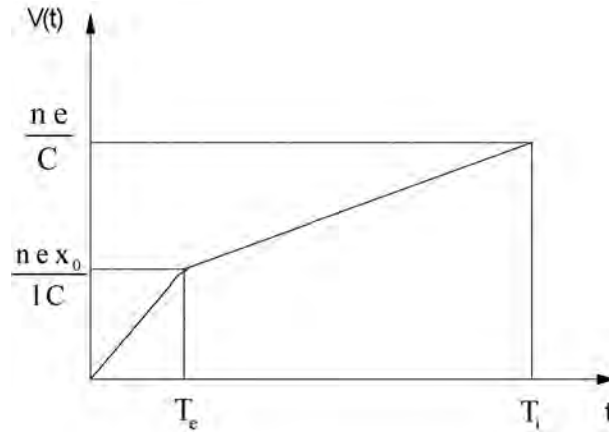


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung der Impulsform in einer Ionisationskammer.

Er wird erreicht nach der Ionensammelzeit

$$T_i = \int_{x_0}^1 \frac{dx}{\bar{u}_i} = \frac{(x_0 - l)l}{b_i V_0} \quad (4.24)$$

von ca. 10^{-3} s, wenn alle Ionen zur negativen Elektrode gelangt sind. Nach der Sammlung aller Ladungen ist die Gesamthöhe des Impulses dann

$$V_{\max} = V_{e\max} + V_{i\max} = \frac{n \cdot e}{C} \quad (4.25)$$

Das ist derselbe Wert wie in Gl. 4.19.

Er ist im Gegensatz zu den Einzelkomponenten unabhängig vom Ort, an dem die primäre Ionisation auftritt. Wenn die vom ionisierenden Teilchen deponiert Energie bestimmt werden soll, muss deshalb die Höhe des Gesamtimpulses gemessen werden. Das ist nur möglich, wenn die Ladungen so langsam abfließen, dass es während der Sammlung keine nennenswerten Verluste gibt. Dies wiederum verlangt einen so großen Widerstand R , dass die Zeitkonstante $T = RC$ für die Ladungsänderung des Kondensators klein ist gegenüber der Ionensammelzeit. Diese Näherung ist in den Gl. 4.21, 4.23 und 4.25 enthalten und in Abb. 4.2 nicht maßstäblich dargestellt. Sie sagt auch, dass die maximale Impulshöhe für Zeiten, die größer sind als die Ionensammelzeit, konstant bleibt.

In der Praxis sind derart große Zeitkonstanten allerdings nicht hinnehmbar, da durch sie die Zeit, die zur Messung eines Impulses benötigt wird, in der Größenordnung von Millisekunden liegen würde. Mit einem solchen Zählrohr könnten nur kleine Zählraten verarbeitet werden. Deshalb wählt man Zeitkonstanten, die sehr viel kleiner sind als die Ionensammelzeit. Dann wird nur noch die Elektronenkomponente gemessen und aus Gl. 4.20 wird [14]:

$$V(t) = \frac{T}{T_e} \cdot V_{e\max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \quad \text{für } 0 \leq t \leq T_e \quad (4.26)$$

$$V(t) = \frac{T}{T_e} \cdot V_{e\max} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_e}{T}}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad \text{für } T_e \leq t \quad (4.27)$$

Diese Impulsformen sind in Abb. 4.3 für verschiedene Zeitkonstanten T dargestellt. Die Impulse sind kurz, ihr Maximum liegt bei $t = T_e$, es ist allerdings über T_e abhängig vom Ort der Entstehung. Die Kurve mit dem linearen Anstieg bis T_e und dem anschließenden, in dieser Darstellung konstanten Verlauf, ist die bekannte Näherung sehr großer Zeitkonstanten.

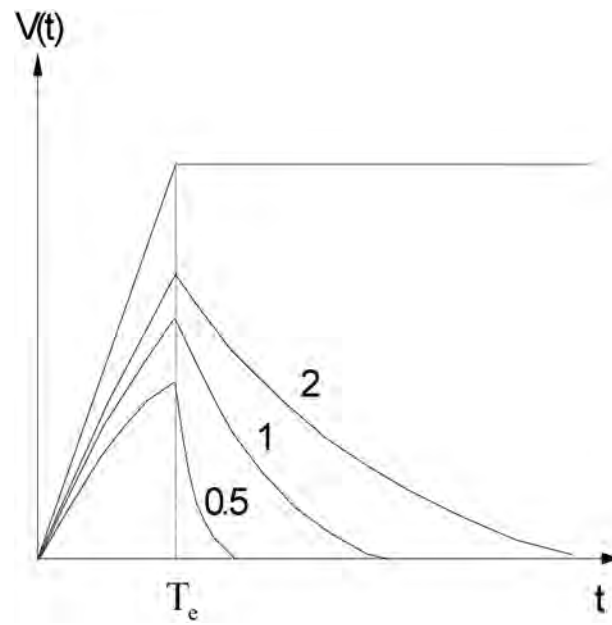
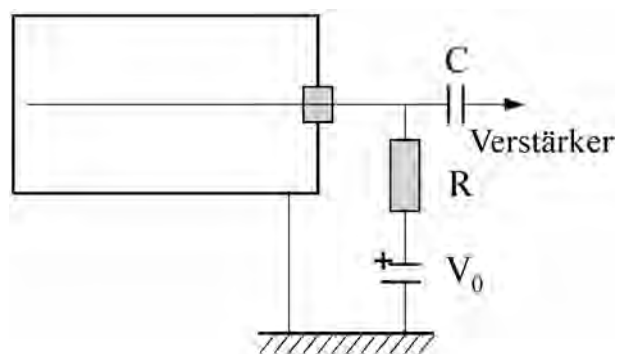
Abbildung 4.3: Impulsform für verschiedene Werte von T/T_e .

Abbildung 4.4: Zylindrisches Zählrohr.

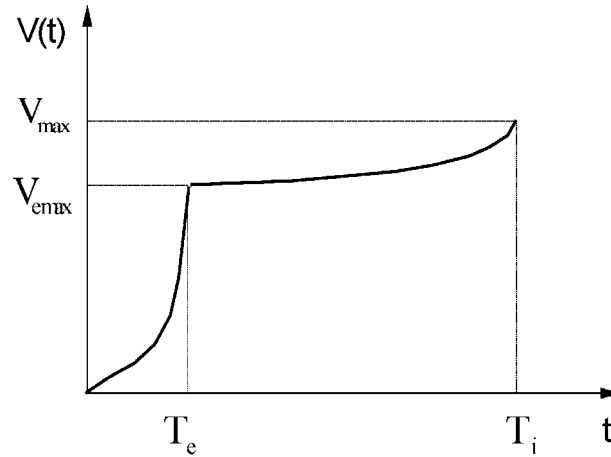


Abbildung 4.5: Impulsform in zylindrischen Zählrohr.

Vorteilhafter als die ebenen Ionisationskammern in Form eines Plattenkondensators ist die zylindrische Anordnung der Elektroden. Auf der Achse eines geerdeten Metallzylinders mit dem (inneren) Radius r_a liegt der Zählrohrdraht mit dem Radius r_i . Das Zählrohr hat wieder zusammen mit dem Verstärkereingang die Kapazität C . Am Draht liegt die positive Spannung V_0 (siehe Abb. 4.4).

Die Feldstärke im Innern des Zählrohrs ist nicht mehr homogen, sondern nimmt in der Nähe des Drahtes stark zu

$$E = \frac{V_0}{r} \cdot \ln \frac{r_a}{r_i} \quad (4.28)$$

Damit ergibt sich eine maximale Höhe des Elektronenimpulses, wenn die primäre Ionisation im Abstand r vom Zählrohrdraht stattfindet

$$V_{e\max} = \frac{n \cdot e}{C} \cdot \ln \left(\frac{r}{r_i} \right) / \ln \left(\frac{r_a}{r_i} \right) \quad (4.29)$$

Die Inhomogenität des Potentials bewirkt, dass der zeitliche Verlauf des Impulses nicht mehr linear ist wie in Abb. 4.2, sondern zunächst langsam, dann schneller ansteigt, wie es in Abb. 4.5 gezeichnet ist. Gegenüber dem Plattenkondensator hat die zylindrische Anordnung den Vorteil, dass die Impulshöhe weniger stark vom Ort der Ionisation abhängig ist, sie ist logarithmisch statt linear.

Wie schon erwähnt wurde, ist die Voraussetzung für die Messung der Energie des Teilchens die vollständige Sammlung der bei der Ionisierung erzeugten Ladungen. Diese Voraussetzung kann geprüft werden durch die Messung der maximalen Impulshöhen als Funktion der Zählrohrspannung. Dabei ergibt sich das in Abb. 4.6 gezeigte Bild. Die Höhe V des Gesamtimpulses oder in gleicher Weise der Elektronenkomponente steigt zunächst von null beginnend an, bis sie bei einer Spannung U_1 ihren maximalen Wert V_{\max} erreicht hat. In diesem Bereich gelangen noch nicht alle Ladungsträger zu den Elektroden, sondern es geht ein Teil durch Rekombination verloren, der umso kleiner ist, je schneller die Ladungen getrennt werden und abfließen, d. h. je höher die anliegende Spannung ist. Es schließt sich ein Bereich bis zu der Spannung U_2 an, in dem die Impulshöhe konstant bleibt. Hier werden alle Ladungen gesammelt, eine Erhöhung der Spannung verkürzt nur die Sammelzeit, vermehrt aber nicht mehr die Anzahl der Ladungen. In diesem Bereich sollte die Ionisationskammer betrieben werden.

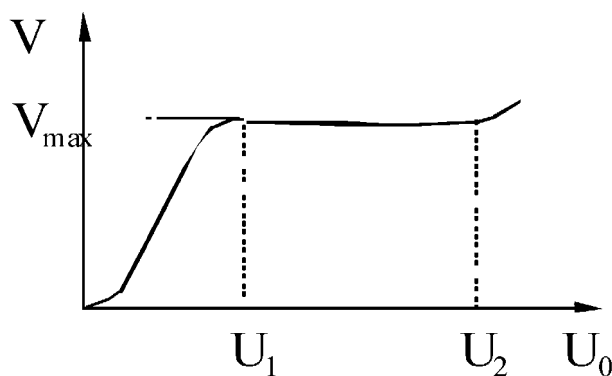


Abbildung 4.6: Impulshöhe als Funktion der Zählrohrspannung.

4.1.1.2 Das Proportionalzählrohr

In der Abb.4.6 wurde bereits angedeutet, dass bei Spannungen, die größer sind als U_2 , die Impulshöhe wieder zunimmt. Über die primäre Ionisierung hinaus werden noch weitere Ladungen erzeugt. Der Grund dafür ist, dass die elektrische Feldstärke E in der unmittelbaren Nähe des Zählrohrs so hoch ist, dass ein Elektron innerhalb seiner mittleren freien Weglänge λ auf Energien beschleunigt wird, die ausreichen, um das Gas zu ionisieren. Wenn U_i das Ionisierungspotential des Gases ist, dann lautet die Bedingung dafür

$$\lambda \cdot E \geq U_i \quad (4.30)$$

Das Elektron hat ein zweites erzeugt, beide werden wieder beschleunigt und ionisieren, die Prozesse wiederholen sich. Auf diese Weise entsteht eine Elektronenlawine und die Gesamtladung der Elektronen ist nicht mehr durch Gl. 4.18 gegeben, sondern durch

$$Q = -n \cdot e \cdot A(U_0) \quad (4.31)$$

A ist der Gasverstärkungsfaktor und gibt an, wie viele sekundäre Elektronen durch ionisierende Stöße von einem einzigen primären Elektron erzeugt werden. Es gibt einen Bereich der Spannung, in dem A unabhängig von der Zahl n der Elektronen ist. Wie in der Ionisationskammer, ist der entstehende Impuls proportional zu n (daher der Name), aber um den Faktor A größer. Dieser Bereich heißt der wahre Proportionalitätsbereich.

Der Gasverstärkungsfaktor ist für jedes Gas verschieden und hängt sehr stark von der anliegenden Spannung ab. Für kleine Gasverstärkungen ist der Zusammenhang annähernd exponentiell

$$A \approx e^{U_0} \quad (4.32)$$

Er kann beträchtliche Werte annehmen: für ein- und zweiatomigen Gasen besteht noch wahre Proportionalität bei $A = 100$, bei mehratomigen wie Methan sogar noch bei $A = 10^5$.

Bei noch höheren Verstärkungen endet die wahre Proportionalität. Bei den Stößen mit den Elektronen werden nämlich die Moleküle nicht nur ionisiert, sondern es besteht auch eine gewisse, von Gas zu Gas verschiedene, Wahrscheinlichkeit, dass das Molekül angeregt wird und anschließend ein Photon emittiert, das seinerseits im Gas oder an der Wand des Zählrohrs durch Photoeffekt ein Elektron freisetzt. Wenn man diese Wahrscheinlichkeit mit γ bezeichnet, kann man für die Gesamtverstärkung A_{Ges} , die beide Prozesse, sowohl die direkte Ionisation als auch den Photoeffekt berücksichtigt, schreiben

$$A_{Ges} = \frac{A}{1 - \gamma A} \quad (4.33)$$

Dieser Ausdruck ergibt sich durch Aufsummieren der Elektronen, die bei den nacheinander ablaufenden Prozessen entstehen. Durch das erste Elektron entstehen A Elektronen über die Ionisierung und γA über den Photoeffekt. Diese letzteren erzeugen $(\gamma A) \cdot A$ Elektronen direkt und weitere $(\gamma A) \cdot (\gamma A)$ Photoelektronen, die die Lawine weiter vergrößern. Die Gesamtzahl der Elektronen ist dann

$$A_{Ges} = A + \gamma A^2 + \gamma^2 A^3 + \dots \quad (4.34)$$

Das ist eine geometrische Reihe mit der obigen Summe. Wenn γA sehr klein gegenüber eins ist, also für kleine Gasverstärkungen oder verschwindende Wahrscheinlichkeit der Photoprozesse, wird die Gasverstärkung nur durch die Ionisierungsstöße bestimmt, und man hat wahre Proportionalität. Ist γA gegen eins nicht mehr zu vernachlässigen, was bei hinreichend hohen Verstärkungen unabhängig vom γ -Wert immer zutrifft, dann fallen die Photoprozesse ins Gewicht und man befindet sich im Bereich der begrenzten Proportionalität. In diesem Bereich sind Verstärkungen bis 10^8 möglich.

Die erwünschten kleinen Werte für γ werden durch Beimischung von mehratomigen Molekülen zum Zählgas erzielt, die sich durch große Wirkungsquerschnitte für die Absorption der Photonen auszeichnen. Dabei geht die Energie über die Anregung von Schwingungen und Rotationen letztlich in Wärme über. Auch die Verwendung von Kathodenmaterial mit hoher Austrittsarbeit der Photoelektronen vermindert die Anzahl der Photoprozesse.

Die Form der Impulse berechnet sich genau so wie bei der Ionisationskammer, nur wird dabei das logarithmische Potential der Zylindergeometrie angewendet. Da die Lawinen in der Nähe des Zähl drahts entstehen, haben die Elektronen nur einen kleinen Teil der angelegten Gesamtspannung zu durchlaufen, bis sie gesammelt werden, im Gegensatz zu den Ionen, die durch das ganze Zählrohr driften. Der schnell ansteigende Elektronenanteil am Gesamtimpuls beträgt deshalb nur einige Prozent und kann deshalb in guter Näherung vernachlässigt werden. Der Impuls besteht aus dem Ionenanteil, der für große Zeitkonstanten gegeben ist durch

$$V_i(t) = \frac{n \cdot e \cdot A}{C \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}} \cdot \ln \left(1 + \frac{r_a^2}{r^2} \cdot \frac{t}{T_i} \right) \quad (4.35)$$

Dabei ist r der Abstand des Orts, an dem sich die Lawine bildet, von der Zählrohrachse und T_i die Ionensammelzeit.

$$T_i = \frac{\ln \frac{r_a}{r_i}}{2 \cdot V_0 \cdot b_i} \cdot (r_a^2 - r^2) \quad (4.36)$$

Die Lawinen entstehen während der Drift der Elektronen, also innerhalb der Elektronensammelzeit. Das ist gemessen an T_i praktisch gleichzeitig. Sie entstehen innerhalb eines Bereichs von wenigen freien Weglängen um den Zähl draht, so dass der Abstand für alle derselbe ist und gleich r_i gesetzt werden kann. In dieser Näherung ist der Ionenanteil des Impulses unabhängig von der räumlichen Lage der Ionisierungsspur des primären Teilchens. Deshalb erlaubt die Messung der Impulshöhe die Bestimmung der Energie des Teilchens.

Der zeitliche Verlauf der Impulse steigt rasch an bis zur maximalen Höhe

$$V_{i \max} = \frac{n \cdot e \cdot A}{C} \quad (4.37)$$

die nach der Ionensammelzeit erreicht wird. Auf der halben Höhe ist er schon nach der Zeit

$$t_{1/2} = \frac{r_i}{r_a} \cdot T_i \quad (4.38)$$

die sehr viel kürzer ist, da $r_i \ll r_a$. Deshalb kann man auch mit kleinen Zeitkonstanten arbeiten, da man nicht viel an Impulshöhe verliert.

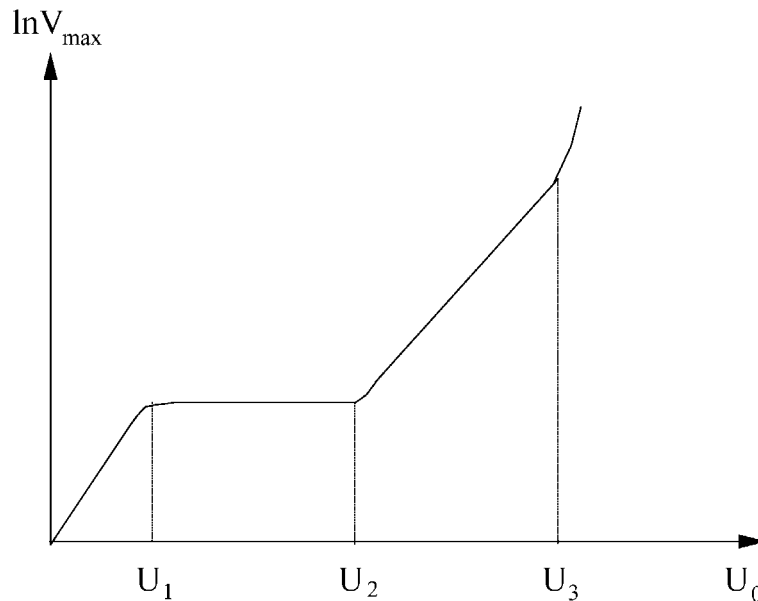


Abbildung 4.7: Impulshöhe eines Proportionalzählrohrs als Funktion der Spannung.

Die maximale Impulshöhe ist um den Gasverstärkungsfaktor größer als beim Betrieb des Zählrohrs als Ionisationskammer unter sonst gleichen Bedingungen. Sie ist 10-100 mV. Die Größe der Impulse und ihre weitgehende Unabhängigkeit vom Ort der primären Ionisation zeichnen den Proportionalzähler gegenüber der Ionisationskammer aus.

Natürlich kann auch beim Proportionalzähler die Elektronenkomponente durch Wahl hinreichend kleiner Zeitkonstanten wie bei der Ionisationskammer zum Nachweis und unter den dort diskutierten Bedingungen auch zur Energiemessung der Teilchen eingesetzt werden. Die Impulse sind dann ungefähr so lang wie die Elektronensammelzeit. Da die Raumladung der positiven Ionen zu gering ist, um den Potentialverlauf zu beeinflussen, ist das Zählrohr nach Sammlung der Elektronen wieder empfindlich zum Nachweis eines weiteren Impulses. Es gibt somit praktisch keine Totzeit (das ist die Zeit, in der ein nachfolgender Impuls nicht nachgewiesen wird), so dass ohne Zählverluste hohe Zählraten verarbeitet werden können.

Auch die Genauigkeit, mit welcher der Zeitpunkt des Eintreffens eines ionisierenden Teilchens bestimmt werden kann, ist von der Sammelzeit der Elektronen abhängig. Es kann zwar aus der Anstiegszeit der Elektronenlawine durch Anlegen hoher Spannungen oder durch Verwendung eines dünnen Zählendrahtes der Zeitpunkt des Entstehens der Lawine auf Nanosekunden genau festgelegt werden, doch wenn das Primärelektron nicht am Zählendraht entstanden ist, addiert sich dazu die Laufzeit vom Entstehungsort bis zum Draht. Die Ungenauigkeit der Zeitbestimmung ist deshalb immer so groß wie die Driftzeiten der Elektronen, das sind Mikrosekunden. Zählrohre sind deshalb zur genauen Zeitbestimmung nicht geeignet.

Die Abhängigkeit der Impulshöhe von der Zählrohrspannung ist in Abb. 4.7 gezeichnet. Aufgetragen ist der Logarithmus der Impulshöhe. Bis zur Spannung U_2 wirkt das Zählrohr als Ionisationskammer, darüber beginnt die Gasverstärkung. Die Impulshöhe nimmt in der logarithmischen Auftragung mit steigender Spannung zunächst linear zu bis zur Spannung U_3 . Dies ist der Bereich der wahren Proportionalität. Oberhalb dieser Spannung, im Bereich der begrenzten Proportionalität, lassen die Photoelektronen die Impulshöhe noch schneller ansteigen.

Da die Impulshöhen der Ionisationskammer und des Proportionalzählrohrs linear von der Anzahl der primär erzeugten Ionenpaare abhängen und diese nach Gl. 4.17 von der deponierten Energie, hat man die Möglichkeit, Teilchen verschiedener Sorte oder Energie getrennt nachzuweisen. In Abb. 4.8 sind die maximalen Impulshöhen in Abhängigkeit von der Zählrohrspannung

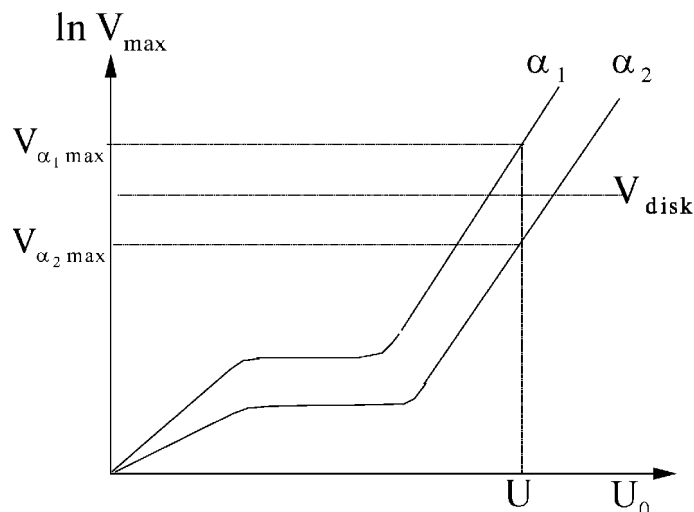


Abbildung 4.8: Energiediskriminierung mit einem Proportionalzählrohr.

für zwei Gruppen von monoenergetischen α -Teilchen eingezeichnet. Wenn das Zählrohr bei der Spannung U betrieben wird, erhält man ein Spektrum, das aus zwei Linien bei $V_{\alpha_1 \max}$ und $V_{\alpha_2 \max}$ besteht. Durch einen Impulshöhendiskriminator, der nur Impulse die größer sind als V_{disk} durchlässt, kann die niederenergetische Linie vollständig ausgeblendet werden.

4.1.1.3 Das Auslösezählrohr oder Geiger-Müller-Zählrohr

Beim Proportionalzählrohr wurde festgestellt, dass mit zunehmender Spannung neben den durch Stoßionisation erzeugten Elektronen in steigender Anzahl auch Photonen auftreten, weil die Elektronendichte in den Lawinen immer mehr zunimmt. Da diese Photonen im Gasraum und an den Wänden durch Photoeffekt weitere Elektronen auslösen, ändert sich die Arbeitsweise des Zählrohrs.

Formal kann man dieses Verhalten bereits aus Gl. 4.33 ablesen. Wenn die Wahrscheinlichkeit γA gegen eins geht, d.h. wenn jedes primäres Elektron ein weiteres durch Photoeffekt erzeugt, gehen der totale Gasverstärkungsfaktor und mit ihm der Zählrohrimpuls gegen unendlich. Der Bereich der Spannung, in dem diese Erscheinung auftritt, heißt Auslösebereich. Das Zählrohr befindet sich dabei in einem neuartigen Zustand: es wandern nicht mehr einzelne, getrennte Lawinen zum Draht, sondern es breitet sich im ganzen Raum eine Koronaentladung aus.

Das Zustandekommen der Entladung soll noch etwas genauer betrachtet werden. Im Auslösebereich wie im Proportionalzählrohr ist die seitliche Ausdehnung der Lawinen eng begrenzt, da sie durch die Diffusionsgeschwindigkeit der Elektronen bestimmt ist, die sehr viel kleiner als die Driftgeschwindigkeit im Feld ist. Die Elektronen einer Lawine bewegen sich in einem schmalen Leitungsschlauch. Solange *ein* Elektron nur *eine* Lawine erzeugt, überlagern sich die verschiedenen Lawinen räumlich nicht gegenseitig. Dies ist gerade das Kriterium der wahren Proportionalität. Demgegenüber ist der Bereich der begrenzten Proportionalität dadurch gekennzeichnet, dass *einige* der primären Elektronen außer der Stoßlawine eine weitere Lawine durch ein Photoelektron auslösen. Die so entstandenen Photolawinen sind über das Volumen des Zählrohrs statistisch verteilt und können sich auf ihrer Wanderung mit anderen überschneiden. Im Auslösebereich schließlich bringt *jedes* primäre Elektron eine Photolawine hervor und jede Lawine eine neue. Auf diese Weise entsteht eine Kette von räumlich statistisch verteilten Lawinen, die sich über das ganze Volumen ausbreiten.

Beim Auslösezählrohr genügt also ein einziges Elektron, um im ganzen Gasvolumen eine Entladung zu zünden. Die dabei auftretende Gesamtladung hängt außer von der Gasart nur von

der anliegenden Spannung und der Geometrie des Zählrohrs ab und ist um ein Vielfaches größer als beim Betrieb desselben Zählrohrs im Proportionalbereich. Sie ist unabhängig von der Größe der primären Ionisation. Deshalb eignet sich das Auslösezählrohr nur zum *Nachweis* der Teilchen, aber nicht mehr zur *Energiemessung* oder zur *Teilchenidentifizierung*.

Anders als im Proportionalbereich spielen im Auslösebereich die positiven Ionen für die Elektronenbilanz eine Rolle, da wegen der größeren Spannung die Temperatur und die räumliche Dichte der Ionen wesentlich höher sind.

Die hohen Ionendichten entstehen in der Nähe des Drahts und beeinflussen den Feldverlauf im Zählrohr. Die Entladung bildet sich innerhalb einiger Elektronensammelzeiten aus. Da die Lawinenbildung nahe am Draht stattfindet, baut sich dort in dieser Zeit eine hohe positive Raumladung aus, denn die Elektronen werden laufend gesammelt, während die Ionen wegen der geringen Beweglichkeit nicht merklich driften. Die Raumladung wirkt so, als ob in Gl. 4.28 der Radius des Drahts größer geworden wäre, und setzt das Feld am Zählendraht stark herab. Infolgedessen bilden sich keine neuen Lawinen mehr, und die Entladung erlischt. Das tritt nach einigen Mikrosekunden ein.

Nun driften die positiven Ionen zur Kathode, wo sie nach der Ionensammelzeit von Millisekunden ankommen. Wenn die Ionentemperatur hoch genug ist, können beim Auftreffen Elektronen entstehen, die den Zählendraht unabgeschirmt vorfinden, und eine neue Entladung zündet. Man hat eine gepulste Dauerentladung, ein Betriebszustand, der nicht zum Zählen geeignet ist und unterbunden werden muss.

Am einfachsten kann die Entladung gelöscht werden, wenn mit hohen Zeitkonstanten gemessen wird. Dann ist der Spannungsabfall am Arbeitswiderstand (Abb. 4.4) nach der Sammlung der Ionen noch so groß, dass die wirksame Spannung nicht mehr im Auslösebereich liegt. Hohe Zählraten können allerdings so nicht verarbeitet werden. Günstiger ist es in dieser Beziehung, die Zählrohrspannung vorher bei einer ausreichenden Impulshöhe von außen durch eine elektronische Schaltung solange herabzusetzen oder umzupolen, bis die Ionen gesammelt sind.

Die beste Möglichkeit der Löschung ist, die Emission der sekundären Elektronen an der Kathode zu unterbinden. Dieser Weg wird bei den selbstlöschenden Zählrohren beschritten. Man fügt dem Zählgas in geringen Mengen mehratomige Moleküle, wie z.B. Alkohole oder Kohlenwasserstoffe zu. Mit diesen Molekülen stoßen die Kationen des Zählgases auf dem Weg zur Kathode und neutralisieren sich dabei durch Elektroneneinfang. Die jetzt ionisierten Löschgasmoleküle wandern ihrerseits zu Kathode, können aber dort wegen der durch ihre größere Masse bedingten niedrigeren Temperatur keine Elektronen mehr auslösen. Die Entladung erlischt.

Das Löschgas hat noch eine weitere Wirkung. Wenn es so ausgesucht wird, dass seine Ionisierungsenergie kleiner ist als die Anregungsenergie des Zählgases, dann wird es durch die von diesem emittierten Photonen ionisiert. Die Wahrscheinlichkeit dafür kann so groß sein, dass die Photonen nur eine mittlere freie Weglänge in der Größenordnung von Millimetern haben und nicht mehr zur Kathode gelangen, vielmehr in unmittelbarer Nähe ihrer Entstehung neue Lawinen hervorbringen. So breitet sich die Entladung längs des Zählendrahtes mit einer konstanten Geschwindigkeit (typischer Wert $1 \text{ cm}/\mu\text{s}$) aus. Hat sie die Enden erreicht, sind die Elektronen bereits gesammelt. Neue Lawinen bilden sich wegen der hohen Raumladung nicht mehr, und die Ionen wandern schließlich zur Kathode ab.

Die Impulsform des selbstlöschenden Auslösezählrohrs ist durch die Lawinenimpulse Gl. 4.35 bestimmt, die schon im Proportionalbereich vorkommen. Sie wird berechnet durch die Summation der einzelnen sich ausbreitenden Lawinen. Nimmt man vereinfachend an, dass die erste Lawine an einem Ende des Zählendrahts auftritt ($z = 0$), und vernachlässigt man die Elektronenkomponente, dann ergibt sich

$$V_A = \int_0^1 V_i \cdot \left(t - \frac{z}{v}\right) \cdot \frac{dz}{l} = \int_0^{T_i} V_i \cdot (t - \tau) \cdot \frac{d\tau}{T_1} \quad (4.39)$$

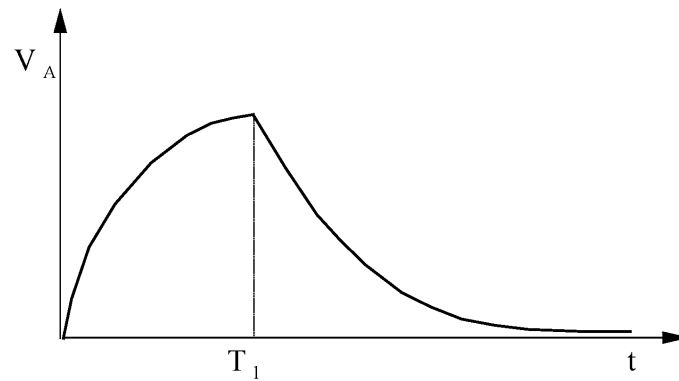


Abbildung 4.9: Impulsform des Auslesezahlrohrs.

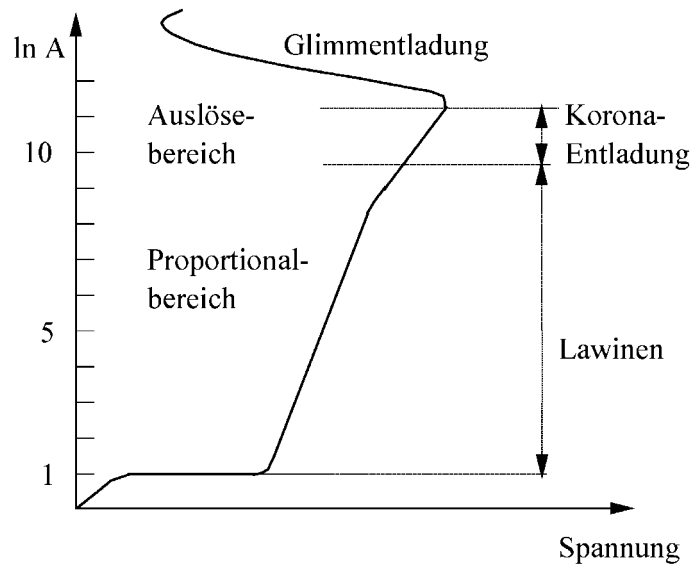


Abbildung 4.10: Kennlinie eines Zählrohrs.

Dabei ist v die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Lawinen (ungefähr $1 \text{ cm}/\mu\text{s}$), l die Länge des Zählrohrs, $V_i(t)$ der Ionenimpuls aus Gl. 4.35 und $T_l = l/v$ die Ausbreitungszeit der Entladung, die in der Größenordnung von Mikrosekunden liegt. Wenn die Zeitkonstante T der Zählrohrschaltung gleich oder kleiner als die Ausbreitungszeit T_l ist, hat der Impuls die in Abb.4-10 gezeichnete Form. Er erreicht seinen Maximalwert bei T_l und fällt danach mit der Zeitkonstante T ab.

In Wirklichkeit ist dem Ionenimpuls die Elektronenkomponente überlagert, die beim Auslösezählrohr nicht mehr vernachlässigt werden kann. Die Raumladung um den Draht verhindert große Gradienten des elektrischen Feldes. Die Lawinen entstehen deshalb nicht mehr nur in der Nähe des Drahtes, sondern auch in größerer Entfernung. So legen die Elektronen längere Wege zurück und nehmen dabei merkliche Energien aus dem Feld auf. Für jede einzelne Lawine gibt es dann einen sehr kurzen Elektronenimpuls, der sich zum Ionenimpuls addiert.

Die Gasverstärkung der Auslösezählrohre nimmt Werte bis 10^{11} an, denen Impulshöhen bis zu 100 V entsprechen. Solche Impulse können ohne elektronischen Aufwand gezählt werden. Dies ist ein Vorteil im Vergleich mit anderen Zählrohren. Dem steht allerdings der Nachteil gegenüber, dass die Energien der Teilchen nicht mehr gemessen und unterschiedliche Teilchen nicht mehr auseinandergehalten werden können, da die Impulshöhen nicht proportional zur primären Ionisierung sind.

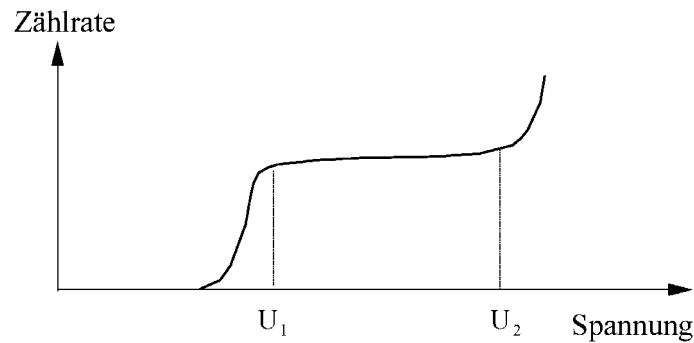


Abbildung 4.11: Zählrohrcharakteristik.

Die vollständige Kennlinie eines Gaszählrohrs und seine verschiedenen Arbeitsbereiche sind in Abb. 4.10 dargestellt. Mit steigender Spannung nimmt die Impulshöhe zu, im Proportionalbereich bis zu Gasverstärkungen von ungefähr 10^8 , daran anschließend im Auslösebereich bis zu 10^{11} . Bei diesen hohen Strömen geht die Koronaentladung in eine dauernde Glimmentladung über, die durch einen negativen Widerstand gekennzeichnet ist. Im beschränkten Proportionalbereich (und im Auslösebereich) ist die Steigung der Kennlinie flacher als im wahren Proportionalbereich, obwohl nach Gl. 4.33 das Gegenteil zu erwarten ist. Dieses Verhalten tritt besonders bei stark ionisierenden Teilchen auf und ist eine Folge der Abschirmung des Feldes am Draht durch die hohen positiven Raumladungen.

An Hand der Kennlinie kann der Arbeitsbereich eines Zählrohrs ausgewählt werden. Leider ist sie meist nicht bekannt, so dass man auf eine andere Methode zurückgreifen muss, um die optimale Betriebsspannung zu finden. Sie besteht darin, die Zählrate in Abhängigkeit der Spannung zu messen, wobei natürlich die Rate der ins Zählrohr gelangenden ionisierenden Teilchen zeitlich konstant bleiben muss. Die so erhaltene Kurve heißt Zählrohrcharakteristik und verläuft wie in Abb. 3.12 gezeigt. Man versteht sie, wenn man bedenkt, dass der elektronische Zählkreis eine Schwelle für die Impulshöhen hat, unter der kein Impuls registriert wird. Der Höhe des Schwellenimpulses entspricht eine minimale Spannung U_1 , die Einsatzspannung, bei welcher der Zählvorgang beginnt. Im Idealfall, in dem alle Impulse genau die gleiche Höhe haben, sollte der Anstieg der Charakteristik unendlich steil sein. In Wirklichkeit schwankt die Größe der Primärladungen und damit die Impulshöhen statistisch. Der Anstieg der Zählraten bei der Einsatzspannung verflacht sich deshalb, ganz besonders bei geringer Ionisierung. Oberhalb der Einsatzspannung erwartet man eine konstante Zählrate bis zu einer Spannung U_2 , bei der die Koronaentladung einsetzt. Beobachtet wird ein leichtes Ansteigen, das durch Nachimpulse zu erklären ist, die durch einzelne an der Kathode ausgelöste Elektronen verursacht werden, deren Anzahl mit der Spannung zunimmt.

Die Raumladung der Ionen, die sich bei der Ausbildung eines Impulses um den Zählrohrdraht sammelt, verhindert, dass zwei Impulse unmittelbar hintereinander nachgewiesen werden können. Sie setzt die wirksame Spannung auf Werte herab, die unterhalb der Einsatzspannung des Zählrohrs liegen. Erst das Abwandern der Ionen lässt die Spannung wieder auf den ursprünglichen Wert anwachsen. Solange die Einsatzspannung nicht erreicht ist, lösen neu ankommende Teilchen keine Lawinen mehr aus. Das Zählrohr hat eine Totzeit.

In Abb. 4.12 sind der zeitliche Verlauf der Spannung (a) und die dazugehörigen Impulse (b) skizziert. Die Spannung sinkt von U_0 auf ein Minimum ab, das sich nach der Elektronensammelzeit einstellt. Wenn, wie im gezeichneten Fall, mit kleinen Zeitkonstanten gemessen wird, ist das ungefähr dieselbe Zeit, in welcher der Impuls sein Maximum erreicht hat und die in der Zeichnung der Nullpunkt der Zeitachse ist. Während des Anstiegs der Spannung wird erst nach einer Zeit t_1 die Einsatzspannung U_1 wieder erreicht. Diese Zeit t_1 ist die Totzeit des Zählrohrs. Trifft

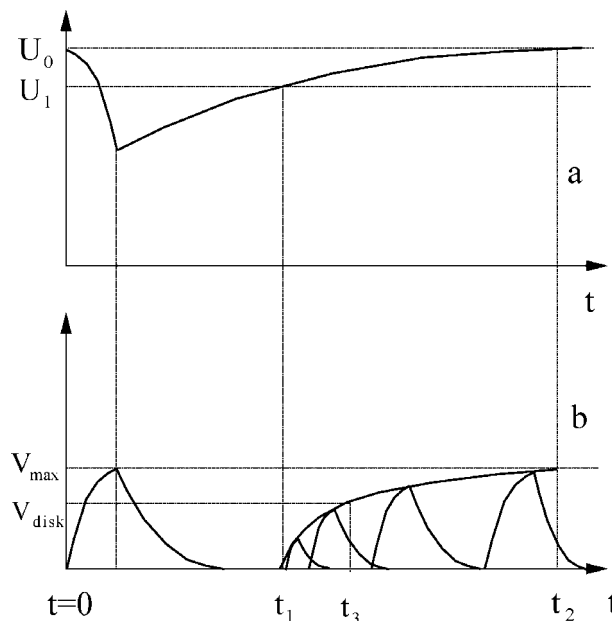


Abbildung 4.12: Totzeit eines Zählrohrs.

unmittelbar nach der Totzeit ein weiteres Teilchen ein, so hat der von ihm erzeugte Impuls nicht die volle Höhe V_{max} . Diese hat er erst wieder für Teilchen, die nach der Zeit t_2 einfallen, wenn erneut die volle Spannung wirksam ist. Die Zeit zwischen t_1 und t_2 heißt Erholungszeit, nach der sich das Zählrohr wieder im normalen Betriebszustand befindet. In der Graphik sind drei zu verschiedenen Zeiten registrierte Impulse und die Einhüllende der Impulshöhen eingezeichnet.

Das Bild Abb. 4.12 b kann direkt beobachtet werden, ohne die Einhüllende natürlich, wenn man die Impulse auf einen Oszillographen gibt. Die Triggerschwelle wird auf die maximale Impulshöhe, die Zeitablenkung ungefähr auf die Ionensammelzeit (einige Millisekunden) eingestellt. Die Zählrate muss so groß sein, dass mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit während dieser Zeit ein zweites Teilchen eintrifft. Dann sieht man, wie nach den mit voller Impulshöhe registrierten, triggernden Teilchen zunächst eine zeitlang überhaupt keine Teilchen, dann aber zu statistisch schwankenden Zeiten weitere nachgewiesen werden. Die Impulse sind umso kleiner, je früher die Teilchen ankommen, ab einer bestimmten Zeit haben sie wieder die volle Höhe. Bei hinreichend langer Beobachtung können so die Tot- und Erholungszeit abgeschätzt werden.

In der Skizze ist auch zu sehen, dass die Totzeit eines Zählrohrs von der Schwelle der Nachweiselektronik abhängig ist. Liegt sie bei V_{disk} und nicht bei null, dann verlängert sich die Totzeit auf den Wert t_3 , und die Erholungszeit verkürzt sich entsprechend.

Für die Bestimmung der Zeit des Eintreffens der Strahlung gilt dasselbe wie beim Proportionalzählrohr. Auch hier verhindern die Schwankungen der Driftzeiten der Elektronen eine genaue Zeitmessung. Die Zeitaufösung, das ist der minimale Zeitabstand zwischen zwei Impulsen, bei der sie getrennt nachzuweisen sind, ist wegen der Totzeit sogar noch schlechter. Sie liegt in der Größenordnung von Millisekunden.

4.1.1.4 Überblick der Eigenschaften von Zählrohren

In Tabelle 4.1 sind die Eigenschaften der verschiedenen Zählrohre zusammengestellt. Die Zahlenwerte sind typische Größen und schwanken je nach Bauweise des Zählrohrs oder der Art der Nachweiselektronik. Die Impulshöhen in den verschiedenen Betriebsarten unterscheiden sich wegen der unterschiedlichen Gasverstärkung um mehrere Größenordnungen. Sie sind bei der Ionisationskammer typischerweise in Bereich von Millivolt, und bei schwächerer Ionisierung noch kleiner.

Tabelle 4.1: Eigenschaften verschiedener Zählrohre

	Impulshöhe Volt	Empfindlichkeit Ionenpaare	Energie- messung	Zeitauflösung Sekunden	Zählrate pro Sek.
Ionisations- kammer	$< 10^{-3}$	300 -500	ja	$< 10^{-6}$	10^6
Proportional- zählrohr	≈ 1	1	ja	$< 10^{-6}$	10^6
Auslöse- zählrohr	10 - 100	1	nein	$\approx 10^{-3}$	10^3

Auch wenn die Impulse hoch verstärkt und zur Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses optimal geformt werden, gibt es deshalb eine untere Grenze für die Anzahl der gerade noch nachweisbaren Ionenpaare. Die Empfindlichkeit liegt bei 300-500 Paaren. Hingegen genügt im Proportionalbereich, und erst recht im Auslösebereich, ein einziges Ionenpaar, um einen Impuls hervorzurufen.

Solange Ereignisse nur gezählt werden sollen, ohne Diskriminierung oder Energiemessung, verwendet man deshalb am besten Auslösezählrohre, andernfalls muss man auf Proportionalzählrohre zurückgreifen. Nicht verzichten kann man auf diese, wenn hohe Zählraten verarbeitet werden müssen. Hier sind die Auslösezählrohre wegen ihrer Totzeit unterlegen.

Die Genauigkeit, mit der man den Zeitpunkt festlegen kann, an dem ein Teilchen eintrifft, ist bei allen Zählrohren durch die Elektronensammelzeiten gegeben. Sie ist verglichen mit anderen Detektoren schlecht. Für Koinzidenzexperimente sind Zählrohre deshalb nur beschränkt geeignet.

4.1.2 Die Halbleiterdetektoren

Ein Halbleiterdetektor arbeitet ähnlich wie eine Ionisationskammer. Bei beiden beruht der Nachweis ionisierender Teilchen und die Messung der Energie auf der Bewegung und Sammlung der in einem elektrischen Feld freigesetzten Ladungen. Bei der Ionisationskammer wird das elektrische Feld durch eine äußere, am Kondensator anliegende Spannung erzeugt, und das ganze Volumen ist für den Nachweis empfindlich. Dem kommt von den Halbleiterdetektoren der einfachste Typ, der eigenleitende Kristallzähler, am nächsten, bei dem gleichfalls ein homogenes Feld über dem gesamten Volumen liegt. Die am häufigsten verwendeten Detektoren sind allerdings nicht eigenleitend, sondern dotiert, und es sind die Art und Stärke der Dotierung, die das Feld und den Ladungstransport festlegen und durch die sich die Detektoren unterscheiden. Als Halbleitermaterialien werden fast ausschließlich Germanium- und Siliziumkristalle verwendet, die sich kostengünstig in der notwendigen Größe, Homogenität und Reinheit herstellen lassen.

4.1.2.1 Der Kristalldetektor

Er ist der einfachste Halbleiterdetektor, der allerdings nicht mehr im Gebrauch ist. Trotzdem wird er hier besprochen, da er große Ähnlichkeit mit der Ionisationskammer hat. Er besteht aus einem eigenleitenden, homogenen Einkristall von großer Reinheit. An zwei gegenüberliegenden Seiten des quaderförmig geschnittenen Kristalls sind Metallschichten als Elektroden aufgedampft.

Im Bändermodell der Festkörper wird die Eigenleitung durch thermische Anregung von Elektronen verursacht. Sie werden aus dem besetzten Valenzband über die verbotene Zone hinweg, die für Germanium 0,7 eV und für Silizium 1,1 eV breit ist, ins Leitungsband gehoben. Im Valenzband entstehen dabei gleich viele positiv geladene Löcher oder Defektelektronen. Die Ladungsträger sind innerhalb der Bänder frei beweglich.

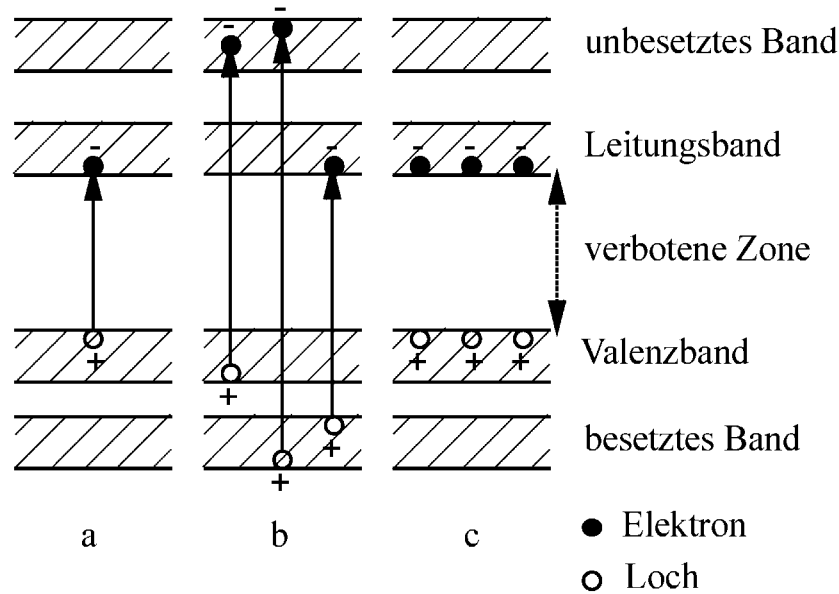


Abbildung 4.13: Anregung eines Kristalls im Bändermodell.

Die Besetzungswahrscheinlichkeit der erlaubten Energiewerte hängt von der Temperatur ab und wird durch die Fermi-Verteilung $f(E)$ beschrieben

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp(E - F)/kT} \quad (4.40)$$

F ist die Fermi-Energie. Am absoluten Nullpunkt bricht die Verteilung bei dieser Energie steil ab. Nur bis zu dieser sog. Fermi-Kante sind die Zustände besetzt. Sie liegt bei Halbleitern unterhalb des Leitungsbandes. Deshalb sind am Nullpunkt darin keine Elektronen, und die Leitfähigkeit ist null. Bei endlichen Temperaturen ist der Übergang zwischen den besetzten und den unbesetzten Zuständen nicht mehr abrupt, er wird mit zunehmender Temperatur immer fließender. Es gibt dann auch Elektronen mit höheren Energien, so dass das Leitungsband teilweise besetzt ist und der Kristall geringfügig leitend ist.

Wird eine äußere Gleichspannung angelegt, driften die Elektronen im Leitungsband und die Löcher im Valenzband entsprechend ihrer Beweglichkeit – $1500 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} \text{ V}^{-1}$ für die Elektronen, um ein Drittel kleiner für die Löcher – mit konstanter Geschwindigkeit zu den Elektroden, und es fließt ein Strom, der Dunkelstrom. In Silizium bei Zimmertemperatur liegt er in der Größenordnung von μA . Germanium muss wegen des kleineren Bandabstandes auf die Temperatur von flüssigem Stickstoff gekühlt werden, wenn solche Werte eingehalten werden sollen. Im idealen Kristall verschwindet der Dunkelstrom, wenn die Temperatur gegen den absoluten Nullpunkt geht. In Wirklichkeit besteht auch in diesem Fall noch eine Restleitfähigkeit, die von den unvermeidlichen Verunreinigungen und Fehlstellen verursacht wird. Es gibt deshalb immer einen Anteil des Dunkelstroms, der unabhängig von der Temperatur ist.

Die Wirkungsweise eines Halbleiterkristalls als Detektor für ionisierende Teilchen beruht auf der Erzeugung von zusätzlichen Elektron-Loch-Paaren. Im Gegensatz zur thermischen Anregung, bei der die Elektronen von der oberen Kante des Valenzbandes zur unteren Kante des Leitungsbandes gehoben werden (Abb. 4.13.a), gelangen durch die Coulombanregung Elektronen aus der gesamten Breite des Valenzbands und den darunterliegenden besetzten Bändern ins Leitungsband und in die darüberliegenden unbesetzten Bänder (Abb. 4.13.b). Deshalb ist die mittlere Energie, die zur Erzeugung eines Paares notwendig ist, ungefähr dreimal größer als die Breite der verbotenen Zone. Man misst 2.8 eV für Germanium und 3.55 eV für Silizium. Unmittelbar nach der primären Ionisation ist der Kristall für sehr kurze Zeit (10^{-13} s) hoch angeregt. Nach dieser Zeit

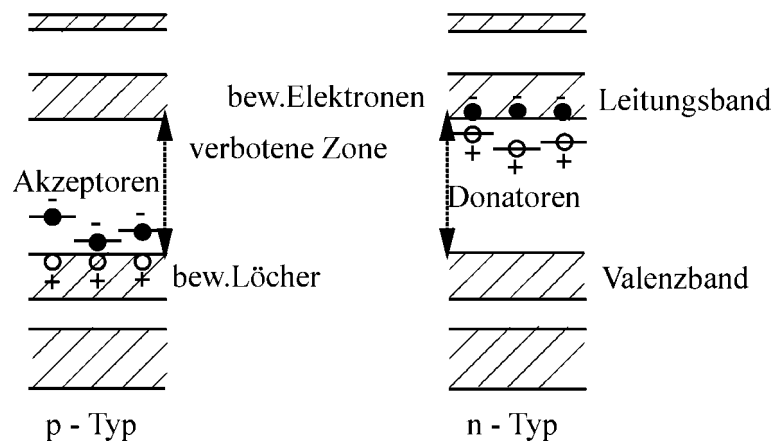


Abbildung 4.14: Bändermodell eines dotierten Halbleiters.

haben sich die Elektronen unten im Leitungsband und die Löcher oben im Valenzband gesammelt (Abb. 4.13.c). Die Energie, die sie dabei abgeben, wird zur Erzeugung weiterer Elektron-Loch-Paare (Sekundärionisation) oder zur Anregung von Phononen verbraucht. In diesem Zustand leben die Ladungsträger ziemlich lange - die mittlere Lebensdauer liegt bei Mikrosekunden - bevor sie rekombinieren oder eingefangen werden. Das reicht für die meisten aus, um den Weg zu den Elektroden zu überstehen. Die Sammelzeit für die Ladungen, die umgekehrt proportional zur äußeren Spannung ist, hat meist einen vergleichbaren Wert.

Die Konzentration der durch Ionisation erzeugten Ladungsträger ist sehr viel größer als bei der thermischen Anregung. In einem äußeren Feld fließt deshalb ein Strom, der den Dunkelstrom um ein Vielfaches übersteigt. Er ist proportional zur Anzahl der erzeugten Elektron-Loch-Paare und deshalb wegen Gl. 4.17 proportional zu der vom ionisierenden Teilchen im empfindlichen Volumen abgegebenen Energie. Der Kristalldetektor eignet sich deshalb zur Energiebestimmung von ionisierenden Teilchen. Gemessen wird dazu die Höhe der während der Sammelzeit der Ladungen sich ausbildenden Impulse. Er ist im Wesentlichen ein Ionisationszähler mit festem Medium. Wie bei der Ionisationskammer ist das ganze Volumen empfindlich, und das von einer äußeren Spannung erzeugte Feld ist homogen.

4.1.2.2 Der Sperrschichtdetektor

Für diese Art von Detektoren werden dotierte Halbleiter verwendet. Die ionisierende Strahlung wird in den Sperrschichten der Halbleiterübergänge nachgewiesen.

Im Bändermodell solcher Halbleiter (Abb. 4.14) gibt es außer den erlaubten Zonen zusätzliche, *diskrete* Energiezustände. Sind sie mit Akzeptoren dotiert (p-Typ), dann liegen knapp oberhalb des Valenzbandes Zentren, die Elektronen aus dem Valenzband aufnehmen und binden. Dabei entstehen im dotierten Bereich festliegende, negativ geladene Zentren und im Valenzband frei bewegliche positive Löcher. Analoges gilt bei der Dotierung mit Donatoren (n-Typ). Unterhalb des Leitungsbandes werden Zentren erzeugt, die Elektronen an das Leitungsband abgeben. Es gibt dann positiv geladene Zentren und freie Elektronen im Leitungsband. Da die Energieabstände der Akzeptoren und Donatoren zu den entsprechenden Bändern wesentlich kleiner sind als die verbotene Zone, erhöht sich durch die Dotierung die Konzentration der freien Ladungsträger um ein Vielfaches gegenüber der thermischen Anregung. Die Leitfähigkeit dotierter Halbleiter ist deshalb um Größenordnungen höher als bei reinen Halbleiterkristallen. Sie kann bei hohen Dotierungen die der Metalle erreichen.

Übergänge zwischen n- und p-dotierten Schichten sind als Detektoren für ionisierende Teilchen verwendbar. Man stellt sie her, indem man z.B. in einen Halbleiter vom p-Typ an einem Ende

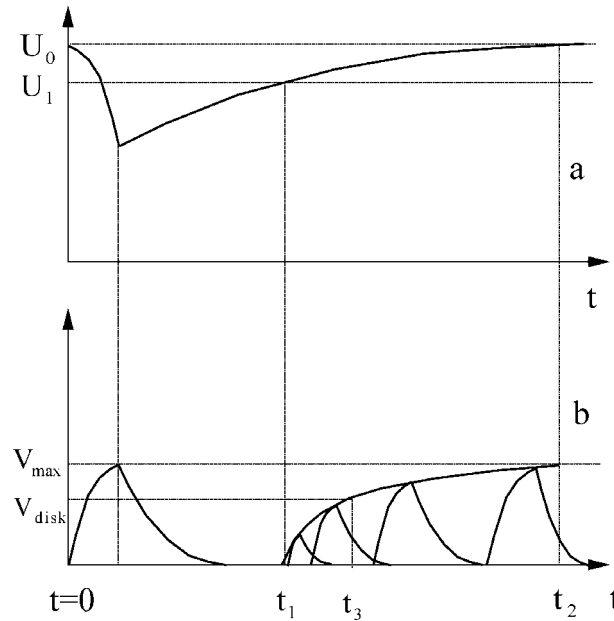


Abbildung 4.15: Verlauf der Raumladung, Feldstärke und Spannung bei einem n-p-Übergang.

Donatoratome in so hoher Konzentration eindiffundieren lässt, dass dort eine n-leitende Schicht entsteht.

Die Eigenschaften einer solchen n-p-Schicht werden in guter Näherung durch das Kastenmodell beschrieben. Dabei wird vereinfachend angenommen, dass in der p-Schicht die Dichte der Leitungselektronen und in der n-Schicht die Dichte der Löcher vernachlässigt werden können. Ferner wird vorausgesetzt, dass der Übergang von der p- zur n-Schicht scharf ist, und die Konzentrationen der Akzeptor- und Donatorschichten in ihrem jeweiligen Bereich konstant sind. Außerdem sollen die Donatorzustände so nahe am Leitungsband und die Akzeptorzustände nur so wenig über dem Valenzband liegen, dass im n-Gebiet alle Donatoren ionisiert und im p-Gebiet alle Akzeptoren mit Elektronen besetzt sind.

An der Übergangsstelle der Dotierungen bildet sich dann eine Sperrschicht aus, die durch eine geringere Konzentration von freien Ladungsträgern gekennzeichnet ist als in den Bereichen reiner p- oder n-Leitung. Der Grund dafür ist, dass die beweglichen Ladungen die sprunghafte Konzentrationsänderung an der Übergangsstelle nicht mitmachen. Die Elektronen aus dem n-Gebiet diffundieren in das p-Gebiet hinüber, in entgegengesetzter Richtung diffundieren die Löcher in das n-Gebiet. Dabei treten sie in ein Gebiet ein, in dem die Konzentration der Ladungsträger des entgegengesetzten Vorzeichens hoch ist. Sie rekombinieren, die Sperrschicht verarmt an freien Ladungen und erlangt einen hohen elektrischen Widerstand (daher der Name), im Idealfall den eines Eigenleiters.

Durch die Diffusion bildet sich auf beiden Seiten der Grenzschicht eine Raumladung aus. Sie besteht im n-Gebiet aus den ionisierten positiven Donatoren und im p-Gebiet aus den besetzten negativen Akzeptoren. Es entsteht eine Potentialdifferenz, die Diffusionsspannung, deren Höhe mit der Konzentration der freien Ladungsträger ansteigt. Die Raumladungen ihrerseits erzeugen ein elektrisches Feld, das den Feldstrom bewirkt, der dem Diffusionsstrom entgegengerichtet ist. Im Gleichgewicht fließt durch den Übergang kein Strom: der Diffusionsstrom ist dann gleich dem Feldstrom.

Mit den oben erwähnten Annahmen für das Kastenmodell haben die Raumladung ϱ , die Feldstärke E und das Potential V in der Übergangszonen den in Abb. 4.15 gezeichneten Verlauf. Mit der zusätzlichen, nur annähernd zutreffenden Annahme, dass die Sperrschicht frei von

beweglichen Ladungsträgern ist, hat die Raumladung eine kastenförmige Verteilung, wovon sich der Name des Modells ableitet. Sie ist null an der Übergangsstelle ($x = 0$) der Dotierungen, ist positiv und konstant bis zu einer Stelle x_n im n-Gebiet, negativ und konstant bis zu x_p im p-Gebiet. Die Breite der Übergangs- oder Feldzone ist $d = |x_n| + |x_p|$. Die Feldstärke hängt nach Integration über die Raumladung linear, die Spannung quadratisch vom Ort ab und ist im Gleichgewicht gleich der Diffusionsspannung V_D , wobei gilt

$$V_D = \frac{kT}{e} \cdot \ln \left(\frac{N_D \cdot N_A}{n_i^2} \right) \quad (4.41)$$

Dabei sind N_D und N_A die Donator- bzw. die Akzeptorkonzentration, n_i eine Konstante, k die Boltzmann-Konstante, e die Elementarladung und T die Temperatur. Hier ist ersichtlich, dass die Diffusionsspannung, wenn auch nur logarithmisch, mit der Dotierung zunimmt. Sie ist für Silizium typischerweise 0,4-0,7 V. Der gezeichnete Übergang ist unsymmetrisch: die Dotierung auf der n-Seite ist höher als auf der p-Seite. Deshalb ist die Dicke x_n der positiv geladenen Schicht größer als die Dicke x_p der negativ geladenen. Da der Kristall insgesamt elektrisch neutral ist, besteht die Beziehung

$$x_n \cdot N_D = x_p \cdot N_A \quad (4.42)$$

Die Tiefe der Feldzone ist ebenfalls von der Dotierung abhängig

$$d = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0 \cdot V_D}{e} \cdot \left(\frac{1}{N_D} + \frac{1}{N_A} \right)} \quad (4.43)$$

Für einen unsymmetrischen p-n-Übergang in ursprünglich n-leitendem Silizium z.B., der eine Donatorkonzentration von $5,2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ und eine Diffusionsspannung von 0,5 V hat, ist die Sperrschicht ungefähr 40 μm dick. Bei der Rechnung ist die Dicke der p-Schicht vernachlässigt worden, es handelt sich also um einen stark unsymmetrischen Übergang ($N_A \gg N_D$).

Die Dicke der Sperrschicht lässt sich beträchtlich vergrößern, wenn an den Übergang eine äußere Spannung angelegt wird, so dass der positive Pol mit der n-leitenden Schicht verbunden ist (Sperrrichtung). Dann fällt über der Sperrschicht nicht nur die Diffusionsspannung, sondern auch die viel größere äußere Spannung ab. Sie wird durch eine Erhöhung der Raumladung aufgebaut. Da alle Akzeptoren besetzt und alle Donatoren ionisiert sind, kann dies nur durch eine Ausdehnung der Sperrschicht geschehen. Die Breite ist nach wie vor durch die Gl. 4.43 gegeben, nur wird jetzt statt der Diffusionsspannung die Gesamtspannung oder in guter Näherung die von außen angelegte eingesetzt. Bei 300 V und der obigen Dotierung wird dann die Sperrschicht 0,9 mm breit.

Wird der n-p-Übergang umgekehrt in Flussrichtung gepolt, dann baut sich die Raumladung ab, indem sich die Dicke der Sperrschicht verringert. Bei hinreichend hohen Spannungen verschwindet sie ganz, und der Übergang wird leitend.

Ein in Sperrrichtung betriebener n-p-Übergang eignet sich zum Nachweis und zur Bestimmung der Energie von ionisierenden Teilchen. Er arbeitet im Prinzip wie ein Kristallzähler. Normalerweise fließt über die Sperrschicht nur ein sehr kleiner Dunkelstrom, da sie nahezu keine freien Ladungsträger mehr enthält. Ein geladenes Teilchen hebt, wie in Abb. 4.13 dargestellt, Elektronen ins Leitungsband, die zusammen mit den Löchern als kurzer Stromimpuls nachgewiesen werden. Der Unterschied zum Kristallzähler liegt in der geringeren Dicke der empfindlichen Schicht und im höheren spezifischen Widerstand.

Einerseits ist das ein Vorteil, da wegen der kürzeren Driftstrecken die Ladungssammelzeiten sehr viel kleiner sind und wegen des geringeren Widerstandes höhere Spannungen angelegt werden können. Kurze Driftzeiten bedeuten gute Energieauflösung (siehe Kapitel 4.1.2.4). Andererseits

ist das kleine empfindliche Volumen des Detektors ein Nachteil. In der erwähnten Sperrschichtdicke von 0,9 mm werden z.B. nur Protonen bis zu einer Energie von 10 MeV gestoppt. Protonen mit höherer Energie durchfliegen die Sperrschicht (bei senkrechtem Auftreffen), geben nicht die gesamte Energie darin ab und entziehen sich deshalb der Energiebestimmung.

4.1.2.3 Der Lithium-Drift Detektor

Einer Vergrößerung der Sperrschicht durch Erhöhung der Sperrspannung sind wegen des lawinenhaft ansteigenden Sperrstromes Grenzen gesetzt. Zur Herstellung von Detektoren mit großem empfindlichem Volumen müssen deshalb andere Methoden angewendet werden. Das Ziel ist eine dicke, eigenleitende Schicht mit den Eigenschaften eines Kristallzählers zu schaffen, ohne den Aufwand in Kauf zu nehmen, den Reinheit und Homogenität erfordern. Die Lösung ist die Züchtung einer eigenleitenden Zone in der die Akzeptor- (Donator-) Zentren eines schwach dotierten Materials durch eindiffundierte Donator- (Akzeptor-) Zentren kompensiert werden. Sie soll am Li-gedrifteten Detektor näher besprochen werden.

Ausgangsmaterial ist schwach p-dotiertes Silizium oder Germanium, in die an einem Ende bei Temperaturen zwischen 300 °C und 600 °C mit den üblichen Methoden Lithium eindiffundiert wird. Das Lithium hat in Si und Ge Donatorcharakter. Dadurch entsteht an der Oberfläche eine n-leitende Zone, da die Akzeptorkonzentration überkompensiert wird. Die Li-Konzentration nimmt mit zunehmender Entfernung von der Oberfläche stark ab, und es bildet sich ein n-p-Übergang aus. Die Konzentration des Li in der n-Schicht ist dabei höher als die Konzentration der Akzeptoren in der p-Schicht, so dass die n-leitende Zone dünn im Vergleich zur Sperrschicht und der Übergang stark unsymmetrisch ist. Man hat einen Sperrschichtdetektor mit eindiffundiertem n-p-Übergang.

Die Li-Atome werden in Si und Ge nicht fest ins Gitter eingebaut, sie befinden sich auf Zwischengitterplätzen und haben deshalb eine hohe Beweglichkeit. Dies wird zur Herstellung einer eigenleitenden Zone ausgenutzt. An den n-p-Übergang wird in Sperrrichtung eine äußere Spannung angelegt. Das Feld über der Sperrschicht zwingt die Li-Ionen zu einer Driftbewegung in das p-Gebiet hinein. Auf diese Weise entsteht zwischen dem n- und p-Gebiet eine eigenleitende Zone, deren Dicke d nur von der Sperrspannung U , der Driftzeit t und der Beweglichkeit der Li-Ionen b_i abhängig ist

$$d = \sqrt{2 b_i \cdot U \cdot t} \quad (4.44)$$

Die Dicke d kann bei Ge-Li-Detektoren bis zu 1 cm groß werden. In der Driftzone ist die Konzentration der Li-Donatoren gerade die gleiche wie die der Akzeptoren, da sich wegen der hohen Beweglichkeit der Li-Ionen eine Raumladung nicht ausbilden kann.

Nach Beendigung des Driftprozesses, der bei wesentlich niedrigeren Temperaturen (100-200 °C) als die Diffusion stattfindet, wird der Kristall auf Zimmertemperatur abgekühlt. Dabei verlieren die Li-Ionen ihre große Beweglichkeit und die Driftzone bleibt stabil. Sie hat die Eigenschaften eines Kristallzählers: die angelegte Spannung fällt linear ab, der spezifische Widerstand und demzufolge der Dunkelstrom sind sehr klein.

Mit dem Li-gedrifteten Detektor können wesentlich höhere Teilchenenergien gemessen werden als mit dem Sperrschichtzähler. In einem 1 cm Ge-Li-Detektor z.B. werden Protonen von 60 MeV gestoppt. Die Zeitauflösung ist allerdings wegen der langen Driftstrecke schlechter. Sie liegt in der Größenordnung von Mikrosekunden.

4.1.2.4 Die Energie- und Zeitauflösung

Die Halbleiterzähler haben von allen Detektoren die beste Energieauflösung. An dieser Stelle sollen deshalb die Bedingungen besprochen werden, die eine gute Auflösung ermöglichen. Sie

gelten unmittelbar oder entsprechend abgewandelt auch für andere Detektoren, insbesondere für die Ionisationskammern und die Proportionalzählrohre, deren Wirkungsweise ebenfalls auf der Sammlung von elektrischen Ladungen beruht.

Damit das vom Detektor abgegebene Signal proportional zur Energie des Teilchens ist, müssen einige Voraussetzungen erfüllt werden.

Erstens muss die gesamte kinetische Energie des Teilchens im empfindlichen Volumen des Detektors deponiert werden. Das heißt in der Praxis, dass der unempfindliche Bereich – das Fenster – des Detektors hinreichend dünn zu sein hat. Dann sind die unvermeidlichen Verluste vernachlässigbar klein gegenüber der Energie. Das ist der Fall beim Sperrschichtzähler mit stark unsymmetrischem Übergang und besonders bei einer besonderen Ausführung davon, dem Oberflächensperrschichtzähler.

Zweitens muss die empfindliche Schicht so dick sein, dass das nachzuweisende Teilchen darin gestoppt wird. Deshalb können nicht beliebig hohe Energien gemessen werden, sondern es gibt für jeden Detektortyp eine maximale messbare Energie. Für Protonen ist sie z.B. 10 MeV in einem Sperrschichtzähler und 85 MeV in einem Li-gedrifteten Ge-Detektor.

Drittens muss die Anzahl der Ladungsträger auch während der Sammlung proportional zur deponierten Energie bleiben. Das ist immer gewährleistet, wenn eine vollständige Sammlung zu erreichen ist. In Halbleitern haben die Ladungsträger eine endliche mittlere Lebensdauer, bis sie rekombinieren und für den Nachweis verloren gehen. Sie hängt stark von der Reinheit des Materials ab. In Kristallen höchster Reinheit kann sie Werte bis zu 10^{-4} s annehmen. Da die Sammelzeiten zwei bis vier Größenordnungen kleiner sind, scheint die vollständige Sammlung problemlos zu sein. In Wirklichkeit trifft dies nicht zu. bei starker Ionisierung weichen die Zeiten von den angegebenen Werten ab. Es bilden sich sogenannte Plasmaschläuche mit hoher Ladungsdichte aus, in denen das elektrische Feld zusammenbricht, die Lebensdauern sind dann kürzer und die Sammelzeiten länger. Auch die inhomogene räumliche Verteilung der Rekombinationszentren trägt zu einer Streuung der Lebensdauern und Verschlechterung der Energieauflösung bei. Kurz, eine gute Auflösung erreicht man mit homogenen und reinen Halbleitern und hohen Betriebsspannungen.

Eine gewisse Streuung der Sammelzeiten ist wegen der unterschiedlichen Wege, welche die Ladungen im Detektor zurücklegen, nicht zu vermeiden. Dennoch lässt sich die Energieproportionalität durch eine geeignete Schaltung in einem gewissen Maß erhalten. Während der Anstiegszeit fließt schon ein Teil der Ladung über den Arbeitswiderstand ab. Wenn die Anstiegszeit für alle Impulse dieselbe ist, dann ist das immer derselbe Bruchteil der Gesamtladung und die Impulshöhe ist der Energie proportional. Durch eine große Zeitkonstante im elektronischen Zählkreis des Detektors lässt sich erreichen, dass die Abfallzeit des Impulses groß gegenüber der Anstiegszeit ist. Dann ist der Verlust an Ladung so gering, dass unterschiedliche Anstiegszeiten sich nicht auswirken.

Prinzipiell ist das Auflösungsvermögen auch bei idealen Detektoren und bestmöglicher Schaltung endlich, weil sowohl die Ionisierung als auch der Transport der Ladung statistische Prozesse sind. Wenn $\langle I \rangle$ die mittlere Ionisierungsenergie ist, dann ist die Anzahl n der Ionenpaare, die bei der Abbremsung von Teilchen mit einer bestimmten Energie E erzeugt werden

$$n = \frac{E}{\langle I \rangle} \quad (4.45)$$

Sie schwankt um einen mittleren Wert n . Die Größe der Schwankung ist, Poisson-Statistik vorausgesetzt, gleich \sqrt{n} . Sie zieht eine Unsicherheit ΔE bei der Energiemessung nach sich. Die Energieauflösung ist dann

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\sqrt{n}}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}} \propto \frac{1}{\sqrt{E}} \quad (4.46)$$

Aus dieser Beziehung lässt sich zweierlei ablesen. Die Auflösung ist umso besser (d.h. dieser Wert umso kleiner), je mehr Ladungsträgerpaare bei einer festen Energie E erzeugt werden. So erklärt sich die herausragende Auflösung der Halbleiterdetektoren, bei denen nur ungefähr 3 eV für ein Ionenpaar aufzubringen sind. Bei den Zählrohren und den noch zu besprechenden Szintillationszählern liegt dieser Wert zwischen 25-35 eV, entsprechend schlechter ist deren Energieauflösungsvermögen. Aus demselben Grund nimmt die Auflösung mit steigender Energie zu.

Auch beim Transport der Ladungsträger treten statistische Prozesse auf, die unter dem Begriff elektronisches Rauschen zusammengefasst werden. Der wichtigste Anteil, der das Auflösungsvermögen begrenzt, ist das thermische Rauschen. Es ist auch dann vorhanden, wenn kein Strom fließt, und wird hervorgerufen durch räumliche Schwankungen der Ladungsträgerdichte, die ihrerseits eine Folge der thermischen Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen und Löcher ist.

Unter Zeitauflösung versteht man die Genauigkeit, mit der sich der Zeitpunkt der Ankunft eines Teilchens im Detektor festlegen lässt. Die statistischen Prozesse bei der Entstehung der Impulse bewirken zeitliche Schwankungen der Anstiegszeiten und damit Unsicherheiten bei der Zeitbestimmung. Sie sind aber umso kleiner, je kürzer die Anstiegszeiten oder, wie man sagt, je schneller die Impulse sind.

Bei den Halbleiterdetektoren sind die Anstiegszeiten wie bei den Zählrohren durch die Laufzeiten der Ladungen bestimmt. Die Sammelzeit t berechnet sich aus dem Integral

$$t = \int_{x_1}^{x^2} \frac{dx}{\mu \cdot E} \quad (4.47)$$

E ist die elektrische Feldstärke und μ die Beweglichkeit der Elektronen. Für Sperrschichtzähler mit einer Schichtdicke, die groß gegenüber der Reichweite der Teilchen ist, ergibt sich daraus

$$t = \frac{d}{\mu \cdot E_{\max}} \cdot \frac{\ln 10}{2} \quad (4.48)$$

Das sind Werte in der Größenordnung von Nanosekunden. Für Li-Driftzähler mit einer Driftstrecke d , an dem die Spannung U liegt, hat man

$$t = \frac{d^2}{\mu \cdot U} \quad (4.49)$$

Hier sind die Sammelzeiten wesentlich größer, sie liegen im Bereich von Mikrosekunden. Sie sind deshalb zur Messung kleiner Zeiten oder schneller Koinzidenzen nicht geeignet.

Gute Zeitauflösung verlangt nicht nur kurze Sammelzeiten, sondern auch entsprechend kleine Zeitkonstanten im elektronischen Zählkreis. Andernfalls würde sich die Anstiegszeit durch Integration verlängern. Das geht aber auf Kosten der Energieauflösung, die gerade diese Integration durch große Zeitkonstanten verlangt. Gute Zeitauflösung und gute Energieauflösung verhalten sich komplementär. Man kann beide gleichzeitig nur erreichen, wenn man die Impulse in getrennten Zählkreisen verarbeitet.

4.1.2.5 Die Impulsform der Halbleiterdetektoren

Wenn die Ladungen ungestört gesammelt werden, also keine Plasmaeffekte und keine Rekombination auftreten, berechnet sich die Impulsform wie bei der Ionisationskammer. Es gelten die Gl. 4.20 bis Gl. 4.27 sowie Abb. 4.2 und Abb. 4.3. Die positiven Löcher im Halbleiterdetektor entsprechen den Ionen in der Ionisationskammer. Der einzige Unterschied besteht darin, dass die Löcher nur 2-3 mal, und nicht wie die Ionen um drei Größenordnungen, langsamer sind als die Elektronen.

4.2 Detektoren mit Nachweis der Ionisation durch Emission von Licht

In Festkörpern wird der von geladenen Teilchen durch Ionisierung oder Anregung übertragenen Energie zum Teil durch die Emission von Photonen wieder abgegeben. Im Idealfall ist die Intensität des emittierten Lichts proportional zur Teilchenenergie. Zum Nachweis der Photonen werden Sekundärelektronenvervielfacher (SEV) verwendet (hier ist das englische Wort *Photomultiplier* gebräuchlicher), deren Empfindlichkeit so weit gesteigert werden kann, dass wenige Photonen genügen, um leicht messbare Stromimpulse zu erzeugen. Letzten Endes liegt auch hier wie bei den Zählrohren die Information über ein nachzuweisendes Teilchen in Form elektrischer Impulse vor

4.2.1 Der Szintillationsdetektor

Der Szintillationsdetektor ist neben der Ionisationskammer der älteste in der Kernphysik verwendete Detektor. Seine Wirkungsweise beruht auf dem Prinzip, dass bestimmte anorganische Substanzen wie ZnS, NaJ und organische Verbindungen wie Plastik und Anthrazen von ionisierender Strahlung zur Emission von Licht angeregt werden. So wurden von Rutherford und seinen Mitarbeitern bei der Untersuchung der Streuung von α -Teilchen an Kernen die Lichtblitze beobachtet und gezählt, die von den α -Teilchen beim Auftreffen auf einen ZnS-Schirm hervorgerufen wurden. Seine volle Bedeutung hat der Szintillationsdetektor erst erlangt, seitdem man nicht mehr mit dem Auge beobachtet, sondern elektronische Lichtdetektoren einsetzt. Häufig werden Photomultiplier verwendet, wobei inzwischen auch immer mehr Halbleiterphotodioden zum Einsatz kommen. Ein Szintillationsdetektor ist also die Kombination aus einem Szintillator, der die Energie der ionisierenden Strahlung in sichtbares Licht umwandelt und einem Photodetektor, der daraus einen elektrischen Puls erzeugt, dessen Amplitude bzw. Ladung proportional zu der im Szintillator deponierten Energie ist. Das Signal wird in der Regel elektronisch weiter verarbeitet und mit einem ADC (Analog-Digital-Wandler) digitalisiert.

Der klassische Photomultiplier (PMT = Photo Multiplier Tube) besteht aus mehreren beschichteten Metallelektroden, die sich in einer geschlossenen, evakuierten Glasröhre befinden (siehe Abb. 4.16). Das Licht tritt an einem Ende des PMT ein und trifft auf die Photokathode (PK). Die Photokathode ist in der Regel eine Bi-Alkalischicht, die auf das Eintrittsfenster aufgedampft wurde und die mit der Spannungsversorgung des PMT verbunden ist. Der Szintillator wird direkt vor die Photokathode des PMT gebracht. Nur etwa jedes dritte bis vierte Photon erzeugt durch Photoeffekt ein Photoelektron, das aus der Kathode austritt und durch elektrische Felder mit Hilfe von Fokussierelektroden auf die erste einer Reihe von gebogenen Metallelektroden, den sogenannten Dynoden (Dy_i), beschleunigt wird. Die Dynodenbleche sind mit einem Material beschichtet, aus dem ein eintreffendes Elektron mit ausreichender Energie mehrere Sekundärelektronen auslösen kann. Die Dynodenkette wird Sekundärelektronenvervielfacher genannt und ist der eigentliche Verstärker des Photomultipliers. Es können Verstärkungsfaktoren von 10 bis 10^8 erreicht werden. Der Verstärkungsfaktor hängt neben der Anzahl, Geometrie und Beschichtung der Dynoden besonders von der Beschleunigungsspannung zwischen den Dynoden ab. Am Ende der Dynodenkette befindet sich die Anode (An), über die der verstärkte Photoelektronenpuls aufgefangen und weitergeleitet wird. Photokathode, Dynoden und Anode sind über elektrische Durchführungen am anderen Ende des PMT mit der Außenwelt verbunden. Die verschiedenen Potentiale werden in der Regel über einen passiven Spannungsteiler aus hochohmigen Widerständen erzeugt, der von einem Hochspannungsgerät mit einer stabilisierten Gleichspannung versorgt wird. Die benötigte Versorgungsspannung hängt von der Art des PMT und vom benötigten Verstärkungsfaktor ab und liegt für die meisten PMT zwischen 600 V und 2500 V. Eine detaillierte Beschreibung von Photomultipliern findet sich z.B. in [16].

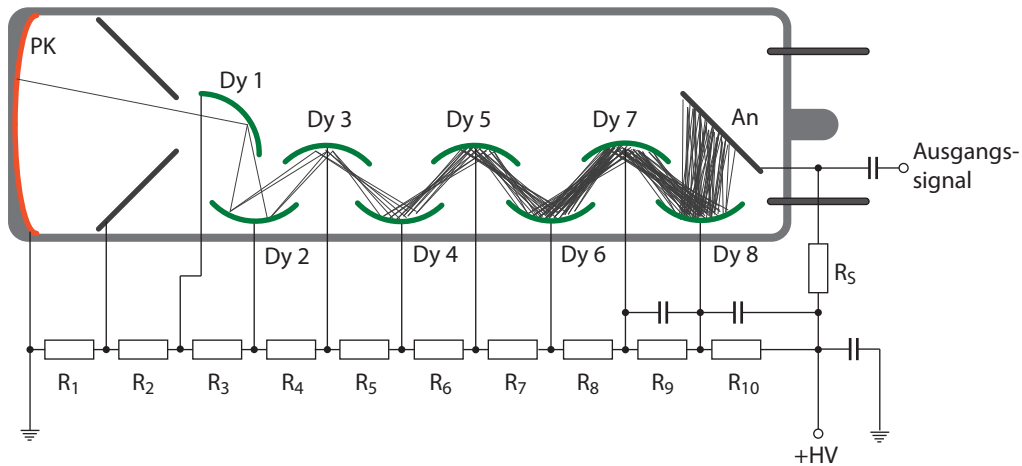


Abbildung 4.16: Schematische Darstellung eines Photomultipliers. Im evakuierten Glasgehäuse befinden sich die Photokathode (PK), die Dynoden (Dy n) des Sekundärelektronenvervielfachers und die Anode (An). Der schematisch dargestellte Spannungsteiler wird von einer positiven Hochspannungsquelle versorgt. Das Anodensignal, das zur Messelektronik geführt wird, wird über einen Kondensator von der Hochspannung entkoppelt.

Ein Szintillator wird durch die folgenden Größen charakterisiert:

1. **Die absolute Szintillationsempfindlichkeit S** Sie gibt den Bruchteil der im Szintillator deponierten Energie E an, der als Energie des Fluoreszenzlichts wieder abgegeben wird. Wird den Lichtquanten eine mittlere Energie E_F zugeschrieben, dann ist sie gegeben durch

$$S = N(E) \cdot \frac{E_F}{E} \quad (4.50)$$

wobei $N(E)$ die von der Teilchenenergie abhängige Anzahl der erzeugten Quanten ist. S soll groß sein, weil die Energieauflösung umso besser ist, je mehr Photonen entstehen. Die restliche Energie, die im Szintillator deponiert wurde, wird über sogenannte strahlungslose Übergänge abgegeben in Form von Phononen.

2. **Die Lage des Emissionsspektrums** Die Energieauflösung wird auch bestimmt durch die Anzahl der vom Fluoreszenzlicht auf der Photokathode freigesetzten Elektronen. Je mehr Elektronen emittiert werden, umso weniger schwankt ihre Anzahl, und umso besser ist die Energieauflösung. Die Anzahl der Elektronen ist am größten, wenn das Emissionsspektrum im Bereich der maximalen Empfindlichkeit der Photokathode des PMT liegt.
3. **Die Lichtausbeute oder die spezifische Lichtausbeute** Die Lichtausbeute L ist definiert als die gesamte vom Szintillator in Form von Licht abgestrahlte Energie

$$L = N(E) \cdot E_F = S \cdot E \quad (4.51)$$

Die spezifische Lichtausbeute ist die auf der Strecke dx im Szintillator abgestrahlte Energie

$$\frac{dL}{dE} = S \cdot \frac{dE}{dx} \quad (4.52)$$

Auf den ersten Blick scheint es, dass die Lichtausbeute der Größe S äquivalent sei, denn aus den oben stehenden Gleichungen lässt sich ableiten

$$\frac{dL}{dE} = \frac{L}{E} = S = \text{konst.} \quad (4.53)$$

In Sonderfällen, nämlich dann, wenn die primäre Ionisation klein ist, wie z.B. bei Elektronen, ist diese Gleichung auch richtig. Die Größe der Primärionisation hat in diesem Fall keinem Einfluss auf die Emission. Ist die Primärionisation und damit S aber groß, wird die Emission zugunsten strahlungsloser Übergänge unterdrückt, ein Prozess, der in der englischsprachigen Literatur Quenching genannt wird. Für die spezifische Lichtausbeute hat man dann den Ausdruck

$$\frac{dL}{dx} = \frac{S \cdot \frac{dE}{dx}}{1 + q \cdot B \cdot \frac{dE}{dx}} \quad (4.54)$$

S ist auch hier die Szintillationsempfindlichkeit ohne das von der Ionisation verursachte Quenching, B ist eine Konstante, und q ist der Quenching-Parameter, der den Bruchteil der strahlungslosen zur Gesamtzahl der Übergänge angibt. Die Lichtausbeute geht also nicht immer linear mit der Teilchenenergie, die Größe S ist abhängig von der Energie und der Teilchensorte.

4. Die Zerfallszeit der Szintillation Die angeregten Emissionszentren haben eine mittlere Lebensdauer τ . Der Zerfall ist statistisch und gehorcht dem von der Radioaktivität bekannten Gesetz. Die Intensität des Fluoreszenzlichts zur Zeit t nach der Anregung ist

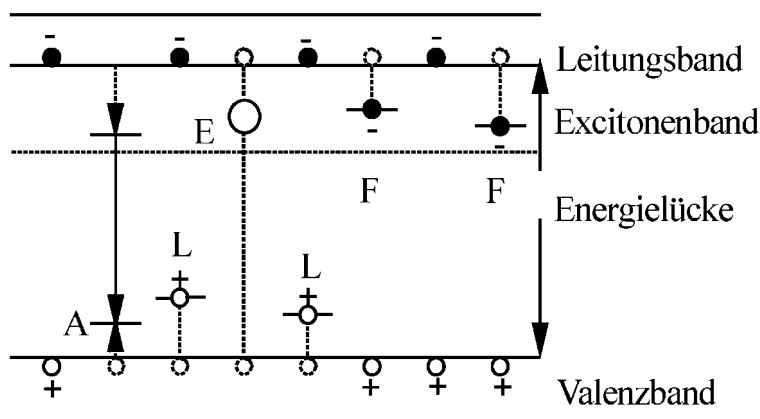
$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (4.55)$$

Die mittlere Lebensdauer oder Zerfallszeit τ ist eine wichtige, den Szintillator charakterisierende Größe, sie bestimmt nämlich die Zeitauflösung. Sie liegt für manchen organischen Szintillatoren bei 10^{-9} s, für die anorganischen kann sie bis zu 10^{-7} s betragen. Diese Komponente, man nennt sie die schnelle, macht den Hauptteil des Fluoreszenzlichts aus. Daneben gibt es meist noch eine schwächere Komponente, die ungefähr 10% der Intensität ausmacht, ebenfalls einem exponentiellen Zerfallsgesetz gehorcht, aber durch eine wesentlich längere Zerfallskonstante (bis zu 10^{-4} s) hat. Sie entsteht beim Zerfall von langlebigen, metastabilen Zuständen. Liegen diese metastabilen Zustände nur wenig unter den schnell zerfallenden, ist außerdem eine dritte Komponente im emittierten Licht zu beobachten, die ebenfalls sehr langsam abklingt, ohne aber einem exponentiellen Zerfallsgesetz zu folgen. Sie ist als Nachleuchten eines Szintillators bekannt und entsteht durch thermische Anregung der metastabilen Zustände in die höher liegenden mit der kurzen Zerfallszeit. Die langlebige und die verzögerte Komponente der Lumineszenz sind in nennenswerter Intensität nicht erwünscht, da sie langsam ansteigende Impulse verursachen. Weiter unten werden die verschiedenen Formen der Lumineszenz nochmals genauer besprochen.

Die hier angeführten, für die Szintillatoren charakteristischen Größen werden experimentell bestimmt. Die theoretische Vorhersage ist wegen der Vielzahl der beteiligten Prozesse nur näherungsweise möglich. Im Folgenden werden die physikalischen Vorgänge bei der Szintillation besprochen. Sie sind unterschiedlich in organischen und anorganischen Materialien.

4.2.1.1 Der anorganische Szintillator

Der anorganische Szintillator ist ein Kristall. Seine Wirkungsweise wird durch das Bändermodell beschrieben. Die unteren Bänder eines Kristalls sind vollständig, das Valenzband teilweise mit Elektronen besetzt. Über dem Valenzband liegt, durch die Energielücke E_g getrennt, das Leitungsband. Es ist in Grundzustand unbesetzt. Der reine Kristall ist deshalb elektrisch nicht leitend.



A=Aktivatorzentrum E=Exciton

F=Falle für Elektron L=Falle für Loch

Abbildung 4.17: Bändermodell eines anorganischen Szintillators.

Durch ionisierende Strahlung oder durch Absorption von Licht kann der Kristall angeregt werden. Es finden dann Übergänge aus den besetzten Bändern, besonders aus dem Valenzband in das Leitungsband statt. Die Elektronen im Leitungsband sind ebenso wie die zurückbleibenden, positiv geladenen Löcher im Valenzband frei beweglich: der Kristall ist elektrisch leitend.

Die freien Elektronen rekombinieren mit den Löchern. Dabei wird die Anregungsenergie abgegeben. Im idealen Kristall können dabei nur Phononen angeregt aber keine Photonen emittiert werden. Die optischen Übergänge sind durch das Pauliprinzip verboten. Die Elektronen im Leitungsband verlieren nämlich sehr schnell (ca. 10^{-13} s) nach der Anregung ihre kinetische Energie durch elastische Stöße und befinden sich dann an der unteren Bandkante, die dem Impuls $k = 0$ entspricht. Zustände mit $k = 0$ sind aber im Valenzband besetzt, ein Übergang ist nicht möglich. Ideale Kristalle sind deshalb keine Szintillatoren.

In Wirklichkeit zeigen aber auch reine Kristalle Lumineszenz, wenn sie angeregt werden. Gitterfehler sind immer vorhanden, sei es, dass Gitterstellen nicht besetzt sind, sei es, dass sich Überschussionen auf Zwischengitterplätzen befinden. Letztere werden in Kristallen, die als Detektoren verwendet werden sollen, absichtlich durch Dotieren mit Fremdatomen erzeugt. Ein Beispiel dafür ist die Dotierung eines NaJ-Kristalls mit Thallium-Ionen in dem am meisten verwendeten anorganischen Szintillator, dem NaJ(Tl). Es entstehen auf diese Weise die sogenannten Aktivatorzentren, welche die Szintillation durch die folgenden Prozesse entscheidend bestimmen.

1. **Der Einfang von Excitonen** Excitonen sind elektrisch neutrale Quasi-Teilchen, die durch Korrelation eines freien Elektrons mit einem Loch entstehen. Sie können durch den Kristall diffundieren, ihre Energie liegt knapp unterhalb des Leitungsbandes, im sog. Excitonenband. Die Aktivatorzentren, deren Grundzustände nur wenig über dem Valenzband liegen, können Excitonen einfangen, wobei sie in angeregte Zustände unterhalb der Kante des Leitungsbandes übergehen. Es sind diese angeregten Zentren, die wesentlich für die Szintillation sind. Bei der Rückkehr in den Grundzustand werden nämlich mit großer Wahrscheinlichkeit Photonen emittiert, die schnelle Komponente der Fluoreszenz. Nur ein kleiner Teil der Anregungsenergie geht strahlungslos in Phononen über.
2. **Der Einfang von freien Elektron-Loch-Paaren** Ohne vorher ein Exciton gebildet zu haben, können diffundierende Elektronen und Löcher direkt an einem Zentrum rekombinieren und dieses anregen.

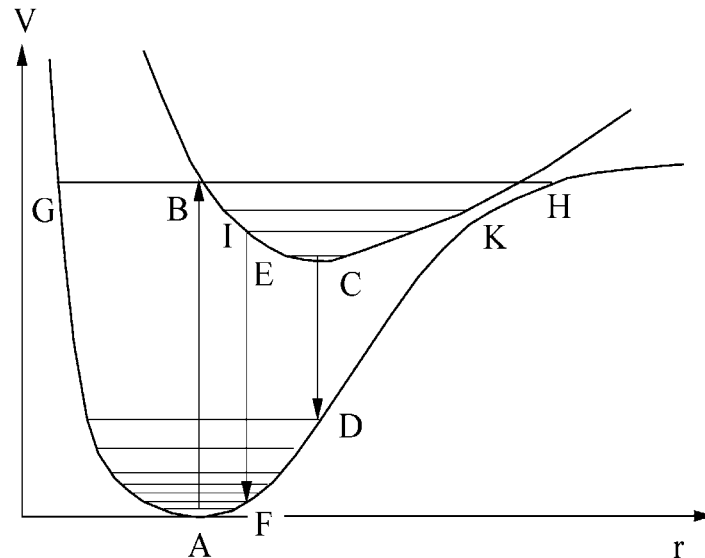


Abbildung 4.18: Termschema eines Aktivatorzentrums.

3. Der Einfang von freien Ladungsträgern Die Aktivatorzentren können Elektronen oder Löcher einfangen. Sie wirken dann als Falle für die Ladungsträger. Sind sie besetzt, liegen ihre Energien nahe an den Bandkanten. Sie bleiben besetzt, bis sie mit diffundierenden Ladungen des anderen Vorzeichens rekombinieren oder in die benachbarten Bänder übergehen, indem sie aus der Umgebung Wärmeenergie aufnehmen. Diese thermische Anregung der Ladungen in den Fallen ist die Ursache der verzögerten Fluoreszenz.

Ein Aktivatorzentrum und die beim Einfang eines Excitons ablaufenden Vorgänge lassen sich in einem Modell beschreiben, das in enger Analogie zur Molekülphysik steht. Auch im Kristall haben die Zentren diskrete Anregungszustände, da sie sich wegen der geringen Konzentration nicht gegenseitig beeinflussen. Sie entsprechen den verschiedenen Elektronenzuständen eines Moleküls. Ein Zentrum ist im Gitter gebunden und kann um seine Gleichgewichtslage Schwingungen ausführen. Wie beim Molekül sind deshalb die weit auseinander liegenden Elektronenzustände in eng nebeneinander liegende Schwingungszustände aufgespalten. In Abb. 4.18 sind die Potentialkurven für den Grundzustand und einen angeregten Zustand eines Zentrums in Abhängigkeit von der Auslenkung der Schwingung dargestellt. Für jede Kurve sind auch die tiefsten Schwingungsterme eingezeichnet, wovon der unterste jeweils dem Ruhezustand entspricht. Die quantenmechanische Aufenthaltswahrscheinlichkeit hat ein Maximum in der Mitte der Nullpunktsamplitude, so dass die Ruhelagen durch die Minima der Potentialkurven bestimmt sind. Die Besetzungsdichte der Schwingungszustände ist eine Funktion der Temperatur und wird durch die Boltzmannverteilung beschrieben. Bei Zimmertemperatur sind nur wenige Schwingungszustände besetzt.

Wird ein Aktivatorzentrum durch Einfang eines Excitons angeregt, dann geht es längs der senkrechten Linie AB in den höheren Elektronenzustand über. Senkrecht ist der Übergang deshalb, weil er nach dem Franck-Condon-Prinzip schnell gegenüber der Schwingungsbewegung des Zentrums ist, das deshalb während der Anregung am selben Ort bleibt. Das angeregte Zentrum befindet sich somit auch in einem angeregten Schwingungszustand. Von dort sind drei Wege zurück zum Grundzustand möglich: erstens kann spontan ein Photon emittiert werden, zweitens kann es zunächst strahlungslos in tiefer liegende Schwingungszustände übergehen, ehe es ein Photon emittiert. Die dritte Möglichkeit ist der direkte strahlungslose Übergang in den Grundzustand. Bei allen strahlungslosen Übergängen werden Gitterschwingungen (Phononen) des Kristalls angeregt. Das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten für die Übergänge der beiden ersten Wege bestimmt die Form des optischen Emissionsspektrums. Meistens sind die optischen

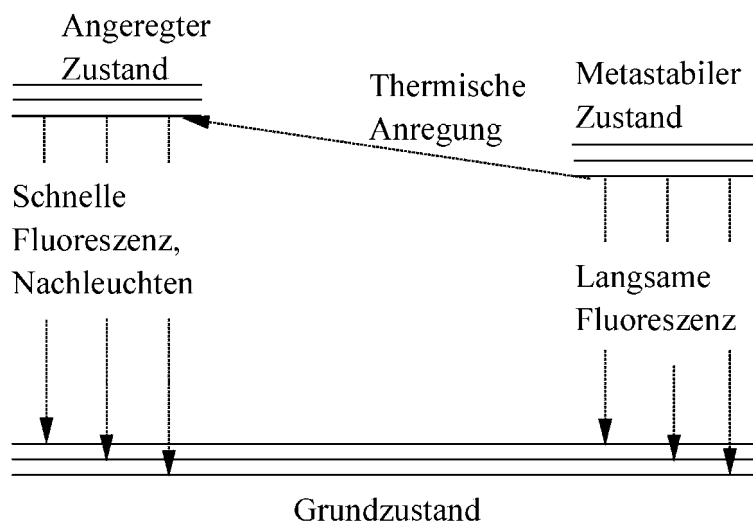


Abbildung 4.19: Die verschiedenen Formen der Lumineszenz.

Übergänge langsamer, so dass das Spektrum bei der durch die Strecke CD gegebenen Energie liegt und gegenüber der Anregungsenergie stark verschoben ist. Sind sie dagegen schnell, können sie auch aus angeregten Schwingungszuständen stattfinden, z.B. entlang EF, das Spektrum ist dann weniger verschoben und außerdem verbreitert. Meist enden die Übergänge in Schwingungszuständen des Grundzustandes, deren Energie letztlich ebenfalls an das Gitter abgegeben wird.

Die mittlere Lebensdauer der angeregten Zustände eines Aktivatorzentrums ist typischerweise 10^{-7} s. In einem Kristall, in dem viele gleichartige Zentren gleichzeitig angeregt sind, nimmt die Intensität des emittierten Lichts nach einem exponentiellen Zerfallsgesetz mit einer festen Zeitkonstanten, der Abklingzeit der Szintillation, im Laufe der Zeit ab. Dieser Vorgang ist die normale Fluoreszenz.

Der dritte Weg, der direkte strahlungslose Übergang, ist besonders wahrscheinlich in Bereichen, in denen sich die Potentialkurven annähern oder sich gar schneiden. In Abb. 4.18 ist z.B. ein Übergang aus dem Schwingungsniveau IK des angeregten Elektronenzustandes in das Schwingungsniveau GH des Grundzustandes möglich. Dann wird die gesamte Anregungsenergie an den Kristall abgegeben. Dies ist das Quenching. Es tritt immer dann auf, wenn das Niveau IK besetzt ist. Geschieht dies durch thermische Anregung der tieferen Schwingungszustände, nimmt die Häufigkeit des Quenching mit steigender Temperatur zu. Je nach Lage der Potentialkurven der Aktivatorzentren können demnach entweder die spontane Emission von Licht oder die strahlungslosen Übergänge dominieren, man spricht dann von Lumineszenz- oder von Quenching-Zentren. Jedes Aktivatorzentrum hat mehrere angeregte Zustände. Darunter kann es solche geben, für die der optische Übergang zum Grundzustand durch Auswahlregeln, wie z.B. das Singulett-Triplett Interkombinationsverbot, stark behindert ist. Ist dazu noch die Wahrscheinlichkeit des Quenchings klein, dann können solche Zustände relativ lange leben. Sie werden deshalb als metastabil bezeichnet. In Abb. 4.19 ist ein solcher metastabiler Zustand schematisch im Termschema eines Aktivatorzentrums, zusammen mit einem angeregten normalen und dem Grundzustand, gezeichnet. Beim Excitonen- oder Ladungseinfang werden beide angeregten Zustände besetzt. Nach kurzer Zeit befinden sich beide im jeweils niedrigsten Schwingungszustand, wenn die Relaxation der angeregten Schwingungszustände schnell ist. Beim Zerfall des angeregten normalen Zustandes wird das bereits erwähnte schnelle Fluoreszenzlicht emittiert. Sein Spektrum ist nicht scharf, sondern wegen der eng benachbarten Schwingungsterme des Grundzustands kontinuierlich. Daneben gibt es eine weitere Komponente, die beim optischen Zerfall

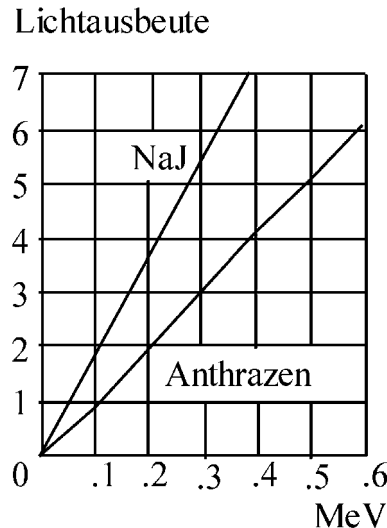


Abbildung 4.20: Lichtausbeute für Elektronen als Funktion der Energie.

des metastabilen Zustands entsteht. Sie hat, bedingt durch die lange Lebensdauer des Zustands, eine wesentlich längere Zerfallszeit und ist zu kleineren Energien hin verschoben. Wie die schnelle gehorcht auch die langsame Komponente einem exponentiellen Zerfallsgesetz.

Die dritte Komponente entsteht, wenn der metastabile Zustand nur wenig unterhalb des angeregten normalen liegt. Dann können durch thermische Anregung Übergänge zum oberen Zustand stattfinden, der dann mit der Zerfallszeit und dem Spektrum der schnellen Fluoreszenz zerfällt. Das Zeitverhalten ist somit bestimmt durch die Rate der thermischen Übergänge, es ist nicht mehr exponentiell. Dies ist das Nachleuchten, das einigen Sekunden dauern kann.

4.2.1.2 Der organische Szintillator

Es gibt viele organische Substanzen, die durch ionisierende Strahlung zur Lumineszenz angeregt werden. Sie lassen sich in drei Gruppen einteilen.

- 1. Die molekularen Kristalle**, die aus lauter gleichen Molekülen ohne Zusätze bestehen. Dazu gehören z.B. Anthracen und Stilben.
- 2. Die festen Lösungen.** Das sind feste Substanzen, meist Plastik oder andere Polymere, die selbst keine Lumineszenz zeigen, und denen in geringen Mengen andere Moleküle als Lumineszenzzentren beigemischt sind.
- 3. Flüssige Szintillatoren.** Sie sind wie die festen Lösungen, nur ist bei ihnen der Grundbestandteil eine organische Flüssigkeit. Verwendet werden z.B. Paraffine oder Toluol. Es ist inzwischen eine Vielzahl von Molekülen bekannt, die in Lösung bei Anregung Lumineszenz zeigen. Zu den bekanntesten zählen PPO (2,5-Diphenyloxazol) und POPOP (1,4-bis-2(Phenyloxazolyl)-Benzol).

Die organischen Szintillatoren werden nicht durch das Bändermodell beschrieben. Die Wechselwirkung der Moleküle in den molekularen Kristallen untereinander und auch die der Zentren mit Molekülen der Lösungen sind so schwach, dass ihre Energiezustände nicht oder nur wenig durch die Nachbarn beeinflusst werden. Man hat es also mit diskreten Elektronenzuständen zu tun, denen Schwingungszustände überlagert sind. Das Termschema ist analog zu dem der Aktivatorzentren in Abb. 4.18, und entsprechend sind auch die physikalischen Prozesse, die bei

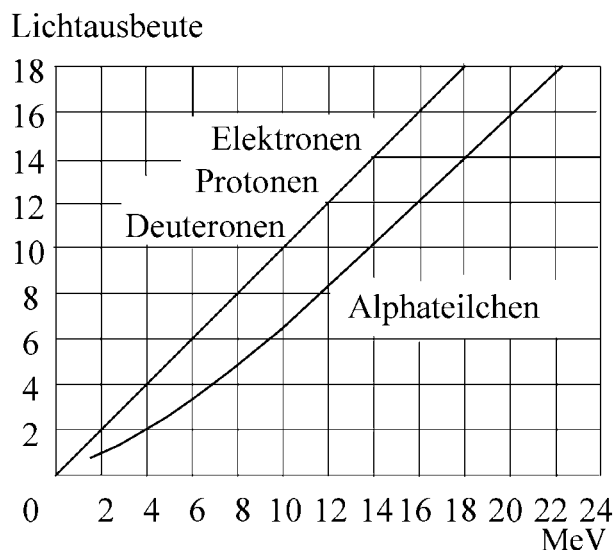


Abbildung 4.21: Lichtausbeute von NaJ(Tl) für verschiedene Teilchen als Funktion der Energie.

der Szintillation stattfinden. Nur die Anregung der Zentren verläuft etwas anders. Sie erfolgt entweder durch Photonen oder strahlungslos über Excitonen aus dem Ionisierungskanal.

4.2.1.3 Vergleich der anorganischen und organischen Szintillatoren

Anorganische und organische Szintillatoren unterscheiden sich in ihren Eigenschaften und sind deshalb für bestimmte Anwendungen nicht in gleicher Weise geeignet. Im Folgenden werden die beiden Arten einander gegenübergestellt, wobei als Vertreter der anorganischen NaJ(Tl) und für die organischen Anthrazen ausgewählt werden.

Die Lichtausbeute der anorganischen Szintillatoren ist beträchtlich größer als die der organischen. Dies geht aus Abb. 4.20 hervor, in der die Lichtausbeute in willkürlichen Einheiten für Elektronen bis 600 keV aufgetragen ist. Sie verläuft in NaJ(Tl) völlig linear mit der Energie, während sie in Anthrazen bei kleinen Energien leicht nichtlinear und im ganzen Bereich nur annähernd halb so groß ist. Sie hängt auch von der Teilchensorte ab, wie es die Abb. 4.21 für verschiedene Teilchen in NaJ(Tl) zeigt: sie ist gleich für Elektronen, Protonen und Deuteronen, für α -Teilchen hat sie kleinere Werte. Auch hier ist für die leichteren Teilchen die Abhängigkeit von der Energie linear. Für die schwereren und doppelt geladenen α -Teilchen zeigt sich ein Abweichen von der Linearität. In Anthrazen ist diese Abweichung noch ausgeprägter, hier ist sie auch schon bei den anderen schweren Teilchen zu beobachten. Aus der Abb. 4.22 ist zu entnehmen, dass sich nur für die Elektronen eine Gerade ergibt. Auffallend ist auch die sehr starke Abnahme der Lichtausbeute mit zunehmender Masse und Ladung der Teilchen. Beide Erscheinungen erklären sich mit der Bethe-Bloch-Formel (Gl. 3.4 und Gl. 3.8). Nach ihr nimmt die Ionisierungsdichte linear mit der Masse und quadratisch mit der Ladung der Teilchen zu und geht für alle Teilchen durch ein Maximum bei kleinen Energien. Bei hohen Ionisierungsdichten rekombiniert ein Teil der Ladungsträger, bevor die Energie auf die Lumineszenzzentren übertragen ist, d.h. die strahlungslosen Prozesse nehmen auf Kosten der Quantenausbeute zu, und zwar umso mehr, je höher die Ionisierungsdichte ist. Die Lichtausbeute bei einer bestimmten Energie ist deshalb umso kleiner, je größer die Masse und die Ladung sind. Sie geht nur dann linear mit der Energie, wenn keine Rekombination stattfindet. Die Abweichung von der Linearität tritt deshalb besonders bei kleinen Energien hervor.

Zur Energiemessung von Teilchen eignet sich aus zwei Gründen NaJ(Tl) besser als Anthrazen. Einmal genügt wegen der Linearität eine einzige Eichmessung mit Teilchen bekannter Energie,

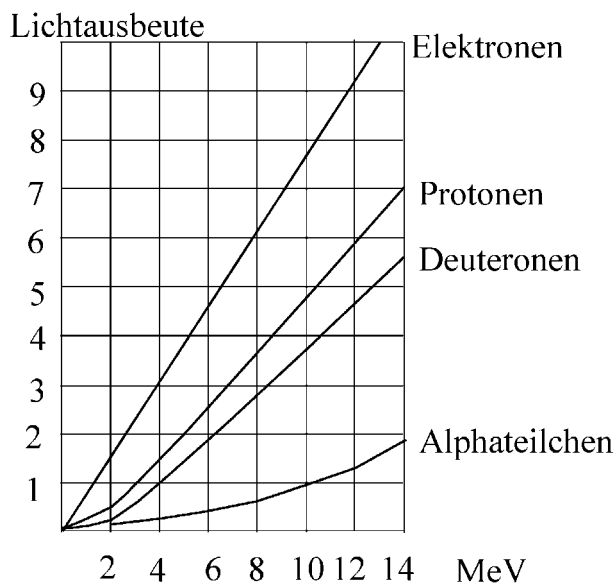


Abbildung 4.22: Lichtausbeute in Anthrazen für verschiedene Teilchen als Funktion der Energie.

um die Energien von Elektronen, Protonen und Deuteronen im ganzen angegebenen Bereich zu bestimmen. Bei Anthrazen muss für jede Sorte eine eigene Eichkurve aufgenommen werden. Zum anderen ist die Lichtausbeute insgesamt größer. Deshalb erreichen mehr Photonen die Photokathode des Photomultipliers und lösen dort auch mehr Elektronen aus. Die statistischen Schwankungen des Elektronenstroms werden somit kleiner und die Energieauflösung des Detektors verbessert sich.

Dagegen sind die organischen Szintillatoren besser geeignet für schnelle Koinzidenzmessungen (darunter versteht man solche mit Auflösungszeiten von Nanosekunden) und für genaue Zeitmessungen. Das liegt an den kurzen Abklingzeiten der Fluoreszenz. Sie sind $3 \cdot 10^{-8}$ s in Anthrazen, $8 \cdot 10^{-9}$ s in Plastik, aber $2.5 \cdot 10^{-7}$ s in NaJ(Tl). In den organischen Substanzen ist die Lichtemission um bis zu zwei Größenordnungen schneller. Entsprechend kurz sind die Anstiegszeiten der Elektronenimpulse im PMT, was die Voraussetzung für schnelle Zeitmessungen ist. Die Empfindlichkeit, d.h. das Verhältnis der Zahl der nachgewiesenen zur Zahl der eintreffenden Teilchen, ist für geladene Teilchen in beiden Szintillatoren gleich. Sie ist praktisch gleich eins. Für den Nachweis von γ -Quanten allerdings sind die anorganischen Kristalle vorzuziehen, da sie eine größere mittlere Ordnungszahl haben ($\bar{Z} = 32$ für NaJ(Tl) und deshalb der Photoeffekt häufiger ist. In Plastiksintillatoren ($\bar{Z} = 2.7$) ist der Photoeffekt nicht mehr zu beobachten. Andererseits eignen sich die organischen Verbindungen gut zum Nachweis von Neutronen, da sie Protonen enthalten, denen die Neutronen bei der Streuung beträchtliche Energie übertragen (Rückstoßzähler siehe Kapitel 3.2.1.1). Die anorganischen Szintillatoren sind für Neutronen unempfindlich.

4.2.1.4 Die Impulsform des Szintillationszählers

An der Anode des PMT liege der Arbeitswiderstand R und parallel dazu die Kapazität C (inklusive der Streukapazitäten der Anordnung). Der Abfall der Szintillation werde durch das Exponentialgesetz Gl. 4.55 beschrieben. Der Spannungsverlauf am Widerstand ist dann

$$U(t) = \frac{Q_0}{C} \cdot \frac{RC}{RC - \tau} \cdot \left(e^{-t/\tau} - e^{-t/RC} \right) \quad (4.56)$$

Tabelle 4.2: Vergleich der Eigenschaften von organischen und anorganischen Szintillatoren. ε ist die Empfindlichkeit.

	Abklingzeit	Energieauflösung	Zeitauflösung	ε für gelad. Teilchen	ε für γ	ε für n
NaJ(Tl)	$2,5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$	gut	schlecht	nahe 1	10-30% bei 1 MeV und 5 mm	keine
Plastik	$8 \cdot 10^{-9} \text{ s}$	schlecht	gut	nahe 1	2-5% bei 1 MeV und 5 mm	Protonen-Rückstoß

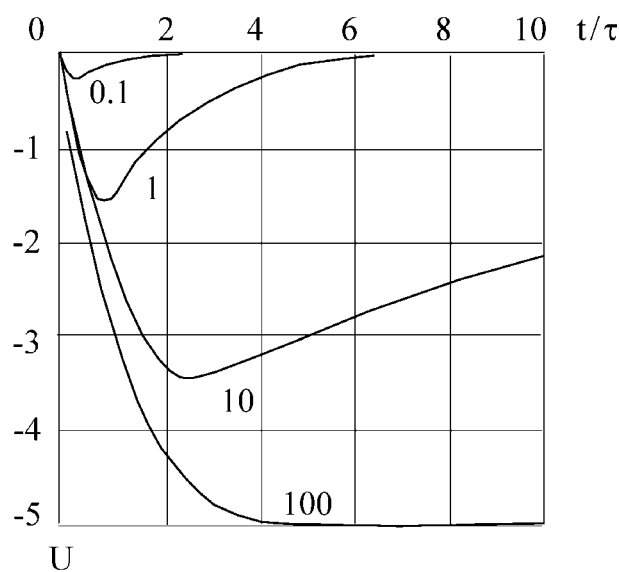


Abbildung 4.23: Impulsform eines Szintillationszählers.

Q_0 ist die gesamte Ladung, die an die Kathode gelangt. Bei der Ableitung dieser Gleichung ist die Annahme gemacht, dass der Stromimpuls, den ein einzelnes von der Kathode emittiertes Elektron an der Anode erzeugt, Gaußform hat mit einer Breite, die klein ist gegenüber τ .

In Abb. 4.23 sind die Impulse in Abhängigkeit von der Zeit für verschiedene Integrationszeitkonstanten $T = RC$ in willkürlichen Einheiten dargestellt. Parameter der Kurven ist $K = RC/\tau$. Es zeigt sich, dass bei schwacher Integration (K klein) die Impulse schnell ansteigen, aber klein sind, da ein großer Teil der Ladung während der Integration schon abfließt. Für die genaue Messung der Impulshöhen und damit von Q_0 ist starke Integration erforderlich (großes K). Dann steigen die Impulse aber langsamer an als bei kleinem K . Sie sind auch sehr lang, weshalb man nur mit begrenzten Zählraten messen kann, um Summeneffekte zu vermeiden. Hier zeigt es sich wieder, dass man gute Zeit- und Energieauflösung nicht ohne weiteres gleichzeitig haben kann.

Kapitel 5

Die Verarbeitung der Detektorsignale

Alle Detektoren, die im Praktikum verwendet werden, erzeugen elektrische Impulse, welche die gesamte Information über die nachgewiesenen Teilchen enthalten. Je nach Detektor ist das nicht immer die gleiche. So besteht sie beim Auslösezählrohr nur in der Feststellung, dass ein beliebiges ionisierendes Teilchen vorhanden war. Im Allgemeinen umfasst sie die Größe der vom Teilchen deponierten Energie und den Zeitpunkt, zu dem es in den Detektor gelangt ist. Bei geladenen Teilchen ist die deponierte gleich der kinetischen Energie, sofern sie im Detektor gestoppt werden. In diesem Fall enthält das Signal implizit über die Bethe-Bloch-Formel auch Information über Masse und Ladung und damit über die Identität der Teilchen.

Die Information über die Energie ist in analoger Form durch die Größe der elektrischen Impulse gegeben, der Zeitpunkt des Eintreffens ist korreliert mit dem Zeitpunkt des Auftretens der Impulse. Die Genauigkeit, mit der sie vorliegt, ist von Detektor zu Detektor verschieden. Sie hängt ab von den statistischen Prozessen, die bei der primären Ionisation und bei der nachfolgenden Ausbildung der Impulse eine Rolle spielen.

Die elektrischen Impulse aus den Detektoren werden in elektronischen Schaltkreisen verarbeitet mit dem Ziel, die analoge und zeitliche Information möglichst vollständig zugänglich zu machen. Im Idealfall bedeutet ersteres, die Energie- und Zeitauflösung so weit zu treiben, dass sie nur vom Detektor selbst begrenzt sind. Letzteres heißt die analoge Information zu digitalisieren. In den meisten Fällen wird in einem kernphysikalischen Experiment nach einer Zahl gefragt. Man möchte wissen, wie viele Teilchen mit einer bestimmten Energie oder von einer bestimmten Sorte zu einer bestimmten Zeit nachgewiesen werden.

Die Nachweiselektronik kann in drei Teile gegliedert werden. Unmittelbar vom Detektor gelangt der Impuls in den Analogteil, wo er verstärkt und für die Weiterverarbeitung geeignet geformt wird. Die optimalen Impulsformen sind dabei je nach Experiment verschieden. Zur Energiemessung müssen die Impulse meist integriert werden, während für die Zeitbestimmung kurze, differenzierte Impulse erforderlich sind.

Im nächsten Schritt werden die analogen Impulse in digitale umgewandelt. Dieser Teil der Elektronik heißt Analog-zu-Digital-Konverter (ADC, das C steht für das englische *Converter*). Wie später besprochen wird, geht dabei ein Teil der Information verloren. Meist ist der ADC ein Vielkanalanalysator (VKA), der Energie- oder Zeitspektren aufnimmt. In manchen Fällen, wenn z.B. nur der niederenergetische Teil eines Spektrums abgetrennt werden soll, genügt ein einfacher Diskriminator.

Im dritten Teil werden die digitalen Messgrößen ausgegeben, sei es durch Zähler, Drucker oder zur Weiterverarbeitung auf Datenträgern. Bei den meisten Versuchen des Praktikums steckt die VKA-Elektronik als Karte in einem Computer und wird über Software ausgelesen und abgespeichert.

Im Folgenden werden die einzelnen Teile der Nachweiselektronik genauer besprochen. Dabei werden nur deren Funktion und die prinzipielle Wirkungsweise behandelt. Es wird kein Wert auf

schaltungstechnische Einzelheiten und ausführliche Beschreibungen gelegt, die in Lehrbüchern für Elektronik zu finden sind.

5.1 Der Analogteil

Die Impulse, wie sie von den Detektoren geliefert werden, sind Stromimpulse einer bestimmten Dauer. Was man misst ist letzten Endes eine Ladung, die proportional zur deponierten Energie ist. Die Stromimpulse werden zunächst in Spannungsimpulse umgewandelt, die dann verstärkt und geformt werden. Das macht man aus folgenden Gründen.

- 1. Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses.** Der Stromimpuls ist immer begleitet von statistischen Schwankungen, die zum Teil im Detektor selbst, zum Teil in den Widerständen und Kapazitäten entstehen, durch die er angekoppelt wird. Dieses sog. Rauschen kommt von der Quantennatur der elektrischen Ladungen und hat ein weißes Spektrum, d.h. alle Frequenzen sind darin mit der gleichen Wahrscheinlichkeit vertreten. Die für die Impulsformung erforderliche Bandbreite umfasst aber nur einen Teil des gesamten Spektrums, so dass es möglich ist, einen großen Frequenzanteil zu unterdrücken und auf diese Weise das Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu verbessern.
- 2. Verminderung von Summeneffekten.** Soll in einem Experiment eine bestimmte Zählrate verarbeitet werden, dann müssen die Impulse hinreichend kurz sein. Andernfalls überlappen sie sich, das sog. *Pile-up* tritt auf. In diesem Fall ist die Höhe eines Impulses nicht mehr dem Energieverlust des Teilchens proportional, da er einen Anteil des unmittelbar vorausgegangenen enthält. Im Extremfall kann es vorkommen, dass zwei verschiedene Impulse überhaupt nicht mehr getrennt werden. Bei Impulsen von einer Millisekunde Länge tritt dies z.B. schon bei einer Zählrate von einem Kilohertz auf. Das *Pile-up* wird verhindert, indem man die Impulse aus dem Zählrohr elektronisch verkürzt.
- 3. Herstellung einer zur weiteren Verarbeitung günstigen Impulsform.** Die dem Analogteil nachfolgenden Einheiten wie Diskriminatoren und Vielkanalanalysatoren benötigen zur einwandfreien Funktion eine bestimmte Anstiegszeit und Länge der Impulse, die durch Impulsformung mit Hilfe von Differentiations- und Integrationsgliedern in den vorangeschalteten Verstärkern erreicht werden.
- 4. Erhaltung der Zeitinformation.** Die Zeitinformation eines Impulses ist in seiner Anstiegszeit enthalten. Sein Auftreten wird definiert durch den Zeitpunkt, an dem er eine bestimmte Höhe erreicht. Da jeder Impuls von Rauschen überlagert ist, besteht eine Unbestimmtheit in der Festlegung dieser Zeit, die man *Time-Jitter* nennt. Diese Unbestimmtheit ist umso kleiner, je steiler der Impuls ansteigt. Weil die kleinste Anstiegszeit durch den Detektor selbst gegeben ist, genügt es, Zeitkonstanten im Nachweiskreis zu wählen, die den Impulsanstieg nicht verlangsamen. Kleinere Zeitkonstanten sind schlecht für die Energieauflösung, da sie die Bandbreite vergrößern und das Signal-zu-Rausch-Verhältnis verschlechtern.

Eine weitere Größe, die eine Unsicherheit bei der Zeitbestimmung mit sich bringt, ist der sog. *walk*. Man versteht darunter die Zeitdifferenz, mit der physikalisch gleichzeitige Impulse, die zwar die gleiche Form, aber unterschiedliche Amplitude haben, eine vorgegebene feste Höhe erreichen. Es gibt mehrere Möglichkeiten, den *walk* in Grenzen zu halten. Eine davon ist die Verwendung schneller Impulse.

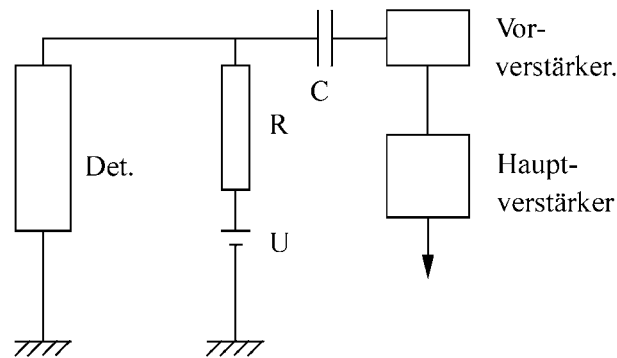


Abbildung 5.1: Die Schaltung eines Detektors.

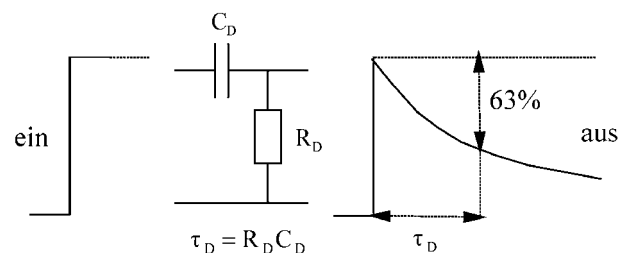


Abbildung 5.2: Einfache RC-Differentiation.

5.1.1 Die Verstärkung der Signale

Zunächst wird der vom Detektor ausgehende Stromimpuls in einen Spannungsimpuls umgewandelt. Dazu wird in Serie zum Detektor ein Widerstand R geschaltet, an dem der Abfall der anliegenden konstanten Spannung U gemessen wird (Fig.5-1). Der Spannungsabfall wird über einen Kondensator C dem Vorverstärker zugeführt.

Der Spannungsimpuls ist immer überlagert von Rauschen, das verschiedene Ursachen hat. Ein Teil kommt vom Leckstrom des Detektors. Er ist unvermeidlich, kann aber durch die Wahl der Betriebsbedingungen hinreichend klein gemacht werden. Weitere Rauschquellen sind der Arbeitswiderstand R , der Kondensator C und besonders die Verbindungskabel zwischen Detektor und Vorverstärker. Das Rauschen von R kann durch geeignete Dimensionierung, der Anteil von C durch Verwendung von rauscharmen Kondensatoren herabgesetzt werden. Das Verbindungskabel wird mit niederer Kapazität pro Längeneinheit gewählt und möglichst kurz gehalten. Aus diesem Grunde wird der Vorverstärker immer nahe am Detektor aufgestellt.

Die Vorverstärker werden meist so ausgelegt, dass die (kurze) Anstiegszeit der Impulse erhalten bleibt, während der Abfall auf ungefähr $50 \mu\text{s}$ begrenzt wird. Die Impulse sind dann kurz genug, um das Pile-up erträglich zu machen.

Die leicht vorgeformten Impulse gelangen danach zum Hauptverstärker, in dem sie verstärkt (oder abgeschwächt) und vor allem geformt werden.

5.1.2 Die Impulsformung

Geformt werden die Impulse durch Differentiation und/oder Integration mit passiven RC-Gliedern oder einer Verzögerungsleitung und anschließender Integration. Die verschiedenen Methoden werden im Folgenden besprochen. Der Eingangsimpuls wird dabei in zulässiger Idealisierung immer als unendlich langer Stufenimpuls mit der Höhe eins angesehen.

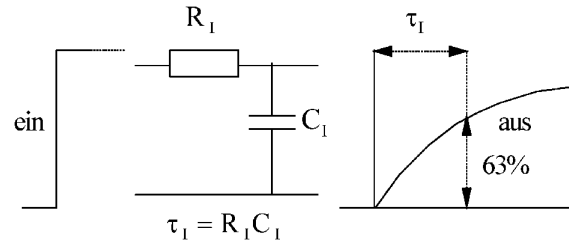


Abbildung 5.3: RC-Integration.

5.1.2.1 Einfache RC-Differentiation

Ein Kondensator mit der Kapazität C_D und ein ohmscher Widerstand R_D werden wie in Fig. 5.2 geschaltet. Der Kondensator wird augenblicklich auf die volle Höhe des Stufenimpulses aufgeladen, um sich dann über den Widerstand nach einer Exponentialfunktion mit der Zeitkonstanten $\tau_D = R_D \cdot C_D$ zu entladen. τ_D gibt die Zeit an, nach welcher der Impuls auf e^{-1} seines ursprünglichen Wertes, also um 63%, abgefallen ist. Durch die Differentiation wird der Impuls verkürzt, das konstante Plateau fällt schnell ab. Das Differentiationsglied wirkt wie ein Hochpass, der die Komponenten mit niedriger Frequenz abschwächt.

5.1.2.2 RC-Integration

Durch Vertauschen des Kondensators und des Widerstandes entsteht ein Integrierglied (Fig. 5.3). Der Kondensator mit der Kapazität C_I wird über einen Widerstand R_I aufgeladen. Es fließt zunächst ein sehr hoher Strom, so dass die gesamte Spannung am Widerstand abfällt. Die Spannung am Kondensator steigt langsam an nach dem Gesetz

$$U = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_I}} \quad (5.1)$$

mit der Zeitkonstanten $\tau_I = R_I \cdot C_I$. Das Integrierglied wirkt wie ein Tiefpassfilter, das die hohen Frequenzanteile abschwächt. Impulse, die ausschließlich durch Integration geformt werden, sind wegen ihrer unendlichen Länge unbrauchbar.

5.1.2.3 Einfache RC-Differentiation und nachfolgende ein- oder mehrfache Integration

Auch die einfache Differentiation allein ist nicht brauchbar, da die Impulse für die Analyse zu schnell ansteigen. Sie wird deshalb mit einer oder mehreren nachfolgenden Integrationen kombiniert. In Fig. 5.4 ist die Form des Impulses für eine Integrationsstufe mit gleicher Zeitkonstante wie bei der Differentiation dargestellt. Er hat einen schnellen Anstieg und einen langsameren Abfall. Jede weitere Integration macht den Anstieg langsamer. Die Impulse werden dabei immer symmetrischer allerdings auch kleiner, wie in Fig. 5.5 gezeigt ist. Letzteres ist zwar nachteilig, wird aber in Kauf genommen, da das Signal-zu-Rausch-Verhältnis mit zunehmender Anzahl der Integrationen immer besser wird. Am besten ist es, wenn die Zeitkonstanten für Differentiation und Integration gleich sind.

5.1.2.4 Doppelte Differentiation und nachfolgende mehrfache Integration

Ganz andere Impulsformen erhält man durch Hintereinanderschalten von zwei Differentiationsgliedern, denen noch mehrere Integrationsstufen folgen können. Sie sind in Fig. 5.6 gezeichnet. Aus einem positiven Stufenimpuls entstehen bipolare Impulse, die aus einem positiven und einem negativen Anteil bestehen. Ohne Integration ($n=0$) ist der Impuls stark unsymmetrisch,

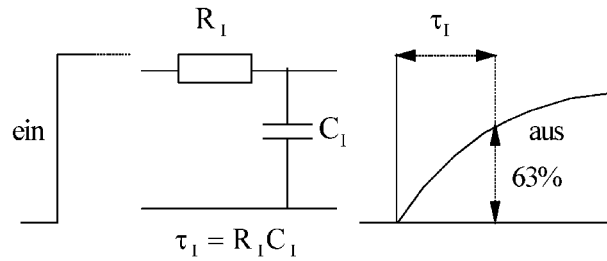


Abbildung 5.4: Einfache RC-Differentiation mit nachfolgender Integration.

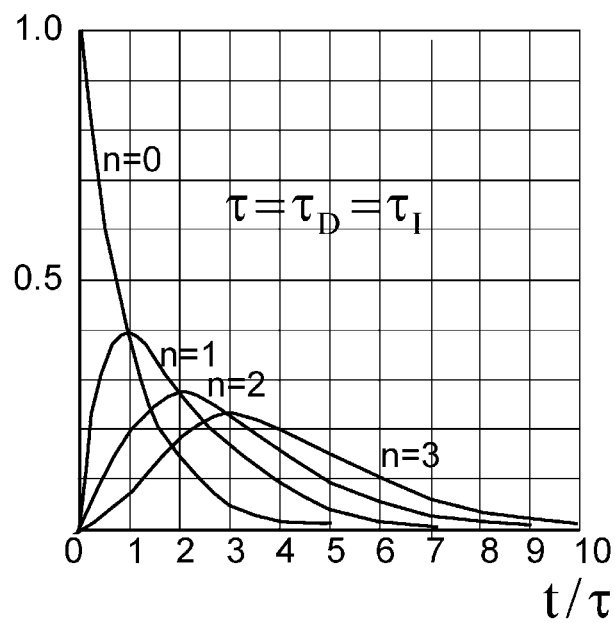


Abbildung 5.5: Impulsform bei einfacher Differentiation und n-facher Integration.

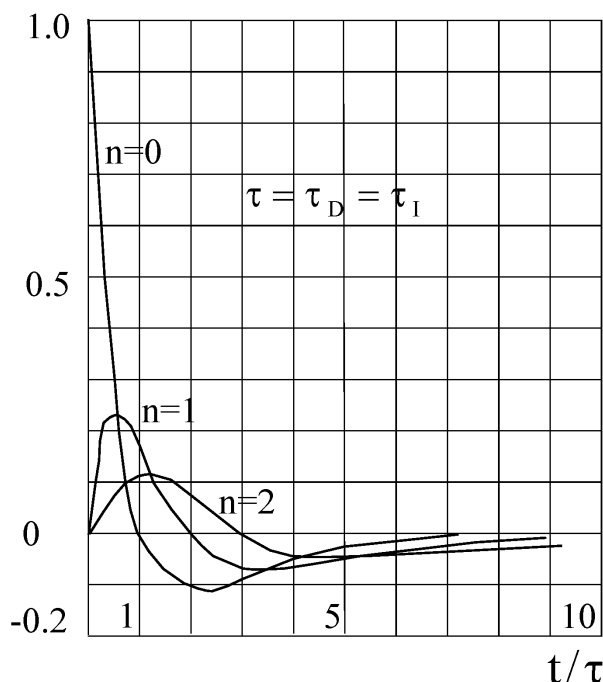


Abbildung 5.6: Impulsform bei doppelter Differentiation und n-facher Integration.

der positive Teil ist schnell, kurz und hoch, der negative ist kleiner und lang. Die Integrationen bewirken, dass der positive Impuls länger und kleiner wird, so dass sich die Form der beiden Anteile immer mehr angleicht. Die Flächen ober- und unterhalb der Nulllinie bleiben stets gleich groß.

An Hand der Fig.5-6 kann man angeben, welche Form die realen Impulse haben. Aus mehreren Gründen ist der Fall einer einzigen Differentiation, bei der unipolare Impulse entstehen, ein nicht erreichbarer Idealfall. Zum einen sind die verschiedenen Formungs- und Verstärkerstufen des Analogteils über Kondensatoren gekoppelt, da eine galvanische Kopplung meist sehr instabil ist. Dadurch werden aber zusätzliche Differentiationen eingeführt. Zum anderen liefert der Detektor oder Vorverstärker nicht die bis jetzt vorausgesetzte ideale Impulsform, den Stufenimpuls. Die realen Impulse steigen zwar schnell an, bleiben dann aber nicht konstant. Es ist also in jedem Fall eine Impulsform zu verarbeiten, die schon leicht differenziert oder doch einer solchen äquivalent ist. Dies bedeutet, dass man immer mindestens bipolare Impulse hat mit einem sog. Unterschwinger (undershot). Bei n-facher Differentiation wird daraus eine Art gedämpfte Schwingung mit n-1 Nulldurchgängen.

5.1.2.5 Einfache Verzögerungsleitung

Sehr kurze und symmetrische Impulse erhält man bei der Formung mit einer Verzögerungsleitung. Die einfachste Schaltung dazu ist in Fig. 5.7 skizziert. In einer kurzgeschlossenen Verzögerungsleitung, das ist meist ein Koaxialkabel, wird der Impuls unter Phasenumkehr reflektiert und überlagert sich dem Stufenimpuls. Wenn T_D die Verzögerung der Leitung ist, hat der gekippte Impuls die Laufzeit $2T_D$. Als Summe des einlaufenden und des verzögerten Impulses entsteht ein Impuls mit der Länge $2T_D$ dessen Höhe wegen der Serienschaltung der Verzögerung halbiert ist. Mit dieser Methode können Impulse erzeugt werden, die wenige Nanosekunden lang sind. Es tritt keine Nulllinienverschiebung auf, jedoch ist das Signal-zu-Rausch-Verhältnis kleiner als bei der RC-Formung.

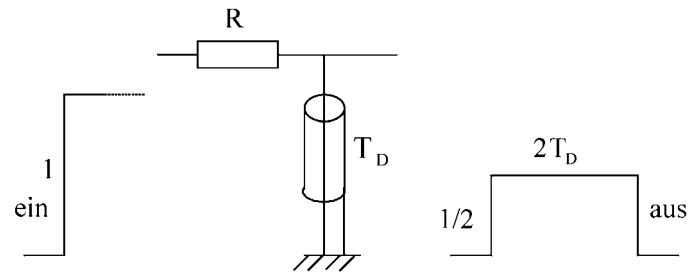


Abbildung 5.7: Einfache Verzögerungsleitung.

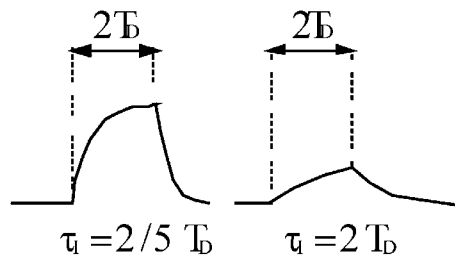


Abbildung 5.8: Impulsform bei Verzögerung mit Integration.

Durch anschließende Integration ergeben sich die Impulsformen der Fig. 5.8. Ist die Zeitkonstante der Integration τ_1 kleiner als die Verzögerungszeit, entstehen annähernd rechteckige Impulse, ist sie gleich oder größer, sind die Impulse fast dreieckig.

5.2 Der Analog-zu-Digital-Konverter (ADC)

Am Ausgang des analogen Teils der Nachweiselektronik ist im allgemeinen noch die gesamte Information verfügbar, die der Detektor über ein Ereignis hat, d.h. über die Energie, die durch ein Ereignis im Detektor deponiert worden ist und über den Zeitpunkt, an dem es stattgefunden hat. Die Information über die Energie liegt in analoger Form vor: die Impulshöhe ist proportional der Energie.

Im ADC wird die analoge Information in digitale umgesetzt. Prinzipiell geschieht dies in der Weise, dass ein Standardimpuls immer dann ausgegeben wird, wenn der Analogimpuls am Eingang ein bestimmtes Kriterium erfüllt. So wird z.B. ein Impuls nur erzeugt, wenn der Eingangsimpuls eine bestimmte Höhe überschreitet (Integralkriterium), oder wenn er in einem bestimmten Bereich liegt (Differentialkriterium).

In jedem Fall geht bei der Konversion Information verloren. Das analoge Impulsspektrum ist kontinuierlich. Die Auswahl der zu registrierenden Impulse jedoch ist diskontinuierlich. Es werden grundsätzlich nur endlich ausgedehnte Bereiche des Impulsspektrums voneinander getrennt. Die Unterscheidung der Impulse innerhalb dieses Bereichs ist nicht möglich, d.h. die Auflösung bei der Konversion ist endlich.

In der Praxis ist der Informationsverlust allerdings meist unwesentlich. Infolge der begrenzten Energieauflösung der Detektoren haben die Impulshöhen, die einer bestimmten, festen Energie entsprechen, eine bestimmte Schwankungsbreite. Es genügt deshalb bei der Diskriminierung, den Auswahlbereich so einzurichten, dass er nicht größer als diese Schwankungen ist, damit auch nach der Konversion die Auflösung allein durch den Detektor bestimmt ist. Der Informationsverlust spielt dann keine Rolle.

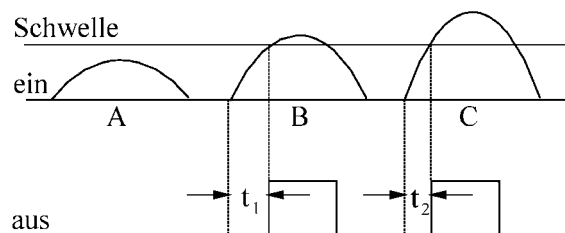


Abbildung 5.9: Integralkriminator.

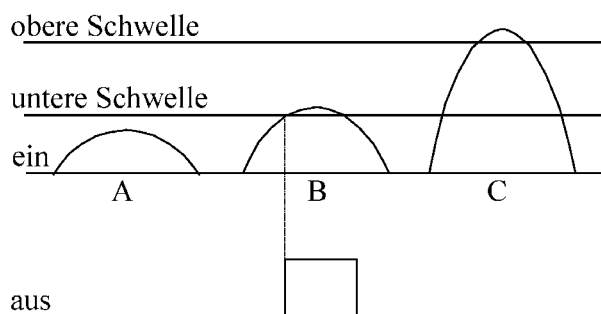


Abbildung 5.10: Einkanalanalysator.

5.2.1 Der Integralkriminator

Der Integralkriminator liefert nur dann einen logischen Impuls an seinem Ausgang, wenn ein Impuls am Eingang eine wählbare Höhe, die Schwelle, überschreitet. In Fig. 5.9 ist dies für die Impulse B und C der Fall. Die Impulse unterhalb der Schwelle werden nicht verwertet.

5.2.2 Der Differentialdiskriminator oder Einkanalanalysator

Der Einkanalanalysator (EKA) gibt nur dann einen logischen Impuls ab, wenn die Impulshöhe am Eingang zwischen zwei wählbaren Werten liegt, also für den Impuls B der Fig. 5.10. Der Abstand zwischen der unteren und oberen Diskriminatorschwelle heißt Fenster. Wird das Fenster immer enger gemacht, kann die Höhe der ausgewählten Impulse immer genauer bestimmt werden. In der Praxis kann das aber nicht beliebig weit getrieben werden, denn mit der Fensterbreite geht auch die Zählrate gegen null.

Ein Impulsspektrum kann mit einem EKA mit einer der Fensterbreite entsprechenden Genauigkeit analysiert werden, wenn nacheinander die untere Schwelle um die Fensterbreite verschoben wird und die jeweiligen Ereignisse gezählt werden.

5.2.3 Der Vielkanalanalysator

Zur Analyse eines Impulsspektrums ist ein EKA nur wenig geeignet. Sie ist zeitraubend, wenn gute Auflösung verlangt wird, oder ungenau, wenn nur begrenzte Messzeit zur Verfügung steht. Deshalb werden dazu Vielkanalanalysatoren (VKA) eingesetzt, die im Prinzip, nicht in Wirklichkeit, so arbeiten, als ob viele EKA mit jeweils um die Fensterbreite verschobener unterer Schwelle parallel geschaltet wären, und zwar so, dass der gesamte interessierende Teil des Spektrums überdeckt wird. Die Ausgangsimpulse jedes EKA werden getrennt gezählt. Das Ergebnis ist die Gesamtheit der Zählraten der Ereignisse, die in allen Fenstern oder Kanälen registriert wurden. Auf diese Weise wird das gesamte Spektrum in einem Vorgang gemessen.

Eine solche Messung ist eine Digitalisierung des Impulshöhenspektrums. Angenommen, es sollen Analogimpulse im Bereich von 0-10 V mit einem VKA untersucht werden, der tausend

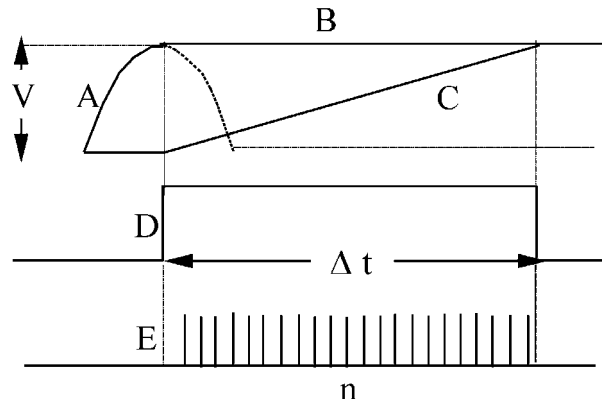


Abbildung 5.11: Wirkungsweise eines Wilkinson-ADC.

Kanäle hat. Dann wird jedem der Kanäle, die alle eine Breite von $0,01\text{ V}$ haben, fortlaufend eine Zahl von eins bis tausend zugeordnet. Im Kanal 1 werden dann die Impulse zwischen 0 und $0,01\text{ V}$, im Kanal n die Impulse zwischen $0,01 \cdot (n - 1)$ und $0,01 \cdot n$ nachgewiesen. Die Nummern der Kanäle, die Kanaladressen, sind dann die Impulshöhen in digitaler Form.

Eine von mehreren Möglichkeiten, einen solchen ADC zu realisieren, ist der Wilkinson-Konverter. Seine Funktionsweise ist in Fig. 5.11 skizziert. Die Impulshöhe wird zunächst in eine Impulslänge umgewandelt, die anschließend digitalisiert wird. Der einlaufende Impuls A wird zuerst gestreckt, wobei ein Plateau der Höhe V entsteht (B). Zum Zeitpunkt, in dem er seine maximale Höhe erreicht hat, beginnt eine konstante Stromquelle einen Kondensator aufzuladen, dessen Spannung dann linear mit der Zeit ansteigt (C). Gleichzeitig wird ein Gate-Impuls (D) erzeugt. Wenn die lineare Rampe auf den Wert V angestiegen ist, was mit einem Komparator festgestellt wird, setzt sich der Gate-Impuls zurück. Dessen Länge Δt ist proportional zu V . Während der Gate-Impuls anliegt, werden die Schwingungen eines stabilen Oszillators gezählt, deren Anzahl n proportional zu Δt ist. Die Anzahl der Schwingungen ist damit proportional zu V und ist der digitalisierte Wert des Impulses. Während der Konversion ist der VKA nicht bereit neue Impulse zu verarbeiten, er hat eine Totzeit. Sie wird gemessen und von der Echtzeit abgezogen. Die Zählraten eines VKA sind deshalb immer schon auf die Totzeit korrigiert.

5.3 Die Zeitinformation in den Diskriminatoren

Es gibt zwei Klassen von Experimenten, bei denen die Zeitinformation wesentlich ist. In die erste fallen die Koinzidenzexperimente, die feststellen, ob zwei oder mehr Ereignisse innerhalb einer sehr kurzen Zeit auftreten. Sie spielen in der γ -Spektroskopie eine wichtige Rolle, da sie erlauben, die Energiezustände eines Kerns festzulegen.

Die zweite Klasse bilden die Experimente, bei denen die Zeit zwischen zwei Ereignissen gemessen wird. Hierzu gehört die Bestimmung der Lebensdauern von Teilchen oder Zuständen.

Der Zeitpunkt, zu dem ein Impuls am Ausgang des Verstärkers auftritt, ist mit der Zeit seiner Auslösung im Detektor korreliert. Zwar erfährt der Impuls auf dem Weg über Vorverstärker und Verstärker eine Verzögerung, diese ist aber für alle Impulse die gleiche. Sie unterliegt nur den unvermeidlichen statistischen Schwankungen, die z.B. von der Streuung der Sammelzeiten der Ladungen in einem Zählrohr oder einem Halbleiterdetektor, von der Fluktuation der Abklingzeiten in einem Szintillator, von Laufzeitschwankungen der Elektronen in einem Photomultiplier verursacht werden. Die Zeitinformation bleibt bis dahin innerhalb der durch die Statistik gegebenen Unsicherheit erhalten.

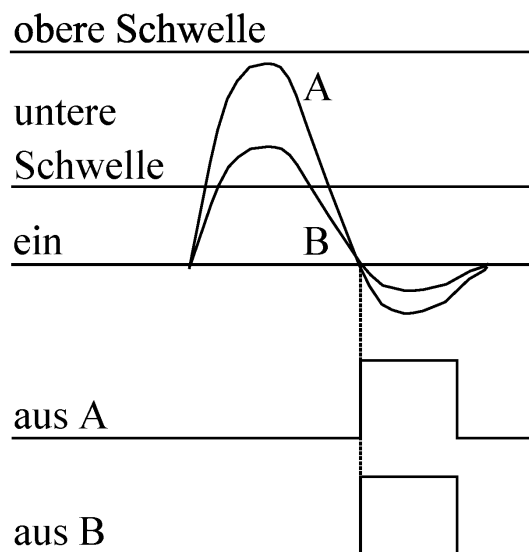


Abbildung 5.12: Nulldurchgangstrigger.

Dies ist i.a. nicht mehr der Fall bei der Impulshöhenanalyse in den Diskriminatoren. In Fig. 5.9 ist dafür ein Beispiel gezeigt. Dort wird das logische Signal erzeugt, wenn der Eingangsimpuls die Schwelle überschreitet. Dann sind die Zeiten zwischen dem Auftreten der Impulse und der Triggerung – t_1 bei B und t_2 bei C – nicht gleich, sondern unterscheiden sich für verschiedene Impulshöhen. Die Zeitdifferenz $t_1 - t_2$ wird *walk* genannt. Er ist abhängig von der Anstiegszeit der Impulse und umso kleiner, je schneller sie sind.

Diskriminatoren, die auf den Schwellendurchgang triggern, können in Experimenten, in denen es auf die Zeitinformation ankommt, nur dann verwendet werden, wenn die Anstiegszeit kleiner ist als die zeitliche Unschärfe, die bei der Zeitmessung hingenommen werden kann.

Der *walk* wird kleiner, je niedriger die Schwelle ist, und verschwindet völlig, wenn auf die Höhe null getriggert wird. In Diskriminatoren, die nach diesem Prinzip arbeiten, werden die Impulshöhendiskriminierung und die Zeitbestimmung getrennt vorgenommen. Die erste findet nach wie vor an der gesetzten Schwelle statt, die zweite am Nulldurchgang. Um zu verhindern, dass auch das Rauschen Zeitsignale erzeugt, wird eine Koinzidenzschaltung verwendet, die nur dann Signale abgibt, wenn der triggernde Impuls auch die Schwelle überschritten hat. Der Vorgang vereinfacht sich bei der Umkehrung der zeitlichen Reihenfolge. Man verwendet bipolare Impulse, bei denen der Nulldurchgang unabhängig von der Höhe bei der gleichen Zeit liegt. In Fig. 5.12 ist die Funktionsweise eines EKA als Nulldurchgangstrigger skizziert. Für die Impulse, die im Fenster liegen, werden genormte Ausgangsimpulse erzeugt, die beide zu selben Zeit, beim Nulldurchgang, erscheinen. Ist die untere Schwelle hinreichend hoch, treten keine Rauschimpulse auf.

Dieses Verfahren ist ein Sonderfall der genauesten Methode der Zeitbestimmung, die man kennt, der Triggerung auf einen konstanten Bruchteil (constant fraction) der Impulsamplitude. Dabei wird ausgenutzt, dass bei allen RC-geformten Impulsen verschiedener Höhe nicht nur die maximale Höhe und der Nulldurchgang, sondern auch jeder konstante Bruchteil der Amplitude jeweils zur gleichen Zeit erreicht werden (Fig. 5.13). Der Vorteil eines Constant-Fraction-Triggers (CFT) gegenüber dem Nulldurchgangstrigger liegt darin, dass keine bipolaren Impulse gebraucht werden, die ein schlechteres Signal-zu-Rausch-Verhältnis haben als die unipolaren.

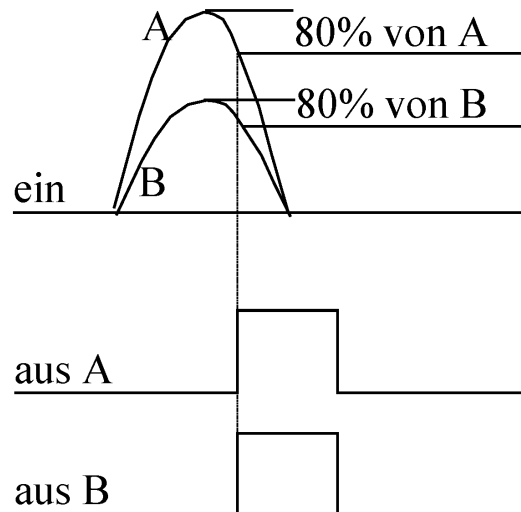


Abbildung 5.13: Constant-Fraction-Trigger

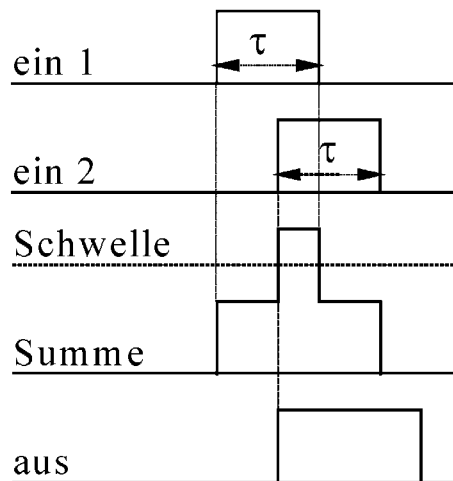


Abbildung 5.14: Überlappkoinzidenz.

5.3.1 Die Koinzidenz

Eine Koinzidenzeinheit erzeugt einen logischen Impuls, wenn am Eingang zwei oder mehrere Impulse innerhalb einer bestimmten Zeit, der Koinzidenzauflösungszeit, ankommen. Die Wirkungsweise lässt sich für eine Überlappkoinzidenz an Hand der Fig. 5.14 verstehen. An den beiden Eingängen kommen von den Diskriminatoren Normimpulse mit der Länge τ an. In der Koinzidenzstufe werden die Impulse addiert. Sofern sie sich zeitlich überlappen, entsteht ein Summenimpuls mit der doppelten Höhe der Eingangsimpulse. Dieser kann nachgewiesen werden durch Diskriminierung mit einer Schwelle, die zwischen der einfachen und doppelten Impulshöhe liegt. Somit wird nur dann ein Ausgangsimpuls erzeugt, wenn sich die Eingangsimpulse überlappen, daher der Name. Dies ist der Fall für alle Impulse, deren Abstand weniger als τ beträgt. Da jeder der beiden Impulse der erste sein kann, ist die Auflösungszeit der Koinzidenz 2τ , also nur durch die Länge der Einzelimpulse bestimmt.

Eine andere Art von Koinzidenzstufe ist für eine Dreifachkoinzidenz in Fig. 3.16 dargestellt. Der zuerst ankommende Impuls, hier der am zweiten Eingang, erzeugt mit seiner Anstiegsflanke einen Gate-Impuls mit variabler, einstellbarer Länge τ_A . Dieser öffnet die anderen Eingänge der Koinzidenz. Der letzte der das Gate passierenden Impulse, hier der dritte, triggert einen

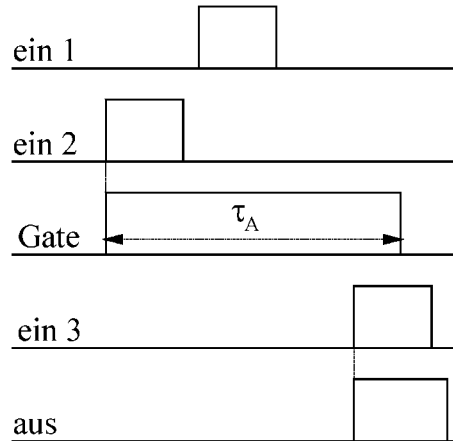


Abbildung 5.15: Variable Koinzidenz.

Ausgangsimpuls. Kommt während der Öffnungszeit nicht an jedem Eingang ein Impuls an, gibt es keinen Ausgangsimpuls. Die Auflösungszeit ist also gleich der Länge des Gate-Impulses.

5.3.1.1 Der Zeit-zu-Impulshöhen-Konverter

In einem Koinzidenzexperiment wird festgestellt, ob zwei oder mehr Ereignisse innerhalb einer bestimmten Zeit stattgefunden haben. Die Zeit selbst wird aber nicht gemessen. Die Information eines solchen Experiments steht deshalb in einer gewissen Analogie zu derjenigen, die man über die Energie von Ereignissen mit Hilfe eines Differentialdiskriminators gewinnt. Der Auflösungszeit der Koinzidenz entspricht die Kanalbreite des EKA.

Auf gleiche Weise entspricht der Analyse eines Spektrums mit einem Vielkanalanalysator die Messung der Zeit zwischen zwei Ereignissen. Das Prinzip dabei ist, dass zunächst in einem Zeit-zu-Impulshöhen-Konverter (TPC von Time-to-Pulseheight-Converter, manchmal auch TAC von Time-to-Amplitude-Converter) Impulse erzeugt werden, deren Höhen proportional der Zeitdifferenzen zwischen den zuerst ankommenden Impulsen, die den Konverter starten (Startimpulse) und den nachfolgenden, die die Konversion stoppen (Stoppimpulse). Diese Impulshöhen werden anschließend in der üblichen Weise digitalisiert (siehe 5.2.3).

Für die Zeit-zu-Impulshöhen-Konversion gibt es zwei Methoden. Bei der ersten wird durch den Startimpuls ein Schalter geschlossen, der einen Kondensator mit einer konstanten Stromquelle verbindet. Durch den Stoppimpuls wird der Schalter wieder geöffnet. Die Ladung und damit die Spannung am Kondensator ist dann proportional zu der Zeit zwischen den beiden Impulsen. Bei der zweiten, der Überlappmethode, werden durch den Start ein Normimpuls mit einer bestimmten Länge und durch den Stopp derselbe Impuls nochmals erzeugt, nur mit negativer Amplitude. Die beiden Impulse werden in einem Mischer addiert, es entsteht ein positiver Impuls, dessen Länge gleich der Zeitdifferenz zwischen Start und Stopp ist. Schließlich wird durch Integration die Länge dieses Impulses in eine Impulshöhe umgewandelt.

Auch eine direkte Digitalisierung ohne den Umweg über eine Impulshöhe ist möglich. Dabei wird durch den Start ein Gate geöffnet, über das Schwingungen eines Oszillators zu einem Zähler gelangen. Der Stopp schließt das Gate. Die Zahl der durchgelassenen Schwingungen ist proportional der Zeit zwischen den beiden Impulsen. Sie gibt diese Zeitspanne in digitaler Form an. Die Digitalisierung ist umso genauer, je höher die Frequenz des Oszillators ist.

5.4 Der digitale Teil

Die digital vorliegende Information muss gesammelt und ausgegeben werden. Bei Einkanaldiskriminatoren werden zu diesem Zweck die logischen Impulse mit einem Impulszähler registriert. Dabei muss die am Zählereingang eventuell vorhandene Schwelle tiefer liegen als die Höhe der Impulse. Der Zähler hat einen Gate-Eingang über den er durch eine Uhr (timer) nur für eine vorgegebene Zeit geöffnet wird. Auf diese Weise wird die Meßzeit eingestellt. Bei einigen Zählern besteht die Möglichkeit, durch Impulsvorwahl eine gewünschte Anzahl von Impulsen zu zählen. Dieser Betriebszustand ist vorzuziehen, wenn mit einer vorgegebenen statistischen Genauigkeit gemessen werden soll. Die Meßgröße ist in diesem Fall die Zeit, in der die Impulse registriert wurden.

Bei der Verwendung von Vielkanalanalysatoren werden die Messdaten über einen Computer ausgelesen und gespeichert. Die Daten (in der Regel eine Tabelle mit der Kanalnummer und dem Kanalinhalt) können dann *offline* weiterverarbeitet werden.

Kapitel 6

Der Aufbau der Experimente in Blockschaltbildern

Nachdem im vorhergegangenen Kapitel die Wirkungsweise der einzelnen Komponenten erklärt wurde, soll im folgenden der vollständige Aufbau der Experimente besprochen werden. Auf den ersten Blick mag es so erscheinen, dass die Vielzahl der kernphysikalischen Experimente nur mit einer ebenso großen Zahl von verschiedenen experimentellen Anordnungen bewältigt werden kann. Zum Glück ist dies nicht der Fall, man kommt mit nur wenigen Standardmethoden aus. Das hat zwei Gründe.

1. Die Messgröße in der Kernphysik ist immer eine Zählrate, die unter bestimmten, im Folgenden zu diskutierenden Bedingungen gewonnen wird.
2. Die Verarbeitung der elektrischen Signale aus den Detektoren ist weitgehend standardisiert. (Das gilt natürlich nur für Detektoren, die elektrische Signale liefern. Im Praktikum werden ausschließlich solche verwendet).

6.1 Die Messgröße

Es wird die Anzahl von Ereignissen pro Zeiteinheit gemessen, die verursacht werden durch:

1. Teilchen einer bestimmten Sorte,
2. Teilchen einer bestimmten Energie, die möglicherweise
3. in einem zeitlichen Zusammenhang mit anderen Ereignissen stehen, oder
4. unter zusätzlichen Bedingungen nachgewiesen werden.

6.1.1 Die Identifizierung und Diskriminierung von Teilchen

Zur Identifizierung von Teilchen ist i.a. die Bestimmung ihrer Ladung und Masse notwendig. Die Ladung erhält man durch die Beobachtung der Bahnen in elektrischen und magnetischen Feldern, wo Ausmaß und Richtung der Ablenkung von Größe und Vorzeichen der Ladung abhängt.

Zur Massenbestimmung gibt es mehrere Methoden, die alle die Kenntnis der kinetischen Energie voraussetzen. Deren Messung ist deshalb immer der erste Schritt. Dazu wird eine weitere Größe gemessen, z.B.:

der Impuls durch die Ablenkung in einem Magnetfeld,

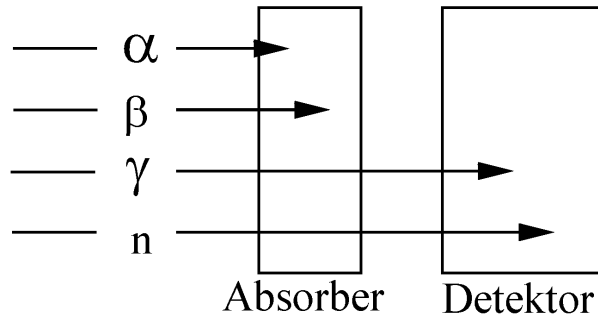


Abbildung 6.1: Schema eines Absorptionsexperimentes.

die Geschwindigkeit durch die Messung der Flugzeit über eine bekannte Strecke,
der spezifische Energieverlust bei geladenen Teilchen.

In vielen Fällen, so auch im Praktikum, in denen man von vornherein weiß, dass nur wenige Arten von Teilchen auftreten können, ist die Messung der Energie ausreichend, eventuell verbunden mit der Beobachtung des Absorptionsverhaltens in Materie. Im Praktikum kommen die folgenden Teilchen vor:

Geladenen Teilchen: Elektronen, Positronen, α -Teilchen und Myonen.

Ungeladenen Teilchen: γ -Quanten und Neutronen.

Bis auf Myonen, die aus der kosmischen Höhenstrahlung kommen, stammen die geladenen Teilchen alle aus radioaktiven Zerfällen. Wie bekannt ist, haben die Leptonen kontinuierliche Energiespektren, während die α -Teilchen diskrete Energien haben. Die γ -Energien sind diskret beim radioaktiven Zerfall, dagegen kontinuierlich bei der Bremsstrahlung. Ein kontinuierliches Spektrum haben auch die Neutronen aus den α -n-Quellen.

Sehr einfach ist es, die geladenen von den ungeladenen Teilchen zu unterscheiden. Man braucht dazu lediglich ein Absorptionsexperiment durchzuführen, bei dem zwischen Quelle und Detektor Absorber variabler Dicke gestellt werden (Fig. 6.1). Dabei wird ausgenutzt, dass geladene Teilchen in Materie eine endliche Reichweite haben und gestoppt werden, wenn der Absorber hinreichend dick ist. Die γ -Strahlen dagegen werden nur in der Intensität abgeschwächt, während sie ihre ursprüngliche Energie behalten. Ein ähnliches Verhalten zeigen die Neutronen. Auch bei ihnen nimmt die Intensität ab. Außerdem ist aber noch infolge der Abbremsung eine Verschiebung des Spektrums zu kleinen Energien hin festzustellen, allerdings nur für sehr dicke Absorber. Für solche Dicken, die bereits ausreichend sind, α -Teilchen und Elektronen zu stoppen, tritt weder eine merkliche Verringerung der Intensität noch eine Veränderung des Spektrums auf.

Weiß man aus dem Absorptionsexperiment, dass geladene Teilchen vorliegen, dann kann man die α -Teilchen und Elektronen durch eine genauere Messung der Absorption und/oder durch die Beobachtung der Form des Spektrums identifizieren. Dabei wird im ersten Fall ausgenutzt, dass die α -Teilchen sehr viel kürzere Reichweiten haben als Leptonen derselben Energie, da die spezifische Ionisierung sehr viel (ca. 4000 mal) größer ist. Im zweiten Fall wird verwendet, dass das α -Spektrum diskret ist. Die Leptonen unterscheidet man durch Ablenkung in elektrischen oder magnetischen Feldern oder einfacher, indem man nach der Vernichtungsstrahlung eines Positrons von 0,511 MeV sucht.

Besteht dagegen die untersuchte Strahlung aus ungeladenen Teilchen, beobachtet man am besten die Form des Spektrums. γ -Strahlung mit diskreter Energie hat das in 3.2.2 beschriebene typische Spektrum, die Bremsstrahlung wird von kontinuierlichen Neutronenspektren durch die Verwendung spezieller γ - oder $<$ Neutronen-empfindlicher Detektoren unterschieden.

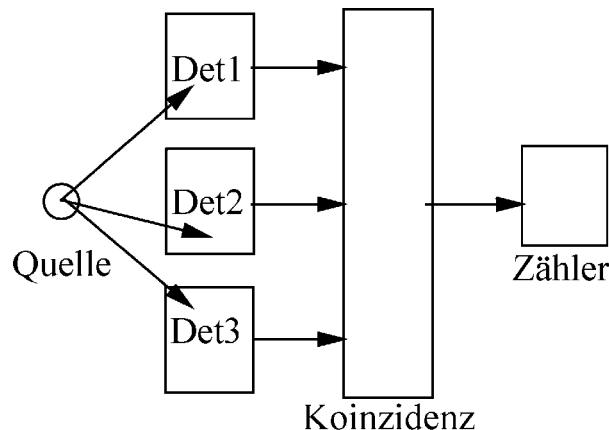


Abbildung 6.2: Schema einer Koinzidenz.

Diese Methoden der Teilchendiskriminierung werden auch in solchen Fällen angewendet, in denen in einem Detektor gleichzeitig mehrere Teilchen nachgewiesen werden, aber nur eine Sorte gezählt werden soll. Auch hier genügt es meist, die Energie zu messen, besonders wenn man nur zwei Arten hat. Zunächst wird das gemessene Spektrum mit den Methoden der Teilchendiskriminierung interpretiert. Gelingt es auf diese Weise, Teile des Spektrums einer einzigen Sorte zuzuordnen, dann brauchen zur Diskriminierung nur die Ereignisse im betreffenden Bereich gezählt zu werden. So kann immer vorgegangen werden, wenn die Teilchen verschiedene Energien haben. Zur Trennung der geladenen und ungeladenen Teilchen wendet man eine Differenzmethode an. In einem ersten Schritt wird das gesamte, überlagerte Spektrum gemessen. In einer zweiten Messung wird nur die Rate der ungeladenen Teilchen bestimmt, nachdem die geladenen durch einen Absorber abgehalten werden. Die Differenz der Messwerte gibt dann die Rate der geladenen Teilchen.

6.1.2 Die Energiediskriminierung

Die Energiediskriminierung ist ein Sonderfall der Teilchendiskriminierung. Es handelt sich darum, Teilchen derselben Sorte aber verschiedener Energie getrennt voneinander nachzuweisen. Zu diesem Zweck wird das gesamte Spektrum gemessen und nur der interessierende Bereich verwertet.

6.1.3 Die zeitliche Korrelation der Strahlung

Neben der Identität und der Energie ist die zeitliche Korrelation zwischen dem Zeitpunkt des Nachweises eines Teilchens und einem Bezugszeitpunkt, der meist durch den Nachweis eines anderen Teilchens bestimmt ist, eine weitere wichtige Messgröße. Zeitliche Korrelation heißt, dass entweder die Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse festgestellt wird, oder die Zeitspanne zwischen den Ereignissen gemessen wird.

6.1.3.1 Die Koinzidenzmessung

Koinzidenzmessung bedeutet die Feststellung, dass zwei oder mehrere Ereignisse innerhalb einer bestimmten, vorgegebenen Zeit, der Koinzidenzauflösungszeit, stattgefunden haben (siehe auch 5.3.1). Durch den koinzidenten Nachweis von verschiedenen Teilchen in mehreren Detektoren (Fig. 6.2), lässt sich auf die gleichzeitige Entstehung der Teilchen schließen. Beispiele für solche Experimente sind der gleichzeitige Nachweis von zwei γ -Quanten, die auf einen β -Zerfall folgen

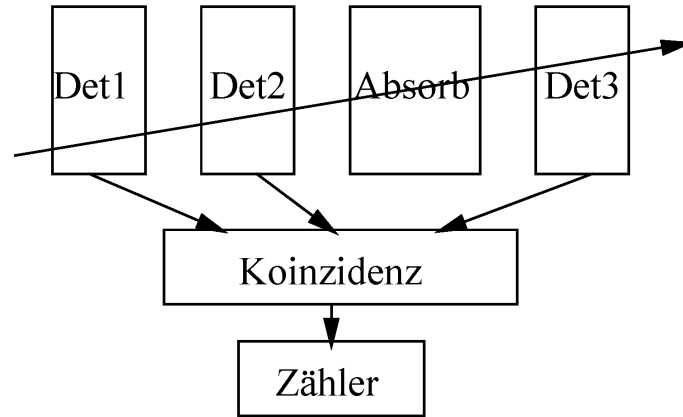


Abbildung 6.3: Schema eines Teleskops.

und die es erlauben, die Energiezustände des Tochterkerns zu untersuchen, oder die Auffindung der Schauer bei der Wechselwirkung von Höhenstrahlung mit Materie.

Eine weitere Gruppe von Koinzidenzexperimenten sind jene, bei denen ein einziges Teilchen gleichzeitig von mehreren Detektoren gesehen wird (Fig. 6.3). Mit ihnen werden Flugbahnen und so z.B. der Ort der Entstehung bestimmt. Kombiniert mit einem Absorber können in einer derartigen Anordnung auch Teilchen identifiziert werden.

Wird das Teleskop mit geeigneten Blenden versehen, werden nur Teilchen mit einem definierten Öffnungswinkel durchgelassen. Es kann dann dazu dienen, die Richtungsabhängigkeit der Strahlungsintensität festzulegen, und wird auch in solchen Fällen eingesetzt, in denen Teilchen aus verschiedenen Richtungen nur dann nachgewiesen werden sollen, wenn sie ein Target oder einem Absorber in der vollen Länge durchflogen haben.

In einer Koinzidenzanordnung werden außer den physikalisch korrelierten Ereignissen, den *echten* Koinzidenzen, auch solche gezählt, die dadurch entstehen, dass während der Koinzidenzauflösungszeit in allen Detektoren auch solche Ereignisse stattfinden, die von zufällig auftretenden, nicht korrelierten Teilchen stammen und die deshalb *zufällige* Koinzidenzen heißen. Für eine Zweifachkoinzidenz lässt sich die Zahl der zufälligen wie folgt bestimmen. Es handele sich um eine Überlappkoinzidenz mit der Pulslänge τ in jedem Zweig, die gesamte Messzeit sei T , N_1 und N_2 seien die Zählraten in den entsprechenden Zweigen.

Die Zahl Z_1 , der während der Messzeit T im Zähler 1 angekommenen Teilchen, ist

$$Z_1 = N_1 \cdot T \quad (6.1)$$

Wenn in derselben Zeit im Zähler 2

$$Z_2 = N_2 \cdot T \quad (6.2)$$

Teilchen einlaufen, ist die Zahl Z_Z der zufällig während des Bruchteils $Z_1 \cdot \tau / T$ der Gesamtzeit T registrierten Koinzidenzen

$$Z_Z = Z_1 \cdot \frac{\tau}{T} \cdot Z_2 \quad (6.3)$$

Da dieselbe Betrachtung auch für den zweiten Zweig gilt, erhält man schließlich für die Rate N_Z zufälligen Koinzidenzen

$$N_Z = \frac{Z_Z}{T} = 2 \cdot \tau \cdot N_1 \cdot N_2 \quad (6.4)$$

Die Auflösungszeit der Koinzidenz ist $2 \cdot \tau$, die doppelte Breite der Einzelimpulse. Man sieht, dass sich bei gegebenen Zählraten in den beiden Zweigen, die Anzahl der zufälligen Koinzidenzen nur durch Verkürzung der Auflösungszeit herabsetzen lässt.

Für eine dreifache Koinzidenz ist die entsprechende Formel

$$N_Z = 3 \cdot \tau^2 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 \quad (6.5)$$

6.1.3.2 Die Zeitmessung

Zeitmessungen werden einerseits durchgeführt, um Flugzeiten von Teilchen zu bestimmen. In einer Anordnung, wie in Fig. 6.3, wird die Zeit gemessen, die das Teilchen benötigt, um den bekannten Weg zwischen zwei Detektoren zurückzulegen. Das Zeitsignal aus dem ersten Detektor ist dabei das Startsignal, das dem zweiten das Stoppsignal für den Zeit-zu-Impulshöhen-Konverter (TAC). Flugzeit und Flugweg ergeben die Geschwindigkeit des Teilchens, die zusätzliche Messung seiner kinetischen Energie ermöglicht die Identifizierung.

Andererseits werden Zeitmessungen auch durchgeführt, um die Lebensdauern von Teilchen oder Zuständen zu erhalten. Dazu ist es erforderlich, die Zeitdifferenz zwischen Ereignissen zu messen, die mit der Bildung und dem Zerfall der Teilchen oder Zustände verknüpft sind. Der Zerfall wird durch den Nachweis der Zerfallsprodukte festgestellt, d.h. es ist auch eine Identifizierung der beim Zerfall entstehenden Teilchen notwendig. Wenn die Bildung der Zustände mit der Emission von Teilchen verbunden ist, gilt dasselbe. In anderen Fällen müssen weitere Größen, z.B. die Koinzidenzen in einem Teleskop, zur Bestimmung des Referenzzeitpunkts herangezogen werden. Im Allgemeinen genügt es, den Zeitpunkt des Zerfalls zu messen in Bezug auf einem Zeitpunkt, an dem das Teilchen mit Sicherheit existierte.

6.1.4 Andere Methoden

Die bisher besprochenen Methoden zeichnen sich durch einen einfachen prinzipiellen Aufbau aus. Die zu untersuchende Strahlung wird in zeit- und energieempfindlichen Detektoren nachgewiesen. Die Information über Zeit und Energie wird durch elektronische Verarbeitung der Signale gewonnen.

Es gibt Experimente, die durch dieses einfache Schema nicht beschrieben werden können. Es mag sein, dass die so erreichte Information nicht genau genug oder nicht ausreichend ist, da auch andere Eigenschaften der Strahlung interessieren. Es tritt deshalb ein weiterer experimenteller Apparat hinzu, mit dem die Strahlung aufgrund ihrer Eigenschaften wechselwirkt, und der die Aufgabe hat, eben diese Eigenschaften zu untersuchen.

Das einfachste Beispiel hierfür wurde bereits erwähnt. Es ist ein Absorber, der in die Flugbahn der geladenen Teilchen gestellt wird. Durch die elektromagnetische Wechselwirkung, die eine von Ladung, Masse und Energie abhängige Abbremsung bewirkt, können die Teilchen hinsichtlich dieser Eigenschaften unterschieden werden. So sind Energie- und Teilchendifferenzierung möglich.

Ein weiteres Beispiel ist das magnetische Spektrometer, das nur Teilchen mit einer bestimmten Ladung und einem definierten Impuls durchlässt und deshalb zur Identifizierung und Energiemessung geeignet ist.

Als letztes sei die Bestimmung der Polarisierung von γ -Strahlen angeführt. Dazu werden die γ -Quanten vor ihrem Nachweis an polarisierten (d.h. mit dem Spin ausgerichteten) Elektronen gestreut. Der Wirkungsquerschnitt der Comptonstreuung ist abhängig von der Stellung des Spins der γ -Quanten bezüglich des Elektronenspins. Wird die γ -Zählrate für entgegengesetzte Richtungen des Elektronenspins gemessen, wird eine Zählratendifferenz festgestellt, aus der die Polarisierung des γ -Strahls bestimmt werden kann.

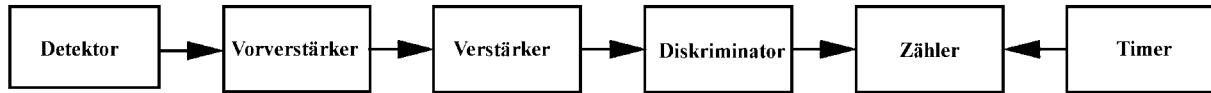


Abbildung 6.4: Zählen von ausgewählten Ereignissen.

Zusammenfassend lässt sich folgendes sagen. Das Wichtigste in kernphysikalischen Experimenten ist die Messung der Energie und die Bestimmung des Zeitverhaltens der nachzuweisenden Strahlung, weil damit die wesentlichen Eigenschaften, nämlich die Identität und die Energie bestimmt werden können. In vielen Fällen genügt diese Information, um die Fragestellung des Experiments zu beantworten, und auch in solchen, in denen zusätzliche Eigenschaften untersucht werden sollen, stellen sie einen wesentlichen Bestandteil dar. Aus diesem Grund werden im nächsten Abschnitt die experimentellen Methoden der Energie- und Zeitmessung ausführlich behandelt.

6.2 Die Blockschaltbilder

Das Blockschaltbild eines Experiments ist in zweierlei Hinsicht nützlich. Einerseits vereinigt es die einzelnen (im Abschnitt 5) besprochenen Funktionen für ein bestimmtes Experiment und stellt deshalb ein Schema der logischen Versuchsanordnung dar. Andererseits ist es gleichzeitig ein Abbild des tatsächlichen Aufbaus. In der heute kommerziell erhältlichen Nuklearelektronik sind nämlich die einzelnen Funktionen in getrennten Einheiten verwirklicht, die nach den jeweiligen Erfordernissen geeignet zusammengestellt werden. Mit dieser sogenannten Einschubtechnik lassen sich so standardisierte Anordnungen aufbauen, die im Weiteren in der Reihenfolge zunehmender Information, die sie über Energie- und Zeitverhalten zu geben vermögen, aufgeführt sind.

6.2.1 Bestimmung der Zählrate von ausgewählten Ereignissen

Das Signal aus dem Detektor gelangt über den Vorverstärker und den Spektroskopieverstärker zur Impulsformung zum Diskriminator, der die Ereignisse bezüglich ihrer Energie auswählt. Bei Szintillationsdetektoren ist der Vorverstärker meist schon im Spannungsteiler des Photovervielfachers integriert. Für jedes ausgewählte Ereignis wird im Diskriminator ein Normimpuls erzeugt, der zum Zähler weitergegeben wird. Durch eine einstellbare Uhr, den Timer, wird die Messzeit des Zählers vorgegeben. Diese Anordnung wird z.B. zur Teilchendiskriminierung verwendet, gegebenenfalls in Verbindung mit einem Absorber und zur- Energiediskriminierung.

Als Diskriminator wird meist ein Einkanalanalysator verwendet. Damit wird zunächst das Energiespektrum aufgenommen und anschließend entweder eine Schwelle gesetzt, oberhalb der alle Ereignisse gezählt werden, oder ein Fenster so eingestellt, dass aus dem gesamten Spektrum nur ein Bereich, z.B. eine Linie ausgeblendet wird. Die schrittweise Aufnahme des Energiespektrums ist zeitraubend, wenn eine gute Auflösung nötig ist, da viele Schritte mit kleinen Zählraten erforderlich sind.

Die Anordnung vereinfacht sich, wenn überhaupt nur gezählt werden soll, wenn also Teilchen- und Energiediskriminierung entfallen, sei es weil sie unnötig sind wie bei der Dosimetrie, sei es weil sie außerhalb des Detektors vorgenommen werden. In solchen Fällen kann ein Auslösezähler verwendet werden, dessen Impulse energieunabhängig und so groß sind, dass sie ohne Verstärkung und Diskriminierung gezählt werden können.

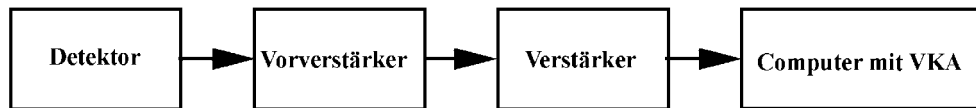


Abbildung 6.5: Energiemessung mit einem Vielkanalanalysator.

6.2.2 Bestimmung des Energiespektrums mit einem Vielkanalanalysator

Diese Methode ist eine Erweiterung der oben beschriebenen. Hier wird auf ein Mal das gesamte Energiespektrum, d.h. die Zählrate als Funktion der Energie, aufgenommen. Sie ist die Standardmethode der Energiemessung.

Die Signalverarbeitung ist bis zur Verstärkung-Formung die gleiche wie vorher. Danach werden die Impulse auf einen VKA gegeben, wo sie nach ihre Höhe sortiert und abgespeichert werden. Nach Beendigung der Messung werden die Daten über Drucker oder Datenträger zur Weiterverarbeitung ausgegeben. Das Spektrum kann während und nach der Messung auf dem Bildschirm am VKA (bzw. Computers) beobachtet werden.

6.2.3 Messung des Energiespektrums ausgewählter Ereignisse

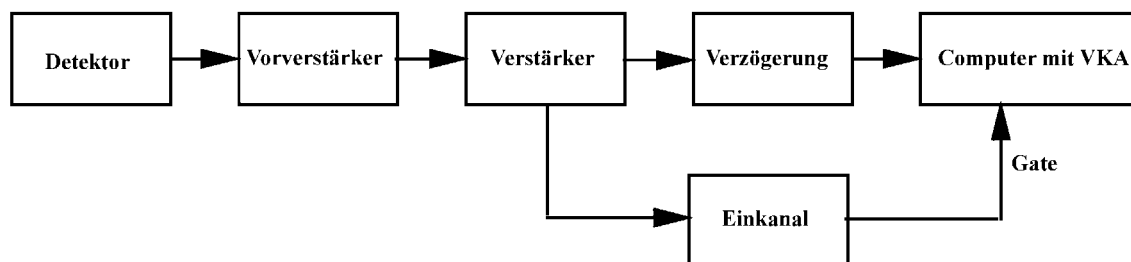


Abbildung 6.6: Energiemessung ausgewählter Ereignisse.

Bei dieser Meßmethode werden nur die Energien von solchen Ereignissen analysiert, die durch zusätzliche Bedingungen ausgewählt worden sind. Die Anordnung besteht aus einem Zweig zur Energiemessung, wie er unter 6.2.2 beschrieben wurde. Die Auswahl geschieht durch einen digitalen Impuls aus einem EKA, der in dem hier skizzierten Beispiel an einen parallelen Ausgang des Verstärkers angeschlossen ist. Der EKA liefert nur für einstellbare Bereiche des Spektrums einen Normimpuls. Dieser Impuls öffnet am VKA ein Tor (Gate) für die am Eingang ankommenden analogen Impulse. Auf diese Weise gelangen nur diejenigen Impulse in den VKA, die aus dem ausgewählten Bereich stammen. Das analoge Signal läuft noch über eine Verzögerungseinheit, damit es erst *nach* dem Gate am VKA ankommt und diesen aufnahmebereit findet. Das Gate funktioniert nämlich wie ein Garagentor: es muss offen sein, wenn das Signal ankommt, und es muss geöffnet bleiben, während es anliegt. Konkret bedeutet dies, dass der Gateimpuls $0.5\text{--}1\ \mu\text{s}$ früher als das Signal ankommen und $2\text{--}5\ \mu\text{s}$ lang sein muss. Meist ist der Normimpuls aus dem EKA kürzer, er wird dann durch eine weitere, hier nicht gezeichnete Einheit verlängert.

Die beschriebene Schaltung ist ein Sonderfall einer Koinzidenz. Der VKA akzeptiert das Signal nur, wenn es innerhalb einer bestimmten Zeitspanne in dem durch den Gateimpuls bestimmten Zeitfenster ankommt. Diese Zeitspanne ist die Auflösungszeit der Koinzidenz.

Die Anordnung in der skizzierten Form wird zur schnellen und genauen Energieeichung des Diskriminators verwendet. Dazu wird das als geeicht vorausgesetzte Gesamtspektrum, das mit herabgesetzter Schwelle oder vollständig geöffnetem Fenster aufgenommen wird, mit dem Teilspektrum verglichen, das übrig bleibt, wenn der Diskriminator eingestellt ist. Die untere und obere Grenze des Teilspektrums sind die Energien der Schwellen.

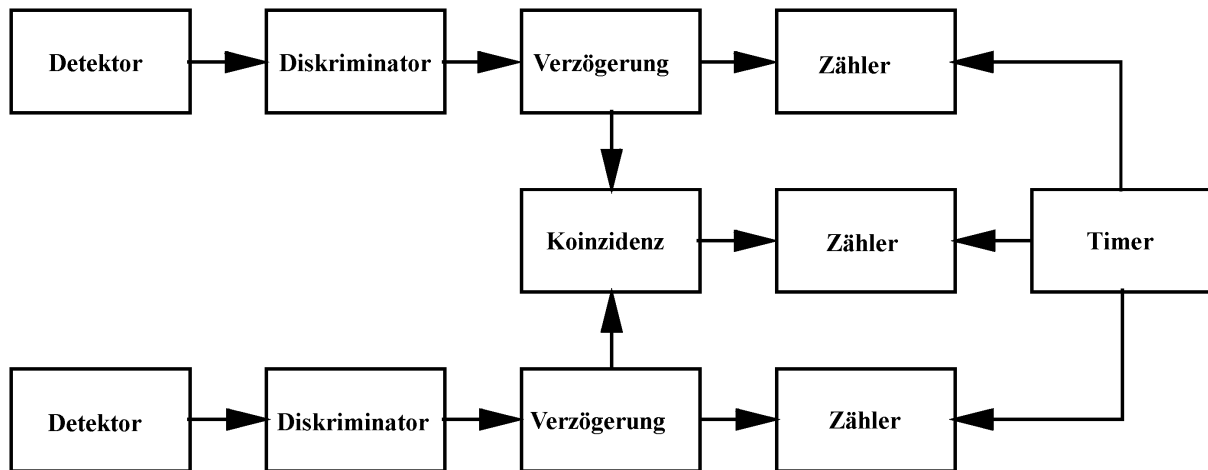


Abbildung 6.7: Koinzidenzmessung.

6.2.4 Die Koinzidenzmessung

Das Blockschaltbild zeigt den typischen Aufbau eines Experiments zur Messung der Koinzidenz zweier Ereignisse in verschiedenen Detektoren. Vorverstärker und Verstärker sind weggelassen, was man immer tut, wenn Szintillatoren als Detektoren verwendet werden und es im Wesentlichen auf die Zeitinformation ankommt. Das Zeitsignal wird dann direkt von der Anode des Photovervielfachers abgenommen und ist sehr schnell. Das macht die Energieauflösung schlecht, aber auf die kommt es hier nicht an. Die Diskriminatoren werden nach der erforderlichen Zeitauflösung ausgesucht. Die Signale werden diskriminiert, die digitalen Impulse über Verzögerungseinheiten zur Koinzidenz geleitet. Die variablen Verzögerungen gleichen eventuell vorhandene Laufzeitdifferenzen in den beiden Zeigen aus, so dass die Signale physikalisch gleichzeitiger Ereignisse auch zur gleichen Zeit an die Koinzidenz gelangen. Sie werden außerdem gebraucht zur Bestimmung der Koinzidenzauflösungszeit.

Gemessen werden neben der Koinzidenzrate auch die Einzelzählraten der beiden Zweige, um damit die Rate der zufälligen Koinzidenzen abzuschätzen (siehe Gl. 6.4).

6.2.5 Die Zeitmessung

Auch in dieser Anordnung kommt man aus denselben Gründen wie bei der Koinzidenzmessung ohne Vorverstärker und Verstärker aus. Sollen Zeiten im Bereich von Nanosekunden gemessen werden, verwendet man als Diskriminatoren Constant-Fraction-Trigger. Die Signale gelangen zum TPC und erzeugen ein Impulsspektrum, das vom ADC analysiert wird. Das Stoppsignal läuft über ein variables Verzögerungsglied, das zwei Funktionen hat. Erstens kann der Stopp um eine bestimmte Zeit verzögert werden. Das ist notwendig, weil der TPC nach dem Start aus schaltungstechnischen Gründen einige Nanosekunden braucht, bis er einen Stopp verarbeiten kann. (Es gibt auch den logischen Grund: einen Impuls mit der Höhe null kann man nicht analysieren). Zweitens wird damit der TPC zeitlich geeicht. Dazu misst man echt koinzidente Ereignisse mit dem (physikalischen) Zeitunterschied null. Entsprechend der gewählten Verzögerung tritt dann nach dem TPC eine einzige Impulshöhe auf, die im ADC als eine Linie erscheint, die Promptkurve. Vergrößert man jetzt die Verzögerung um einen definierten Wert, so vergrößert sich die Impulshöhe des TPC, und es verschiebt sich die Promptkurve im ADC. Die Größe der Verschiebung entspricht der zusätzlichen Verzögerung.

Diese Eichmethode ist unabhängig von Laufzeitdifferenzen in den beiden Zweigen und wird deshalb angewendet bei der Messung sehr kleiner Zeiten (einige Nanosekunden). Bei großen

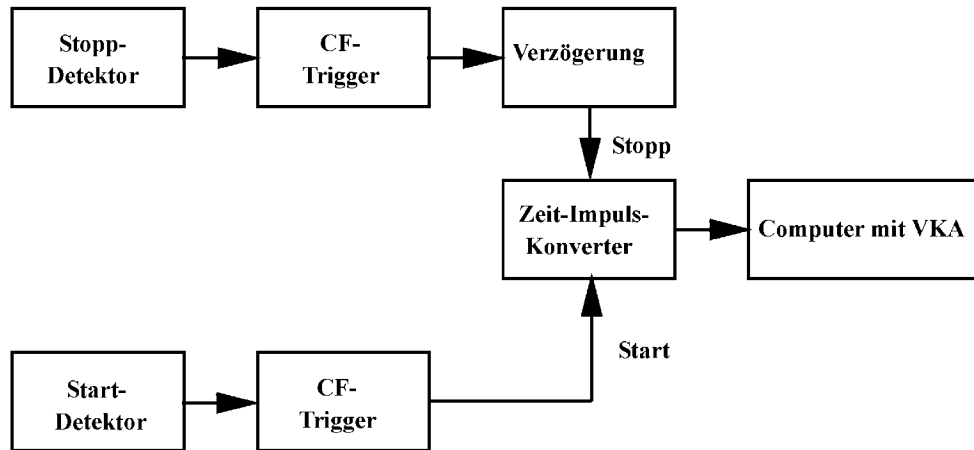


Abbildung 6.8: Zeitmessung.

Zeiten (Mikrosekunden) ist der Unterschied der Laufzeiten vernachlässigbar, und es kann eine einfachere Methode angewendet werden. Die Eingänge des TPC werden direkt mit einem Impulsgenerator verbunden, der Impulspaare mit einstellbarem Abstand liefert.

Eine Zeitmessung verläuft dann wie folgt. Im Startzweig wird ein Ereignis ausgewählt, das mit dem Beginn der Zeitmessung verknüpft ist. Der Idealfall wäre, dass man im Stoppzweig so diskriminieren könnte, dass nur Signale auftreten, die das Ende der zu messenden Zeit bezeichnen und vom selben Ereignis wie der Start herkommen. Leider ist dies so nicht möglich, wie das folgende Beispiel verdeutlicht. Der Beginn der Lebenszeit eines Teilchens sei gekennzeichnet durch die Emission eines γ -Quants mit der Energie E_1 , das Ende durch das Auftreten eines zweiten Photons mit der Energie E_2 . Entsprechend wird der Startzweig auf E_1 , der Stoppzweig auf E_2 eingestellt. Nun wird der TPC durch ein Ereignis mit E_1 angeworfen, die Uhr läuft, und man weiß: das Teilchen, dessen Lebensdauer gemessen werden soll, existiert. Die Uhr wird angehalten durch das erste Signal mit E_2 im Stoppzweig. Kommt dieses Signal von demselben Teilchen, das auch den Start verursacht hat, dann wurde die Lebensdauer gemessen. Stammt es dagegen von einem anderen Teilchen, dann hat man die Zeit zwischen zwei zeitlich nicht korrelierten Ereignissen bestimmt. In diesem Fall ist das Auftreten des Stopps zu jeder Zeit gleich wahrscheinlich, also zufällig. Im gemessenen Zeitspektrum sind deshalb nicht nur die erwünschten, echten, zeitlich korrelierten Ereignisse vorhanden, sondern auch ein zeitunabhängiger, konstanter Untergrund von zufälligen. Solange die zufälligen Koinzidenzen nicht überhand nehmen – sie lassen sich durch Begrenzung der Aktivität der Quelle niedrig halten –, können sie bei der Auswertung ohne Schaden abgetrennt werden.

Kapitel 7

Die Versuche

Die Beschreibung der Versuche in den nachfolgenden Kapiteln ist nicht vollständig. Sie setzt die in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Grundlagen voraus, die ebenfalls durchgearbeitet werden sollten. Einige Tabellen und Grafiken (z.B. die Zerfallsschemata der verwendeten radioaktiven Isotope) befinden sich im Anhang und werden für die Vorbereitung und Analyse einiger Versuche gebraucht. Ein Praktikumsversuch gliedert sich in drei Teile:

Vorbereitung: Vor dem Versuch sollen die zum Verständnis des Versuchs notwendigen theoretischen Grundlagen und die zum Erreichen des Versuchsziels notwendigen Messverfahren ausgearbeitet werden. Die schriftliche Vorbereitung ist Teil des Versuchsprotokolls.

Messung: Zu den Messungen am Versuchstag wird ein Messprotokoll angefertigt. Es enthält die eigentlichen Messdaten, eine Skizze des Versuchsaufbaus und eine stichwortartige Protokollierung des Versuchsablaufs, einschließlich der eingestellten Parameter an der Messapparatur. Das Messprotokoll wird entweder handschriftlich oder direkt als Text im Laptop geschrieben.

Auswertung: Die Auswertung der Messdaten umfasst die Datenanalyse einschließlich Fehlerrechnung. Alle Analyseschritte werden mit den zugehörigen Formeln beschrieben, so dass die Zwischenergebnisse und Endresultate mit Hilfe der Daten im Messprotokoll und der Beschreibung nachvollzogen werden können. Die Ergebnisse und zugehörigen Fehler werden diskutiert.

Vor jedem Versuch findet ein Gespräch des jeweiligen Betreuers mit der Gruppe statt. Ziel ist es festzustellen, ob die Gruppe ausreichend vorbereitet ist, also über die notwendigen Kenntnisse der Grundlagen zur Durchführung des Versuchs verfügt.

Das Versuchsprotokoll soll wie folgt gegliedert sein:

1. Deckblatt mit Versuch, Name, Gruppennummer und Datum
2. Ziel des Versuchs, theoretische Grundlagen
3. experimenteller Aufbau
4. Durchführung des Versuchs
5. Auswertung mit Formeln, Fehlerrechnung, Diskussion der Messergebnisse
6. Original-Messprotokoll

Nicht gefordert sind Formelherleitungen sowie Auszüge aus der Literatur. Falls jedoch Texte und Grafiken aus Lehrbüchern oder dem Internet verwendet werden, müssen diese ausreichend kenntlich gemacht und mit Quellenangabe zitiert werden. Auch Musterprotokolle, die als Grundlage des eigenen Protokolls verwendet wurden, müssen zitiert werden.

7.1 Versuch 1: Driftgeschwindigkeit von Elektronen in Gasen

7.1.1 Aufgaben

1. Messung der Driftgeschwindigkeiten dreier verschiedener Argon-Methan-Mischungen (darunter Argon-Methan 90:10)
2. Bestätigung der E/p -Abhängigkeit der Driftgeschwindigkeit bei drei verschiedenen Drücken mit reinem Methan.
3. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit den theoretisch berechneten Werten.

7.1.2 Einführung

In diesem Versuch sollen die Transportprozesse von Elektronen in Gasen genauer untersucht werden. Der Transport von Elektronen in einem Gas unter Einfluß eines elektrischen Feldes ist ein überlagerter Prozess aus ungerichteter Diffusionsbewegung und gerichteter Bewegung entlang der Feldlinien. In einem homogenen elektrischen Feld ergibt sich eine konstante Driftgeschwindigkeit, deren Wert stark von der Gaszusammensetzung abhängt. Die Abhängigkeit der Driftgeschwindigkeit von verschiedenen Parametern wie z.B. Druck, Feldstärke und Löschgasanteil soll genauer untersucht werden.

7.1.2.1 Diffusion

Elektronen in einem Gas der Temperatur T , welche z.B. beim Durchgang eines geladenen Teilchens durch das Gas oder Ionisation durch einen hochenergetischen Laserstrahl erzeugt wurden, verlieren durch Stoßprozesse mit den sie umgebenden Gasmolekülen rasch einen Teil ihrer Energie, bis sie thermalisiert sind. Die Energie der Elektronen kann in diesem Fall durch eine Maxwell-Boltzmann'sche Verteilungsfunktion $F(\varepsilon)$ beschrieben werden:

$$F(\varepsilon) \cdot d\varepsilon = C \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot e^{-\varepsilon/kT} \cdot d\varepsilon \quad (7.1)$$

Daraus ergibt sich eine mittlere kinetische Energie („thermische Energie“) von

$$\langle \varepsilon \rangle = \int_0^{\infty} \varepsilon \cdot F(\varepsilon) \cdot d\varepsilon \quad (7.2)$$

was dem Gleichverteilungssatz zufolge gerade einer Energie von $(3/2) kT$ entspricht. Bei Raumtemperatur wären das etwa 40 meV.

Aufgrund dieser ungerichteten Bewegung, der „Brown'schen Molekularbewegung“, diffundiert nun eine Ladungsverteilung in den sie umgebenden Raum, wobei ihr Ladungsschwerpunkt erhalten bleibt.

Die Anzahldichte N der Ladungsträger wird durch eine zerfließende Gaußverteilung beschrieben, welche in eindimensionaler Darstellung zum Zeitpunkt t von folgender Gestalt ist:

$$\frac{dN}{dx} = \frac{N_0}{\sqrt{4\pi \cdot D \cdot t}} \cdot e^{-x^2/4Dt} \quad (7.3)$$

N_0 bezeichnet hierbei die Gesamtzahl an Ladungsträgern, x den Abstand vom Ursprung und D den sogenannten *Diffusionskoeffizienten*. Dieser hängt mit der mittleren freien Weglänge λ und der mittleren thermischen Teilchengeschwindigkeit $\bar{v} = \sqrt{8kT/\pi m}$ über

$$D = \frac{1}{3} \cdot \lambda \cdot \bar{v} \quad (7.4)$$

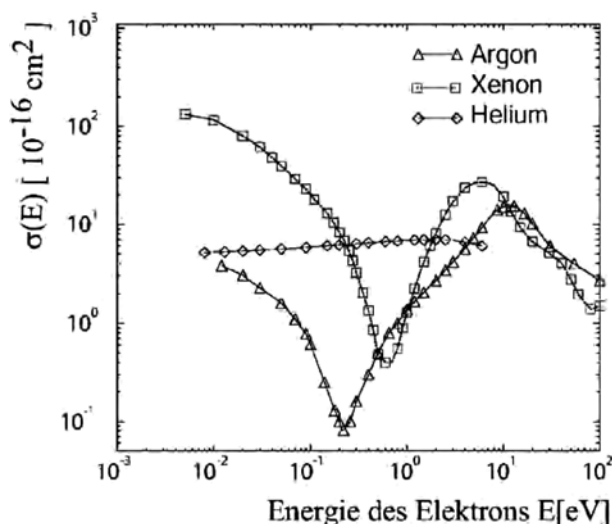


Abbildung 7.1: Abhängigkeit des elastischen Streuquerschnitts von der kinetischen Energie der Elektronen für die drei Edelgase Helium, Argon und Xenon.

zusammen. Die mittlere freie Weglänge kann man hierbei als Radius einer Kugel interpretieren, auf deren Oberfläche die Teilchen nach ihrer Erzeugung im Mittel zum ersten Mal mit einem Gasmolekül zusammenstoßen. Für Elektronen ist die mittlere freie Weglänge etwa vier mal so groß wie für Ionen. Sie hängt außerdem vom Streuquerschnitt $\sigma(\varepsilon)$ der betreffenden Teilchen, der im Allgemeinen energieabhängig ist, und der Anzahldichte N der Gasmoleküle in dem betreffenden Volumen ab:

$$\lambda(\varepsilon) = \frac{1}{N \cdot \sigma(\varepsilon)}, \quad N = \frac{N_L \cdot \rho}{A} \quad (7.5)$$

Hierbei steht N_L für die Loschmidtzahl, A für die Molmasse und ρ für die Dichte des betreffenden Gases. Für Edelgase bei Normalbedingungen ist $N = 2,69 \cdot 10^{19}$ Moleküle/cm³.

7.1.2.2 Ramsauereffekt

Der Streuquerschnitt für Stöße zwischen Elektronen und Edelgasatomen liegt je nach Elektronenenergie weit unter dem klassisch erwarteten gaskinetischen Wert. Dies beruht darauf, daß bei bestimmten Elektronenenergien die Wellenlänge der Elektronen im Bereich der Abmessungen des Atompotentials liegt, und die Atome dadurch beruhend auf einem quantenmechanischen Interferenzeffekt für die stoßenden Elektronen praktisch „durchsichtig“ werden. Der Streuquerschnitt sinkt infolgedessen um bis zu zwei Größenordnungen ab. Der Effekt heißt nach seinem Entdecker, der dies 1921 zum ersten mal durch Streuung langsamer Elektronen an Edelgasatomen nachwies, *Ramsauereffekt*. Abb. 7.1 zeigt den Verlauf des elastischen Streuquerschnitts von Elektronen für die drei Edelgase Helium, Argon und Xenon als Funktion ihrer kinetischen Energie. Wie man erkennen kann, besitzt Helium im gezeigten Energiebereich kein Ramsauerminimum, während die beiden Minima für Argon und Xenon gut zu erkennen sind.

7.1.2.3 Drift und Beweglichkeit

Unter dem Einfluß elektrischer Felder ergibt sich eine Superposition von ungeordneter Diffusionsbewegung und geordneter Bewegung in Richtung des angelegten Feldes (bzw. entgegengesetzt, je nach Vorzeichen der Ladung). Die folgenden Überlegungen beziehen sich alle auf Elektronen, können aber ohne weiteres auch auf Ionen übertragen werden.

In einem einfachen Modell und ohne Vorhandensein eines äußeren magnetischen Feldes kann man die Anzahl der Kollisionen dn , welche ein Elektron beim Zurücklegen der Strecke dx erleidet, beschreiben durch

$$dn = \frac{1}{\bar{v}_D \cdot \tau} \cdot dx \quad (7.6)$$

wobei \bar{v}_D die mittlere Driftgeschwindigkeit und τ die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen bezeichnet. Die sogenannte Kollisionsrate $1/\tau$ ist mit der Teilchenzahldichte N , dem Streuquerschnitt σ und der momentanen Elektronengeschwindigkeit ω über folgende Relation verknüpft:

$$\frac{1}{\tau} = N \cdot \sigma \cdot \omega \quad (7.7)$$

Die differenzielle Wahrscheinlichkeit dP , daß ein Elektron seine nächste Kollision im Zeitintervall zwischen t und $t + dt$ erleidet, ist definiert als

$$dP = \frac{1}{\tau} \cdot e^{-t/\tau} \cdot dt \quad (7.8)$$

Das Elektron wird nun zwischen zwei Stößen gemäß der Bewegungsgleichung

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = e \cdot E \quad (7.9)$$

durch das elektrische Feld E beschleunigt. Die mittlere zurückgelegte Wegstrecke erhält man somit durch Mittelung von $x(t)$ über die Zeit und unter Verwendung der Kollisionswahrscheinlichkeit (Gl. 7.8) zu

$$\langle x \rangle = \frac{e}{2m} \cdot E \cdot \int_0^\infty \frac{t^2}{\tau} \cdot e^{-t/\tau} \cdot dt = \frac{e}{m} \cdot E \cdot \tau^2 \quad (7.10)$$

Die gemittelte Driftgeschwindigkeit ist dann

$$\bar{v}_D = \frac{\langle x \rangle}{\tau} = \frac{e}{m} \cdot E \cdot \tau = \mu \cdot E \quad (7.11)$$

wobei μ für die Beweglichkeit der Elektronen steht. Weil τ umgekehrt proportional zur Dichte des Gases ist, gilt somit für die Driftgeschwindigkeit:

$$\bar{v}_D \propto \frac{E}{N} \quad \text{bzw.} \quad \bar{v}_D \propto \frac{E}{p} \quad \text{für } T = \text{konst.} \quad (7.12)$$

mit dem Druck p . Die Driftgeschwindigkeit wird daher oft gegen das sogenannte „reduzierte elektrische Feld“ E/p (Einheit: $\text{V cm}^{-1} \text{ hPa}^{-1}$) oder auch gegen E/N (Einheit: $1 \text{ Td (Townsend)} = 10^{-17} \text{ V cm}^2$) aufgetragen, da sie mit diesen Größen skaliert. Die Gesamtenergie ε eines Elektrons, die von der momentanen Elektronengeschwindigkeit ω abhängt, setzt sich zusammen aus dessen thermischer Energie und dem Energiegewinn ε_E im elektrischen Feld:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 = \varepsilon_E + \frac{3}{2} \cdot k T \quad (7.13)$$

Stellt sich ein Gleichgewicht zwischen dem Energieverlust der Elektronen durch Stöße mit den Gasatomen und ihrem Energiegewinn im elektrischen Feld ein, so ergibt sich, bei konstanter Feldstärke und Druck, eine konstante Driftgeschwindigkeit.

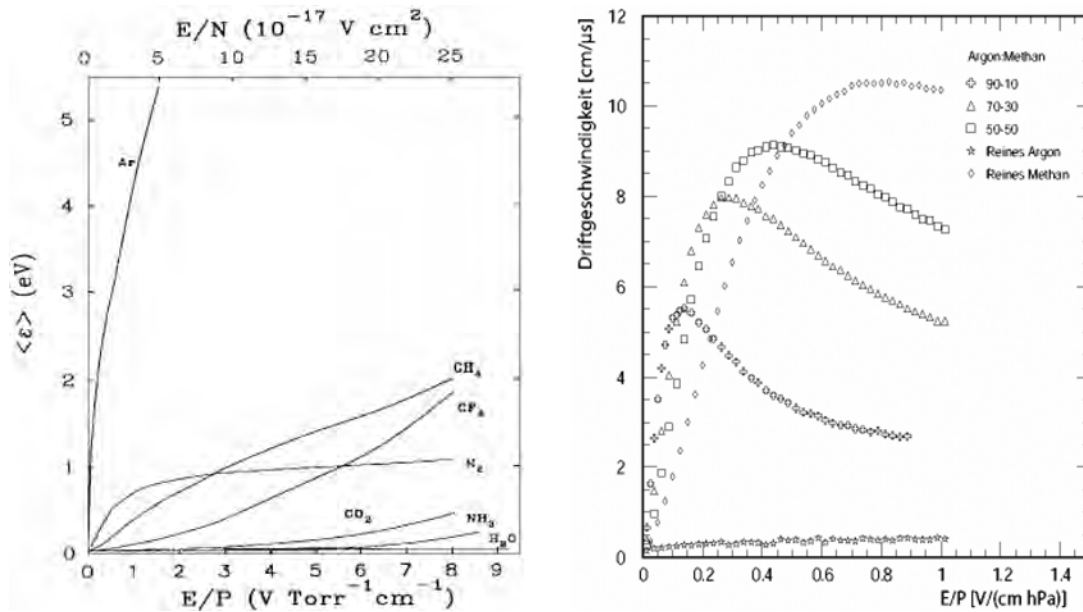


Abbildung 7.2: Links: Mittlere Elektronenenergie einiger Gase in Abhängigkeit vom reduzierten Feld. Rechts: Änderung des Driftgeschwindigkeitsverlaufs einer Argon-Methan-Mischung mit zunehmendem Methananteil.

7.1.2.4 Zählgase und Quencher

Die chemische Zusammensetzung eines Gases entscheidet über seine Verwendbarkeit als Zählgas. Üblicherweise verwendete Gemische bestehen aus einem einatomigen Edelgas und einem Zusatz eines mehratomigen organischen Gases aus der Kohlenwasserstoffgruppe wie z.B. CH_4 , C_3H_8 , C_4H_{10} (Isobutan) oder auch C_2H_6 . Der Edelgasanteil sorgt hierbei überwiegend für die Ladungsvervielfachung, wohingegen der organische Anteil durch seine über einen weiten Energiebereich vorhandenen nichtradiativen Rotations- und Vibrationsniveaus Photonen aus dem Gasverstärkungsprozeß absorbiert, welche ansonsten zur Sekundäremission von Elektronen und somit zur permanenten Gasentladung führen könnten. Man bezeichnet diese vielatomige Komponente des Gasgemisches deshalb auch als Löschgas oder Quencher. Der organische Zusatz sollte hierbei möglichst unpolar sein, damit keine Elektronen durch Einfangprozesse verlorengehen. Schon ein geringer Anteil eines solchen Gases verändert das Verhalten des Detektors entscheidend. Ein mit reinem Argon betriebenes Zählrohr erlaubt z.B. nur Gasverstärkungen von ca. 10^3 bis 10^4 bevor es zur permanenten Entladung kommt, setzt man diesem jedoch einen etwa zehnprozentigen Anteil Methan zu, so können Verstärkungen von 10^6 und darüber erreicht werden.

7.1.2.5 Einfluß des Löschgasanteils auf die Driftgeschwindigkeit

Der Zusatz eines Löschgases wirkt sich aber natürlich auch auf die Driftgeschwindigkeit der Elektronen aus, welche dadurch erheblich gesteigert werden kann. Abb. 7.2 (Rechts) zeigt z.B. die Driftgeschwindigkeiten verschiedener Argon-Methan Mischungen. Wie man sieht, besitzt reines Argon über den gesamten angegebenen Bereich des reduzierten Feldes eine sehr niedrige Driftgeschwindigkeit. Dies beruht darauf, daß bei Argon schon bei Werten von $E/p > 0,2 \text{ V cm}^{-1} \text{ Torr}^{-1}$ die mittleren Elektronenenergien über 2 eV liegen (Abb. 7.2, Links) und somit die Wirkungsquerschnitte, wenn man den Wert mit Abb. 7.1 vergleicht, nicht im Ramsauerminimum des Edelgases liegen. Die Elektronen stoßen daher mit den Argonatomen rein elastisch, wodurch sie ihre hohe Energie beibehalten und daraus wiederum die niedrige Driftgeschwindigkeit resultiert. Durch Zugabe eines molekularen Gases wie etwa CH_4 , CO_2 , CF_4 oder N_2 , welche über einen größeren

Feldstärkebereich geringere mittlere Elektronenenergien als Argon besitzen, ändert sich dieser Verlauf der Driftgeschwindigkeit nun dramatisch. Die Elektronen stoßen mit den Gasmolekülen inelastisch, wobei sie einen großen Teil ihrer kinetischen Energie verlieren. Diese wird von den Molekülen in Rotations- und Vibrationsenergie umgesetzt. Dadurch verringert sich die mittlere Elektronenenergie soweit, daß man in den Bereich des Ramsauerminimums des jeweiligen Edelgases gelangt. Aufgrund des bei diesen Elektronenenergien viel kleineren Streuquerschnitts erhält man nun eine viel höhere Driftgeschwindigkeit. Der Absolutwert der Driftgeschwindigkeit hängt zudem noch von der Stärke des elektrischen Feldes, durch welches die Elektronen beschleunigt werden, ab. Je höher die elektrische Feldstärke, desto höher ist auch die kinetische Energie der Elektronen. Bei niedrigen Feldstärken von etwa $0,4 \text{ kV/cm}$ ist die mittlere Elektronenergie im Bereich des Ramsauerminimums von Argon angesiedelt, woraus ein Maximum der Driftgeschwindigkeit resultiert. Mit zunehmender Feldstärke verschiebt sich die Energieverteilung der driftenden Elektronen hin zu höheren Energien, welche einem hohen inelastischen Wirkungsquerschnitt von Argon entsprechen. Aus diesem Grund sinkt die Driftgeschwindigkeit trotz des stärkeren, die Elektronen beschleunigenden, elektrischen Feldes.

Bei Argon spricht man auch von einem „heißen Gas“, weil hier die zugehörige Elektronenergie vom elektrischen Feld dominiert wird ($\varepsilon \approx \varepsilon_E \gg 3/2 \cdot kT$), während z.B. CO_2 ein „kaltes Gas“ ist ($\varepsilon \approx 3/2 \cdot kT$).

7.1.3 Prinzip der Messung

Die Messung der Driftgeschwindigkeit der Elektronen erfolgt bei diesem Versuch durch die Messung der Differenz der Driftzeiten zweier Ladungswolken, die an unterschiedlichen Stellen in einer Driftkammer erzeugt wurden. Die Erzeugung der freien Ladungsträger erfolgt durch Ionisation des sich in der Driftkammer befindenden Gases mittels eines gepulsten Stickstoff-UV-Lasers ($\lambda = 337,1 \text{ nm}$, Pulsdauer = 500 ps). Die Quantenenergie des Lasers ist jedoch wesentlich geringer als die Ionisationsenergien typischer Zählgasatome bzw. -moleküle, welche bei etwa $20\text{--}30 \text{ eV}$ liegen. Verschiedene Untersuchungen haben gezeigt, dass vornehmlich Verunreinigungen im Gasgemisch, die von Ausgasen der Kammermaterialien oder Beimischungen in den Zählgasen selber herrühren, ionisiert werden. Gerade bei den üblicherweise verwendeten organischen Quenchern wie Methan, Ethan oder Isobutan sind Verunreinigungen mit fremden Kohlenwasserstoffen oft unvermeidbar. Diese Beimischungen besitzen zum Teil Ionisationsenergien im Bereich von 7 eV , womit sie über sogenannte Zweiphotonenprozesse ionisiert werden können. Hierbei wird das Molekül von einem Photon angeregt und von einem zweiten, welches innerhalb der Lebensdauer des angeregten Zustandes auf das Molekül treffen muss, ionisiert. Zur Einkopplung des Laserstrahls in die Kammer wird dieser mittels eines Strahlteilerwürfels in zwei etwa gleich intensive Strahlen aufgeteilt. Der eine Teilstrahl wird direkt, der andere nach einer Umlenkung über einen UV-Spiegel, mittels zweier UV-Linsen mit einer Brennweite von 200 mm in die Mitte der Driftkammer fokussiert. Am untersten Austrittsfenster der Kammer ist eine UV-empfindliche Photodiode angebracht, die zur Triggerung der Datennahme dient. Die Erzeugung des Driftfeldes erfolgt durch insgesamt 40 Edelstahl Elektroden mit einem Durchmesser von 120 mm und einer Dicke von 3 mm . Diese besitzen in ihrer Mitte eine Bohrung mit einem Durchmesser von 25 mm , durch welche die Elektronen zu einer Proportionalkammer am Ende der Driftstrecke driften und dort nachgewiesen werden. Die Isolation der Elektroden untereinander erfolgt durch Teflonringe, welche zusätzlich für einen konstanten Abstand der Plattenpaare von $10 \pm 0,1 \text{ mm}$ sorgen. An die oberste Elektrode ist die Zuführung für Hochspannung angelötet, die unterste Elektrode liegt auf Masse. Die Elektroden sind über einen Präzisions-Spannungsteiler miteinander verbunden, um ein homogenes Driftfeld zu erreichen. Die Hochspannungsversorgung erfolgt über ein Netzgerät der Firma *Del Electronics*, welches eine maximale Ausgangsspannung von 50 kV liefert. Die Driftgeschwindigkeit der Elektronen bei einem festen Feldstärkewert kann aufgrund des homogenen Feldes als

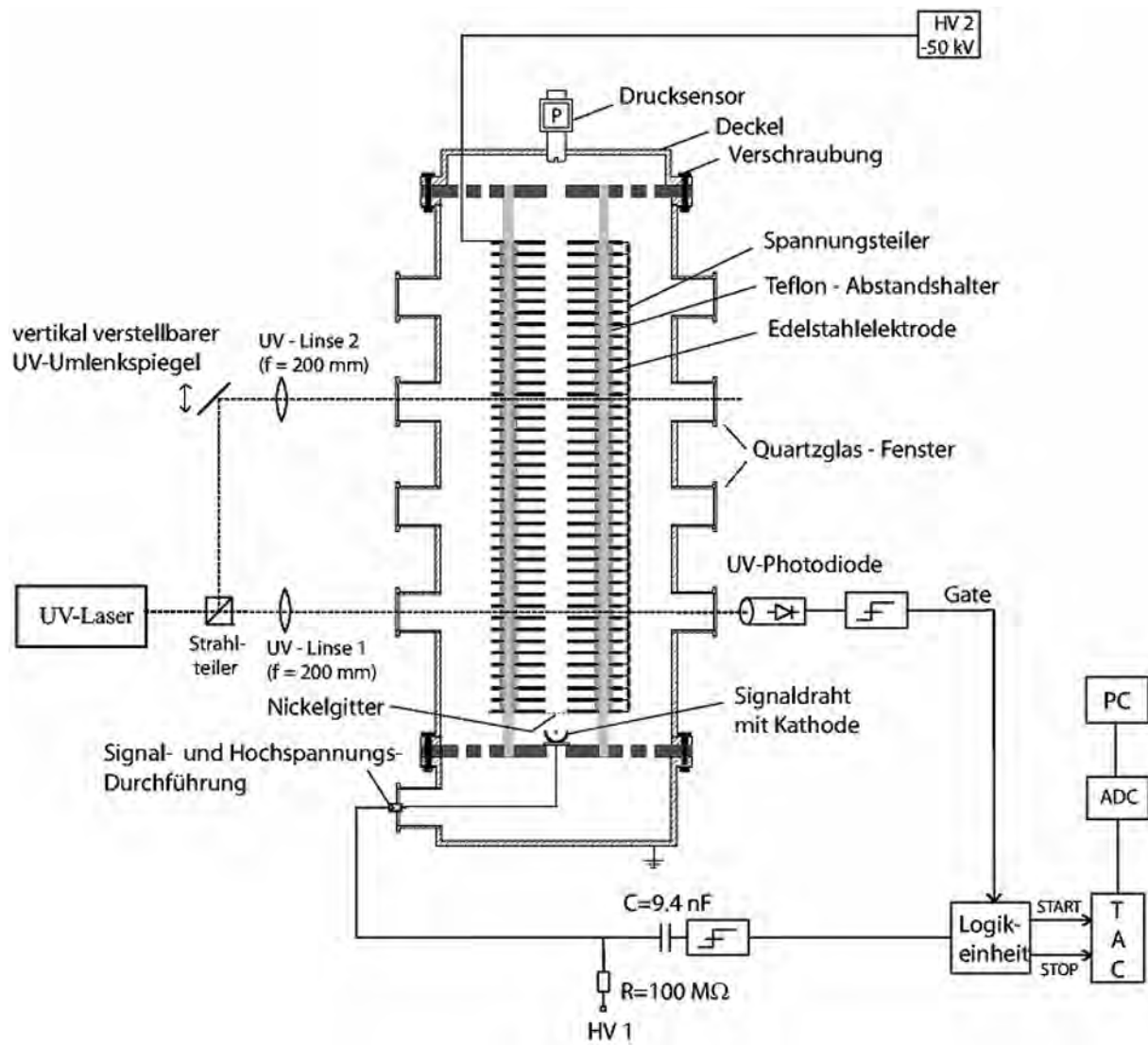


Abbildung 7.3: Schematischer Versuchsaufbau.

konstant angenommen werden. Sie kann daher direkt als Quotient des Abstandes Δx der beiden Laserteilstrahlen, also der effektiven Driftstrecke, und der Zeitdifferenz Δt der beiden am Anodendraht ankommenden Ladungswolken bestimmt werden:

$$\bar{v}_D = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (7.14)$$

Die Pulse der beiden Elektronenwolken werden außerhalb der Kammer über ein RC-Glied von der Hochspannungsversorgung des Signaldrahtes ausgekoppelt. Sie durchlaufen dann einen Spektroskopieverstärker zur Pulsformung und Verstärkung und danach einen Diskriminator, um logische Pulse für die sich daran anschließende Logikeinheit zu erzeugen. Diese dient dazu, unvermeidliche Fehltrigger zu reduzieren. Wenn beide Pulse die Logikeinheit passiert haben, startet der erste einen Zeit-zu-Amplituden-Konverter (TAC), der zweite stoppt diesen. Der TAC liefert dann an seinem Ausgang ein analoges Rechtecksignal, dessen Amplitude proportional der Zeitspanne zwischen Start- und Stopp-Puls ist. Die Amplitude wird anschließend von einem Analog-Digital-Konverter (ADC) in einem PC ausgelesen und digitalisiert. Die Auslesesoftware auf dem Datennahme-PC erlaubt die Mittelung der ausgelesenen Spannungen über eine einstellbare Zahl von Laserpulsen und gibt die mittlere Driftzeit sowie die Standardabweichung des Mittelwertes aus.

7.1.4 Durchführung des Versuchs

Der Versuch besteht aus der Messung der Driftgeschwindigkeiten von mindestens drei verschiedenen Argon-Methan-Mischungen sowie reinem Methan und desweiteren aus der Bestätigung der E/P-Abhängigkeit der Driftgeschwindigkeit anhand Messungen einer Mischung bei verschiedenen Drücken. Die Mischung Ar-CH₄ 90-10 (10 Vol% Methan) sollte in jedem Fall gemessen werden, die beiden anderen Mischungen sind in 10%-Methananteil-Schritten frei wählbar. Die verschiedenen Mischungen werden direkt in der Driftkammer erzeugt. Hierzu stehen zwei Flaschen mit den reinen Gasen Methan und Argon zur Verfügung. Unter der Annahme, daß diese sich wie ideale Gase verhalten, kann man anhand der idealen Gasgleichung ($pV = nRT$) die Partialdrücke der beiden Komponenten berechnen, um ein bestimmtes Mischungsverhältnis herzustellen. Berechnen Sie die Partialdrücke für die von Ihnen gewählten Mischungsverhältnisse. Hierbei soll ein Absolutdruck in der Kammer von 1500 hPa nicht überschritten werden.

Die positive Hochspannung HV 1 für die Proportionalkammer wird so eingestellt, dass die Pulshöhe der Kammer signale nach dem Spektroskopieverstärker etwa -1 V beträgt. Benutzen Sie hierzu das Photodiodensignal nach dem Diskriminator als Trigger für das Oszilloskop und stellen Sie auf dem anderen Kanal das Ausgangssignal des Spektroskopieverstärkers dar. Wie ändert sich die relative Lage der beiden Kammerpulse bei langsamer Erhöhung der Driftspannung HV 2? Beobachten Sie anschließend das entsprechende Verhalten des Ausgangssignals am TAC.

Messen Sie die Driftzeiten für die jeweilige Mischung unter Verwendung der beiden zur Verfügung stehenden Driftstrecken. Hierzu wird der Laser auf Pulsbetrieb geschaltet (Wiederholrate 10 Hz) und für typischerweise 100 Laserpulse pro festem Wert des reduzierten Feldes E/P die mittlere Driftzeit gemessen. Der Druck in der Kammer bleibt hierbei konstant, die Variation von E/P erfolgt durch Änderung der Beschleunigungsspannung HV 2. Die Schrittweite des reduzierten Feldes sollte ungefähr 0,02 V/(cm·hPa) betragen.

Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den theoretischen Werten für die jeweilige Mischung aus Tabelle 7.1.

Messen Sie anschließend die Driftgeschwindigkeiten einer Argon-Methan-Mischung mit beiden Driftstrecken bei mindestens drei verschiedenen Drücken. Diese sollten sich in etwa im Bereich von 500-1500 hPa bewegen. Passen Sie die Partialdrücke der Gase und die Schrittweite der Hochspannungsversorgung für das Driftfeld entsprechend an, um gleiche Werte für das reduzierte Feld zu erhalten.

ACHTUNG! SICHERHEITSHINWEISE BEACHTEN!

- Es sind die am Versuchsplatz ausliegenden Sicherheitshinweise zum Umgang mit einem UV-Laser der Klasse 3b zu beachten!
- Ein Maximalstrom von 0,15 mA am Hochspannungsnetzgerät soll generell nicht überschritten werden, da es sonst zur permanenten Gasentladung in der Driftkammer kommen kann, was zu Beschädigungen der Apparatur führen könnte!
- Bei offenem Strahlengang des Lasers sind die am Versuchsplatz ausliegenden Laserschutzbrillen zu tragen und der Vorhang des Versuchsraumes zu schließen! Die Öffnung des Strahlengangs erfolgt nur in Absprache mit dem zuständigen Betreuer!
- Zur Erzeugung des Driftfeldes werden gefährliche Hochspannungen bis zu 50 000 V verwendet!
- Es dürfen keine Veränderungen an der Versuchsanordnung vorgenommen werden!

7.1.5 Literatur

Elektronendrift: [2], [3], [4], [5]

Tabelle 7.1: Driftgeschwindigkeit v (cm/ μ s) als Funktion des reduzierten elektrischen Feldes E/p (V/(cm·hPa)) für verschiedene Argon-Methan-Mischungen bei $T = 20^\circ\text{C}$.

v (Ar:CH ₄)										
E / p	0:100	10:90	20:80	30:70	40:60	50:50	60:40	70:30	80:20	90:10
0.025	0.348	0.384	0.418	0.467	0.525	0.627	0.712	0.899	1.166	1.583
0.050	0.772	0.838	0.936	1.063	1.199	1.448	1.692	2.164	2.816	3.417
0.075	1.248	1.387	1.543	1.754	2.025	2.410	2.839	3.548	4.375	4.639
0.100	1.794	1.982	2.225	2.534	2.917	3.431	3.990	4.819	5.546	5.247
0.125	2.365	2.622	2.951	3.335	3.803	4.428	5.013	5.849	6.300	5.472
0.150	2.992	3.319	3.683	4.132	4.667	5.361	5.923	6.636	6.745	5.454
0.175	3.617	3.994	4.403	4.934	5.492	6.189	6.652	7.191	6.968	5.356
0.200	4.256	4.648	5.110	5.619	6.202	6.882	7.247	7.571	7.047	5.188
0.225	4.847	5.267	5.767	6.304	6.820	7.459	7.682	7.806	7.041	4.989
0.250	5.452	5.882	6.426	6.922	7.348	7.932	8.053	7.937	6.965	4.822
0.275	6.010	6.482	7.007	7.432	7.853	8.303	8.285	7.995	6.857	4.614
0.300	6.529	6.982	7.446	7.866	8.251	8.591	8.453	7.995	6.726	4.428
0.325	7.025	7.481	7.869	8.269	8.603	8.811	8.548	7.949	6.581	4.287
0.350	7.455	7.880	8.287	8.624	8.855	8.964	8.551	7.880	6.429	4.113
0.375	7.902	8.251	8.648	8.911	9.060	9.073	8.615	7.789	6.275	3.983
0.400	8.243	8.630	8.928	9.127	9.193	9.140	8.584	7.681	6.124	3.840
0.425	8.550	8.902	9.160	9.340	9.322	9.176	8.535	7.566	5.976	3.707
0.450	8.899	9.151	9.413	9.465	9.417	9.177	8.478	7.441	5.832	3.635
0.475	9.132	9.441	9.566	9.568	9.461	9.160	8.377	7.316	5.687	3.555
0.500	9.395	9.569	9.700	9.687	9.513	9.124	8.275	7.190	5.556	3.439
0.525	9.568	9.769	9.840	9.769	9.484	9.075	8.179	7.063	5.435	3.307
0.550	9.780	9.884	9.892	9.790	9.488	9.012	8.083	6.939	5.307	3.261
0.575	9.921	9.981	9.957	9.782	9.490	8.939	7.987	6.812	5.195	3.170
0.600	10.049	10.058	10.044	9.826	9.392	8.862	7.850	6.691	5.082	3.109
0.625	10.155	10.175	10.056	9.775	9.361	8.777	7.758	6.572	4.982	3.075
0.650	10.253	10.200	10.089	9.771	9.304	8.687	7.645	6.456	4.884	2.994
0.675	10.323	10.252	10.087	9.778	9.231	8.599	7.517	6.346	4.787	2.946
0.700	10.445	10.283	10.101	9.697	9.142	8.502	7.444	6.238	4.697	2.890
0.725	10.495	10.350	10.038	9.652	9.075	8.407	7.343	6.135	4.613	2.827
0.750	10.504	10.354	10.014	9.615	8.984	8.310	7.203	6.036	4.534	2.859
0.775	10.498	10.299	10.002	9.543	8.904	8.211	7.089	5.939	4.457	2.798
0.800	10.509	10.296	9.952	9.457	8.822	8.118	6.980	5.846	4.395	2.789
0.825	10.532	10.249	9.954	9.368	8.735	8.018	6.907	5.754	4.323	2.745
0.850	10.486	10.246	9.835	9.341	8.656	7.926	6.864	5.673	4.258	2.703
0.875	10.510	10.209	9.790	9.241	8.567	7.832	6.713	5.589	4.194	2.656
0.900	10.436	10.114	9.758	9.136	8.485	7.738	6.634	5.505	4.137	2.644
0.925	10.459	10.102	9.664	9.089	8.375	7.648	6.560	5.429	4.083	2.657
0.950	10.380	10.075	9.618	9.058	8.328	7.557	6.479	5.360	4.031	2.616
0.975	10.369	10.011	9.536	8.982	8.227	7.469	6.410	5.291	3.986	2.581
1.000	10.354	9.919	9.483	8.852	8.150	7.384	6.345	5.221	3.934	2.561

7.2 Versuch 2: β -Spektroskopie

7.2.1 Aufgaben

1. Messung des Magnetfeldes in Anhängigkeit des Spulenstroms mit einer Hallsonde.
2. Messung des β -Spektrums von ^{137}Cs mit einem magnetischen Spektrometer.
3. Bestimmung der Endpunktsenergie des β -Spektrums durch einen Kurie-Plot
4. Messung der Spektren der Konversionselektronen von ^{137}Ba (Tochterkern des ^{137}Cs Zerfalls) und Kalibration der Impulsachse.
5. Bestimmung der Konversionskoeffizienten und der Konversionsverhältnisse beim Übergang des angeregten ^{137}Ba (662 keV) in den Grundzustand und der Multipolordnungen der Strahlung.

7.2.2 Einführung

Beim β -Zerfall emittiert der radioaktive Kern ein Elektron oder ein Positron mit kontinuierlich verteilter Energie. Die größten auftretenden Energien sind die Übergangsenergien des Zerfalls (siehe Kapitel 2.2.4). Die Form der Spektren ist bestimmt durch die Statistik des Phasenraums, der den beim Zerfall entstehenden Teilchen zur Verfügung steht, und durch die Übergangswahrscheinlichkeiten (Matrixelemente) der Zerfälle selbst (siehe Kapitel 2.2.5).

Die Messung eines β -Spektrums, d.h. die Anzahl der Teilchen, die in einen bestimmten Energiebereich (oder Impulsbereich) fallen, als Funktion der Energie (oder des Impulses) erlaubt es, durch geeignete Auftragung im sog. Kurie-Plot sowohl die Übergangsenergie als auch die Matrixelemente zu bestimmen.

Führt der β -Übergang nicht zum Grundzustand des Tochterkerns sondern zu einem angeregten, dann kann eine Überlagerung des kontinuierlichen β -Spektrums durch Linien diskreter Energie auftreten, den Konversionslinien (siehe Kapitel 2.4). Durch Messung der Konversionskoeffizienten und der Konversionsverhältnisse lassen sich Art und Ordnung der vom angeregten Zustand emittierten γ -Strahlung und damit Drehimpuls und Parität der Kernzustände bestimmen.

7.2.3 Prinzip der Messung

Die Wirkungsweise eines magnetischen Spektrometers beruht auf der Ablenkung bewegter geladener Teilchen in einem Magnetfeld durch die Lorentz-Kraft. Bewegt sich das Teilchen (Ladung e , Masse m) mit der Geschwindigkeit v senkrecht zum homogenen Feld B ist, wird es auf eine Kreisbahn mit dem Radius r gezwungen, wenn die Beträge der Lorentzkraft und der Zentrifugalkraft gleich sind.

$$e \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad (7.15)$$

Bei konstantem Feld ist der Bahnradius durch den Impuls p bestimmt

$$p = m \cdot v = e \cdot B \cdot r \quad (7.16)$$

Das Impulsspektrum einer Quelle erhält man, indem man durch Anordnung der Quelle, des Detektors und gegebenenfalls strahldefinierender Blenden in einer Ebene senkrecht zu B einen Sollkreis r_0 festlegt und die Zählrate in Abhängigkeit vom Magnetfeld misst. Da der Detektor und/oder die Blende von der Quelle aus unter einem endlichen Raumwinkel gesehen werden, ist

der Sollkreis nicht genau, sondern nur innerhalb einer Breite der Blendenöffnung Δr_0 definiert. Das zieht auch eine Schwankungsbreite der nachgewiesenen Impulse nach sich. Sie ist

$$\Delta p = \Delta(e \cdot B \cdot r_0) = e \cdot B \cdot \Delta r_0 = p \cdot \frac{\Delta r_0}{r_0} \quad (7.17)$$

und somit

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta r_0}{r_0} \quad (7.18)$$

Da die rechte Seite dieser Gleichung eine apparative Konstante ist, nämlich die Akzeptanz des Spektrometers, ist die Breite des *nachgewiesenen* Impulsspektrums proportional zu p . Das *wahre* Spektrum $N(p)$ ergibt sich aus der gemessenen Zählrate $Z(B)$ durch Division mit p

$$N(p) = \frac{Z(B)}{p} \quad (7.19)$$

Das Magnetfeld wird durch Spulen mit Weicheisenkern erzeugt, so dass es proportional dem Spulenstrom I ist, solange das Eisen nicht in Sättigung ist und keine Hysterese vorliegt. Dies kann mit Hilfe einer Hallsonde untersucht werden. Aus diesen Messungen kann das Magnetfeld als Funktion des Spulenstroms kalibriert werden. Dann hat man

$$N(p) = \frac{Z(I)}{p} \propto \frac{Z(I)}{B(I)} \quad (7.20)$$

Im Kurie-Plot wird der Proportionalitätsfaktor aus Gl. 2.28 zusammen mit dem Matrixelement in die Konstante gezogen, und man hat

$$\sqrt{\frac{N(\eta)}{p^2 \cdot F(E, Z)}} = C' \cdot (E_0 - E) \quad (7.21)$$

Durch Einführen der dimensionslosen Ausdrücke für die reduzierten Energien und Impulse

$$\epsilon = \frac{E + m_0 c^2}{m_0 c^2}, \quad \epsilon_0 = \frac{E_0 + m_0 c^2}{m_0 c^2}, \quad \eta = \frac{p}{m_0 c}, \quad \epsilon = \sqrt{\eta^2 + 1} \quad (7.22)$$

und der reduzierten Fermifunktion

$$G(\eta, Z) = \frac{\eta}{\epsilon} \cdot F(E, Z) \quad (7.23)$$

wird aus der Gl. 7.21

$$\sqrt{\frac{N(\eta)}{\eta \cdot \epsilon \cdot G(\eta, Z)}} = C \cdot (\epsilon_0 - \epsilon) \quad (7.24)$$

Die reduzierte Fermi-Funktion ist im Anhang 2 angegeben.

Die Genauigkeit, mit der das Impulsspektrum gemessen wird, ist nach Gl. 7.18 durch die Öffnung der strahldefinierenden Blende gegeben. Je enger der Strahl geometrisch begrenzt ist, umso genauer ist die Größe des zu messenden Impulses bestimmt, und umso besser können nahe beieinander liegende Linien getrennt werden. Ein Maß für die Güte des Spektrometers ist das Auflösungsvermögen A , das in Analogie zur optischen Mikroskopie definiert ist durch

$$A = \frac{p}{\Delta p} = \frac{r_0}{\Delta r_0} \quad (7.25)$$

Ein hohes Auflösungsvermögen läßt sich erreichen in großen Spektrometern (großes r_0) mit kleinen Strahlquerschnitten (kleines Δr_0). Mit engen Blenden erhält man aber auch eine geringe

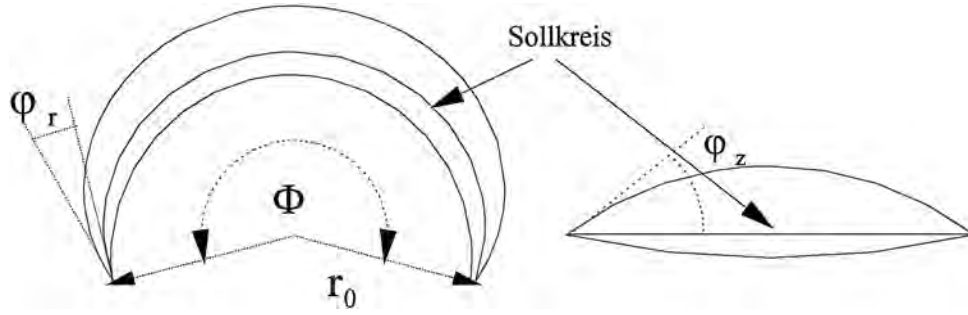


Abbildung 7.4: Radiale und axiale Fokussierung.

Transmission, das ist das Verhältnis der Anzahl der die Blende durchfliegenden Teilchen zur Zahl der insgesamt emittierten. Bei unveränderter Messzeit vergrößert das den statistischen Fehler.

7.2.4 Versuchsaufbau, das $\pi \cdot \sqrt{2}$ -Spektrometer

Das einfachste Spektrometer nach dem beschriebenen Prinzip ist das 180° -Spektrometer, bei dem Quelle und Detektor so angeordnet sind, dass die β -Teilchen einen Halbkreis durchlaufen. Es hat ein sehr gutes Auflösungsvermögen aber eine schlechte Transmission. Es fokussiert nur Teilchen mit Bahnen in einer Ebene senkrecht zum Magnetfeld. Eine axiale Fokussierung findet nicht statt, da die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Feld nicht beeinflusst wird.

Axiale und radiale Fokussierung gleichzeitig sind möglich in einem rotationssymmetrischen, nicht homogenen Feld, das von innen nach außen abfällt. In einem solchen Feld führen die β -Teilchen mit dem festen Impuls

$$p = e \cdot B(r_0) \cdot r_0 \quad (7.26)$$

Schwingungen um den Sollkreis r_0 aus, wenn sie unter kleinen Winkeln φ_r oder φ_z zur Sollkreisbahn emittiert werden. Für die radialen Abweichungen φ_r schneidet die Teilchenbahn den Sollkreis nach dem Winkel

$$\Phi_r = \pi \cdot \left[1 + \frac{r_0}{B(r_0)} \cdot \left(\frac{dB}{dr} \right)_0 \right]^{-1/2} \quad (7.27)$$

und für die axialen Abweichungen φ_z nach dem Winkel

$$\Phi_z = \pi \cdot \left[\frac{-r_0}{B(r_0)} \cdot \left(\frac{dB}{dr} \right)_0 \right]^{-1/2} \quad (7.28)$$

Bei diesen Winkeln tritt radiale bzw. axiale Fokussierung ein. Zwischen ihnen besteht die Beziehung

$$\frac{1}{\Phi_r^2} + \frac{1}{\Phi_z^2} = \frac{1}{\pi^2} \quad (7.29)$$

Soll die Fokussierung für beide Richtungen an derselben Stelle stattfinden, gilt

$$\Phi = \Phi_r = \Phi_z = \pi \cdot \sqrt{2} = 244,5^\circ \quad (7.30)$$

Bei diesem Winkel entsteht also ein Bild der Quelle. Spektrometer mit dieser Eigenschaft nennt man doppelfokussierend.

Aus den Gl. 7.27 bis Gl. 7.31 lässt sich die Differentialgleichung für den Verlauf des Feldes gewinnen. Sie lautet

$$\frac{dB(r)}{dr} + \frac{1}{2r} \cdot B(r) = 0 \quad (7.31)$$

und hat die Lösung

$$B(r) = B(r_0) \cdot \sqrt{\frac{r_0}{r}} \quad (7.32)$$

Die Doppelfokussierung verlangt also ein mit $1/\sqrt{r}$ in der Symmetrieebene abfallendes Feld, der durch den nach außen sich vergrößernden Abstand der Polschuhe bewirkt wird. Man kann zeigen, dass bei diesem Feldverlauf auch die Abbildungsfehler minimal sind.

Bei dem im Praktikum verwendeten Spektrometer ist der Feldverlauf offensichtlich nicht so ausgefallen, wie er von der Theorie verlangt wird. Es hat sich beim Test gezeigt, dass die Abbildung nicht wie erwartet bei 244° , sondern bei 235° am besten ist. Unter diesem Winkel vom Detektor ist deshalb auch die strahldefinierende Schlitzblende aufgestellt. Sie steht nicht senkrecht, sondern etwas geneigt und folgt damit der wirklichen Lage des Bildes der Quelle. Die Transmission kann durch eine weitere, längs des Sollkreises verschiebbare Kreisblende variiert werden. Eine Bleiabschirmung verhindert, dass γ -Quanten aus der Quelle in den Detektor gelangen. Beim Betrieb ist das Spektrometer evakuiert.

Die elektronische Anordnung ist sehr einfach. Es liegt hier ein Beispiel für die Messung von ausgewählten Ereignissen vor, bei dem die Auswahl nicht elektronisch, sondern durch eine zusätzliche Vorrichtung, in diesem Fall das Magnetfeld des Spektrometers getroffen wird. Es genügt, die Teilchen nur nachzuweisen ohne Rücksicht auf die Energie. Als Detektor wird deshalb ein Auslösezählrohr verwendet, dessen Impulse über einen Emitterfolger als Vorverstärker direkt zum Zähler gehen.

7.2.5 Durchführung

Bei diesem Versuch werden ausgewählte Ereignisse in einem engen Impulsintervall gezählt. Die Zählrate $Z(B(I))$ des Geiger-Müller-Zählrohrs wird in Abhängigkeit vom Magnetfeld gemessen, welches linear mit dem Spulenstrom steigt. Der Strom wird als Spannungsabfall an einem $10\text{ m}\Omega$ -Widerstand gemessen. Die Linearität zwischen Strom und Magnetfeld und eventuell auftretende Hystereseeffekte werden mit einem Hallsensor gemessen.

Im Bereich des β -Spektrums müssen die Messpunkte nicht sehr dicht liegen. Ein Abstand von $0,2\text{ A}$ Spulenstrom ist ausreichend. Die Konversionslinien liegen oberhalb von 8 A . Um sie sauber aufzulösen, muss hier mit einem Abstand von $0,02\text{ A}$ gemessen werden. Die β -Teilchen unter $1,5\text{ A}$ haben so kleine Energien, dass sie im Fenster des Zählrohrs absorbiert werden. Für jeden Punkt sollten mindestens 2 min gemessen werden.

Das Spektrometer hat einen Weicheisenkern und zeigt Hystereseeffekte. Deshalb soll die Messung immer mit steigendem Magnetfeld durchgeführt werden. Ein Zurückstellen der Stromstärke auf einen deutlich kleineren Wert sollte vermieden werden. Mit Hilfe einer Hallsonde kann zu Beginn der Messungen untersucht werden, wie stark sich dieser Effekt auf das Magnetfeld auswirkt.

Gemessen wird in diesem Versuch die Zählrate $Z(\eta)$ als Funktion des Stromes. In der Gl. 7.24 für den Kurie-Plot treten aber die reduzierten Impulse und entsprechenden reduzierten Energien auf. Da der reduzierte Impuls linear mit dem Magnetfeld zusammenhängt, ist es zweckmäßig eine Impulseichung des Spektrometers vorzunehmen und dann die Energien aus den dazugehörigen Impulsen zu berechnen. Für die Impulskalibration der gemessenen Ströme verwendet man die Konversionslinien (K und L) des Tochterisotops ^{137}Ba , sowie den Nullpunkt $p(B = 0) = 0$ und interpoliert linear. Deren Impulse lassen sich aus den bekannten kinetischen Energien der

Konversionselektronen berechnen. Die kinetische Energie der Konversionselektronen aus der K- bzw. L-Schale ist

$$E_{K,L}^{\text{kin}} = E_{\gamma} - E_{K,L}^{\text{B}}, \quad (7.33)$$

wobei $E_K^{\text{B}} = 37,4 \text{ keV}$ und $< E_L^{\text{B}} > = 5,6 \text{ keV}$ die Bindungsenergien der Elektronen der K- bzw. L-Schale sind und die Übergangsenergie des angeregten Zustandes $E_{\gamma} = 661,7 \text{ keV}$ beträgt.

7.2.6 Auswertung

Nach der Impulskalibration $\eta(B(I))$ wird der Kurie-Plot nach Gl. 7.24 erstellt. Wichtig dabei ist, die untergrundkorrigierte Zählraten durch den zugehörigen reduzierten Impuls bzw. durch das ihm proportionalen Magnetfeld zu dividieren, um die zum Impuls proportionalen Breite des Impulsfensters zu korrigieren.

Die Multipolordnung der Gammastrahlung wird durch den Vergleich der beiden experimentellen Konversionskoeffizienten (siehe Kapitel 2.4) und des Konversionsverhältnisses mit Literaturwerten für einen M4 Übergang überprüft: $\alpha_K = 0,0896(15)$ und $\alpha_L = 0,0165(5)$ [8]. Die Konversionskoeffizienten α_K bzw. α_L sind definiert als:

$$\alpha_{K,L} = \frac{A_{K,L}}{A_{\gamma}} = \frac{A_{K,L}}{A_{\beta} - A_K - A_L} \quad (7.34)$$

wobei die Aktivitäten A_i aus den Flächen des β -Spektrums, der K- und der L-Linie bestimmt werden.

Zur experimentellen Bestimmung der Konversionskoeffizienten muss das gesamte β -Spektrum bekannt sein. Der nicht gemessene Bereich unter $1,5 \text{ A}$ wird deshalb durch Extrapolation des Kurie-Plots bei kleinen Energien rekonstruiert. Die Integration wird über den Impuls η durchgeführt. Soll über ϵ integriert werden, so muss berücksichtigt werden, dass $N(\epsilon) \cdot d\epsilon = N(\eta) \cdot d\eta$ ist und mit $\epsilon \cdot d\epsilon = \eta \cdot d\eta$ folgt

$$N(\epsilon) = \frac{\epsilon}{\eta} \cdot N(\eta). \quad (7.35)$$

Bei der Integration der Konversionspeaks muss außerdem berücksichtigt werden, dass die Messpunkte 10-mal dichter zusammen liegen.

Neben dem gemessenen konstanten Untergrund, der zu Beginn bereits vom Spektrum abgezogen wurde, ist im gemessenen β -Spektrum auch ein Anteil vom Übergang zum Grundzustand enthalten, der wie folgt korrigiert werden kann: Aus dem Termschema ist ersichtlich, dass 5,6% aller Übergänge direkt zum Grundzustand gehen und die Übergangsenergie etwa doppelt so groß ist ($E_0 = 1,176 \text{ MeV}$) wie die des angeregten Zustandes. Die Form des Zerfallsspektrums des Übergangs zum Grundzustand kann bis auf einen Normierungsfaktor mit Hilfe des Curieplots berechnet werden. Der Normierungsfaktor kann aus dem Verhältnis der beiden Integrale über die β -Spektren zum angeregten und zum Grundzustand bestimmt werden. Danach wird das korrekt normierte β -Spektrum in den Grundzustand vom gemessenen Spektrum abgezogen und die Analyse des Kurieplots und der Konversionskoeffizienten wiederholt. Ein Durchgang dieser iterativen Korrektur reicht aus.

7.2.7 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

Elektronik: [13]

Zählrohr: [17], [18]

Spektrometer: [7], [31]

β -Zerfall und γ -Zerfall: [\[1\]](#), [\[23\]](#), [\[24\]](#)

Im Anhang [A.2](#) sind die Parameter zur Berechnung der reduzierten Fermifunktionen $G(\eta, Z)$ für verschiedene Isotope tabelliert.

7.3 Versuch 3: γ -Koinzidenzspektroskopie

7.3.1 Aufgaben

1. Messung des γ -Spektrums von ^{22}Na , ^{137}Cs und ^{57}Co mit beiden Detektoren (NaJ-Detektor und Ge-Detektor). Energiekalibration mit Hilfe der Photopeaks.
2. Zeitkalibration mit einer ^{22}Na Quelle und einer verstellbaren Verzögerungseinheit.
3. Messung des γ -Spektrums von ^{60}Co mit beiden Detektoren. Bestimmung der Energie der Photolinien und Comptonkanten und Interpretation des Spektrums.
4. Koinzidenzanalyse von ^{60}Co mit unterschiedlichen Zeitschnitten. Welches Termschema beschreibt den Zerfall? Gibt es noch andere Koinzidenzen?
5. Analyse der Abhängigkeit der Energieauflösung des Ge-Detektors und des NaJ-Detektors von der Energie. Wie lässt sich der Unterschied erklären?

7.3.2 Einführung

Ein Kern emittiert γ -Quanten, wenn er sich nach vorausgegangenem α oder β -Zerfall oder infolge einer Kernreaktion in einem angeregten Zustand befindet. Der Übergang in den Grundzustand kann dabei in einem Schritt und/oder stufenweise erfolgen. In diesem Fall spricht man von γ -Kaskaden. Bei hoch angeregten Kernen sind i.a. mehrere Wege zum Grundzustand möglich. Die relative Häufigkeit eines bestimmten Weges hängt von den Quantenzahlen der Spins der beteiligten Zustände und deren Parität ab und wird durch das sog. Verzweungsverhältnis ausgedrückt. Ziel der γ -Spektroskopie ist es, die Energie und die Quantenzahlen der Zustände zu bestimmen.

In diesem Versuch wird eine Methode vorgestellt, die ein erster Schritt zur Festlegung des Termschemas von Kernen ist, die Koinzidenzspektroskopie. Sie ist auch ein wesentlicher Bestandteil von weiterführenden Experimenten zur Bestimmung der Quantenzahlen, wie z.B. der Messung der Winkelkorrelation.

7.3.3 Prinzip der Messung

Der Versuchsaufbau besteht aus zwei γ -Detektoren (NaJ-Szintillator und Ge-Halbleiterzähler), deren Energiesignale über zwei ADCs ausgelesen werden. Treten beide Signale innerhalb eines Zeitfensters von ca. $\pm 2\text{ }\mu\text{s}$ auf, wird zusätzlich die Zeitdifferenz von einem TAC (Time-to-Analog Converter) in ein Analogsignal umgewandelt, das von einem dritten ADC aufgenommen wird. Ein γ -Ereignis besteht somit entweder aus einem ADC-Wert, wenn nur ein Detektor angesprochen hat, oder aus drei Werten, wenn beide Detektoren innerhalb der Koinzidenzzeit von $\pm 2\text{ }\mu\text{s}$ angesprochen haben. Die ADC-Werte werden von einem Computer sequentiell gespeichert. Aufgrund der längeren Konversionszeit des TAC werden zuerst die beiden Energiewerte und anschließend der Zeitwert gespeichert. Nach dem Ende der Datenaufnahme wird das Datenfile in das Format des Analyseprogramms ROOT (<http://root.cern.ch>) konvertiert. Das Konversionsprogramm fasst die Daten in sogenannten *Events* (engl. Ereignisse) zusammen. Jedes Event besitzt einen Eintrag für die Messzeit sowie drei Werte, die den drei ADCs zugeordnet sind. Wird im sequentiellen Datenstrom des *Rohdatenfiles* ein Eintrag des dritten ADCs (Zeitdifferenz) gefunden, so werden die beiden vorangehenden Energiewerte dem gleichen Event (Koinzidenz-Event) zugeordnet. Alle anderen Energiewerte werden als Einzel-Events abgespeichert, wobei nur ein Energie-ADC einen Eintrag enthält, während die beiden anderen ADCs-Werte auf 0 gesetzt werden.

Mit ROOT können nun neben Einzelspektren auch Koinzidenzereignisse analysiert werden, indem nach Events gesucht wird, die ein Signal in beiden Detektoren innerhalb eines bestimmten

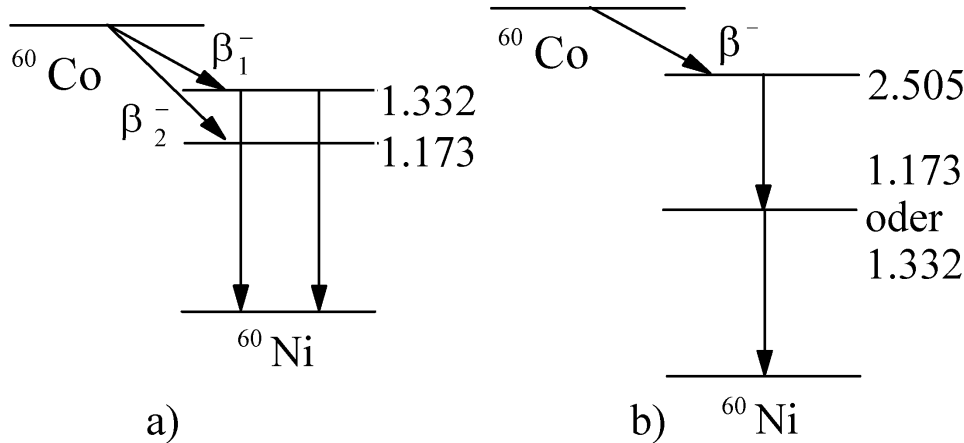


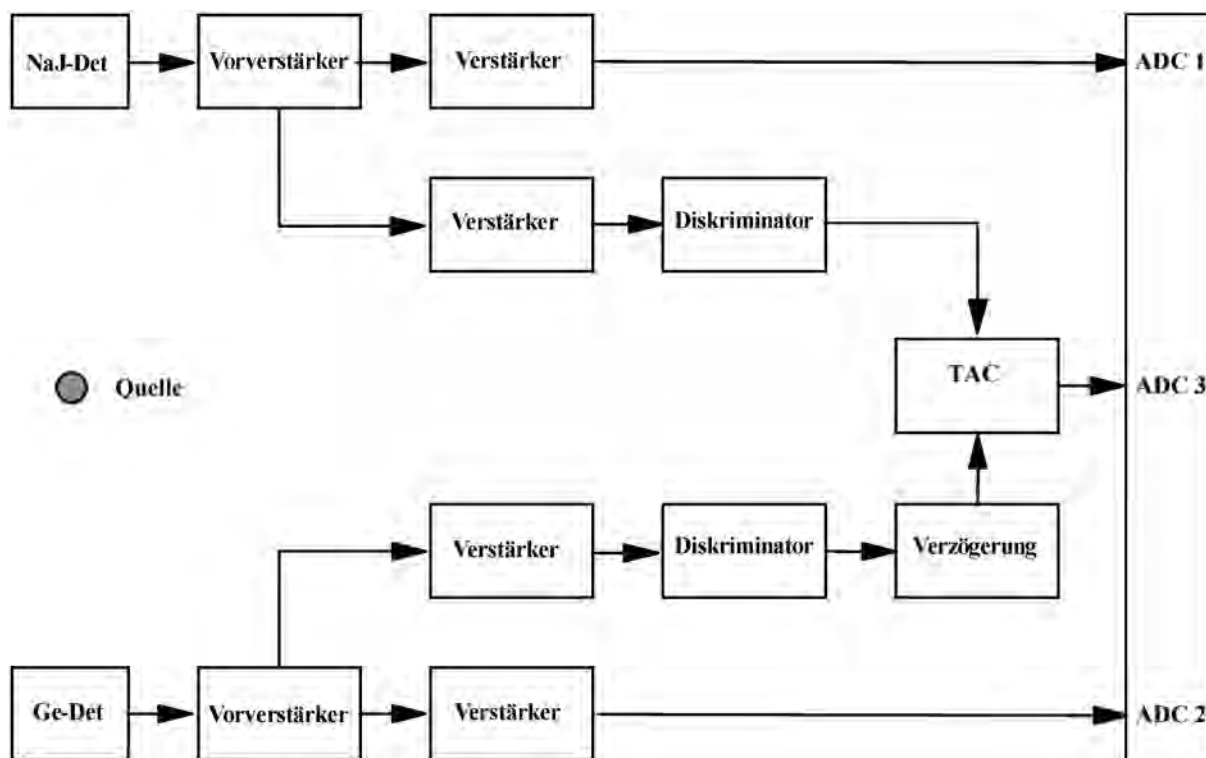
Abbildung 7.5: Mögliche Termschemata für den Zweiquantenzerfall.

Zeitfensters hatten. Eine kurze Einführung in die Bedienung von ROOT gibt es am Versuchstag anhand einiger einfacher Beispiele.

Im ersten Schritt werden mit bekannten Eichquellen die Energieskalen und die Zeitskala der ADCs kalibriert. Danach werden die γ -Einzelspektren und die Differenzzeitverteilung einer „unbekannten“ Quelle gemessen und damit die Anzahl und die Energien der Übergänge bestimmt. Anschließend wird in einer Koinzidenzanalyse geprüft, ob und gegebenenfalls welche Übergänge zu einer Kaskade gehören. Am Beispiel des ^{60}Co soll das Messprinzip genauer erklärt werden.

^{60}Co ist ein β^- -Strahler mit zwei γ -Übergängen (1,173 MeV und 1,332 MeV), wie man aus den Einzelspektren entnimmt. Für das Termschema gibt es damit prinzipiell die zwei in Fig. 7.5 dargestellten Möglichkeiten. In Fall a) werden die angeregten Zustände durch zwei unabhängige β -Übergänge besetzt. Deshalb werden auch die γ -Quanten zeitlich unabhängig voneinander emittiert. Anders der Fall b). Dort gibt es nur einen β -Zerfall zum höchsten angeregten Zustand, und die folgenden γ -Quanten bilden den einfachsten Fall einer Kaskade. Wenn der Zwischenzustand hinreichend kurzlebig ist, bei ^{60}Co ist das mit 10^{-12} s der Fall, treten die beiden Quanten praktisch gleichzeitig auf. Durch ein Koinzidenzexperiment, bei dem die Gleichzeitigkeit der Zerfälle geprüft wird, kann man zwischen den beiden Möglichkeiten unterscheiden. Man bestimmt das γ -Spektrum in einem Detektor unter der zusätzlichen Bedingung, dass im zweiten Detektor ein bestimmtes der beiden Photonen *zur selben Zeit* nachgewiesen wird. Wenn die Quanten zu einer Kaskade gehören, sieht der erste Detektor nur das *andere* Quant: das Spektrum enthält *einen* Übergang. Im Fall a) dagegen besteht das Spektrum im ersten Detektor aus denjenigen Ereignissen, die zufällig gleichzeitig mit dem ausgewählten Quant im zweiten auftreten. Es erscheinen *beide* Übergänge ganz wie bei der Messung ohne Koinzidenz. Nur die Zählraten sind beträchtlich kleiner, da die tatsächliche Messzeit nicht die wirkliche Zeit, sondern die Anzahl der im zweiten Detektor ausgewählten Ereignisse mal der Auflösungszeit der Koinzidenz ist.

Die Anordnung des Koinzidenzexperiments ist in Fig. 7.6 skizziert. Die beiden Detektorzweige sind nahezu identisch aufgebaut. Die Signale werden in zwei im Detektorgehäuse integrierten Vorverstärkern verstärkt und aufgeteilt. Das erste Signal wird mit einem Spektroskopieverstärker geformt und weiter verstärkt, bevor es als Energiesignal direkt zum ADC weitergeleitet wird. Die ADCs besitzen integrierte Diskriminatoren, so dass kein externes Triggersignal erzeugt werden muss. Das zweite Signal wird über einen schnellen Timingverstärker und einen *Constant Fraction Diskriminator* zum TAC weitergeleitet. Der Ge-Detektor liefert das Stoppsignal des TACs und der NaJ-Detektor liefert das Startsignal. Um sicherzustellen, dass das Startsignal vor dem Stoppsignal ankommt, befindet sich im Ge-Zweig eine zusätzliche Verzögerungseinheit (Delay), die das Signal zwischen 0 und $4,75\ \mu\text{s}$ verzögern kann. Die Schaltung erlaubt die gleichzeitige Auf-

Abbildung 7.6: Blockschaltbild der γ -Spektroskopie mit drei ADCs.

nahme von Einzelereignissen und von korrelierten Ereignissen. Erst in der Off-line Datenanalyse entscheidet man darüber, ob man eine Energiemessung, eine Zeitmessung oder eine Koinzidenzmessung machen will. Damit kann man alle fünf in Kapitel 6.2 beschriebenen Messaufbauten nach der Messung per Software durch geeignete *Datenschnitte* realisieren.

Wird nun mit einem Energieschnitt die Photolinie des hochenergetischen ^{60}Co Übergangs im NaJ-Detektor diskriminiert, erwartet man in Fall einer Kaskade im Energiespektrum des Ge-Detektors ausschließlich das Spektrum der niederenergetischen Linie. In Wirklichkeit sieht man neben diesem Spektrum auch die hochenergetische Linie, allerdings mit geringerer Intensität als ohne Koinzidenz. Diese Ereignisse sind zufällige Koinzidenzen. Eine Abschätzung mit Gl. 7.36 zeigt, dass mit einer Auflösungszeit von $\tau = 5\,\mu\text{s}$ und mit einer Aktivität des Präparats von $A = 2 \cdot 10^5\,\text{Bq}$ genau soviel zufällige wie echte Koinzidenzen auftreten.

$$N_Z = \tau_A \cdot N_1 \cdot N_2 = \tau_A \cdot \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot A^2 \quad (7.36)$$

Die Größen ϵ_i sind die Ansprechwahrscheinlichkeiten der Detektoren einschließlich des Geometriefaktors. Soll das Verhältnis der echten zu den zufälligen Koinzidenzen verbessert werden, ist es nicht sinnvoll die Aktivität herabzusetzen, da dann die Einzelraten zu klein werden. Besser ist es, die Auflösungszeit kleiner, d.h. die Koinzidenzzeit kürzer zu machen, indem man nur Events auswählt, die im Peak des Zeitspektrums liegen.

7.3.4 Durchführung des Versuchs

Zur Eichung des Energie werden die Energiespektren der Nuklide ^{22}Na , ^{57}Co und ^{137}Cs , deren γ -Energien bekannt sind, aufgenommen. Die Linienbreiten der Photolinien werden zur Bestimmung der energieabhängigen Energieauflösung bestimmt. Zusätzlich wird mit der ^{22}Na Quelle das Zeitspektrum kalibriert durch zu- und abschalten verschiedener Zeitverzögerungen in der Delay-Einheit. Danach die Verzögerung so eingestellt, dass der Koinzidenzpeak etwa in der Mitte des

ADC-Spektrums liegt. Mit dieser Einstellung wird nun das Spektrum von ^{60}Co aufgenommen und Photolinien, Comptonkanten und Rückstreuakanten bestimmt.

Anschließend werden die echten und zufälligen Koinzidenzen nach den im vorigen Abschnitt besprochenen Methoden mit den ^{60}Co -Daten analysiert. Sehen Sie sich das 2D-Spektrum der kurzen Koinzidenzzeit genauer an. Gibt es u.U noch andere Koinzidenzen?

7.3.5 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

γ -Spektroskopie: [1], [22]

Detektoren: [15], [22]

Elektronik: [17], [18]

7.4 Versuch 4: Neutronendiffusion

7.4.1 Aufgaben

1. Bestimmung der Relaxationslänge schneller Neutronen in Wasser
2. Bestimmung der Diffusionslänge thermischer Neutronen in Wasser

7.4.2 Einführung

7.4.2.1 Definition des Neutronenflusses

Ein Neutronenfeld wird beschrieben durch die differentielle Dichte $n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$, die definiert ist als die Anzahl der Neutronen an der Stelle \vec{r} , mit Energien im Einheitsenergieintervall um die Energie E und mit Richtungen im Einheitsraumwinkel um die Richtung $\vec{\Omega}$. Dann ist $n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)dVd\Omega dE$ die Anzahl der Neutronen im Volumenelement dV mit Energien zwischen E und $E + dE$, die im differentiellen Raumwinkel $d\Omega$ um $\vec{\Omega}$ liegen.

Die Integration über alle Neutronenenergien liefert die Anzahl der Neutronen im Volumenelement mit der Flugrichtung $\vec{\Omega}$

$$n(\vec{r}, \vec{\Omega}) \cdot dV \cdot d\Omega = \int_E n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \cdot dE \cdot dV \cdot d\Omega \quad (7.37)$$

$n(\vec{r}, \vec{\Omega})$ ist die Vektordichte. Wird auch über alle Raumrichtungen integriert, ergibt sich die Anzahl aller Neutronen im Raumwinkelement gleich welcher Energie und Richtung

$$n(\vec{r}) \cdot dV = \int_{\Omega} n(\vec{r}, \vec{\Omega}) \cdot dV \cdot d\Omega = \int_E \int_{\Omega} n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \cdot dE \cdot dV \cdot d\Omega \quad (7.38)$$

Darin ist $n(\vec{r})$ die Neutronendichte.

Eine weitere, besonders für den Neutronentransport wichtige Größe ist der Neutronenfluss $\Phi(\vec{r})$, der definiert ist als

$$\Phi(\vec{r}) = \int_E \int_{\Omega} n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \cdot v(E) \cdot dE \cdot d\Omega. \quad (7.39)$$

$v(E)$ ist der Betrag der Geschwindigkeit der Neutronen, der natürlich von der Energie abhängt. Der Integrand gibt die Anzahl der Neutronen an, welche die Einheitsfläche senkrecht zu $\vec{\Omega}$ in der Zeiteinheit durchfliegen, die Energien zwischen E und $E + dE$ haben und deren Flugrichtungen im differentiellen Winkel um $d\Omega$ liegen. Es lässt sich durch

$$\bar{v} = \frac{\int_E \int_{\Omega} n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \cdot v(E) \cdot dE \cdot d\Omega}{\int_E \int_{\Omega} n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) \cdot dE \cdot d\Omega} \quad (7.40)$$

eine mittlere Geschwindigkeit \bar{v} definieren. Mit ihr und Gl. 7.38 und Gl. 7.39 kann der Fluss auch geschrieben werden

$$\Phi(r) = n(r) \cdot \bar{v} \quad (7.41)$$

Er hat die Dimension pro Fläche und pro Zeit. Für Neutronen mit einheitlicher Flugrichtung, einen Strahl, gibt er die Anzahl der Neutronen an, die in der Zeiteinheit die Einheitsfläche durchfliegen. Bei isotropen (und nahezu isotropen) Neutronenfeldern ist die Anzahl der Neutronen, die pro Zeiteinheit die Einheitsfläche *aus allen Richtungen* durchsetzen, gleich $\Phi/2$. Der Faktor 2 ergibt sich aus der Integration über all Raumrichtungen [29].

7.4.2.2 Die Ausbreitung schneller Neutronen in Materie

Die Ausbreitung schneller Neutronen in Materie hat große Ähnlichkeit mit dem Transport von γ -Quanten. Als ungeladene Teilchen verlieren sie ihre Energie nicht kontinuierlich, sondern in einzelnen elementaren Prozessen, hauptsächlich in Reaktionen mit den Kernen. Die häufigsten sind:

Die elastische Streuung: Hier ist die Summe der Energien der Stoßpartner konstant. Da die Kerne jedoch vor dem Stoß in Ruhe sind, verlieren die Neutronen dabei Energie. Außerdem werden sie aus ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt. Der Energieübertrag beim Stoß (Gl. 3.16) hängt von der Masse des Kerns ab und ist am größten für das Proton. Der Wirkungsquerschnitt für elastische Stöße steigt mit abnehmender Neutronenenergie stark an.

Die Absorption: Das Neutron wird vom Kern aufgenommen, der dabei γ -Quanten oder andere Teilchen emittiert. Beispiele sind die Reaktionen Gl. 3.18 und Gl. 3.19. Auch für die Absorption sind die Wirkungsquerschnitte bei kleinen Energien am größten.

Die inelastische Streuung: Dabei wird dem Kern Anregungsenergie übertragen. Die Neutronen verlieren deshalb mehr Energie als beim elastischen Stoß. Die Wirkungsquerschnitte sind jedoch kleiner.

Die räumliche Flussverteilung der von einer punktförmigen Quelle emittierten Neutronen wird genau so hergeleitet wie die Intensitätsverteilung von γ -Quanten (Gl. 3.23, Gl. 3.43). Ist die Quelle punktförmig, ergibt sich für den Fluss

$$\Phi(r) = \frac{Q_0}{4\pi \cdot r^2} \cdot \exp\left(-\sum_t r\right) \quad (7.42)$$

Dabei ist Q_0 die Anzahl der von der Quelle pro Zeiteinheit emittierten Neutronen, die Quellstärke. Der Abfall mit $1/r^2$ ist die übliche Intensitätsverteilung um eine punktförmige Quelle in einem nicht absorbierenden Medium, die daraus folgt, dass die Rate der Teilchen, die eine beliebige geschlossene Fläche um die Quelle durchsetzen, gleich der Rate der von dieser emittierten Teilchen ist. In einem Medium mit Absorption ist dieser Verteilung ein exponentieller Abfall überlagert. Die e-Funktion ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Neutron die Strecke r ohne eine Reaktion mit der Materie zurücklegt.

Die Größe Σ_t mit der Dimension einer reziproken Länge ist der totale lineare Absorptionskoeffizient, der sich aus den Anteilen der möglichen Prozesse zusammensetzt,

$$\sum_t = \sum_{el} + \sum_a = N \cdot \sigma_t = N \cdot (\sigma_{el} + \sigma_a) \quad (7.43)$$

in diesem Fall der elastischen Streuung und der Absorption. Er ist mit den betreffenden Wirkungsquerschnitten σ verknüpft, wobei N die Dichte der Kerne ist. Die Größe

$$\lambda = \frac{1}{\sum_t} \quad (7.44)$$

mit der Dimension einer Länge heißt Relaxationslänge und ist der mittlere Weg, den die Neutronen in Materie zurücklegen, bevor sie gestreut oder absorbiert werden.

Der Fluss in Gl. 7.42 gibt die Verteilung derjenigen Neutronen an, die noch keine Reaktion gemacht haben und deshalb noch die ursprüngliche Energie haben. Man nennt sie Primärneutronen. Der tatsächlich an der Stelle r herrschende Fluss enthält aber auch die Sekundärneutronen, die bereits Energie verloren haben und weicht deshalb i.A. von der angegebenen Form ab.

Eine Abweichung ist auch dann zu erwarten, wenn die Quelle nicht monochromatisch ist, sondern ein kontinuierliches Spektrum hat, da der totale lineare Absorptionskoeffizient energieabhängig ist.

7.4.2.3 Die Thermalisierung der Neutronen

Solange die kinetische Energie der Neutronen größer ist als die der Stoßpartner, geben sie bei der Wechselwirkung mit den Kernen der Materie Energie ab. Deshalb ist die überschüssige kinetische Energie nach einer Reihe von Stößen völlig auf die Materie übergegangen. Die Neutronen befinden sich dann im thermischen Gleichgewicht mit ihrer Umgebung: man sagt sie sind thermalisiert. Ihre Geschwindigkeiten gehorchen dann der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung bei der Umgebungstemperatur T . Schaut man genauer hin, stimmt das nicht ganz, da bei der Thermalisierung Neutronen durch Absorption verloren gehen und andere den Bereich der Wechselwirkung verlassen. Die Abweichungen sind jedoch unbedeutend.

Die wahrscheinlichste Geschwindigkeit der Maxwell-Verteilung ist (m ist die Masse des Neutrons, k ist die Boltzmann-Konstante)

$$v_T = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot T}{m}} \quad (7.45)$$

Die entsprechende Energie der Neutronen ist

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_T^2 = k \cdot T \quad (7.46)$$

Bei Zimmertemperatur ($T=273\text{ K}$) sind dies $0,025\text{ eV}$.

7.4.2.4 Ausbreitung thermischer Neutronen: Diffusionstheorie

Das Ziel der Neutronentransporttheorie ist es, für eine vorgegebene Anordnung von Quelle und Materie die energetische und räumliche Verteilung der Neutronen zu finden. Gesucht ist die differentielle Neutronendichte $n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$ aus der sich die weiteren Größen, beispielsweise der Fluss ableiten lassen. Gelöst wird diese Aufgabe durch die Transport- oder Boltzmann-Gleichung. Sie ist nichts anderes als eine Kontinuitätsgleichung, welche die Neutronenbilanz für die differentielle Neutronendichte ausdrückt. Diese nimmt zu durch Emission der Quelle und durch Einstreuung von anderen (höheren) Energien und Richtungen, sie nimmt ab durch Absorption und Ausstreuung zu niedrigeren Energien und anderen Winkeln hin. Die Boltzmann-Gleichung ist eine Integro-Differential-Gleichung, die i.A. keine geschlossene Lösung hat. Es gibt verschiedene Näherungslösungen, die alle von vereinfachenden Voraussetzungen ausgehen. Eine davon führt zur elementaren Diffusionstheorie.

In dieser Theorie werden stationäre d.h. zeitunabhängige Lösungen gesucht, die nicht von der Energie abhängen. Es sind nur Absorption und Streuung zugelassen. Die Wirkungsquerschnitte für diese Prozesse, \sum_a der Absorptionsquerschnitt, und \sum_s , der Streuquerschnitt, werden als energieunabhängig angenommen. Es ist klar, dass eine solche Theorie nicht den Prozess der Thermalisierung selbst beschreiben kann, der ja gerade dadurch gekennzeichnet ist, dass die Neutronen ihre Energie ändern. Sie beschreibt solche Systeme, in denen keine Energie mehr ausgetauscht wird, also monoenergetische Gruppen. Deshalb kann die Diffusionstheorie auf thermische Neutronen angewendet werden.

Unter diesen Voraussetzungen und der zusätzlichen Bedingung schwacher Absorption ($\sum_a \ll \sum_s$), reduziert sich die Boltzmann-Gleichung für eine punktförmige Quelle auf die elementare Diffusionsgleichung

$$D \cdot \nabla^2 \Phi(r) - \sum_a \Phi(r) + S(r) = 0 \quad (7.47)$$

Dabei ist

$$D = \frac{1}{3 \cdot \sum_a} \quad (7.48)$$

die Diffusionskonstante und $S(r)$ die Quelldichte der Neutronen, das ist die Anzahl der an der Stelle r pro Volumen- und Zeiteinheit emittierten Neutronen. Durch Einführen der Länge L

$$L = \sqrt{\frac{D}{\sum_a}} \quad (7.49)$$

lässt sich diese Gleichung auch schreiben

$$\nabla^2 \Phi(r) - \frac{1}{L^2} \Phi(r) + \frac{S(r)}{D} = 0 \quad (7.50)$$

Der erste Term beschreibt die Änderung des Flusses durch Diffusion oder Streuung, der zweite die Abnahme durch Absorption und der dritte die Zunahme durch Emission aus der Quelle. Diese Gleichung gilt exakt nur für ein homogenes unendlich ausgedehntes Medium und nicht in der Nähe der Quelle. Sie ist jedoch eine sehr gute Näherung auch für endliche Medien in solchen Bereichen, die mehr als zwei freie Weglängen von der Begrenzung und von der Quelle entfernt sind.

Unter der Randbedingung, dass der Fluss im Unendlichen verschwindet, ist die allgemeine Lösung

$$\Phi(r) = A \cdot \frac{e^{-r/L}}{r} \quad (7.51)$$

Mit der weiteren Bedingung, dass die Gesamtzahl der pro Zeiteinheit emittierten Neutronen, die gegeben ist durch die Quellstärke Q , im stationären Zustand in derselben Zeit irgendwo im Medium absorbiert werden muss

$$Q = \int_V \sum_a \Phi(r) \cdot dV = 4\pi \cdot A \cdot \sum_a L^2 \quad (7.52)$$

lässt sich die Konstante A bestimmen, und man hat schließlich

$$\Phi(r) = \frac{Q}{4\pi \cdot D} \cdot \frac{e^{-r/L}}{r} \quad (7.53)$$

Der wesentliche Unterschied zur Gl. 7.42, die den Transport schneller Neutronen beschreibt, ist der Abfall mit $1/r$, der charakteristisch ist für Diffusionsfelder. Der Fluss thermischer Neutronen fällt langsamer mit der Entfernung von der Quelle ab, als der Fluss der schnellen. Die in Gl. 7.49 eingeführte Länge L heißt Diffusionslänge. Sie beschreibt das Absorptionsverhalten des Mediums und hat eine anschauliche physikalische Bedeutung. Sie ist ein Maß für die mittlere Entfernung \bar{r} von der Quelle, in der ein Neutron absorbiert wird.

$$\bar{r} = \frac{\int_0^\infty r \cdot \sum_a \Phi(r) \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot dr}{\int_0^\infty \sum_a \Phi(r) \cdot 4\pi \cdot r^2 \cdot dr} = 2L \quad (7.54)$$

Diese mittlere Entfernung ist nicht zu verwechseln mit dem Weg, den ein thermisches Neutron zwischen Entstehung und Absorption tatsächlich zurücklegt. Dieser ist wegen der Zick-Zack-Bewegung länger.

7.4.3 Prinzip der Messung

7.4.3.1 Relaxationslänge

Eine Messvorschrift für die Relaxationslänge ergibt sich unmittelbar aus Gl. 7.42. Man misst den Fluss einer monochromatischen Neutronenquelle als Funktion des Abstands von der Quelle und trägt ihn in der Form

$$\ln [r^2 \cdot \Phi(r)] = -\frac{r}{\lambda} + \text{konst.} \quad (7.55)$$

auf, die man durch logarithmieren der Gl. 7.42 erhält. Das ist eine Gerade mit der Steigung der reziproken Relaxationslänge. Dabei dürfen nur die Primärneutronen nachgewiesen werden. Diese Messmethode ist aus zwei Gründen nicht anwendbar:

1. Es ist schwierig, die primären Neutronen von den sekundären zu trennen, deren Energien ja kontinuierlich verteilt sind bis zum Maximalwert der Primärenergie. Wenn z.B. mit einem Protonenrückstoßdetektor gemessen wird, kann nur das hochenergetische Ende des Spektrums verwendet werden (siehe Fig. 3.7). Da das Spektrum am oberen Ende abnimmt, hat man kleine Zählraten und kann nur ungenau messen.
2. Es gibt im Labor keine Quelle monoenergetischer Neutronen. Diese können nur in Kernreaktionen an einem Beschleuniger erzeugt werden.

Im vorliegenden Versuch wird eine Am-Be-Quelle mit kontinuierlichem Spektrum verwendet (siehe Abschnitt 2.5). Nachgewiesen werden die Neutronen mit der ^{10}B -Reaktion (Gl. 3.17), die nur für thermische und langsame Neutronen empfindlich ist. Deshalb ist nicht zu erwarten, dass der Fluss einen Verlauf wie in Gl. 7.55 hat.

So ist die experimentelle Tatsache zunächst verwunderlich, dass der unter diesen Bedingungen in Wasser gemessene Fluss dieser Gleichung gehorcht. Die Verteilung der langsamen und thermischen Neutronen folgt also der Verteilung der schnellen Primärneutronen. Es lässt sich dafür eine physikalische Begründung angeben. Die Neutronen werden hauptsächlich an den Protonen des Wassers gestreut. Der Wirkungsquerschnitt steigt mit abnehmender Neutronenenergie stark an (siehe Abschnitt 3.2.1.1). Da der Energieübertrag pro Stoß groß ist, befinden sich die Neutronen bald im Bereich hohen Wirkungsquerschnitts und damit kleiner mittlerer freier Weglänge. Sie werden also nahe am Ort des ersten Stoßes thermalisiert. Auch als thermische Neutronen entfernen sie sich im Mittel nicht weit. Eine Abschätzung mit Hilfe von Gl. 7.51 zeigt, dass die Wahrscheinlichkeit für thermische Neutronen in Wasser, sich mehr als 3 cm vom Ort ihrer Entstehung zu entfernen weniger als 10% beträgt. Es ist deshalb eine hinnehmbare Näherung, zur Bestimmung der Relaxationslänge schneller Neutronen in Wasser, nur den thermischen Fluss zu messen.

Trotzdem kann die Beziehung Gl. 7.51 nur als eine phänomenologische Interpretation der durch die speziellen Versuchsbedingungen bestimmten Messdaten gewertet werden. Die daraus gewonnene Relaxationslänge hat nicht die exakte Bedeutung der Definition. Sie ändert sich mit dem Spektrum der Quelle, der spektralen Empfindlichkeit des Detektors und mit der Geometrie der Versuchsanordnung. Dennoch ist sie nützlich, weil sie den Verlauf des Flusses mehr oder wenig zufällig gut beschreibt. Eine gewisse Bedeutung hat sie, weil sich mit ihrer Kenntnis die erforderliche Dicke der Abschirmungen gegen schnelle Neutronen abschätzen lässt.

7.4.3.2 Diffusionslänge. Die Cd-Differenzmethode

Nach Gl. 7.53 kann die Diffusionslänge wie folgt bestimmt werden: man nehme eine punktförmige Quelle thermischer Neutronen, messe den Fluss als Funktion des Abstands von der Quelle, trage die Messwerte in der Form

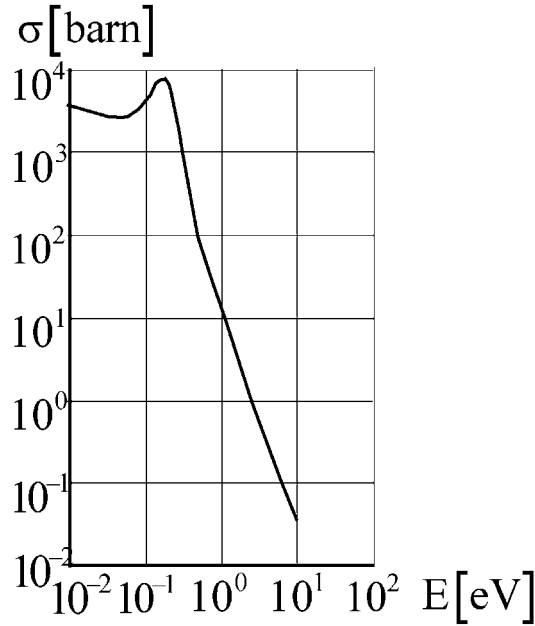


Abbildung 7.7: Absorptionsquerschnitt von Cadmium.

$$\ln [r \cdot \Phi(r)] = -\frac{r}{L} + \text{konst.} \quad (7.56)$$

auf und bestimme aus der Steigung L . So kann man nicht vorgehen, weil es eine punktförmige Quelle thermischer Neutronen nicht gibt. Die Quelle liefert schnelle Neutronen, und die werden an allen Orten im Wasser thermalisiert. Die Verteilung der thermischen ist deshalb alles andere als punktförmig.

Trotzdem lässt sich eine thermische Quelle durch einen experimentellen Trick, die Cd-Differenzmethode, realisieren. In einer ersten Messung wird der Fluss $\Phi_0(r)$, den die schnellen Neutronen aus der Quelle verursachen, als Funktion des Abstandes von der Quelle gemessen. Da das Zählrohr nur bis zu einigen 100 keV empfindlich ist, sind darin nicht alle Neutronen enthalten, die emittiert werden, sondern nur solche, die schon einige Energie durch Stöße verloren haben, darunter auch die, die irgendwo im Wasser thermalisiert worden sind und in das Zählrohr diffundieren. Aus der Quelle selbst kommen keine thermische Neutronen. Nun wird um die Quelle eine Kugelschale aus Cadmium mit einigen Zentimetern Durchmesser und 1 mm Dicke gelegt. Cd hat die Eigenschaft, thermische und langsame Neutronen bis zu etwa 0,5 eV stark zu absorbieren. Aus Fig. 7.7, in der der Absorptionsquerschnitt als Funktion der Energie aufgetragen ist, ersieht man, dass der Querschnitt für thermische Neutronen ca. $2,5 \cdot 10^3$ barn beträgt. Die Wahrscheinlichkeit für diese Neutronen, eine Cd-Schicht von 1 mm Dicke zu durchdringen ist 10^{-6} , also praktisch gleich null. Wird jetzt in einer zweiten Messung der Fluss $\Phi_m(r)$ mit Cd bestimmt, dann tragen wie in der ersten Messung die schnellen Neutronen unverändert bei. Es fehlen aber diejenigen, die innerhalb der Abschirmung auf Energien unterhalb 0,5 eV abgebremst worden sind, also die thermischen und epithermischen (zwischen denen man jetzt nicht mehr unterscheidet). Bildet man die Differenz der beiden Messungen, erhält man den Fluss der Neutronen, die in der Cd-Kugel thermalisiert worden sind und hat damit eine virtuelle Quelle thermischer Neutronen, die man in hinreichendem Abstand als punktförmig ansieht. Dieser Fluss wird nun nach Gl. 7.56 aufgetragen und so die Diffusionslänge bestimmt.

7.4.4 Aufbau und Durchführung

Die Am-Be-Quelle befindet sich in der Mitte eines zylinderförmigen Wassertanks mit 100 cm Durchmesser und 80 cm Höhe. Das BF_3 -Zählrohr ist in radialer Richtung verschiebbar. Gemessen wird die Zählrate mit und ohne Cd-Abschirmung bei verschiedenen Abständen. Aus den Werten ohne Abschirmung wird die Relaxationslänge, aus der Differenz der Messungen die Diffusionslänge bestimmt. Wegen der Näherung einer punktförmigen Quelle ist es nicht sinnvoll, bei Abständen kleiner als 14 cm zu messen.

Im Spektrum des Zählrohrs muss am niederenergetischen Ende eine Schwelle gesetzt werden, um das elektronische Rauschen und den trotz der kleinen Empfindlichkeit noch merklichen Anteil von γ -Quanten aus der Quelle abzuschneiden. Die Messmethode ist deshalb das Zählen ausgewählter Ereignisse. Dabei wird das Spektrum mit einem Einkanal- oder Vielkanalanalysator bestimmt.

7.4.5 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

Neutronenphysik: [1], [29], [30]

Detektoren: [14]

Elektronik: [17], [18]

7.5 Versuch 5: Der Comptoneffekt

7.5.1 Aufgaben

1. Energieeichung eines Vielkanalanalysators
2. Messung des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die Comptonstreuung von γ -Quanten an Elektronen in Abhängigkeit vom Streuwinkel.
3. Messung der Energieverschiebung der gestreuten γ -Quanten als Funktion des Streuwinkels und Abschätzung der Ruheenergie des Elektrons
4. Messung der Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts der Comptonstreuung von der Ordnungszahl des Streuers

7.5.2 Einführung

Dieser Versuch ist ein Beispiel für die häufigsten in der Kernphysik durchgeführten Experimenten, den Streuexperimenten. Das Ziel dabei ist, die Wechselwirkung von Teilchen und Photonen untereinander zu erforschen. Es gibt dabei bestimmte Typen von Reaktionen. Trifft im Eingangskanal ein Geschossteilchen a auf ein (meist) ruhendes Targetteilchen b, dann ist der einfachste Fall derjenige, bei dem auch im Ausgangskanal dieselben Teilchen vorliegen.

$$\begin{array}{lll} a + b & \rightarrow & a + b \quad \text{elastische Streuung} \\ \text{Beispiel: } \gamma + e^- & \rightarrow & \gamma + e^- \quad \text{Comptoneffekt} \end{array}$$

Es handelt sich um eine elastische Streuung, wenn sich der innere Zustand der beteiligten Teilchen nicht ändert. Nimmt ein Teilchen, z.B. b, Anregungsenergie auf,

$$\begin{array}{lll} a + b & \rightarrow & a + b^* \quad \text{inelastische Streuung} \\ \text{Beispiel: } d + {}^{12}\text{C} & \rightarrow & d + {}^{12}\text{C}^* \end{array}$$

dann spricht man von inelastischer Streuung. In diesem Fall ist der Kohlenstoff von Deuteronen angeregt worden. Er gibt seine Anregungsenergie durch Aussendung anderer Teilchen oder γ -Quanten wieder ab.

Beim allgemeinsten Typ der Reaktionen sind die Teilchen im Ausgangskanal nicht mehr dieselben wie in Eingangskanal.

$$\begin{array}{lll} a + b & \rightarrow & c + d + (e) \quad \text{Umwandlung} \\ \text{Beispiele: } d + {}^{12}\text{C} & \rightarrow & {}^{13}\text{C} + p \quad \text{Kernreaktion} \\ d + {}^{12}\text{C} & \rightarrow & {}^{12}\text{C} + p + n \quad \text{Aufbruch} \end{array}$$

In diese Gruppe gehören die eigentlichen Kernreaktionen, bei denen durch Umlagerung von Nukleonen neuen Kerne entstehen, oder die Aufbruchsreaktionen, bei denen Teilchen in leichtere zerfallen. Wird z.B. ein Deuteron mit einigen MeV Energie auf ${}^{12}\text{C}$ geschossen, dann besteht neben der elastischen Streuung auch die Möglichkeit, dass sich das Neutron aus dem Deuteron an den Kern ${}^{12}\text{C}$ anlagert, der dabei in das Isotop ${}^{13}\text{C}$ übergeht, während das Proton allein weiterfliegt. Es kann aber auch das Deuteron aufgebrochen werden, so dass im Ausgangskanal drei Teilchen auftreten.

Umwandlungsreaktionen, die zur Entstehung neuer, nicht im Eingangskanal vorhandener Teilchen führen,

$$\begin{array}{lll} \pi^- + p & \rightarrow & \pi^0 + n \quad \text{Ladungsaustausch} \\ p + p & \rightarrow & p + p + \pi^0 \quad \text{Pionenproduktion} \end{array}$$

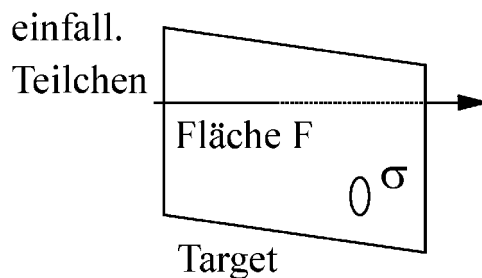


Abbildung 7.8: Zur Definition des Wirkungsquerschnitts.

sind ebenfalls möglich. So kann bei der Streuung von Pionen an Nukleonen Ladung ausgetauscht werden. Dabei ändert sich der Ladungszustand sowohl des Pions als auch des Nukleons. Die Gesamtzahl der Ladung im Ein- und Ausgangskanal bleibt dabei erhalten (Gesetz von der Erhaltung der Ladung), ebenso wie die Anzahl der Nukleonen (Gesetz von der Erhaltung der Baryonen). Bei der Streuung zweier Protonen mit hinreichend hoher Energie kann ein Pion produziert werden. Wegen der Baryonenerhaltung treten im Ausgangskanal nur zwei Protonen auf, wegen der Ladungserhaltung ist das Pion ungeladen.

Die Wahrscheinlichkeit, mit der bei gegebenem Eingangskanal in einer Reaktion ein bestimmter Ausgangskanal auftritt, ist durch den Wirkungsquerschnitt gegeben, dessen Bestimmung deshalb eine der wesentlichen Aufgaben in kern-physikalische Experimenten ist. Die Messgröße ist dabei die Häufigkeit, mit der ein bestimmtes Teilchen im Ausgangskanal auftritt. Zur Trennung der verschiedenen Reaktionskanäle ist Energie- und Teilchendiskriminierung erforderlich.

7.5.3 Der Wirkungsquerschnitt

Bei allen Stoßprozessen, nicht nur in der Kernphysik, wird die Wahrscheinlichkeit des Auftretens durch den Wirkungsquerschnitt beschrieben. Er ist eine hypothetische Fläche σ , die mit dem Targetteilchen senkrecht zur Flugrichtung des Geschossteilchens verbunden ist (siehe Abb. 7.8). Trifft das Geschoss diese Fläche, findet die Reaktion statt, andernfalls nicht. Durchfliegt ein Geschossteilchen senkrecht eine makroskopische Fläche F , in der sich das Targetteilchen befindet, ist die Wahrscheinlichkeit P_1 für das Eintreten der Reaktion gegeben durch

$$P_1 = \frac{\sigma}{F} \quad (7.57)$$

Gibt es innerhalb der Fläche n Targetteilchen, ist die Wahrscheinlichkeit für einen Stoß

$$P_n = \sigma \cdot \frac{n}{F} \quad (7.58)$$

Sie kann durch die Beobachtung der Häufigkeit der Reaktion bestimmt werden, wenn sehr viele Geschossteilchen die Fläche statistisch verteilt durchsetzen. Wenn Φ_0 der Fluss der Geschosse ist - der Strahl enthält dann Φ_0 Teilchen pro Flächeneinheit und pro Zeiteinheit - dann ist die Rate der die Fläche durchfliegenden Geschosse $\Phi_0 F$. Die Rate R der insgesamt stattfindenden Reaktionen ist die Wahrscheinlichkeit für *ein* Ereignis mal die Anzahl der Versuche pro Zeiteinheit, das ist

$$R = P_n \cdot \Phi_0 \cdot F \quad (7.59)$$

woraus sich mit Gleichung 7.59 der Wirkungsquerschnitt ergibt.

$$\sigma = \frac{R}{n \cdot \Phi_0} \quad (7.60)$$

Es gibt eine Reihe anderer Schreibweisen für diese Formel. So kann die Rate R durch den Fluss Φ_R , um den der einfallende Fluss kleiner geworden ist

$$\sigma = \frac{\Phi_R \cdot F}{\Phi_0 \cdot n} = \frac{\Phi_R}{\Phi_0} \cdot \frac{1}{n/F} \quad (7.61)$$

ausgedrückt werden. Dabei ist F wiederum die makroskopische Fläche, in der die getroffenen Targetteilchen liegen. Ist der Strahl räumlich ausgedehnter als das Target, dann ist F die Targetfläche, ist das Target größer, dann ist F der Strahlquerschnitt.

Der Wirkungsquerschnitt ist hier ausgedrückt als das Verhältnis von Teilchenflüssen. Allgemeiner kann er dargestellt werden als das Verhältnis der einlaufenden und absorbierten Energieströme. Er beschreibt dann auch solche Reaktionen, bei denen die ein- und auslaufenden Strahlungen im Wellenbild gegeben sind. Die allgemeine Definition ist

$$\sigma = \frac{\begin{array}{l} \text{Energie-(Teilchen-)Fluss,} \\ \text{um den sich der einfallende Fluss vermindert} \\ \text{einfallender Energie-(Teilchen-)Fluss} \end{array}}{\otimes \text{ Anzahl der Targetteilchen pro Flächeneinheit}} \quad (7.62)$$

Gemeint ist hier der *totale* Wirkungsquerschnitt, der *alle* Reaktionen eines bestimmten Ausgangskanals berücksichtigt, unabhängig von der Richtungen der auslaufenden Reaktionsprodukte. Er wird oft gemessen in barn (Scheunentor). Ein barn ist 10^{-28} m^2 .

Mehr Information über eine Reaktion erhält man, wenn nicht nur festgestellt wird, dass sie überhaupt stattgefunden hat, sondern auch noch die Richtung der auslaufenden Reaktionsprodukte bezüglich der einlaufenden Strahlung gemessen wird. Es wird zu diesem Zweck analog zur Gl. 7.62 der differentielle Wirkungsquerschnitt definiert.

$$\sigma = \frac{\begin{array}{l} \text{Energie-(Teilchen-)Fluss pro Raumwinkel } d\Omega \\ \text{um den sich der einfallende Energie-(Teilchen-)Fluss} \\ \text{durch solche Produkte vermindert, die in } d\Omega \text{ fallen} \\ \text{einfallender Energie-(Teilchen-)Fluss} \end{array}}{\otimes \text{ Anzahl der Targetteilchen pro Flächeneinheit}} \quad (7.63)$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt hängt außer von der Energie des einlaufenden Teilchens auch vom Streuwinkel ϑ ab (siehe Abb. 7.9). Wird er über den gesamten Raum integriert, erhält man mit der meist zutreffenden Annahme, dass $d\sigma/d\Omega$ unabhängig vom Azimutwinkel φ ist, was bedeutet, dass die Reaktion rotationssymmetrisch um die Einfallsrichtung ist, den totalen Wirkungsquerschnitt.

$$\sigma = \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_0^\pi \frac{d\sigma(\vartheta)}{d\Omega} \cdot \sin \vartheta \cdot d\vartheta = 2\pi \cdot \int_0^\pi \frac{d\sigma(\vartheta)}{d\Omega} \cdot d(\cos \vartheta) \quad (7.64)$$

In der Definition des differentiellen Wirkungsquerschnitts ist das Raumwinkelement eine differentielle Größe, während bei der tatsächlichen Messung der Raumwinkel durch den Öffnungswinkel $\Delta\Omega$ des Detektors gegeben ist. Damit der Wirkungsquerschnitt in $\Delta\Omega$ als konstant angesehen werden kann, muss man den Detektor oder die Raumwinkel bestimmende Blende hinreichend klein machen.

7.5.4 Aufbau und Durchführung

Nach der Energiekalibration des Messaufbaus werden für Aufgabe 1 die monoenergetischen γ -Quanten einer ^{137}Cs -Quelle an den Elektronen eines zylinderförmigen Al-Targetes gestreut. Der

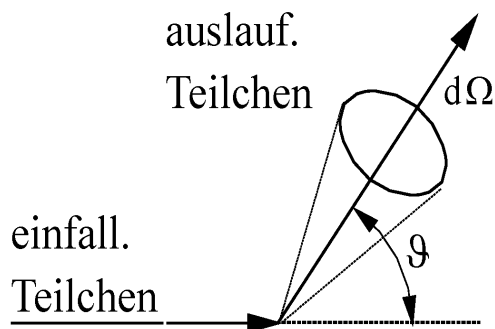


Abbildung 7.9: Zur Definition des differentiellen Wirkungsquerschnitts.

Detektor ist ein NaJ-Szintillator, der vom Target aus unter dem Raumwinkel $\Delta\Omega$ gesehen wird bei einem mittleren Streuwinkel ϑ . Er ist auf einer Kreisbahn um das Target beweglich. Messgröße ist die Rate $R(\Delta\Omega, \vartheta)$ der im Kristall nachgewiesenen Quanten. Für jeden Streuwinkel werden zwei Messwerte aufgenommen: i) die Rate $R_T(\Delta\Omega, \vartheta)$ mit dem Aluminiumtarget vor der Quelle und ii) die Untergrundrate $R_B(\Delta\Omega, \vartheta)$ ohne Al-Target. Die tatsächlich im Al-Target gestreute Rate ist $R_{Al}(\Delta\Omega, \vartheta) = R_T(\Delta\Omega, \vartheta) - R_B(\Delta\Omega, \vartheta)$. Mit dem Fluss der ^{137}Cs -Quanten Φ_0 , der Anzahl der Elektronen des Targets n folgt mit Gl. 7.63

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R(\Delta\Omega)}{\Delta\Omega} \cdot \frac{1}{\Phi_0 \cdot n} \cdot \frac{1}{\epsilon} \quad (7.65)$$

Dabei ist die Gl. 7.60 berücksichtigt worden, die entsprechend auch für den differentiellen Wirkungsquerschnitt gültig ist. Die rechte Seite dieser Gleichung enthält die dimensionslose Größe ϵ , die Empfindlichkeit des Detektors für den Nachweis der γ -Quanten, im Nenner als Korrektur. Auf diese Weise wird berücksichtigt, dass die Rate der *nachgewiesenen* Quanten nicht mit der gesuchten Größe, nämlich der Rate der *in den Detektor gestreuten* Quanten übereinstimmt, da ein Teil der in den Detektor gelangenden Quanten diesen wieder ohne Wechselwirkung verlässt. Die Empfindlichkeit, das ist das Verhältnis der nachgewiesenen zu den ankommenden Quanten, kann entweder durch quantitative Einbeziehung der einzelnen Wechselwirkungsprozesse berechnet, oder durch Eichung experimentell bestimmt werden. Sie hängt von der Energie der γ -Quanten und natürlich von der Art und Geometrie des Detektors ab. Sie ist für den hier verwendeten Kristall weiter unten in Form eines Diagramms angegeben.

Der Raumwinkel $\Delta\Omega$ wird mit den Angaben zur Versuchsgeometrie berechnet.

Die Anzahl n der Elektronen erhält man aus den Abmessungen des Al-Targets.

$$n = \frac{N_A}{A} \cdot Z \cdot \rho \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot l \quad (7.66)$$

Darin ist die Avogadrokonstante N_A , das Atomgewicht A , die Ordnungszahl Z , die Dichte ρ , der Durchmesser d und die Länge l .

Für Aufgabe 3 gibt Gl. 3.23 die Energie E' eines γ -Quants nach der Comptonstreuung als Funktion des Streuwinkels, wenn seine Anfangsenergie E ist. Sie kann umgeschrieben werden in die Form,

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{E} + \frac{1}{m_0 c^2} \cdot (1 - \cos \vartheta) \quad (7.67)$$

aus der man sieht, dass die reziproke Energie E' aufgetragen über $(1 - \cos \vartheta)$ eine Gerade ist. Die Ruhemasse des Elektrons lässt sich aus der Steigung bestimmen. Die Energie E' wird mit einem Vielkanalanalysator bei verschiedenen Streuwinkeln gemessen. Vorher wird der VKA geeicht, in dem man die bekannten Photolinien von ^{22}Na , ^{57}Co und ^{137}Cs aufnimmt.

Für Aufgabe 4 bezieht sich der Wirkungsquerschnitt in Gl. 3.26 und Gl. 7.65 auf *ein Elektron*, das als frei und ruhend angenommen wird. Beim Vergleich verschiedener Stoffe untereinander ist jedoch der Wirkungsquerschnitt bezogen auf *ein Atom* von Interesse. Wenn alle Elektronen im Atom unabhängig sind und die γ -Energie groß gegenüber den Bindungsenergien ist, sollte gelten

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_a = Z \cdot \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_e \quad (7.68)$$

wobei a und e für Atom bzw. Elektron steht. Mit den Gl. 7.65 und Gl. 7.66 wird daraus

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_e = C \cdot R \frac{A}{\rho \cdot Z} \quad (7.69)$$

Alle vom Targetmaterial unabhängigen Größen sind in der Konstanten C zusammengefasst. Diese Gleichung lässt sich nachprüfen, wenn man die Rate der gestreuten Quanten für Targets aus verschiedenen Stoffen aber gleicher Größe bei einem festen Streuwinkel misst. Wenn die Voraussetzungen für Gl. 7.69 zutreffen, sollte die Größe $R \cdot A/\rho$, über der Ordnungszahl aufgetragen, eine Gerade sein. Gleichwertig, aber empfindlicher für das Erkennen von Abweichungen ist das Auftragen von $(R \cdot A)/(\rho \cdot Z)$ über Z , was eine Gerade parallel zur Abszisse ergeben sollte.

7.5.5 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

Grundlagen: [1], [22]

Detektoren: [14], [15]

Elektronik: [14], [17], [18]

7.5.6 Angaben zum Versuch

- Der Fluss der γ -Quanten aus der ^{137}Cs -Quelle ($t_{1/2} = 30,0 \text{ a}$) wurde im Juni 1971 gemessen. Er war am Ort des Targets $\Phi_0 = (1,54 \pm 0,09) \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$.
- Geometrie:
 - Abstand Quelle-Target: 23,9 cm
 - Abstand Target-Kristall: 21,5 cm
 - Durchmesser Kristall: 2,55 cm

7.5.6.1 Wirkungsquerschnitt für den Comptoneffekt nach Klein-Nishina

ϑ	$1 - \cos\vartheta$	$d\sigma/d\Omega \cdot 10^{25} \text{ cm}^{-2}$
0	0	0,795239
5	0,004	0,784509
10	0,015	0,753576
15	0,034	0,705922
20	0,060	0,646470
25	0,094	0,580592
30	0,134	0,513243
35	0,181	0,448381
40	0,234	0,388742
45	0,293	0,335885
50	0,357	0,290415
55	0,426	0,255242
60	0,5	0,220845
65	0,577	0,195463
70	0,658	0,175277
75	0,741	0,159444
80	0,826	0,147208
85	0,913	0,137893
90	1	0,130924
95	1,087	0,125817
100	1,174	0,122173
105	1,259	0,119966
110	1,342	0,118033
115	1,432	0,117062
120	1,5	0,116583
125	1,574	0,116463
130	1,643	0,116595
135	1,707	0,116893
140	1,766	0,117291
145	1,819	0,117737
150	1,866	0,118190
155	1,906	0,118619
160	1,940	0,118998
165	1,966	0,119310
170	1,985	0,119542
175	1,996	0,119685

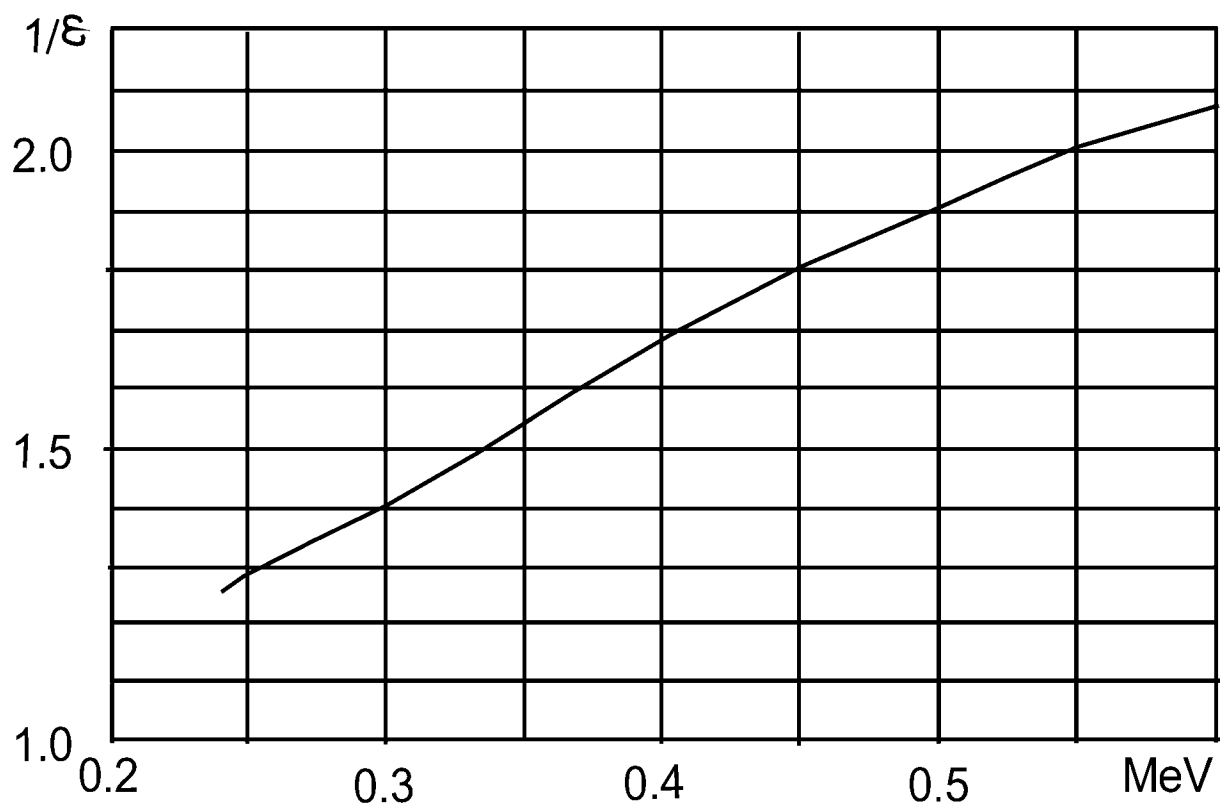


Abbildung 7.10: Empfindlichkeitskorrektur für den verwendeten NaJ-Kristall

7.6 Versuch 6: Die Lebensdauer des Positroniums

7.6.1 Aufgaben

1. Aufnahme des Energiespektrums von ^{22}Na (siehe Kapitel 6.2.3).
2. Zeiteichnung der Messanordnung und Bestimmung des zeitlichen Auflösungsvermögens (siehe Kapitel 6.2.5).
3. Bestimmung der mittleren Lebensdauer von Positronium in Plexiglas
4. Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

7.6.2 Einführung

7.6.2.1 Paarvernichtung

Ein Positron kann zusammen mit einem Elektron in ein oder mehrere γ -Quanten zerstrahlen (siehe Abschnitt 3.2.2.3). Die Einquantenzerstrahlung ist nur in Materie möglich, in der durch Impulsübertragung auf einen Stoßpartner die Energie- und Impulsbilanz erfüllt werden kann. Dagegen ist die Paarvernichtung in zwei oder mehr Quanten immer erlaubt. Beim Zweiquantenzerfall werden, sofern Elektron und Positron in Ruhe sind, die Quanten mit je der Energie einer Elektronenruhemasse ($511 \text{ keV}/c^2$) genau entgegengesetzt emittiert. Beim Dreiquantenzerfall sind alle Emissionswinkel in einer Ebene und es ist eine beliebige Verteilung der Zerfallsenergie auf die einzelnen Quanten möglich. Der Zerfall in *ein* Quant in Materie hat einen wesentlich kleineren Wirkungsquerschnitt als der in zwei, weshalb er vernachlässigt wird.

Die bisherige Diskussion der Paarvernichtung ist unvollständig, da der Spin der Leptonen nicht einbezogen worden ist. Die Leptonen haben den Spin $S = 1/2$. Das System Elektron-Positron kann deshalb (ohne Bahndrehimpuls) in zwei Zuständen mit dem Gesamtspin $I = 0$ und $I = 1$ vorliegen. Beim ersten sind die Spins der Leptonen entgegengesetzt zueinander gerichtet. Er ist einfach und heißt deshalb Singulettzustand. Beim zweiten stehen die Spins der Leptonen parallel zueinander. Er ist wegen der drei Einstellmöglichkeiten bezüglich einer Vorzugsrichtung dreifach entartet und heißt Triplettzustand.

Befinden sich die Leptonen vor der Zerstrahlung in Ruhe, oder haben sie nur eine kleine Relativgeschwindigkeit, dann hat die Relativbewegung den Bahndrehimpuls Null, so dass der Gesamtdrehimpuls des Paares nur durch den Gesamtspin gegeben ist. Da neben Energie und Impuls auch der Gesamtdrehimpuls bei der Zerstrahlung erhalten bleibt, muß bei der Singulettzerstrahlung von den γ -Quanten der Drehimpuls null, bei der Triplettzerstrahlung der Drehimpuls eins mitgeführt werden. Nun hat ein Photon den Spin $I = 1$, der sich parallel oder antiparallel zur Flugrichtung einstellt. Zwei entgegengesetzt emittierte Quanten können deshalb nur den Spin null oder zwei mitnehmen. Dies bedeutet, dass der Singulettzustand in zwei Quanten zerfallen kann, nicht aber der Triplettzustand. Dieser zerfällt in mindestens drei Photonen. Der Triplettzerfall ist ein Prozeß höherer Ordnung als der Singulettzerfall und ist deshalb unwahrscheinlicher.

Quantitativ sieht das so aus. Der Wirkungsquerschnitt für den Zweiquantenzerfall ist aus der Elektrodynamik bekannt.

$$\sigma_{2\gamma} = \pi \cdot r_0^2 \cdot \frac{c}{v} \quad (7.70)$$

r_0 ist darin der klassische Elektronenradius $r_0 = e^2/m_0c^2$, c die Lichtgeschwindigkeit und v die Relativgeschwindigkeit der Leptonen. Er zeigt das typische $1/v$ -Gesetz langsamer Stoßprozesse, steigt also mit abnehmender Geschwindigkeit stark an. Die Gleichung gilt in der Näherung kleiner Geschwindigkeit $\ll c$.

Damit erhält man für die Zerfallswahrscheinlichkeit,

$$\lambda_{2\gamma} = \sigma_{2\gamma} \cdot v \cdot N \quad (7.71)$$

wenn N die Elektronendichte im Medium ist, in dem der Zerfall stattfindet. Wegen $N = \varrho \cdot Z/A$ hat man dann

$$\lambda_{2\gamma} = \pi \cdot r_0^2 \cdot c \cdot \frac{\rho \cdot Z}{A} = \frac{1}{\tau_{2\gamma}} \quad (7.72)$$

Setzt man hier die Werte für Plexiglas ein, ergibt sich für die mittlere Lebensdauer $\tau_{2\gamma}$ der Wert von $4 \cdot 10^{-10}$ s. Er ist nur näherungsweise richtig, da in Gl. 7.57 nicht die Coulombwechselwirkung zwischen den Teilchen berücksichtigt ist. Es läßt sich aber doch erkennen, dass die Wahrscheinlichkeit für die Positronenzerstrahlung größer (oder die mittlere Lebensdauer kleiner) ist als die für die optischen Übergänge im Atom, die in der Größenordnung von 10^7 pro s liegt. Sie ist proportional zur Elektronendichte der umgebenden Materie. Das ist eine wichtige Eigenschaft, da sie gestattet, den Zerfall freier Positronen, von dem des Positroniums, der unabhängig von der Dichte ist, zu unterscheiden.

Bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts Gl. 7.57 wurde über die anfänglichen Spinzustände gemittelt. Da es insgesamt vier Spinzustände gibt, die Triplettzustände aber nicht in zwei Quanten zerfallen können, ergibt sich für den Singulettquerschnitt $^1\sigma_{2\gamma}$, die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten und mittleren Lebensdauern

$$^1\sigma_{2\gamma} = 4 \cdot \sigma_{2\gamma} \quad ^1\lambda_{2\gamma} = 4 \cdot \lambda_{2\gamma} \quad ^1\tau_{2\gamma} = \frac{1}{4} \cdot \tau_{2\gamma} \quad (7.73)$$

Aus der Elektrodynamik weiß man, dass der Querschnitt für den Triplettzerfall um die Größenordnung der Feinstrukturkonstanten α ($\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137$) kleiner ist als der Singulettquerschnitts, da die Wahrscheinlichkeit für die Emission oder Absorption *eines* Photons durch α , der Kopplungskonstanten der elektromagnetischen Wechselwirkung, gegeben ist. Die genaue Rechnung ergibt

$$^3\sigma_{3\gamma} = \frac{\alpha}{8} \cdot ^1\sigma_{2\gamma} \quad (7.74)$$

Damit läßt sich das beobachtbare Verhältnis der beiden Zerfallsmöglichkeiten angeben

$$\frac{\sigma_{3\gamma}}{\sigma_{2\gamma}} = \frac{3/4 \cdot ^3\sigma_{3\gamma}}{1/4 \cdot ^1\sigma_{2\gamma}} = \frac{3}{8} \alpha = \frac{1}{372} \quad (7.75)$$

Die Wahrscheinlichkeit des Triplettzerfalls ist also sehr viel kleiner als für den Singulettzerfall, sofern, wie bisher angenommen worden ist, das Leptonenpaar frei zerstrahlt, sich also kein Positronium gebildet hat.

7.6.2.2 Bildung von Positronium

Der freie Zerfall ist nicht die einzige denkbare Möglichkeit der Wechselwirkung eines Leptonenpaares. Es kann sich auch eine wasserstoffähnliche Struktur, das Positronium, bilden, in der ein Positron den Wasserstoffkern ersetzt. Die Energiezustände berechnen sich in gleicher Weise wie für das Wasserstoffatom. Es tritt an die Stelle der reduzierten Masse des Atoms, die (beinahe) gleich der Ruhemasse des Elektrons ist, die reduzierte Masse des Positroniums, die genau gleich der halben Ruhemasse des Elektrons ist. Die Bindungsenergie ist dann 6.8 eV, (ungefähr) halb so groß wie beim Wasserstoff.

Wie für ein freies Elektron-Positron-Paar gibt es auch für das Positronium zwei Spinzustände, den Singulettzustand und den Triplettzustand. Im ersten heißt es Parapositronium, im zweiten Orthopositronium. Die mittleren Lebensdauern dieser beiden Zustände können wie für den freien

Zerfall, ausgehend von Gl. 7.70, berechnet werden. In Gl. 7.71 ist aber statt der Elektronendichte N der Materie die Dichte des Elektrons am Ort des Kerns einzusetzen. Diese ist vom Wasserstoffatom her bekannt.

$$|\Psi(0)|^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{2 \cdot n \cdot a_0} \right)^3 \quad (7.76)$$

Dabei ist a_0 der erste Bohrsche Radius und n die Hauptquantenzahl. Für die Lebensdauer des Singulettzustands hat man dann

$$^1\tau_{2\gamma} = 2 \cdot \frac{r_0}{c \cdot \alpha^6} \cdot n^3 \quad (7.77)$$

Im Grundzustand sind das $1,25 \cdot 10^{-10}$ s, fast der gleiche Wert wie für die freie Zerstrahlung. Die mittlere Lebensdauer des Orthopositroniums ist wesentlich länger. Sie errechnet sich aus Gl. 7.74 und Gl. 7.77 zu $1,4 \cdot 10^{-7}$ s, ein Wert, der vergleichbar ist mit den Lebensdauern von angeregten Atomzuständen. Im Gegensatz zum Parapositronium zerfällt Orthopositronium deshalb fast nicht aus angeregten Zuständen, denn es lebt so lange, dass diese vor dem Zerfall in den Grundzustand übergehen.

Die genaue experimentelle Untersuchung des Positroniumzerfalls hat zu folgenden Vorstellungen über die Bildung von Positronium in Materie geführt. Zunächst wird das energiereiche Positron durch überwiegend inelastische Stöße mit den Elektronen abgebremst, genau so wie es auch bei schnellen Elektronen der Fall ist. Die Positronen sind nach dem $1/v$ -Gesetz noch zu schnell, um zu zerstrahlen. Viel wahrscheinlicher sind Anregung und Ionisierung der Atome. Die Abbremsung ist sehr schnell, sie dauert in Festkörpern ca. 10^{-12} s. Nach dieser Zeit hat das Positron Energien im eV-Bereich, in dem die Zerstrahlung und die Bildung von Positronium sich bemerkbar machen. Es gibt einen Energiebereich, in dem außer der Bildung von Positronium keine weiteren inelastischen Prozesse stattfinden können. Die minimale Energie, die ein Positron haben muß, um aus einem Atom ein Elektron freisetzen zu können, ist $E_{\text{kin}} = V - 6.8 \text{ eV}$, wobei V die Ionisierungsenergie des Atoms und 6.8 eV die Bindungsenergie des Positroniums ist, die bei dessen Bildung ja frei wird. Die maximale Energie dieses Bereichs ist $E_{\text{max}} = E_a$, die niedrigste Anregungsenergie des Atoms (oder Moleküls). Somit ist:

$$\Delta E = E_{\text{max}} - E_{\text{min}} = E_a - (V - 6,8 \text{ eV}) \quad (7.78)$$

Diese Energie heißt nach ihrem skandinavischen Erfinder Ore-Gap.

7.6.2.3 Nachweis von Positronium

Zum Nachweis des Positroniums genügt es nicht, den Zwei- oder Dreiquantenzerfall festzustellen. Selbst wenn sie die oben angegebenen Lebensdauern haben, können sie auch vom freien Zerfall kommen. Es gibt zwei Möglichkeiten. Erstens kann man das Verhältnis der Intensitäten der beiden Zerfälle bestimmen, also Verhältnis der kurz- und langlebigen Komponente des γ -Spektrums. Für die freie Zerstrahlung ist es durch die Gl. 7.75 gegeben. Wird dagegen Positronium gebildet, ist es durch die Wahrscheinlichkeiten der Bildung der einzelnen Zustände bestimmt, und das ist

$$\frac{\sigma_{3\gamma}}{\sigma_{2\gamma}} = \frac{3/4}{1/4} = 3 \quad (7.79)$$

Das Orthopositronium hat drei Spinzustände und wird deshalb dreimal häufiger gebildet als das Parapositronium, entsprechend werden auch dreimal mehr Zerfälle registriert. In Wirklichkeit findet sich der Dreiquantenzerfall nicht so oft, wie es die Gl. 7.79 angibt, da die Bildung von

Positronium immer von freier Zerstrahlung begleitet ist und da noch zu besprechende Wechselwirkungen mit der Umgebung während der langen Lebensdauer das Orthopositronium in Parapositronium umzuwandeln vermögen.

Zweitens kann im Falle der Zerstrahlung in Gasen die Druckabhängigkeit der Lebensdauern gemessen werden. Man findet in Gasen eine langlebige Komponente mit einer mittleren Lebensdauer von ungefähr 10^{-7} s und eine kurzlebige mit 10^{-10} s. Wird der Gasdruck geändert, bleibt die Intensität der langlebigen Komponente konstant, während die der kurzlebigen mit steigendem Druck abnimmt. Dieses Verhalten ist in Gl. 7.72 ausgedrückt, welche die freie Zerstrahlung beschreibt. Die langlebige Komponente dagegen kommt vom Orthopositronium, dessen Zerfallswahrscheinlichkeit nach Gl. 7.74 und Gl. 7.77 unabhängig vom Druck ist.

7.6.2.4 Positronium in Festkörpern

Bald nach der Entdeckung des Positroniums in Gasen wurde festgestellt, dass es auch in einigen Festkörpern, wie z.B. molekularen Substanzen, vorkommen kann. So wurde in Polymeren eine langlebige Komponente mit einer mittleren Lebensdauer zwischen 2-4 ns festgestellt, deren Intensität 10-30% aller Vernichtungen beträgt (Orthopositronium). Außerdem wurden zwei kurzlebige Anteile gefunden. Der erste, intensive (60-80%), hat eine mittlere Lebensdauer von ca. 0,5 ns und wird dem freien Zerfall zugeschrieben. Der zweite, schwächste (10%), hat eine noch kürzere Lebensdauer, die in den ersten Messungen noch nicht aufgelöst werden konnte, heute aber als der Zerfall von Parapositronium mit einer mittleren Lebensdauer von 0.12 ns identifiziert ist.

Der bemerkenswerte Unterschied im Vergleich mit den Gasen ist, dass die langlebige Komponente in Festkörpern wesentlich schneller zerfällt, und dass dabei *zwei* und nicht wie erwartet *drei* Quanten emittiert werden. Demnach finden im Festkörper Prozesse statt, die das ursprünglich gebildete Orthopositronium entweder vernichten oder in Parapositronium umwandeln und dadurch die Lebensdauer verkürzen.

Die Vernichtung geht über die sog. Pick-off-Prozesse, bei denen das Positronium mit den Elektronen der Moleküle oder mit innermolekularen Magnetfeldern wechselwirkt. In diesen Fällen ist ein Stoßpartner vorhanden, der Impuls und Drehimpuls aufnehmen kann, so dass auch für den Triplettzustand der sehr viel wahrscheinlichere Zweiquantenzerfall möglich wird. Das Spektrum der Quanten ist kontinuierlich bis zu einer Maximalenergie von 0,511 MeV.

Die Umwandlung oder Konversion wird durch Elektronenaustausch des Positroniums mit Elektronen der Materie bewirkt. Dabei geht der Triplettzustand in den Singulettzustand über. Auch der umgekehrte Übergang findet statt, sogar mit der gleichen Wahrscheinlichkeit. Da diese aber kleiner ist als die Zerfallswahrscheinlichkeit des Singulett- und größer als die des Triplettzustandes, wird durch die Konversion mehr Orthopositronium vernichtet als erzeugt. Die Drehimpulserhaltung verlangt eine der Spinänderung des Positroniums entgegengesetzte Drehimpulsänderung des Stoßpartners. Hierbei entstehen also im Gegensatz zu den Pick-Off-Prozessen γ -Quanten mit einer festen Energie von 511 keV.

Die verkürzte mittlere Lebensdauer vom Orthopositronium hat die Form

$$\frac{1}{\tau_{Ortho}} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_P} + \frac{1}{\tau_K} \quad (7.80)$$

τ_0 ist die ungestörte mittlere Lebensdauer, wie man sie in Abwesenheit der Wechselwirkungen mit der Materie messen würde. Die Wahrscheinlichkeiten $1/\tau_P$ und $1/\tau_K$ beschreiben die Stärke der Pick-off- und der Konversionsprozesse. Sie können mit geeigneten Modellvorstellungen berechnet werden und sind durch die Eigenschaften des Festkörpers bestimmt. Die Messung von τ_{Ortho} erlaubt die Prüfung der zugrundeliegenden Vorstellungen und bietet damit einen Zugang zur Festkörperphysik.

7.6.3 Prinzip der Messung

Zur Messung der mittleren Lebensdauer müssen Ereignisse herangezogen werden, die zeitlich mit der Bildung oder dem Zerfall von Positronen oder Positronium verknüpft sind. In molekularen Substanzen tritt nach dem oben Gesagten (fast) kein Dreiquantenzerfall auf. Bei der Vernichtung der Positronen erscheinen deshalb entweder Quanten mit der festen Energie von 0,511 MeV, die von den Singulettzuständen stammen, oder solche mit kontinuierlichem Spektrum bis zu dieser Maximalenergie, die von den Pick-off-Prozessen herkommen.

Der Zeitpunkt der Entstehung eines Positrons ist nicht ohne weiteres festzustellen. Er wird es erst dann, wenn gleichzeitig mit dem β^+ -Zerfall eines Kerns auch ein γ -Quant emittiert wird. Dies ist bei ^{22}Na der Fall. Hier geht der β^+ -Übergang bevorzugt zu einem angeregten Zustand des Tochterkerns ^{22}Ne , dessen mittlere Lebensdauer ungefähr 10^{-13} s ist, und der deshalb, innerhalb der Meßgenauigkeit für die Zeit sofort, in den Grundzustand übergeht. Dabei wird ein γ^+ -Quant mit 1,27 MeV ausgesandt. Das Auftreten dieses Quants kennzeichnet also den Zeitpunkt der Erscheinens des Positrons und darüber hinaus, da dessen Abbremszeit in Materie ebenfalls sehr kurz ist, nämlich ca. 10^{-12} s, auch den Zeitpunkt der Entstehung des eventuell gebildeten Positroniums.

7.6.4 Aufbau und Durchführung

Der Versuch besteht aus einer Zeitmessung zwischen zwei ausgewählten Ereignissen (6.2.5), die den Beginn und das Ende des Positrons oder des Positroniums kennzeichnen. Als Positronenquelle wird ^{22}Na verwendet. Das Startsignal für den TPC (oder TAC) wird vom 1.276 MeV γ -Quant des ^{22}Ne abgeleitet, das nach der in 6.2.3. beschriebenen Methode ausgewählt wird. Als Stoppsignal würde man am liebsten die Vernichtungsstrahlung mit Energien kleiner oder gleich 0.511 MeV verwenden. Dieser Bereich ist aber aus dem Gesamtspektrum der Quelle nicht ohne weiteres herauszuschneiden. Man stoppt deshalb mit dem gesamten Spektrum und nimmt dabei eine höhere Rate von zufälligen Koinzidenzen in Kauf, als sie sich im idealen Fall ergeben würde. Natürlich muß man dabei sicherstellen, dass die zufälligen nicht überhandnehmen. Im Stoppzweig wird also nur das eventuell auftretende elektronische Rauschen am unteren Ende des Spektrums abgeschnitten.

Zur Zeiteichnung der Anordnung kann ein ^{60}Co -Präparat verwendet werden, das gleichzeitig zwei γ -Quanten mit 1.173 MeV und 1.332 MeV emittiert, die beide über der eingestellten Startschwelle liegen. Der TPC liefert dann ein Impulshöhenspektrum, die sog. Promptkurve, mit einer Gaußverteilung, die genau gleichzeitigen Ereignissen entspricht und deren Halbwertsbreite ein Maß für die Zeitauflösung der Anordnung ist. Durch Zuschalten von bestimmten Verzögerungen im Stoppzweig wird die Laufzeit des Stoppsignals um bekannte Werte verlängert und die Promptkurve entsprechend verschoben. Die Größe der Verschiebung über der Differenz der Laufzeiten aufgetragen ergibt die Eichkurve.

Wenn die beiden Detektoren nicht beliebig aufgestellt werden, sondern so, dass die Start- und Stoppquanten unter einem Winkel von 180° auseinanderfliegen, braucht das ^{22}Na -Präparat nicht durch ^{60}Co ersetzt zu werden. Es kann dann mit der Vernichtungsstrahlung von ^{22}Na geeicht werden. Dazu muss lediglich die Startschwelle entsprechend herabgesetzt werden. Diese Methode hat sogar den Vorteil, dass sich die Promptkurve - fast - mit der Schnelligkeit einer *Einzelzählrate* aufbaut. Dagegen fallen die, natürlich auch vorhandenen, durch die mittleren Lebensdauern verzögerten Ereignisse, die mit der Rate einer *Koinzidenz* auftreten, nicht ins Gewicht.

Zu beachten ist, dass der TPC nur einwandfrei arbeitet, wenn der Stopp einige Nanosekunden nach dem Start eintrifft. Deswegen wird bei allen Messungen eine feste Verzögerung (z.B. 2 ns) eingeschaltet.

Als Detektoren werden Plastiksintillatoren verwendet, die durch ihre niedrige mittlere Kernladungszahl die γ -Quanten im wesentlichen über den Compton-Effekt nachweisen.

7.6.5 Auswertung

Das gemessene Zeitspektrum besteht theoretisch aus der Überlagerung von drei Zerfällen. Die Zeitauflösung reicht jedoch nicht aus, um die beiden schnellen Zerfälle der freien Vernichtung und des Parapositroniums zu trennen, so dass nur zwei Komponenten zu berücksichtigen sind. Das Spektrum hat dann die Form

$$N(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}} + C \quad (7.81)$$

C ist eine konstanter, von der Zeit unabhängiger Sockel, dem die Exponentialfunktionen überlagert sind. Das sind die zufälligen Koinzidenzen. Zufällig heißt ja: zu jeder Zeit gleich wahrscheinlich. Die Höhe des Sockels wird bei hinreichend großen Zeiten bestimmt, bei denen die e-Funktionen abgeklungen sind, bis zu den kurzen Zeiten extrapoliert und vom gemessenen Spektrum subtrahiert. Auf diese Weise erhält man ein Spektrum, das frei von den zufälligen Koinzidenzen ist und aus dem die beiden Zeiten τ^1 und τ^2 zu ermitteln sind. Wenn wie im vorliegenden Fall die mittleren Lebensdauern beträchtlich voneinander verschieden sind, geht das am einfachsten graphisch, in dem man den Logarithmus der Zählraten über der Zeit aufträgt. Bei hinreichend großen Zeiten ist die kurzlebige Komponente abgeklungen und trägt nichts mehr zur Summe bei. In diesem Bereich ist die Kurve eine Gerade, aus deren Steigung sich die mittlere Lebensdauer der langlebigen Komponente ergibt. Durch Extrapolation der Geraden bis zu $t = 0$ erhält man den Anteil dieser Komponente auch für die Zeiten, in denen der schnelle Abfall noch vorhanden ist. Die extrapolierten Werte werden von den Meßwerten abgezogen und die Differenz wieder logarithmiert. Aus der so entstehenden Geraden erhält man die mittlere Lebensdauer der kurzlebigen Komponente. Die Intensitäten A und B ergeben sich aus den Achsenabschnitten der so gewonnenen Kurven bei $t = 0$ (per Definition die Position der unverzögerten Promptkurve im Zeitspektrum). Das Verhältnis der beiden Komponenten ergibt sich damit durch Integration zu $\tau_1 A / \tau_2 B$.

7.6.6 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

Positronen, Positronium: [1], [9], [19], [20], [21]

Elektronik: [14], [17], [18]

Detektoren: [14], [15]

7.7 Versuch 7: Messung der Winkelkorrelation von γ -Strahlung

7.7.1 Aufgabe

1. Messung der γ - γ -Korrelation vom ^{60}Ni .
2. Bestimmung der Anisotropie und der Korrelationsfunktion
3. Bestimmung der Auflösungszeit der Koinzidenz.

7.7.2 Einführung

Die Strahlung eines elektromagnetischen Übergangs zwischen einem Zustand mit dem Spin J_1 und einem Zustand mit dem Spin J_2 ist isotrop, d.h. die Intensität ist unabhängig vom Emissionswinkel bezüglich einer ausgezeichneten Richtung, unter zwei Bedingungen:

- die $2J_1 + 1$ Untenzustände mit verschiedenen magnetischen Quantenzahlen sind gleich besetzt,
- alle zwischen den Zuständen J_1, m_1 und J_2, m_2 möglichen Übergänge werden beobachtet.

Dies soll an einem einfachen Beispiel genauer erklärt werden. Betrachtet wird der Übergang zwischen einem Zustand mit $J_1 = 1$ und dem Grundzustand mit $J_2 = 0$. Der obere Zustand ist dreifach entartet, er besitzt die magnetischen Quantenzahlen $m_1 = +1, 0, -1$, der untere Zustand ist einfach mit $m_2 = 0$. Es gibt dann drei mögliche Dipolübergänge mit

$$\Delta m = m_1 - m_2 = +1, 0, -1 \quad (7.82)$$

Aus der Optik kennt man die Wahrscheinlichkeiten für diese Übergänge

$$\begin{aligned} W_+ \cdot d\Omega &= \frac{3}{16} \cdot \pi \cdot (1 + \cos^2 \theta) \cdot d\Omega \\ W_0 \cdot d\Omega &= \frac{3}{8} \cdot \pi \cdot \sin^2 \theta \cdot d\Omega \\ W_- \cdot d\Omega &= \frac{3}{16} \cdot \pi \cdot (1 + \cos^2 \theta) \cdot d\Omega \end{aligned} \quad (7.83)$$

θ ist der Winkel zwischen der Emissionsrichtung und der z-Achse, die als Quantisierungsachse gewählt ist.

Die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Komponenten sind nicht isotrop, so ist z.B. $W_0 = 0$ für $\theta = 0$. Nur die Summe der Wahrscheinlichkeiten ist isotrop

$$W_{Ges} = \sum_i W_i \cdot d\Omega = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot d\Omega \quad (7.84)$$

Im Experiment wird die Intensität I_{ges} der von einer Gesamtheit sehr vieler Teilchen emittierten Strahlung gemessen, die sich in den Zuständen J_1, m_i befinden. Diese Intensität hängt auch von den Besetzungszahlen N_i dieser Zustände ab.

$$I_{Ges} \cdot d\Omega = \sum_i N_i \cdot W_i \cdot d\Omega = (N_+ \cdot W_+ + N_0 \cdot W_0 + N_- \cdot W_-) \cdot d\Omega \quad (7.85)$$

Durch Einsetzen von Gl. 7.83 ergibt sich als hinreichende Bedingung für die Isotropie, dass alle Zustände mit verschiedenen magnetischen Quantenzahlen gleich besetzt sind: $N_+ = N_0 = N_-$.

Notwendig ist dabei, dass alle Übergänge gemeinsam beobachtet werden, und nicht einer durch besondere Maßnahmen herausgehoben wird.

In der Atomphysik sind solche selektiven Beobachtungen beim Zeeman-Effekt bekannt. Die drei Zustände J_1, m_i sind in einem Magnetfeld infolge der Wechselwirkung des mit dem Spin verbundenen magnetischen Moments mit dem Feld energetisch aufgespalten. Die Übergänge in Gl. 7.83 haben deshalb verschiedene Frequenzen. Außerdem hat jeder Übergang eine bestimmte Polarisation: Licht mit $\Delta m = +1$ bzw. $\Delta m = -1$ ist rechts- bzw. linkszirkular polarisiert, mit $\Delta m = 0$ ist es linear parallel zum Magnetfeld polarisiert. Werden polarisationsempfindliche Detektoren verwendet oder wird die Intensität bei einer bestimmten Frequenz gemessen, lassen sich die Komponenten von Gl. 7.85 einzeln bestimmen. Man hat dann immer eine Anisotropie. So ist z.B. die parallel zum Feld polarisierte Komponente bei longitudinaler Beobachtung ($\theta = 0$) nicht vorhanden.

Bei der Beobachtung der Winkelverteilung von γ -Quanten sind die einzelnen Komponenten wegen der unzureichenden Energieauflösung der Detektoren nicht auflösbar, so dass immer die Gesamtintensität aller Übergänge gemessen wird. Eine Anisotropie kann dann nur durch verschiedene Besetzungszahlen der emittierenden Zustände entstehen. Es gibt zwei Methoden solche Besetzungsunterschiede zu erzeugen: erstens die Polarisation der Kerne (über Polarisation siehe V10 Paritätsverletzung), zweitens durch die Methode der Winkelkorrelation.

Ein Beispiel für die Polarisation ist das berühmte Experiment von Wu [24], [36] zum Nachweis der Paritätsverletzung beim β -Zerfall. Dazu wird ^{60}Co mit dem Kernspin $J = 5$ in einem Magnetfeld polarisiert. Durch einen β^- -Zerfall wird der angeregte Zustand des ^{60}Ni besetzt, der ebenfalls polarisiert ist. Wenn er durch γ -Emission zerfällt, ist die Strahlung anisotrop. Die Anisotropie ist ein Maß für die Polarisation der ^{60}Co -Kerne.

Die Polarisation eines Kerns mit dem Spin J in einem Magnetfeld B kommt zustande, weil die Entartung der $2J + 1$ Unterzustände aufgehoben wird. Die Aufspaltungsenergien sind

$$\Delta E_i = -\frac{m_i}{J} \cdot \mu \cdot B \quad (7.86)$$

μ ist das magnetische Moment des Kerns und m_i seine magnetische Quantenzahl. Wenn sich die Gesamtheit der Kerne bei einer Temperatur T im thermischen Gleichgewicht befindet, dann gehorchen die Besetzungszahlen N_i der Unterzustände der Boltzmann-Verteilung

$$N_i \approx \exp\left(-\frac{\Delta E_i}{k \cdot T}\right) = \exp\left(\frac{m_i}{J} \cdot \frac{\mu \cdot B}{k \cdot T}\right) \quad (7.87)$$

mit k der Boltzmann-Konstanten. Das Niveau mit der niedrigsten Energie hat $m_i = -J$, darüber liegen in jeweils gleichen Abständen die Zustände mit $m_i = -(J-1), -(J-2), \dots, +J$. Die relative Besetzungszahl eines höheren zum darunterliegenden Zustand ist

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \exp\left(-\frac{1}{J} \cdot \frac{\mu \cdot B}{k \cdot T}\right) \quad (7.88)$$

Unter normalen Umständen, d.h. bei kleinen Magnetfeldern und bei Zimmertemperatur, ist der Exponent praktisch gleich null. Die Besetzungszahlen sind dann unabhängig von den magnetischen Quantenzahlen für alle Zustände gleich. Unter diesen Bedingungen ist deshalb die γ -Strahlung isotrop. Bei hohen Feldern und extrem niedrigen Temperaturen ($T = 0.01 \text{ K}$) nimmt der Exponent beträchtliche Werte an. Dann sind nur die tiefsten Zustände, im Grenzfall nur der Zustand mit $m_i = -J$ merklich besetzt. Fast alle Kerne sind parallel zum Magnetfeld ausgerichtet, sie sind stark, im Grenzfall vollständig polarisiert.

Die Anisotropie bei diesem Verfahren entsteht, weil der Gesamtheit der emittierenden Kerne von außen durch das Feld und die tiefe Temperatur ein Ordnungszustand aufgezwungen wird.

Das ist ein Unterschied zu den Korrelationsexperimenten. Hier entsteht die Anisotropie bei anfänglicher Gleichverteilung durch *gleichzeitige* Messung von *zwei* Übergängen. Das können sein: ein β -Teilchen und ein nachfolgendes γ -Quant des Tochterkerns oder zwei γ -Quanten, wenn bei diesem der Übergang in den Grundzustand über ein oder mehrere Zwischenzustände erfolgt. Durch die *gleichzeitige* Beobachtung von zwei Übergängen wird die Gleichbesetzung bezüglich einer beliebigen Quantisierungsachse aufgehoben.

Auch hier am besten ein Beispiel. Angenommen man beobachte eine Kaskade mit $J_1 = 0$, $J_2 = 1$ und J_3 beliebig. Für den ersten Übergang gelten dann die Wahrscheinlichkeiten der Gl. 7.85. Da die Wahl der Quantisierungsachse wegen der Rotationsinvarianz beliebig ist, legen wir sie in die Emissionsrichtung des ersten Quants, also $\theta = 0$. Dann gilt

$$\begin{aligned} W_+ \cdot d\Omega &= W_- \cdot d\Omega = \frac{3}{8} \cdot \pi \cdot d\Omega \\ W_0 \cdot d\Omega &= 0 \end{aligned} \quad (7.89)$$

Für alle Kerne, deren *erstes* Quant nachgewiesen wurde, ist der Zwischenzustand $J_2 = 1, m_2 = 0$ nicht besetzt, und deshalb die Isotropie für das *zweite* Quant derselben Kaskade aufgehoben. Die Größe der Anisotropie hängt natürlich vom Spin J_3 ab. Durch die koinzidente Messung beider Übergänge tragen sozusagen nicht mehr alle Zwischenzustände mit gleichem Gewicht bei, sondern es werden einige davon definiert ausgewählt.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die gleichzeitige Emission zweier γ -Quanten einer Kaskade in Abhängigkeit des Winkels θ zwischen den Emissionsrichtungen ist

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_{i=1}^{i_{\max}} A_{2i} \cdot P_{2i}(\cos \theta) \quad i_{\max} = \text{Min}(L_1, L_2, J_2) \quad (7.90)$$

wenn es sich um reine Strahlung und keine Multipolmischung handelt. P_{2i} sind die Legendre-Polynome der Ordnung $2i$. Die Koeffizienten A_{2i} können berechnet werden; in ihnen stecken die Übergangsmatrixelemente, die Spins der Zustände, zwischen denen die Übergänge stattfinden und die Multipolordnungen der γ -Strahlungen. Da die Parität bei elektromagnetischen Übergängen erhalten ist, treten nur gerade Ordnungen der Legendre-Polynome auf. Die Summation läuft bis zu einem Maximalwert i_{\max} , dem kleinsten Wert der Drehimpulse der Strahlungen und des Spins J_2 des Zwischenzustandes.

Die Größe des Wirkungsquerschnitts wird bestimmt durch den Koeffizienten A_0 . In ihm und in den höheren Koeffizienten sind als Faktor die Matrixelemente der Übergänge enthalten. Um sie zu eliminieren wird die Korrelationsfunktion $K(\theta)$ eingeführt.

$$K(\theta) = \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} / \frac{d\sigma(90^\circ)}{d\Omega} \quad (7.91)$$

Sie kann auch geschrieben werden

$$K(\theta) = 1 + \sum_{i=1}^{i_{\max}} a_{2i} \cdot \cos^{2i} \theta \quad (7.92)$$

Die Koeffizienten a_{2i} sind jetzt nur noch durch die Drehimpulse gegeben. Werden sie gemessen und mit den für bestimmte Drehimpulse berechneten Werten verglichen, können die Multipolordnungen der Strahlung und die Spins der Kernzustände bestimmt werden.

Die γ -Strahlung von ^{60}Co ist elektrische Quadrupolstrahlung ($L_1 = 2, L_2 = 2$) und der Spin des Zwischenzustands ist $J_2 = 2$, so dass $i_{\max} = 2$. Damit hat man

$$K(\theta) = 1 + a_2 \cdot \cos^2 \theta + a_4 \cdot \cos^4 \theta \quad (7.93)$$

mit den theoretischen Werten $a_2 = 1/8$ und $a_4 = 1/24$.

Die Abweichung einer Winkelkorrelation von einer isotropen Verteilung ist die Anisotropie

$$A_n = \frac{d\sigma(180)/d\Omega - d\sigma(90)/d\Omega}{d\sigma(90)/d\Omega} = \frac{K(180) - K(90)}{K(90)} = K(180) - 1 \quad (7.94)$$

7.7.3 Aufbau und Durchführung

Die Meßmethode ist eine Koinzidenzmessung wie in Kapitel 6.2.4 beschrieben. Als Detektoren werden NaJ-Szintillatoren verwendet.

Da die zu messende Anisotropie klein ist, kommt man in Versuchung, ein Präparat mit großer Aktivität zu verwenden, um Meßzeit zu sparen. Das kann man aber nicht beliebig weit treiben, da man sonst zu viele zufällige Koinzidenzen erhält. Die echten Koinzidenzen hängen linear von der Aktivität ab

$$N_k = \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot A \cdot f(\Theta) \quad (7.95)$$

A ist die Aktivität. Die ϵ_i sind die Ansprechwahrscheinlichkeiten der Detektoren einschließlich des Geometriefaktors. Die Funktion $f(\Theta)$ beschreibt die Winkelabhängigkeit der Koinzidenzen und ist nahe 1. Die Rate der zufälligen Koinzidenzen Gl. 6.4

$$N_Z = \tau_A \cdot N_1 \cdot N_2 = \tau_A \cdot \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot A^2 \quad (7.96)$$

steigt aber quadratisch mit A an, so dass sich für das Verhältnis der echten zu den zufälligen Koinzidenzen ergibt

$$\frac{N_K}{N_Z} \approx \frac{1}{\tau_A \cdot A} \quad (7.97)$$

Aus dieser Gleichung kann der maximale Wert entnommen werden, den A annehmen darf, wenn ein vorgegebenes Verhältnis der echten zu den zufälligen Koinzidenzen eingehalten werden soll. Die Auflösungszeit τ_A wird immer möglichst niedrig gewählt.

Der Versuch wird deshalb mit einer schnellen Koinzidenzstufe durchgeführt, die eine einstellbare Auflösungszeit von 10 ns bis 110 ns hat. Zur Bestimmung der Korrelationsfunktion genügt es, die Koinzidenzen bei drei Winkeln zu messen. Dann ergeben sich für die Berechnung von a_2 und a_4 zwei unabhängige Gleichungen.

Bei der Messung bleibt ein Zähler in einer festen Position. Der andere kann bei den Emissionswinkeln 180° , 135° und 90° aufgestellt werden. Es werden NaJ-Detektoren verwendet, deren Zeitauflösung zwar schlechter als die von Plastikdetektoren, aber trotzdem ausreichend ist, die aber den Vorteil haben, dass ein großer Teil der γ -Quanten durch Photoeffekt nachgewiesen wird. Der Grund des Vorteils ist der folgende. Durch Comptonstreuung an den Detektoren und Halterungen werden falsche Koinzidenzen erzeugt, d.h. die nachgewiesenen Quanten sind nicht unmittelbar von der Quelle in die Detektoren gelangt, sondern sind ursprünglich in andere Richtungen emittiert worden. Da die Quanten bei der Streuung Energie verlieren, könnten diese Ereignisse vollständig unterdrückt werden, wenn nur der Photopeak zur Auswertung herangezogen werden würde. Wegen der schlechten Statistik kann man sich dies nicht leisten. Die Abhilfe, ein stärkeres Präparat zu verwenden, ist wegen der radioaktiven Belastung im Praktikum nicht möglich. Als Kompromiß wird die Schwelle bei 60-70% des Photopeaks eingestellt.

Zur quantitativen Erfassung der zufälligen Koinzidenzen muss die Auflösungszeit der Koinzidenz bestimmt werden. Dies geschieht durch Messung der Koinzidenzrate bei verschiedenen, definierten Verzögerungen der Diskriminatorimpulse gegeneinander. Da die Breite der Auflösungskurve nur ungenau zu bestimmen ist, wird die Auflösungszeit direkt durch Messung der Koinzidenzrate der zufälligen Koinzidenzen und der zugehörigen Einzelraten gewonnen. Dabei

empfiehlt es sich, die volle Verzögerung der Delay-Einheiten ($2 \times 66 \text{ ns}$) einzustellen, um sicherzustellen, dass man tatsächlich nur zufällige Ereignisse misst.

Im Hinblick auf die Auswertung ist es erforderlich, mindestens drei Messreihen aufzunehmen. Innerhalb einer Reihe sollte zur Überprüfung der Reproduzierbarkeit bei jedem Winkel unmittelbar hintereinander zweimal gemessen werden. Die Messzeit pro Punkt sollte mindestens 400 s betragen.

7.7.4 Auswertung

Die Koinzidenzraten sind durch das Produkt der zugehörigen Einzelraten zu dividieren. Damit wird erreicht, dass Fehler durch eventuell wandernde Schwellen, mangelhafte Justierung, unterschiedliche Raumwinkel, bei den verschiedenen Einstellungen herabgesetzt oder vermieden werden. Nach Abzug der zufälligen Koinzidenzen werden die Daten auf zwei Methoden ausgewertet.

1. Erfassung des statistischen Fehlers. Alle zu einem Winkel gehörenden Koinzidenzraten werden addiert und mit den Summen die Koeffizienten a_2 , a_4 und die Anisotropie bestimmt. Die Fehler für diese Größen berechnen sich mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz. Sie sind rein statistischer Natur.
2. Erfassung des gesamten Fehlers. Die Meßreihen werden als unabhängig angesehen und getrennt ausgewertet. Am Ende wird gemittelt, der Fehler eines Mittelwertes ist die Standardabweichung dividiert durch die Wurzel aus der Anzahl der Messungen.

Der Vergleich der Fehler gibt einen Hinweis, ob man nur länger messen oder sich eine neue, genauere Apparatur braucht.

7.7.5 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

Winkelkorrelation [1], [22]

Detektoren [14], [15], [22]

Elektronik [17], [18]

7.8 Versuch 8: Landé-Faktor des Myons

7.8.1 Aufgaben

1. Zeiteichung des Zeit-zu-Amplituden-Konverters (TAC)
2. Bestimmung der Lebensdauer des Myons
3. Bestimmung des Landé-Faktors des Myons

7.8.2 Einführung

7.8.2.1 Zusammensetzung der Höhenstrahlung

Die primäre Höhenstrahlung, die ihren Ursprung teils im Weltall, teils in der Sonne hat, besteht überwiegend aus Protonen (ca. 85%), einem kleinen Anteil von α -Teilchen (ca. 12%), mit noch geringerer Häufigkeit aus schwereren Kernen (insgesamt etwa 2%), Elektronen und γ -Quanten.

Sie ist eine sehr hochenergetische Strahlung. Die Energien der Teilchen erstrecken sich von 10^6 eV bis 10^{21} eV. Das Primärspektrum hat näherungsweise die Form

$$N(> E) = K \cdot \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-\gamma} \quad \begin{aligned} E_0 &= 10^{16} \text{ eV} \\ K &= 3 \cdot 10^{-4} m^{-2} h^{-1} \\ \gamma &= 1,7 \dots 2,1 \end{aligned} \quad (7.98)$$

$N(> E)$ ist die Rate der Teilchen mit Energien größer als E . Der spektrale Index γ ändert sich bei $4 \cdot 10^{15}$ eV, dem sogenannten „Knie“.

Trifft die primäre Höhenstrahlung auf die Erdatmosphäre, werden durch die Wechselwirkung der Nukleonen sekundäre Teilchen erzeugt, die ihrerseits weitere Reaktionen einleiten. Die Zusammensetzung der Höhenstrahlung innerhalb der Lufthülle unterscheidet sich deshalb wesentlich von der ursprünglichen, sie ändert sich auch mit der Höhe. Auf Meereshöhe sind fast keine primären Teilchen mehr vorhanden.

Es laufen die folgenden Prozesse ab. Die primären Nukleonen zertrümmern zunächst durch die starke Wechselwirkung die Kerne der Luft und verlieren dabei kinetische Energie. Dabei entstehen in großer Zahl sekundäre, energiereiche Nukleonen und Pionen, die durch Stöße weitere Zertrümmerungen einleiten. Diese Prozesse hören erst auf, wenn die kinetische Energie der Hadronen zur Erzeugung von Pionen nicht mehr ausreicht. Das ist bei 300 MeV der Fall. Ein einzelnes primäres Nukleon erzeugt somit einen Schauer sehr vieler stark wechselwirkender Teilchen, die sog. Kernkaskade. Sie erreicht die Erdoberfläche nicht, da wegen der Stärke der Wechselwirkung die mittlere freie Weglänge der Pionen und Nukleonen in Materie zu klein ist. Nur vereinzelte Protonen und Neutronen schaffen den ganzen Weg.

Die Pionen der Kernkaskade sind nicht stabil. Die neutralen Pionen zerfallen elektromagnetisch in zwei γ -Quanten.

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma \quad \tau = 8,4 \cdot 10^{-17} \text{ s} \quad (7.99)$$

Der Zerfall ist sehr schnell, er findet deshalb in unmittelbarer Nähe der Kern-kaskade statt.

Die sehr energiereichen γ -Quanten sind der Ausgangspunkt der sog. elektromagnetischen Kaskade. Bei den hohen Energien ist der wahrscheinlichste Prozess die Paarbildung; Compton- und Photoeffekt sind vernachlässigbar. Im Coulombfeld der Kerne entstehen Teilchen-Antiteilchen-Paare (siehe 3.2.2.3), am häufigsten das leichteste davon, das Elektron-Positron-Paar. Die Leptonen übernehmen bis auf die geringe Rückstoßenergie des Kerns die gesamte γ -Energie und sind

deshalb selbst relativistisch. Ihre Flugrichtung weicht wegen der Impulserhaltung nur wenig von der des einfallenden Quants ab.

Die Leptonen verlieren in Materie ihre Energie entweder durch Ionisation (Kapitel 3.1.1) oder durch Bremsstrahlung (Kapitel 3.1.2). Bei hohen Energien überwiegt die Bremsstrahlung, da sie proportional zu $Z^2 \cdot E$ ist, während die Ionisierung mit $Z \cdot \ln(E)$ geht. Die beiden Prozesse sind gleich wahrscheinlich bei $800/Z$ MeV. Die schnellen Leptonen erzeugen somit Bremsquanten, die einen großen Teil der Energie übernehmen und die bevorzugt in Flugrichtung emittiert werden. Die Bremsquanten bilden weiter Paare, diese wiederum γ -Quanten. Auf diese Weise verdoppelt sich die Anzahl der Leptonen in jeder Generation. Es bildet sich ein Schauer von Leptonen und γ -Quanten der sich innerhalb eines Kegels um die Richtung des ersten Quants ausbreitet. Auch diese Kaskade bricht ab, nämlich dann, wenn die Energie so klein geworden ist, dass die Ionisierungsprozesse (bzw. Comptonstreuung) überwiegen. Erst bei Primärenergien $< 10^{12}$ eV erreichen nennenswerte Teile dieser elektromagnetischen Luftschauer Meeresniveau.

Die geladenen Pionen zerfallen durch die schwache Wechselwirkung in Myonen und myonische Neutrinos.

$$\begin{aligned}\pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu & \tau &= 2,60 \cdot 10^{-8} \text{ s} \\ \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu\end{aligned}\quad (7.100)$$

Ihre mittlere Lebensdauer ist sehr viel größer als die des ungeladenen Pions. Deshalb kann der Zerfall in beträchtlicher Entfernung von der Kernkaskade stattfinden. Doch reicht auch hier die mittlere freie Weglänge nicht aus; auch sie erreichen die Erde kaum.

Das schaffen die im Pionenzerfall entstandenen Myonen. Sie unterliegen der schwachen Wechselwirkung und können in Materie Kernumwandlungen induzieren. Die Wirkungsquerschnitte dafür sind aber extrem klein, so dass ihr Verhalten nur durch die elektromagnetische Wechselwirkung bestimmt ist. So erzeugen sie wie die Elektronen elektromagnetische Kaskaden, allerdings mit der wesentlichen Einschränkung, dass wegen ihrer rund 200 mal größeren Masse die Wahrscheinlichkeit dafür $4 \cdot 10^4$ mal kleiner ist (siehe Kapitel 3.1.2, Gl. 3.9). Ihre Reichweite ist deshalb größer als die der Elektronen. Sie erreichen die Erdoberfläche und dringen sogar noch tief in die Erde ein.

Die geladenen Myonen zerfallen in Elektronen bzw. Positronen und elektronische und myonische Neutrinos durch die schwache Wechselwirkung:

$$\begin{aligned}\mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu & \tau &= 2,19 \cdot 10^{-6} \text{ s} \\ \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu\end{aligned}\quad (7.101)$$

Ihre mittlere Lebensdauer ist wesentlich größer als die der neutralen Pionen.

Auf der Erdoberfläche besteht demnach die Höhenstrahlung aus zwei Komponenten. Die durchdringende, die eine große mittlere freie Weglänge hat, heißt harte Komponente und besteht aus Myonen. Die kurzreichweitige, sog. weiche Komponente, besteht aus Elektronen, Positronen und Bremsstrahlungsquanten der elektromagnetischen Kaskaden. Nur ein kleiner Teil stammt aus dem Zerfall von Myonen.

Während der in Gl. 7.101 angegebenen mittleren Lebensdauer legt ein extrem relativistisches Myon ungefähr 600 m zurück. Das ist die mittlere Strecke, die die Myonen zwischen Entstehung und Zerfall zurücklegen. Sie ist zu kurz, um die Häufigkeit der Myonen an der Erdoberfläche zu erklären. Die Lösung bringt die spezielle Relativitätstheorie. Die angegebenen Lebensdauern gelten im Ruhesystem der Teilchen. In einem mit der Geschwindigkeit v relativ dazu bewegten System, der Erde, macht sich die Zeitdilatation bemerkbar. Die auf der Erde gemessene mittlere Lebensdauer τ_E ist länger

$$\tau_E = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \tau = \gamma \cdot \tau \quad (7.102)$$

γ ist das Verhältnis der Gesamtenergie zur Ruheenergie des Myons, c die Lichtgeschwindigkeit. Ist E die Gesamtenergie, E_{kin} die kinetische Energie und m_0 die Ruhemasse, so ist

$$\gamma = \frac{E}{m_0 c^2} = \frac{E_{\text{kin}} + m_0 c^2}{m_0 c^2} \quad (7.103)$$

Für extrem relativistische Teilchen ist die Ruheenergie gegen die kinetische Energie vernachlässigbar, und man erhält

$$\gamma \approx \frac{E_{\text{kin}}}{m_0 c^2} \quad (7.104)$$

In Zahlen: Für Myonen von 10 GeV ist die mittlere Lebensdauer auf der Erde rund 100 mal länger als im Ruhesystem, so dass dieses Myon erst nach einer Flugstrecke von 60 km zerfällt und somit eine gute Chance hat den Erdboden zu erreichen.

7.8.2.2 Die Abbremsung der Myonen in Materie

Die hochenergetischen Myonen verlieren ihre Energie in Materie durch Bremsstrahlung an den Kernen. Erst bei Energien im GeV-Bereich und darunter machen sich auch die Ionisierungsprozesse durch die Coulomb-Wechselwirkung bemerkbar. Diese Prozesse sind unabhängig vom Vorzeichen der Ladung. Am Ende der Reichweite, kurz bevor sie zur Ruhe kommen, verhalten sich die positiven und negativen Myonen aber unterschiedlich.

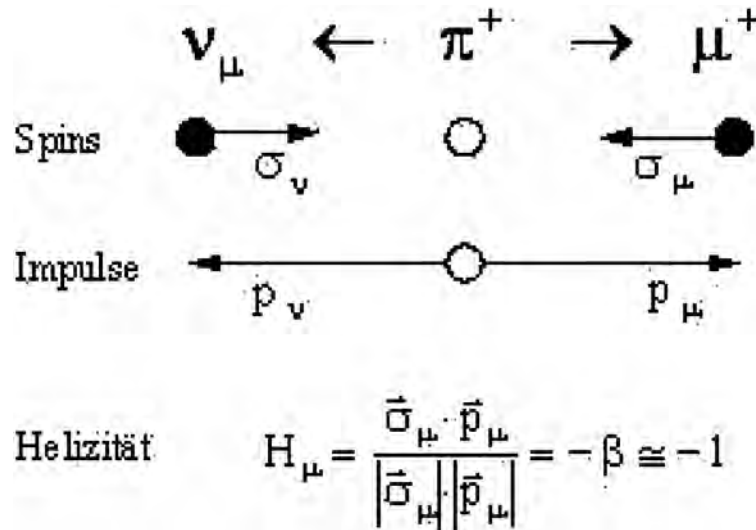
Die negativen Myonen, die sich von Elektronen ja nur durch ihre Masse unterscheiden, werden von den Atomen meist in angeregten Zuständen eingefangen und landen unter Emission von Röntgenstrahlung sehr schnell in der K-Schale. Das Pauli-Prinzip erlaubt das, auch wenn diese schon mit Elektronen besetzt ist, da die Teilchen nicht identisch sind. Von da werden sie durch den Kern eingefangen, wobei sich analog zum K-Einfang der Elektronen die Nukleonen durch die schwache Wechselwirkung umwandeln. So öffnet sich für die μ^- ein zweiter Zerfallskanal, was bedeutet, dass ihre mittlere Lebensdauer herabgesetzt wird. In Cu z.B. misst man $\tau = 0,163 \mu\text{s}$. Infolge dieser starken Verkürzung hat man es bei Lebensdauermessungen an kosmischen Myonen, bei denen die positiven und negativen Teilchen mit gleicher Häufigkeit ankommen, fast nur mit den μ^+ zu tun, da die μ^- sehr schnell eingefangen werden. In Cu sind sie nach einer Mikrosekunde praktisch nicht mehr vorhanden.

Die positiven Myonen fangen bei niedrigen Energien aus den Atomhüllen Elektronen ein, mit denen sie eine wasserstoffähnliche Struktur bilden, in der das μ^+ den Wasserstoffkern ersetzt und das Myonium heißt. Im weiteren Verlauf kann dieses ionisiert werden, sich wieder neu bilden, es wechseln sich der Einfang und der Verlust eines Elektrons ab. Auch das elektrisch neutrale Myonium wird durch Stöße mit den Elektronen und Atomen noch weiter abgebremst, bis es sich schließlich thermalisiert hat.

Die Zeitskala, auf der diese Prozesse ablaufen, ist kurz gegenüber der mittleren Lebensdauer des Myons. Die Abbremsung durch Streuverluste auf einige keV dauert ungefähr 10^{-10} s. Die Einfangs- und Ionisierungsprozesse des Myoniums, nach denen es noch eine Energie von rund 200 eV hat, sind nach etwa $5 \cdot 10^{-13}$ s beendet. Bei dieser Energie ist es stabil und wird in weiteren 10^{-12} s thermalisiert.

7.8.2.3 Die Polarisation der Myonen

Die Gesamtheit der Myonen in einem bestimmten Energiebereich ist in ihrer Impulsrichtung polarisiert, d.h. die Anzahl der Teilchen, die den Spin parallel zur Flugrichtung eingestellt haben,

Abbildung 7.11: Zerfall des π^+ und Helizität des μ^+ .

ist ungleich der Anzahl mit antiparallel stehendem Spin. Dies ist eine Folge der Paritätsverletzung bei der schwachen Wechselwirkung und erklärt sich für das μ^+ im Einzelnen wie folgt.

Nach der V-A-Theorie der schwachen Wechselwirkung gibt es nur linkshändige Teilchen (neg. Helizität, d.h. Spin antiparallel zur Impulsrichtung) und rechtshändige Antiteilchen. Die Wahrscheinlichkeit für die Erwartungswerte dieser Helizitäten ist proportional $\beta = v/c$. Da das π^+ Spin 0 besitzt und das ν_μ als (nahezu) ruhemasseloses Teilchen neg. Helizität haben muss, bleibt wegen der Drehimpulserhaltung dem Antiteilchen μ^+ nichts anderes übrig als mit der falschen neg. Helizität emittiert zu werden. Dies ist auch der Grund weshalb der Pion nur viel seltener ($\approx 10^{-4}$) in das leichtere und aus Phasenraumbetrachtungen eigentlich bevorzugte Elektron zerfällt. Die Wahrscheinlichkeit für die falsche Helizität ist für das hochrelativistische Elektron viel geringer.

Die Gesamtenergie des Myons im Ruhesystem des Pions ist

$$W_\mu = \frac{(m_\pi c^2)^2 + (m_\mu c^2)^2}{2m_\pi c^2} \quad (7.105)$$

Die Ruhemasse des Pions ist 140 eV, die des Myons 106 MeV. Damit wird die Gesamtenergie des Myons 110 MeV, und es bleiben nur noch 4 MeV für die kinetische Energie.

Auf der Erde haben die Myonen unterschiedliche Energie, je nachdem ob sie in der Flugrichtung des Pions oder entgegengesetzt emittiert werden. Ein Beispiel: Fliegen die Pionen mit der Gesamtenergie von 1 GeV auf den Detektor zu, dann haben die nach vorn laufenden Myonen eine Gesamtenergie von 998 MeV, die nach rückwärts emittierten von 662 MeV. Der Spin der hochenergetischen Gruppe steht entgegengesetzt zur Flugrichtung, während der Spin der niederenergetischen Teilchen parallel dazu gerichtet ist. Da der Zerfall der Pionen in ihrem Ruhesystem isotrop ist, sind in jeder Gruppe gleich viele Myonen enthalten. Wenn nun in einem Detektor beide Gruppen in gleicher Weise nachgewiesen werden, ist die Gesamtheit der Myonen unpolarisiert. Wird dagegen eine der Energien diskriminiert und getrennt registriert, hat man vollständige Polarisation.

In Wirklichkeit ist das Pionenspektrum kontinuierlich, und die Einfallsrichtung ist auch nicht senkrecht von oben, sondern eine Verteilung um diese Richtung. Die Auswirkung der Form des Spektrums auf die Polarisation kann man sich leicht klar machen. Die Myonen, deren Lebensdauer gemessen wird, sind in einer Cu-Platte gestoppt worden. Dabei haben sie im Cu nur einige MeV Energie verloren, wesentlich mehr dagegen davor auf dem Weg durch die Atmosphäre. Da dieser

Weg für die einzelnen Teilchen je nach dem Ort der Entstehung verschieden lang ist, haben die im Cu endenden Myonen bei ihrer Entstehung Energien im GeV-Bereich gehabt mit einer breiten, aber endlichen Verteilung. Sie sind im Ruhesystem des Pions entweder nach vorn oder nach hinten emittiert worden. Aus der relativistischen Kinematik weiß man, dass im ersten Fall kinetische Energie des Pions nur wenig, im zweiten Fall wesentlich größer als die des Myons gewesen sein muß. Ein Zahlenbeispiel: Ein Myon mit der (Gesamt-)Energie 1 GeV entsteht beim Vorwärtszerfall aus einem Pion mit 1.002 GeV, beim Rückwärtszerfall muß das Pion 1,67 GeV haben.

Die Gesamtheit der gestoppten Myonen ist polarisiert, wenn das Pionenspektrum abhängig von der Energie ist, denn nur dann ist die Anzahl der bei einer festen Energie durch Vorwärts- und Rückwärtszerfall erzeugten Myonen nicht gleich. Man weiß, dass das Spektrum der Pionen in der Höhenstrahlung mit zunehmender Energie abfällt, wie es in Gl. 7.98 zum Ausdruck kommt. Für die μ^+ ist deshalb eine negative, d.h. der Flugrichtung entgegengesetzte Polarisierung zu erwarten. Tatsächlich misst man bei senkrechtem Einfall den Wert $P = -1/3$. Er ist nur gering abhängig von der Energie.

Diese Betrachtungen bleiben auch gültig, wenn die Bedingung senkrechten Einfalls nicht mehr aufrechterhalten wird. Es wird dann über die Einfallsrichtung gemittelt. Die Polarisierung ist dann etwas kleiner, aber immer deutlich von Null verschieden.

Es bleibt noch die Frage nach der Depolarisation der Myonen, die nach der Thermalisierung mit der Materie wechselwirken. Das Abbremsen selbst geschieht so schnell, dass das Myon, sei es frei oder im Myonium gebunden, nicht merklich in äußeren oder inneren Magnetfeldern präzediert und so die Ausrichtung beibehält. Anders nach der Thermalisierung. In diesem Zustand befindet sich das Myon (im Mittel) die meiste Zeit und ist den depolarisierenden Wechselwirkungen ausgesetzt. Die Relaxation der Polarisierung hängt stark von der magnetischen und Kristallstruktur der Festkörper ab. In paramagnetischen Metallen, zu denen das Cu gehört, wird sie durch die inhomogenen Magnetfelder der Kernmomente oder magnetischen Verunreinigungen verursacht. Die Relaxationszeit (das ist die Zeit, in der die Polarisierung im Mittel auf ein e-tel ihres ursprünglichen Wertes abgesunken ist) in diesen Stoffen ist lang. Für Cu bei Zimmertemperatur z.B. hat man Werte größer als $50 \mu\text{s}$ gemessen. Sie sind groß gegenüber der mittleren Lebensdauer der Myonen. Die Depolarisation macht sich deshalb nicht bemerkbar.

7.8.2.4 Der Nachweis des Myonzerfalls

Das Ende der Lebensdauer eines μ^+ ist durch das Auftreten des dabei entstehenden Positrons gekennzeichnet. Das doppelt differentielle Spektrum der Zerfallspositronen hat die Form

$$\frac{dN}{d\varepsilon d\Omega} = \frac{\varepsilon^2}{2\pi} \cdot [(3 - 2\varepsilon) - P \cdot (1 - 2\varepsilon) \cdot \cos \theta] \quad (7.106)$$

Dabei ist $\varepsilon = E/E_{max}$ die Positronenenergie in Einheiten von $E_{max} = m_\mu c^2/2$, der maximalen Energie, die ein Positron beim Zerfall mitnehmen kann und θ der Winkel zwischen dem Spin des Myons und dem Impuls des Positrons. P ist die Polarisierung des Myons.

Dieser Ausdruck hat die Form

$$\frac{dN}{d\varepsilon d\Omega} = a \cdot (1 + b \cdot \cos \theta) \quad (7.107)$$

b ist abhängig von der Positronenenergie und läuft von $b = -1/3$ bei $\varepsilon = 0$ über $b = 0$ bei $\varepsilon = 1/2$ bis zum Maximalwert $b = 1$ bei $\varepsilon = 1$. Er besagt, dass die Emission des β^+ bezüglich des Spins des μ^+ nicht isotrop ist: das Positron wird bevorzugt in Richtung des Spins ausgesandt.

Die räumliche Asymmetrie ist umso größer, je energiereicher die Positronen sind. Meist werden die Positronen verschiedener Energie nicht mit der gleichen Empfindlichkeit nachgewiesen. Die niederenergetischen erreichen wegen der Energieverluste den Detektor überhaupt nicht. Aus

diesem Grund besteht beim Nachweis eine untere Schwelle, von der natürlich die Größe der gemessenen Asymmetrie abhängig ist. Bei der Integration von Gl. 7.107 über die Energie erhält man

$$\frac{dN}{d\Omega} = k \cdot (1 + A \cdot \cos \theta) \quad (7.108)$$

k ist eine durch die Schwelle bestimmte Konstante. Die Größe der Asymmetrie hängt vom gewählten Integrationsintervall ab. Integriert man über das ganze Spektrum, hat man $A = P/3$, für die obere Hälfte ergibt sich $A = 0.44 P$. Für noch höhere Schwellen wächst A noch weiter an bis zum Grenzwert $A = P$. Es ist also vorteilhaft, bei hohen Schwellen zu messen, weil dann der Effekt am größten ist. Dabei wird die Zählrate allerdings immer kleiner, weshalb man einem Kompromiß finden muss.

Der obige Ausdruck ist über einen endlichen Raumwinkel zu integrieren, wenn die Winkelverteilung der Positronen berücksichtigt werden soll. Wegen der Mittelung über den Winkel θ nimmt dabei die Asymmetrie ab, z.B. auf die Hälfte bei der Integration über den Halbraum.

7.8.2.5 Die Präzession der Myonen im Magnetfeld

Ein mit dem Drehimpuls \vec{J} verbundenes magnetisches Moment

$$\vec{\mu} = \gamma \cdot \vec{J} \quad (7.109)$$

hat in einem Magnetfeld \vec{B} die Bewegungsgleichung

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (7.110)$$

woraus folgt, dass das magnetische Moment um die Feldrichtung präzediert mit der Kreisfrequenz

$$\omega = \gamma \cdot B \quad (7.111)$$

Die Präzession verläuft im Gegenurzeigersinn, wenn man in Richtung des Magnetfelds blickt. Das gyromagnetische Verhältnis γ eines Teilchens ist

$$\gamma = \frac{g \cdot \mu_B}{\hbar} \quad (7.112)$$

Darin ist μ_B das Bohrsche Magneton. Für ein Elektron ist das

$$\mu_B(\text{Elektron}) = \frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m_e} = 9,273 \cdot 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}} \quad (7.113)$$

für ein Myon

$$\mu_B(\text{Myon}) = \frac{e \cdot \hbar}{2 \cdot m_\mu} = \frac{m_e}{m_\mu} \cdot \mu_B(\text{Elektron}) = 4,485 \cdot 10^{-26} \frac{\text{J}}{\text{T}} \quad (7.114)$$

Die dimensionslose Größe g heißt Landé-Faktor. Er ist verschieden für den Bahndrehimpuls eines geladenen Teilchens und seinen Spin. Im ersten Fall ist er genau gleich eins, im zweiten Fall beträgt er 2 plus Korrekturen höherer Ordnung. Er kann bestimmt werden durch die Messung der Präzessionsfrequenz eines freien Teilchens in einem Magnetfeld

$$g = \frac{\gamma \cdot \hbar}{\mu_B} = \frac{\hbar \cdot \omega}{\mu_B \cdot B} \quad (7.115)$$

7.8.3 Prinzip der Messung

Die Messung der Präzessionsfrequenz der μ^+ geht im Prinzip wie die Messung der mittleren Lebensdauer, nur geeignet erweitert. Als Startzeitpunkt für die Messung wird die Abbremsung des Myons im Detektor genommen, als Stoppzeitpunkt das Auftreten des Positrons aus dem Zerfall. Wird die Messung für viele Myonen wiederholt, erhält man die Anzahl $N(t)$ der Teilchen, die zur Zeit t zerfallen. Sie gehorcht dem Gesetz für den radioaktiven Zerfall

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-t/\tau} \quad (7.116)$$

τ ist die mittlere Lebensdauer und N_0 die Anzahl der Myonen, die in der Meßzeit im Detektor gestoppt wurden. Solange man nur τ bestimmen will, genügt es, die Positronen unabhängig von ihrer Energie und Richtung einfach nachzuweisen. Dazu kann man das Stopptarget selbst als Detektor ausbilden.

Zur Messung der Präzession ist eine Ergänzung in zwei Punkten erforderlich. Erstens wird über das Stopptarget transversal zur Einfallsrichtung der Myonen ein konstantes Magnetfeld gelegt, in dem die Spins präzedieren. Zweitens werden nur Positronen gemessen, die in eine bestimmte Richtung emittiert werden. Die Zählrate ist dann mit der Präzessionsfrequenz moduliert; sie ist am größten, wenn der Myonenspin in diese Richtung zeigt, am kleinsten wenn er entgegengesetzt gerichtet ist. Der Winkel θ in Gl. 7.108 ist dann nicht mehr zeitlich konstant, er ist durch den Präzessionswinkel ωt zu ersetzen.

Die Anzahl der zur Zeit t nachgewiesenen Positronen ergibt sich aus der Zusammenfassung der Gl. 7.108 und Gl. 7.116

$$N(t) = K \cdot e^{-t/\tau} \cdot [1 + \bar{A} \cdot \cos(\omega t + \delta)] \quad (7.117)$$

Die e-Funktion beschreibt die Abnahme infolge des Zerfalls, der in der Klammer stehende Ausdruck die Modulation durch die Präzession. Der Querstrich auf der Asymmetrie \bar{A} bedeutet, dass diese Größe durch Mittelung über die Geometrie des Detektors zustande gekommen ist. Sie ist wegen der Depolarisation der gestoppten μ^+ i.a. zeitabhängig und wird manchmal geschrieben als

$$\bar{A} = \bar{A}_0 \cdot e^{-t/T_R} \quad (7.118)$$

mit T_R der Relaxationszeit der Polarisation. Für Cu ist die Asymmetrie innerhalb der Messzeit konstant.

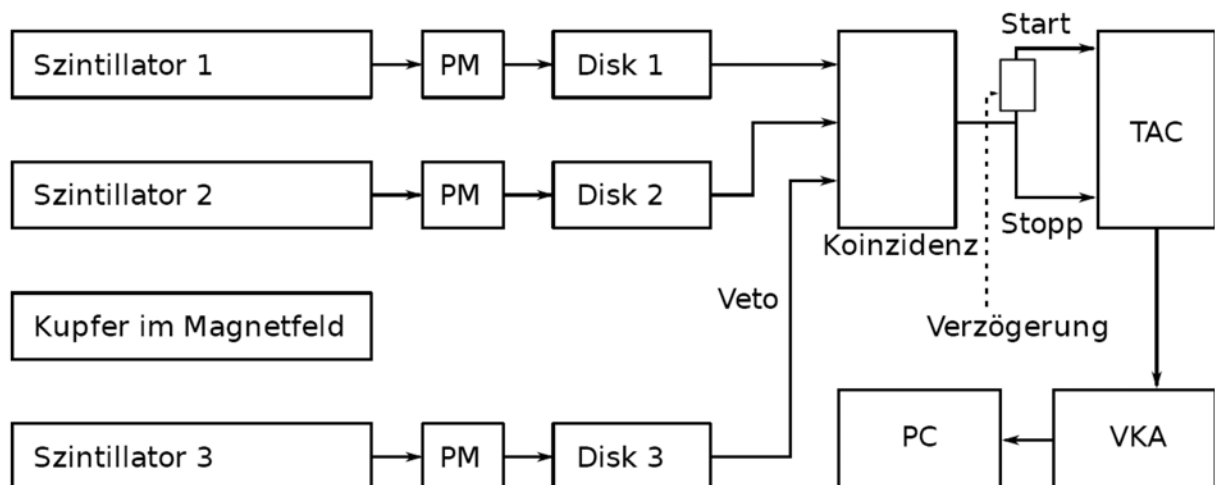


Abbildung 7.12: Skizze des Versuchsaufbaus.

7.8.4 Aufbau und Durchführung

Der Aufbau des Versuchs ist in Abb. 7.12 skizziert. Er besteht aus drei waagrecht übereinander liegenden Szintillatorplatten aus Plastik von je 2,5 cm Dicke. Zwischen dem zweiten und dem dritten Szintillator befindet sich eine ebenso dicke Cu-Platte, in der die μ^+ gestoppt werden sollen. Die Signatur eines gestoppten Myons ist $1 + 2 + \bar{3}$, d.h. eine Koinzidenz der beiden oberen in Antikoinzidenz mit dem unteren Szintillator. Ein solches Ereignis löst den Start der Lebensdauerermessung aus. Das Ende der Lebensdauer ist durch das Auftreten eines Positrons entweder im Szintillator 2 oder in 3 gekennzeichnet. Es ist aber nicht sinnvoll eines der beiden Signale aus 2 oder 3 als Stoppsignal zu nehmen, da dann alle Ereignisse der Höhenstrahlung als zufällige Stopps auftreten, in denen die echten dann nicht mehr zu finden sind. Die zufälligen Koinzidenzen werden stark unterdrückt, wenn eine Antikoinzidenz mit dem gegenüberliegenden Zähler verlangt wird. Die Signale $2 + \bar{3}$ und $3 + \bar{2}$ sind dabei gleichwertig. Die beste Signatur für den Stopp ist $1 + 2 + \bar{3}$, wie sie in der Skizze eingezeichnet ist. Sie verbessert das Verhältnis der echten zu den zufälligen Koinzidenzen um einen weiteren Schritt, allerdings mit einem Verlust an Zählrate, weil sie die Schwelle für den e^+ -Nachweis zu höheren Energien in den Bereich größerer Asymmetrie verschiebt.

Die Signalverarbeitung und die Zeiteichung sind wie in Kapitel 6.2.5 besprochen. Es ist lediglich die Koinzidenzstufe zur Auswahl der Signatur eingefügt. Der TAC läßt sich nicht starten, wenn gleichzeitig mit dem Start auch am Stoppeingang ein Signal anliegt. Das ist immer der Fall, wenn beide Signale dieselbe Signatur haben. Um trotzdem messen zu können, greift man zu einem Trick: Man fügt im Startkreis eine Verzögerung von wenigen Nanosekunden ein. Kommt aus der Koinzidenz ein Signal der Signatur $1 + 2 + \bar{3}$, um die Messung zu starten, ist der von *demselden* Signal abgeleitete Stopp schon vorbei, die Uhr wird angestellt. Beim nächsten Auftreten dieser Signatur ist wie erforderlich das Stoppsignal am schnellsten: die Uhr steht. Der TAC braucht jetzt einige Mikrosekunden Zeit, um den Analogimpuls zu erzeugen. Er schaltet währenddessen die Eingänge zu und ignoriert so den unmittelbar folgenden falschen Start.

7.8.5 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

Myonen, Höhenstrahlung [26], [27], [28], [39], [40]

Detektoren [14], [15]

Elektronik [14], [17], [18]

7.9 Versuch 9: Der Mößbauereffekt

7.9.1 Aufgaben

1. Messung des γ -Spektrums einer ^{57}Co -Quelle und Auswahl der 14.4 keV-Linie des ^{57}Fe mit dem Diskriminator
2. Messung des Mößbauerspektrums von Eisen, Vacromium (Edelstahl) und Eisenverbindungen (FePO_4 , FeSO_4). Bestimmung der Lage der Absorptionspeaks und der Isomeriever-schiebungen.
3. Bestimmung der Lebensdauer des 14.4 keV-Zustandes mit Vacromium.
4. Bestimmung des inneren Magnetfelds und des magnetischen Moments μ_a des angeregten Zustandes von Eisen.
5. Bestimmung des elektrischen Feldgradienten des Kristallfelds von Eisenverbindungen.

7.9.2 Einführung

7.9.2.1 Resonanzabsorption

Sendet ein ruhendes Atom (Kern) mit der Anregungsenergie E_a beim Übergang in den Grundzustand E_g ein Photon aus, so ist dessen Energie E_γ nicht gleich der Übergangsenergie, weil das Atom (Kern) einen Rückstoß erfährt. Der Impuls \vec{P}_R des Atoms (Kerns) nach der Emission ist dem Impuls \vec{p}_γ des Photons entgegengesetzt

$$\vec{P}_R = -\vec{p}_\gamma = \frac{\hbar \vec{\omega}_\gamma}{c} \quad (7.119)$$

und damit die Rückstoßenergie E_R

$$E_R = \frac{|\vec{P}_R|^2}{2 \cdot M} = \frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} \quad (7.120)$$

mit M der Atommasse (Kernmasse). Die Energie E_γ des Photons ist dann

$$E_\gamma = E_a - E_g - \frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} = E_0 - \frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} \quad (7.121)$$

Sie ist um die Rückstoßenergie kleiner als die Übergangsenergie. Diese und deshalb auch die Energie des Photons sind nicht beliebig scharf. Wenn keine verbreiternde Effekte wirksam sind, ist die Energieunschärfe Γ_0 , die sogenannte natürliche Linienbreite, durch die mittlere Lebensdauer τ des emittierenden Zustandes gegeben.

$$\Gamma_0 \cdot \tau = \hbar \quad (7.122)$$

Eine analoge Betrachtung für den Prozess der Absorption, bei dem das absorbierende Atom (Kern) die Anregungsenergie E_0 erhält, ergibt, dass die Photonen in diesem Fall um die Rückstoßenergie energiereicher sein müssen,

$$E_\gamma = E_0 + \frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} \quad (7.123)$$

so dass auch das Absorptionsspektrum verschoben ist, diesmal aber zu höheren Energien.

Wenn ein Photon, das von einem Atom (Kern) unter Vernichtung eines bestimmten angeregten Zustandes emittiert worden ist, von einem gleichen Atom (Kern) absorbiert und dabei

derselbe Zustand angeregt wird, spricht man von Resonanzabsorption. Sie kann nur auftreten, wenn die natürliche Linienbreite eines Übergangs größer ist, als die Energieverschiebung durch den Rückstoß, vorausgesetzt, dass sowohl das emittierende als auch das absorbierende System in Ruhe sind.

Betrachtet man das quantitativ, stellt man fest, dass bei optischen Übergängen in der Atomhülle die relative Linienbreite $\Delta\nu/\nu$ größer ist als die relative Linienverschiebung E_R/E_0 .

$$\begin{aligned}\Delta\nu/\nu &= 10^{-6} \text{ relative Linienbreite für Licht} \\ E_R/E_0 &= 10^{-8} \text{ relative Verschiebung für Licht}\end{aligned}$$

Das Gegenteil gilt für γ -Übergänge. Für das Beispiel ^{57}Fe ist

$$\begin{aligned}\Delta\nu/\nu &= 10^{-13} \text{ relative Linienbreite für } \gamma \text{ - Übergänge} \\ E_R/E_0 &= 10^{-5} \text{ relative Verschiebung für } \gamma \text{ - Übergänge}\end{aligned}$$

Hier ist die natürliche Linienbreite wesentlich kleiner als die Verschiebung durch den Rückstoß.

Die Emissions- und Absorptionslinien für die optischen Übergänge in der Hülle überlappen sich also vollständig. Deshalb gibt es im Bereich des sichtbaren Lichts Resonanzabsorption, für die das bekannteste Beispiel die Na-D-Linie ist. Für die γ -Übergänge dagegen ist sie ausgeschlossen.

In Wirklichkeit ist das in dieser Strenge nicht gültig, da die Wärmebewegung der Kerne die Linien verbreitert. Ist P der Impuls des Kerns vor der Emission und θ der Winkel, den dieser mit dem Impuls des Photons einschließt, dann ist die Energie des Quants

$$E_\gamma = E_0 - \frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} + \frac{p_\gamma \cdot P}{M} \cdot \cos \theta \quad (7.124)$$

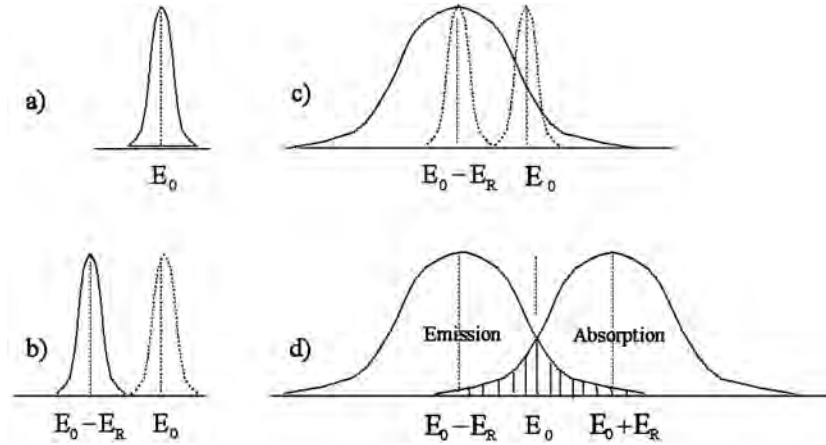
Da die Emission isotrop ist, nimmt θ alle Werte zwischen 0 und 2π an und die maximale Verbreiterung wird

$$E_\gamma = E_0 - \frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} \pm \frac{p_\gamma \cdot P}{M} \quad (7.125)$$

So tritt neben der Verschiebung der Linie durch den Dopplereffekt auch eine Verbreiterung auf, die bei Zimmertemperatur in derselben Größenordnung ist. Im Spektrum hat man jetzt eine sehr stark (bis zu 10^6) verbreiterte Linie, die um die Rückstoßenergie von der Übergangsenergie verschoben ist und zwar bei Emission zu kleineren, bei Absorption zu größeren Energien. Die Verbreiterung ist so groß, dass sich Emissions- und Absorptionslinie teilweise überlappen. Deshalb ist auch bei γ -Übergängen Resonanzabsorption zu erwarten, wenn auch nicht mit der hohen Wahrscheinlichkeit wie im sichtbaren Bereich, wo die Überlappung vollständig ist.

Qualitativ ist das in Abb. 7.13 dargestellt. Die Zeichnung in a) soll die Linie mit ihrer natürlichen Breite darstellen. Sie verschiebt sich in b) bei Emission um die Rückstoßenergie. Bei Absorption würde sie sich in die andere Richtung zunehmender Energie verschieben. Die Linien überlappen sich nicht, es tritt keine Resonanzabsorption auf. In c) ist nicht maßstäblich die Verbreiterung der Emissionslinie durch den Doppler-Effekt angedeutet, sie ist in Wirklichkeit viel größer. Schließlich ist in d) der Fall der Resonanzabsorption gezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist proportional dem Überlappintegral der verbreiterten Linien, also der schraffierten Fläche. Sie nimmt wegen der damit verbundenen Linienverbreiterung mit steigender Temperatur von Absorber und Emitter zu.

Die bisherigen Überlegungen gelten für ein freies Atom, das außer der Anregung keine inneren Freiheitsgrade hat. Schon beim Molekül ändern sich die Verhältnisse. Zunächst sind wegen der größeren Masse die Verschiebung und Verbreiterung der Linie kleiner. Gegenüber der Abb. 7.13d sind deshalb die Linien näher zusammengedrückt und schmaler. Außerdem sind sie aufgespalten,

Abbildung 7.13: γ -Spektren eines Atoms.

da neben den elektronischen Anregungszuständen auch Schwingungs- und Rotationszustände existieren. Ihre Energien sind gequantelt, so können immer nur diskrete Energiebeträge ausgetauscht werden. Diese sind größer als die Dopplerverbreiterung, deshalb spalten die Linien auf. Im Ausdruck für die Photonenenergie steht ein zusätzlicher Term ΔE_M ,

$$E_\gamma = E_0 - \frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} \pm \frac{p_\gamma \cdot P}{M} - \Delta E_M \quad (7.126)$$

die Differenz der inneren Energien des Moleküls bei Schwingungs- oder Rotationsübergängen. Ändert sich bei der Emission der innere Zustand eines Molekül nicht ($\Delta E_M = 0$), beobachtet man wie beim Atom eine verschobene und verbreiterte Linie. Wird bei der Emission eine Schwingung angeregt, ist $E_M > 0$ und es tritt eine weitere Linie auf, die bei noch kleineren Energien liegt. Umgekehrt kann dem Photon auch Schwingungs- oder Rotationsenergie übertragen werden, wobei weitere Emissionslinien entstehen, diesmal aber oberhalb von $\Delta E_M = 0$. Schematisch ist das in Abb.7-13 dargestellt.

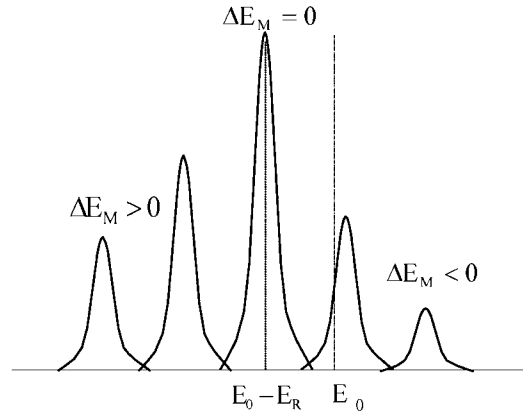
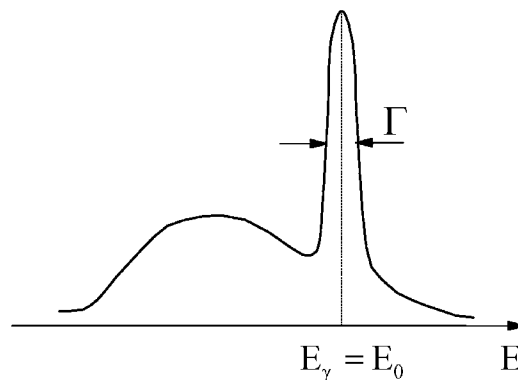
7.9.2.2 Der Mößbauereffekt

Was ändert sich nun, wenn das emittierende Atom in ein Kristallgitter eingebaut wird? Nimmt man zunächst an, dass die Kristallatome unendlich fest an ihre Gitterplätze gebunden sind, dann sind sie relativ zueinander in Ruhe, und der Kristall kann seine innere Energie nicht ändern. Der Impuls bei der Emission oder Absorption eines Photons kann nicht von einem einzelnen Atom, sondern nur vom Kristall als Ganzes aufgenommen werden. An die Stelle der Atommasse M tritt die Gesamtmasse des makroskopischen Kristalls, mit der Folge, dass die Linien die natürliche Breite haben und sich vollständig überlappen: Der Idealfall der Resonanzabsorption liegt vor.

In Wirklichkeit ist die Bindungsenergie der Atome im Gitter endlich, wenn auch sehr viel größer als die Rückstoßenergie. Die Atome können deshalb Schwingungen um ihre Ruhelage ausführen. Sie sind dabei nicht unabhängig voneinander. Es gibt eine endliche Anzahl von Schwingungen mit verschiedenen Frequenzen Ω_i , deren Anzahl durch die Zahl der Freiheitsgrade gegeben ist. Diese werden ihrerseits durch die Anzahl der Gitterbausteine bestimmt. Die gesamte innere Energie des Kristalls ist

$$E_K = \sum_{S=0}^{3N} \hbar \cdot \Omega_S \cdot (n_S + 1/2) \quad n_S = 0, 1, 2, \dots \quad (7.127)$$

N ist die Anzahl der Gitterbausteine. Die durch Ω_S gekennzeichneten Zustände sind die Phononen. Die Anzahl von Phononen einer bestimmten Sorte ist durch die Quantenzahl n_S gegeben.

Abbildung 7.14: γ -Emissionsspektrum eines Moleküls.Abbildung 7.15: γ -Emissionsspektrum eines Kristalls mit Mößbauerlinie.

Der Kristall ist im Grundzustand, wenn keine Phononen angeregt sind. Tauscht ein Kristall Energie mit seiner Umgebung aus, ändert sich die Phononenzahl. Die Energieänderung ist

$$\Delta E_K = E_{K'} - E_K = \sum_{S=0}^{3N} \hbar \cdot \Omega_S \cdot (n'_S - n_S) \quad (7.128)$$

Emittiert einer der Kerne ein γ -Quant, so ist dessen Energie

$$E_\gamma = E_0 - \Delta E_K. \quad (7.129)$$

Da die möglichen Werte von ΔE_K um weniger als die natürliche Linienbreite auseinander liegen, ist das Emissionsspektrum kontinuierlich. Wie beim Molekül kann es sich in Bereiche erstrecken, die höher liegen als die Übergangsenergie, wenn bei dem Prozess Phononen vernichtet werden. Für die Absorptionsvorgänge gilt sinngemäß das Gleiche.

Mößbauer hat bei seinen Untersuchungen der Resonanzabsorption von γ -Strahlen entdeckt, dass in manchen Kristallen eine gewisse Wahrscheinlichkeit für rückstoßfreie Emission und Absorption besteht. Der Kristall ändert dann seine innere Energie nicht und verhält sich so wie oben beschrieben, als ob er ein Teilchen mit makroskopischen Masse wäre. Wie in Abb. 7.15 angedeutet ist dem kontinuierlichen Emissionsspektrum an der Stelle der Übergangsenergie eine Linie mit der natürlichen Breite überlagert, die Mößbauerlinie. Sie ist nicht maßstäblich gezeichnet. In Wirklichkeit ist sie im Vergleich zum kontinuierlichen Spektrum höher und viel schmäler.

Das kontinuierliche Spektrum liegt unsymmetrisch zur Mößbauerlinie. Es gibt mehr Emissionen, bei denen Photonen erzeugt werden als umgekehrt. Das ist eine Folge der Boltzmann-

Verteilung der Phononenzahlen. Die Zustände mit wenig Phononen sind stärker besetzt als die mit großen. Deshalb werden auch bei gleicher Wahrscheinlichkeit für Erzeugung und Vernichtung insgesamt mehr Phononen erzeugt als vernichtet. Beim absoluten Nullpunkt, bei dem keine Phononen existieren ($n_S = 0$), ist eine Vernichtung überhaupt nicht möglich. Das kontinuierliche Spektrum liegt dann vollständig unterhalb der Mößbauerlinie.

Der Bruchteil der rückstoßfreien Prozesse kann quantenmechanisch berechnet werden. Am absoluten Nullpunkt ist er

$$f(T = 0) = \exp \left(-\frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} \cdot \frac{1}{\langle \hbar \cdot \Omega_S \rangle} \right) \quad (7.130)$$

$f(T)$ heißt Debye-Waller-Faktor. Der erste Term in der Klammer ist der Rückstoß den das Atom (Gitterbaustein) erhalten würde, wenn es frei wäre, $\langle \hbar \Omega_S \rangle$ ist der Mittelwert des Phononenspektrums, ein Maß für die Stärke der Gitterbindung. Man sieht: die rückstoßfreien Prozesse nehmen sehr stark zu mit abnehmender Rückstoßenergie (oder gleichbedeutend damit mit abnehmender Übergangsenergie) und mit zunehmender Stärke der Kristallbindung. Der Mößbauereffekt tritt dann auf, wenn die Rückstoßenergie klein ist gegenüber der Bindungsenergie der Atome im Gitter.

Es gibt verschiedene Modelle für das Energiespektrum der Phononen. Eines davon stammt von Debye. In ihm erhält man für die Temperaturabhängigkeit von $f(T)$

$$f(T) = \exp \left\{ -\frac{p_\gamma^2}{2 \cdot M} \cdot \frac{3}{2 \cdot k_B \cdot \Theta} \cdot \left[1 + \frac{2\pi^2}{3} \cdot \left(\frac{T}{\Theta} \right)^2 \right] \right\} \quad (7.131)$$

Hier ist die Materialkonstante Θ eingeführt, die sog. Debye-Temperatur. Die Energie $E_G = k_B \cdot \Theta$, k_B ist die Boltzmann-Konstante, ist die obere Grenzenenergie des Phononenspektrums. Hohe Debye-Temperatur heißt hohe Bindungsenergie der Atome. Der Kern ^{57}Fe z.B. hat solch eine hohe Debye-Temperatur von $\Theta = 480 \text{ K}$. Der Debye-Waller-Faktor ist $f = 0.92$ am absoluten Nullpunkt und $f = 0.7$ bei Zimmertemperatur. Das ist ein Grund für die große Bedeutung von ^{57}Fe in der Mößbauerspektroskopie, man braucht keinen Kryostaten.

7.9.2.3 Der experimentelle Nachweis des Mößbauereffekts

Die 14.4 keV-Linie des ^{57}Fe hat die natürliche Breite von $5 \cdot 10^{-9} \text{ eV}$ absolut und $3 \cdot 10^{-13}$ relativ. Selbst in der Optik mit ihren hochauflösenden Interferometern fehlen noch einige Größenordnungen, um solche Linien durch direkte Messung des Spektrums aufzulösen. In der Kernphysik, wo man eben mal mit Halbleiterdetektoren Auflösungen von einigen Promille erreicht, ist überhaupt nicht daran zu denken. Trotzdem gibt es hier eine Möglichkeit, die Linienbreiten zu bestimmen, die gerade auf der geringen Breite beruht: man mißt die Resonanzabsorption. Dazu läßt man die γ -Quanten eines bestimmten Kerns durch einen Absorber fallen und mißt die Transmission (oder Absorption), das ist die Rate der Quanten, die durchgelassen (absorbiert) werden. Dazu braucht der Detektor nicht energieempfindlich zu sein, es genügt der Nachweis der Quanten. Die Größe der Transmission ist durch den Überlapp der Wahrscheinlichkeiten für die Emission und die Absorption gegeben, wie es in Abb. 7.14d angedeutet ist, diesmal aber nicht für die verbreiterten, sondern für die natürlichen Linien. Wenn es gelingt, die beiden Linien übereinander zu schieben, und die sich dabei ändernde Transmission zu messen, kann man das Linienprofil abtasten.

Dazu nutzt man den Doppler-Effekt. Die Resonanzabsorption (es sei angenommen, dass sie maximal ist, wenn Emitter und Absorber in Ruhe sind, was, wie weiter unten gezeigt wird, nicht selbstverständlich ist) kann wegen der extremen Linienschärfe durch eine kleine Relativbewegung gestört werden. Nach der Relativitätstheorie hat ein γ -Quant, das in seinem Ruhesystem die

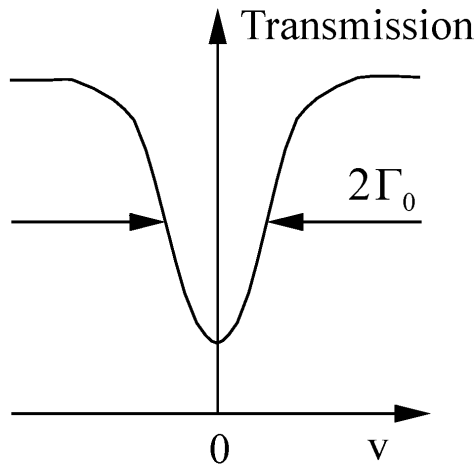


Abbildung 7.16: Transmissionsspektrum.

Energie E und den Impuls \vec{p} , in einem mit der konstanten Relativgeschwindigkeit \vec{v} dagegen bewegten System die Energie E^*

$$E^* = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot (E + \vec{v} \cdot \vec{p}) \quad \beta = \frac{v}{c}. \quad (7.132)$$

Für $\beta \ll 1$ und kollineare Bewegung ist die Energieverschiebung der γ -Quanten

$$\Delta E_\gamma = E^* - E = \pm \frac{v}{c} \cdot E. \quad (7.133)$$

Um diesen Wert ist die γ -Energie höher, wenn sich Emitter und Absorber aufeinander zu bewegen (+Zeichen), oder niedriger im entgegengesetzten Fall (-Zeichen). Für ^{57}Fe genügt eine Verschiebung von 10^{-8} eV, um die Resonanz aufzuheben. Das entspricht einer Relativbewegung von 0.02 cm/s.

Die Messung der Transmission in Abhängigkeit der (jeweils konstanten) Relativgeschwindigkeit v ergibt die in Abb. 7.16 gezeichnete Kurve. Die Absorption ist am größten bei $v=0$. Hier herrscht Resonanzabsorption. Mit zunehmender Relativgeschwindigkeit nimmt sie nach beiden Seiten ab, da die Überlappung der Emissions- und Absorptionslinien immer geringer wird, bis sie ganz aufhört. Die Halbwertsbreite der Transmissionskurve ist gleich der doppelten natürlichen Breite des Übergangs.

7.9.2.4 Aufspaltung und Verschiebung der Resonanzlinie

Bisher wurde stillschweigend angenommen, dass sowohl der angeregte Zustand als auch der Grundzustand des Mößbauerübergangs einfache Zustände sind, die außerdem noch in Quelle und Absorber die gleiche Energie haben. Im allgemeinen ist das nicht der Fall.

Eine Aufspaltung der Kernzustände in einem inneren Magnetfeld wird durch den Zeeman-Effekt bewirkt. Sie kann größer als die natürliche Linienbreite sein und äußert sich in einer Aufspaltung der Mößbauerlinie, die sog. *Hyperfeinstrukturaufspaltung*.

Auch die Wechselwirkung des eventuell vorhandenen Kernquadrupolmoments mit Gradienten des Kristallfelds hebt die Entartung auf. Man hat dann die sog. *Quadrupolaufspaltung*.

Eine Verschiebung der Linie wird beobachtet, wenn, hervorgerufen durch unterschiedliche chemische Bindungen, die Elektronendichte am Kernort in Emitter und Absorber nicht gleich ist. Man spricht dann von *Isomerieverschiebung* oder *Chemical Shift*. Im folgenden werden diese Effekte genauer besprochen.

Die Hyperfeinstrukturaufspaltung: Manche Kerne haben am Ort des Kerns innere magnetische Felder, die durch die Bewegung der Hüllenelektronen entstehen. Hat ein Kernzustand den Gesamtspin (oder Kernspin) I , gibt es wegen der Richtungsquantelung $2I + 1$ Einstellungen des Spins im Feld. Da mit dem Spin ein magnetisches Dipolmoment verbunden ist, spaltet der ohne Magnetfeld entartete Zustand durch den Zeeman-Effekt auf. Der Energieabstand dieser Hyperfeinstrukturzustände ist

$$\Delta E_m = - \left(\vec{\mu} \cdot \vec{B} \right) = - \frac{m}{I} \cdot \mu \cdot B \quad (7.134)$$

Darin ist m die magnetische Quantenzahl, welche die $2I+1$ verschiedenen Werte von $-I$ bis $+I$ annimmt. Nach der getroffenen Regelung gilt das negative Vorzeichen, wenn ein positives Kernmoment in Richtung des Magnetfeldes steht. Für rückstoßfreien Übergang zwischen dem angeregten Zustand (Index a) und dem Grundzustand (Index g) ist die γ -Energie

$$E_\gamma = \left(E_a - \frac{m_a}{I_a} \cdot \mu_a \cdot B \right) - \left(E_g - \frac{m_g}{I_g} \cdot \mu_g \cdot B \right) = E_0 - \frac{m_a}{I_a} \cdot \mu_a \cdot B + \frac{m_g}{I_g} \cdot \mu_g \cdot B \quad (7.135)$$

Die magnetischen Quantenzahlen nehmen nicht alle Werte an, sie unterliegen Auswahlregeln. Für Dipolstrahlung gilt

$$\Delta m = m_a - m_g = 0, \pm 1 \quad \text{Dipolstrahlung} \quad (7.136)$$

Die experimentelle Beobachtung der Hyperfeinstruktur ist übersichtlicher, wenn Quelle und Absorber nicht *beide zugleich* aufgespalten sind. Deshalb wird der emittierende Kern, in unserem Fall ^{57}Fe , in einen Kristall eingebaut, der keine inneren Magnetfelder hat, wie z.B. Rhodium oder Platin. Man spricht dann von einer Einlinienquelle. Als Absorber verwendet man natürliches oder mit ^{57}Fe angereichertes Eisen mit seinem hohen inneren Feldern. Resonanzabsorption tritt auf, wenn die durch den Doppler-Effekt verschobene Emissionslinie der mit der Geschwindigkeit v bewegten Quelle mit dem Absorptionsspektrum Gl. 7.135 des ruhenden Absorbers übereinstimmt. Man hat

$$E_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{c} \right) = E'_0 - \frac{m_a \cdot \mu_a \cdot B}{I_a} + \frac{m_g \cdot \mu_g \cdot B}{I_g} \quad (7.137)$$

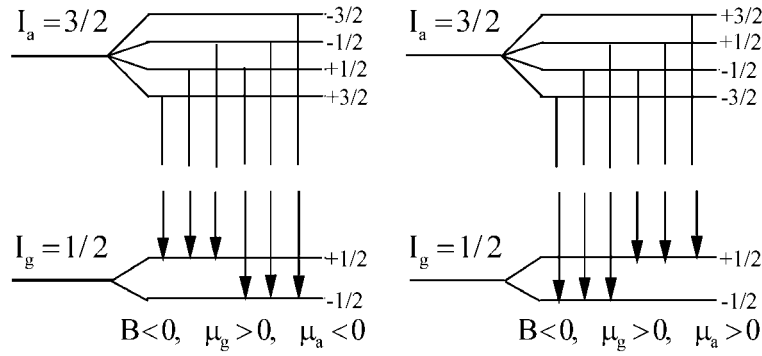
und für die Geschwindigkeit

$$v = \frac{(E'_0 - E_0) \cdot c}{E_0} - \frac{m_a \cdot \mu_a \cdot Bc}{I_a \cdot E_0} + \frac{m_g \cdot \mu_g \cdot B \cdot c}{I_g \cdot E_0}. \quad (7.138)$$

Hier wurde für die unverschobene Linie des Absorbers die Energie E'_0 eingeführt, um die eventuell bestehende Isomerieverschiebung zu berücksichtigen. Bei ^{57}Fe besteht das Geschwindigkeitsspektrum aus sechs Resonanzlinien. Der Grundzustand hat den Spin $I_g = 1/2$ und ist doppelt aufgespalten, der angeregte Zustand hat $I_a = 3/2$ und spaltet vierfach auf. Das magnetische Moment des Grundzustands ist bekannt aus Kernresonanzuntersuchungen. Es ist positiv und hat den Wert

$$\mu_g = (0,0903 \pm 0,0007) \mu_K \quad (7.139)$$

μ_K ist das Kernmagneton. Ferner weiß man, dass das Moment des Grundzustandes entgegen dem inneren Magnetfeld gerichtet ist, so dass man dieses als negativ ansetzt. Nach Gl. 7.136 liegt deshalb der Zustand mit $m_g = 1/2$ höher als der mit $m_g = -1/2$. Solange das magnetische Moment des angeregten Zustandes nicht bekannt ist, sind die beiden in Abb. 7.17 dargestellten Termschemata möglich. Die eingezeichneten Übergänge entsprechen den Auswahlregeln für Dipolstrahlung.

Abbildung 7.17: Mögliche Termschemata des ^{57}Fe .

Die Messung des Geschwindigkeitsspektrums entscheidet zwischen den beiden Möglichkeiten und führt zur Bestimmung des inneren Magnetfeldes, des magnetischen Moments und der Isomerieverschiebung. Aus Gl. 7.138 folgt mit den Abkürzungen

$$A = \frac{\mu_a \cdot B \cdot c}{I_a \cdot E_0}; \quad G = \frac{\mu_g \cdot B \cdot c}{I_g \cdot E_0}; \quad I = \frac{(E'_0 - E_0) \cdot c}{E_0} \quad (7.140)$$

und $v = v^*(m_a, m_g)$ für die sechs Übergänge

$$\begin{aligned} v^*\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) &= -\frac{3}{2}A + \frac{1}{2}G + I \\ v^*\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) &= -\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}G + I \\ v^*\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) &= -\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}G + I \\ v^*\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) &= +\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}G + I \\ v^*\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) &= +\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}G + I \\ v^*\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right) &= +\frac{3}{2}A - \frac{1}{2}G + I \end{aligned} \quad (7.141)$$

Die Unbekannten A , G und I und das Termschema ergeben sich durch Einsetzen der gemessenen Geschwindigkeiten in dieses Gleichungssystem und dem Vergleich der verschiedenen Möglichkeiten. Die Isomerieverschiebung erhält man sofort wegen

$$\sum_{m_g, m_a} v^*(m_a, m_g) = 6 \cdot I \quad (7.142)$$

Damit lassen sich die sechs isomeriekorrigierten Geschwindigkeiten

$$v(m_a, m_g) = v^*(m_a, m_g) - I \quad (7.143)$$

eingeführen, die symmetrisch um I liegen:

$$\begin{aligned} v(m_a, m_g) &= -v(-m_a, -m_g) \\ v_i &= \frac{1}{2} \cdot (v(m_a, m_g) - v(-m_a, -m_g)) \end{aligned} \quad (7.144)$$

Jetzt hat man drei verschiedene positive Geschwindigkeiten, die nach ihrer Größe geordnet werden: $v_1 > v_2 > v_3 > 0$ und drei zugeordnete negative Größen gleichen Betrags. Es sind vier Fälle zu unterscheiden:

1. Fall: $A > 0, G < 0, |A| > |G|$

$$\begin{aligned} v_1 &= v \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right) = +\frac{3}{2}A - \frac{1}{2}G \\ v_2 &= v \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) = +\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}G \\ v_3 &= v \left(-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right) = +\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}G \end{aligned} \quad (7.145)$$

Daraus erhält man die Unbekannten und eine Bedingung für die Geschwindigkeiten

$$\begin{aligned} A &= +v_1 - v_2 \\ G &= -v_2 + v_3 \\ 0 &= +v_1 - 2v_2 - v_3 \end{aligned} \quad (7.146)$$

2. Fall: $A > 0, G < 0, |A| < |G|$

$$\begin{aligned} v_1 &= v \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right) = +\frac{3}{2}A - \frac{1}{2}G \\ v_2 &= v \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) = +\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}G \\ v_3 &= v \left(+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}G \end{aligned} \quad (7.147)$$

mit der Lösung

$$\begin{aligned} A &= +v_1 - v_2 \\ G &= -v_2 - v_3 \\ 0 &= +v_1 - 2v_2 + v_3 \end{aligned} \quad (7.148)$$

3. Fall: $A < 0, G < 0, |A| > |G|$

$$\begin{aligned} v_1 &= v \left(+\frac{3}{2}, +\frac{1}{2} \right) = -\frac{3}{2}A + \frac{1}{2}G \\ v_2 &= v \left(+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{2}A - \frac{1}{2}G \\ v_3 &= v \left(+\frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}G \end{aligned} \quad (7.149)$$

mit der Lösung

$$\begin{aligned} 2A &= -v_1 - v_2 \\ G &= -v_2 + v_3 \\ 0 &= +v_1 - v_2 - 2v_3 \end{aligned} \quad (7.150)$$

4. Fall: $A < 0$, $G < 0$, $|G/3| < |A| < |G|$

$$\begin{aligned} v_1 &= v \left(+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{2} A - \frac{1}{2} G \\ v_2 &= v \left(+\frac{3}{2}, +\frac{1}{2} \right) = -\frac{3}{2} A + \frac{1}{2} G \\ v_3 &= v \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) = +\frac{1}{2} A - \frac{1}{2} G \end{aligned} \quad (7.151)$$

mit der Lösung

$$\begin{aligned} 2A &= -v_1 - v_2 \\ G &= -v_1 - v_3 \\ 0 &= -v_1 + v_2 + 2v_3 \end{aligned} \quad (7.152)$$

Zunächst wird geprüft, welche der Bedingungen von den gemessenen Geschwindigkeiten erfüllt wird. Auf diese Weise wird entschieden, welches Termschema vorliegt. Für dieses werden die Konstanten A und G berechnet und daraus das magnetische Moment des angeregten Zustandes und das Magnetfeld.

Die Quadrupolaufspaltung: Kerne mit einem Spin I können eine unsymmetrische Ladungsverteilung besitzen. Sie wird beschrieben durch das Quadrupolmoment Q . Es ist

$$e \cdot Q = \int (2z^2 - x^2 - y^2) \cdot \rho(x, y, z) \cdot dV \quad (7.153)$$

e ist die Elementarladung und ρ die Ladungsdichte. Das Koordinatensystem ist so gewählt, dass seine z -Achse mit der Symmetrieachse der Ladungsverteilung, das ist die Richtung des Spins I zusammenfällt. Q misst die Anisotropie der Ladungsverteilung bezüglich der Spinrichtung. Für kugelförmige Kerne ist $Q = 0$, für gurkenförmige ist $Q < 0$, für diskusförmige ist $Q > 0$.

In einem elektrischen Gradientenfeld gibt die elektrostatische Wechselwirkung zwischen dem Feld und der Ladungsverteilung Anlass zu einer Aufspaltung der Energiezustände des Kerns, je nach der Richtung, in der sich der Quadrupol zum Feld einstellt. Der elektrische Feldgradient am Gitterplatz des Kerns wird durch die Elektronenverteilungen in den Hüllen verursacht. Hat ein Gitter eine Vorzugsrichtung, es sei die z -Achse, liegt der Feldgradient in dieser Richtung, und für die Wechselwirkungsenergie ergibt sich

$$\Delta E_Q(m) = \frac{e \cdot Q}{4} \cdot \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) \cdot \frac{3 \cdot m^2 - I \cdot (I + 1)}{3 \cdot I^2 - I \cdot (I + 1)} \quad (7.154)$$

Der zweite Term ist der Feldgradient, m ist die magnetische Quantenzahl des Spins I , die die Orientierung des Spins im Feld beschreibt. Die Quadrupolaufspaltung tritt nur bei Kernen auf, deren Spin $I > 1$ ist. Bei ^{57}Fe ist deshalb nur der angeregte Zustand mit $I = 3/2$ aufgespalten. Sie hängt vom *Quadrat* der magnetischen Quantenzahl ab, weshalb der angeregte Zustand nur zweifach aufspaltet und nicht vierfach, wie bei der Hyperfeinstruktur. Man hat

$$\Delta E_Q \left(\pm \frac{3}{2} \right) = +\frac{e \cdot Q}{4} \cdot \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) \quad \Delta E_Q \left(\pm \frac{1}{2} \right) = -\frac{e \cdot Q}{4} \cdot \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) \quad (7.155)$$

Im Geschwindigkeitsspektrum treten zwei Linien auf, die symmetrisch zur unverschobenen Linie liegen, also symmetrisch zu $v = 0$, wenn es keine Isomerieverschiebung gibt. Ihr *Abstand* ist unabhängig von Isomerieeffekten.

$$v_Q = v_Q \left(\pm \frac{3}{2} \right) - v_Q \left(\pm \frac{1}{2} \right) = \frac{e \cdot Q}{2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \cdot \frac{c}{E_0} \quad (7.156)$$

Mit ihm kann bei gegebenen Quadrupolmoment der Feldgradient berechnet werden.

Die Isomerieverschiebung: Die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen Hülle und Kern enthält einen Term für die Coulomb-Abstoßung zwischen der Elektronenwolke und der Ladung des Kerns. Wenn dieser nicht punktförmig ist, sondern eine Ladungsverteilung mit dem mittleren Radius \bar{R} hat, ändert sich die Energie eines Kernzustandes um den Betrag

$$\Delta E(R) = \frac{2\pi}{3} \cdot e \cdot |\Psi(0)|^2 \cdot Z \cdot e \cdot \bar{R}^2 \quad (7.157)$$

Dabei ist $e \cdot |\Psi(0)|^2$ die Ladungsdichte der Hüllenelektronen am Kernort, und Ze die Gesamtladung des Kerns. Da i.A. der mittlere Ladungsradius eines Kerns im angeregten Zustand (Index a) ein anderer ist, als im Grundzustand (Index g), ändert sich die Übergangsenergie wie folgt

$$\begin{aligned} E_\gamma &= (E_a + \Delta E(R_a)) - (E_g + \Delta E(R_g)) \\ &= E_0 + \Delta E(R_a) - \Delta E(R_g) \end{aligned} \quad (7.158)$$

Solange Quelle und Absorber die gleiche chemische Zusammensetzung haben, d.h. das gleiche $|\Psi(0)|$, ist die Mößbauerlinie *nicht* verschoben, da sich die Übergangsenergien in der Quelle und im Absorber beide *in gleicher Weise* geändert haben. Erst bei verschiedenen Elektronenkonfigurationen zeigt sich eine Verschiebung, die sich ohne Hyperfeinstruktur und Quadrupolaufspaltung aus der Bedingung ergibt, dass die dopplerverschobene Emissionslinie mit der Absorptionslinie des ruhenden Absorbers übereinstimmt.

$$E_0 \cdot \left(1 + \frac{v}{c} \right) + \Delta E_Q(R_a) - E_Q(R_g) = E_0 + \Delta E_A(R_a) - \Delta E_A(R_g) \quad (7.159)$$

Die Indizes A und Q bezeichnen den Absorber und die Quelle. Durch Einsetzen von Gl. 7.157 ergibt sich

$$v = \frac{2\pi \cdot c}{3 \cdot E_0} \cdot Z \cdot e^2 \cdot (|\Psi_A(0)|^2 - |\Psi_Q(0)|^2) \cdot (\bar{R}_a^2 - \bar{R}_g^2) \quad (7.160)$$

Die Isomerieverschiebung tritt also nur auf, wenn der *Kern* für die am Übergang beteiligten Zustände unterschiedliche Ladungsradien hat *und* wenn die Elektronenverteilungen der *Hülle* in Quelle und Absorber verschieden sind.

Die Isomerieverschiebung überlagert sich der Hyperfeinstruktur- und Quadrupolaufspaltung. Die Geschwindigkeitsspektren liegen deshalb nicht mehr symmetrisch zu $v = 0$. Man erhält sie, in dem man den Schwerpunkt paarweise zusammengehöriger Linien bestimmt.

7.9.3 Prinzip der Messung

Es wird die Transmission der Mößbauerstrahlung für verschiedene ruhende Absorber in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der Quelle gemessen. Verwendet wird eine Einlinienquelle, bei der das ^{57}Co in ein Material ohne innere Magnetfelder (Rh) eindiffundiert ist. Der gewählte Geschwindigkeitsbereich (von 0 bis ca. 6.3 mm/s) wird periodisch durchfahren. Er wird in sehr viele Unterbereiche geteilt, die so eng sind, dass für sie die Geschwindigkeit als konstant angesehen werden kann. Die Zählraten werden für jeden der Teilbereiche getrennt aufgenommen. Dazu ist jedem Teilbereich ein Zähler zugeordnet, in dem die Daten abgelegt werden. Die Geschwindigkeit in jeder Geschwindigkeitsstufe wird sehr genau mit einem Interferometer gemessen.

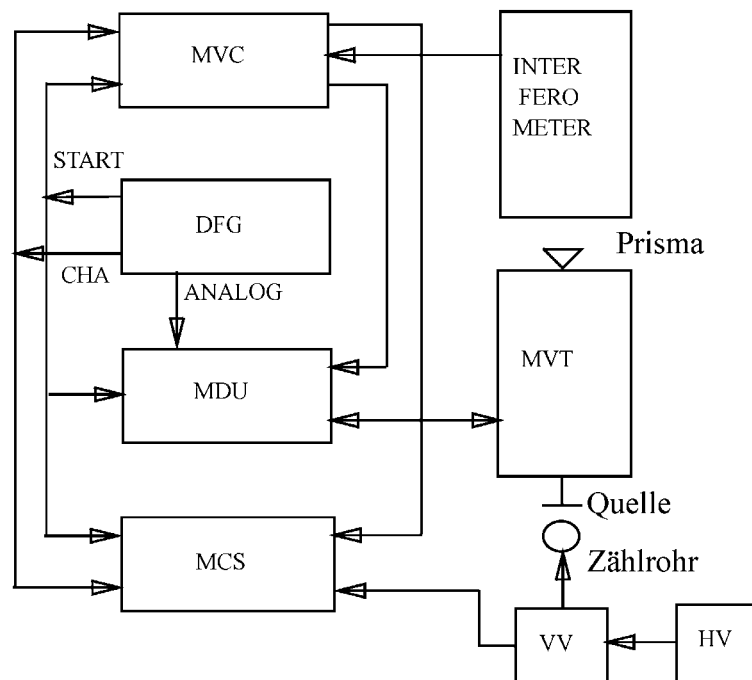


Abbildung 7.18: Aufbau des Mößbauerspektrometers.

7.9.4 Aufbau und Durchführung

Die Quelle wird durch einen elektromagnetischen Antrieb bewegt, der nach dem Lautsprecherprinzip arbeitet. Dabei wird periodisch der gesamte ausgewählte Geschwindigkeitsbereich von der einstellbaren maximalen positiven bis zur betragsgleichen maximal negativen Geschwindigkeit durchfahren. Die Form der Bewegung kann sinusförmig oder dreiecksförmig gewählt werden. Sie wird durch einen Funktionsgenerator gesteuert, der auch die Aufnahme der Daten in einem Vielkanalzähler synchronisiert. Die Geschwindigkeit wird mit einem Michelson-Interferometer gemessen, das Impulse, deren Anzahl proportional zum zurück-gelegten Weg ist, an die Eicheinheit liefert. Der Aufbau ist in Abb. 7.17 skizziert, die einzelnen Komponenten werden im folgenden genauer besprochen.

7.9.4.1 Der Funktionsgenerator (DFG: Digital Function Generator)

Er erzeugt das periodische Signal, das die Bewegung der Antriebseinheit bestimmt und Datenaufnahme synchron dazu steuert. Die Funktionen werden digital erzeugt. Dazu ist die Sinusfunktion in 4K Schritten als 10bit Binärzahl in einem ROM fest einprogrammiert. Sie wird durch einen Zeitmarkengeber über ein Adressregister abgerufen und auf einen Digital-zu-Analog-Konverter (DAC) gegeben. Beim Fortschreiten der Zeitmarken wird so der Sinus erzeugt. Die Dreiecksform (konstante Beschleunigung) ergibt sich, wenn die Adresse selbst unter Umgehung des ROM auf den DAC gegeben wird. Zwei weitere, abgeleitete Bewegungsformen werden seltener gebraucht: die konstante Geschwindigkeit und der Ausschnitt aus dem gewählten Bereich.

Der Zeitmarkengeber ist auch mit einem digitalen Teiler verbunden, der einen Impuls (CHA von Channel Advance) liefert, mit dem der Vielkanalzähler (MCS von Multi-Channel-Scaler) fortgeschaltet wird. Der Teiler ermöglicht eine binäre Untersezung, so dass nicht für jede der 4K Adressen ein CHA-Impuls ausgelöst wird, sondern mehrere Kanäle zusammengefaßt werden. Die gewünschte Anzahl von Kanälen ist an einem Drehschalter bis herunter zu 128 in binären Schritten einstellbar. Das ist notwendig, wenn im MCS nicht genügend Speicherplatz zu Verfügung steht. In diesem Versuch ist das ausgenützt, es wird einfach untersezt, da nur 2024 Kanäle

im MCS frei sind. Im positiven Maximum der Funktion, also bei der maximalen positiven Geschwindigkeit wird ein START-Impuls getriggert, der den MCS in den ersten Kanal setzt, und so die Synchronisation zwischen den digitalen Geschwindigkeitsschritten und dem Fortschalten des Zählers bewirkt.

Die Frequenz, mit der die Funktion erzeugt wird, ist an einem Potentiometer im Bereich von 1 bis 1000 Hz einstellbar. Durch sie und durch die Anzahl der ausgewählten Kanäle ist Zeitdauer festgelegt, während der *ein* Geschwindigkeitsschritt gemessen wird. Die *Gesamtmeßzeit* pro Kanal erhält man daraus durch Multiplikation mit der Anzahl der Durchläufe.

7.9.4.2 Das Mößbauer-Antriebssystem

Es besteht aus dem Antrieb (MVT: Mößbauer Velocity Transducer) und der Antriebseinheit (MDU: Mößbauer Driving Unit).

Der MVT beruht auf dem Lautsprecherprinzip. Auf der Achse eines Hohlzylinders ist ein Stahlstab mit Membranen so geführt, dass er sich nur axial bewegen kann. An einem Ende sitzt die Quelle, am anderen das Prisma des Interferometers. Mit dem Stab fest verbunden sind zwei Permanentmagnete. Jeder ist umgeben von Magnetspulen mit homogenem Feld, die ihrerseits fest mit dem Zylinder verbunden sind.

Die MDU erhält vom DFG das Analogsignal der gewählten Bewegungsform. Sie erzeugt eine diesem Signal proportionale Spannung, mit der die Antriebsspule des MTV angesteuert wird. Der Permanentmagnet bewegt sich samt Stab mit einer Geschwindigkeit proportional zum Spulenstrom und damit zur vorgegebenen Funktion. Mit der anderen Spule wird geregelt. In ihr wird eine Spannung proportional der Geschwindigkeit induziert, der Istwert, der mit der Referenzspannung des Funktionsgenerators, dem Sollwert, verglichen wird. Das Differenzsignal wird nach Verstärkung auf die Antriebsspule rückgekoppelt. Es kann, hundertfach verstärkt, am Ausgang ERROR der MDU abgenommen werden und wird durch eine LED angezeigt. Durch eine geeignete Einstellung der Potentiometer *FREQ.RESP* und *GAIN* kann die Rückkopplung optimalsiert werden. Am Ausgang *MONITOR* liegt die Referenzspannung an. Mit einem Potentiometer kann die maximale Geschwindigkeit zwischen 0 und 10 mm/s gewählt werden.

In Verbindung mit dem Laser-Interferometer kann die MDU zur Eichung der Geschwindigkeit verwendet werden. Dafür wird über den Eingang *CALIBRATE* von der Eicheinheit MVC die Anzahl der zwischen zwei *CHA*-Impulsen gezählten Interferenzstreifen übernommen. Mit den *CHA*- und *START*-Impulsen, die ebenfalls mit den entsprechenden Ausgängen des MFG verbunden sind, können die Geschwindigkeiten in den einzelnen Kanälen berechnet und zugeordnet werden. Sie werden in einem eingebauten Mikroprozessor berechnet und auf einem Display nach Vorwahl der Kanalnummer angezeigt. In diesem Versuch werden jedoch die Geschwindigkeiten mit Hilfe von Formel 7.170 und den Daten eines Vielkanalzählers berechnet (siehe weiter unten).

7.9.4.3 Eicheinheit (MCV: Mößbauer Velocity Calibrator)

Die Eicheinheit synchronisiert die Geschwindigkeitsmessung mit der Form der Bewegung und übergibt die Daten an den Vielkanalzähler (MCS) und zur Berechnung der Geschwindigkeit an die MDU. Sie braucht dazu die Anzahl der Interferenzstreifen vom Interferometer und die *CHA*- und *START*-Impulse von der MDU.

Das Michelson-Interferometer ist in Abb. 7.19 skizziert. Auf dem freien Ende des beweglichen Stabs ist ein Katzenaugenprisma als Reflektor angebracht, das Teil des Interferometers ist. Der Strahl eines Helium-Neon-Lasers wird an einem Strahlteiler aufgespaltet. Der erste, gestrichelt eingezeichnete, wird in einem Prisma um 180° reflektiert, durchläuft nochmals den Strahlteiler und gelangt zu einer Photodiode. Der zweite, strichpunktierte Strahl wird von dem auf dem Stab sitzenden, beweglichen Prisma ebenfalls reflektiert. Im Strahlteiler vereinigt er sich nach Umlenkung mit dem ersten Strahl, beide gelangen zur Photozelle und interferieren dort.

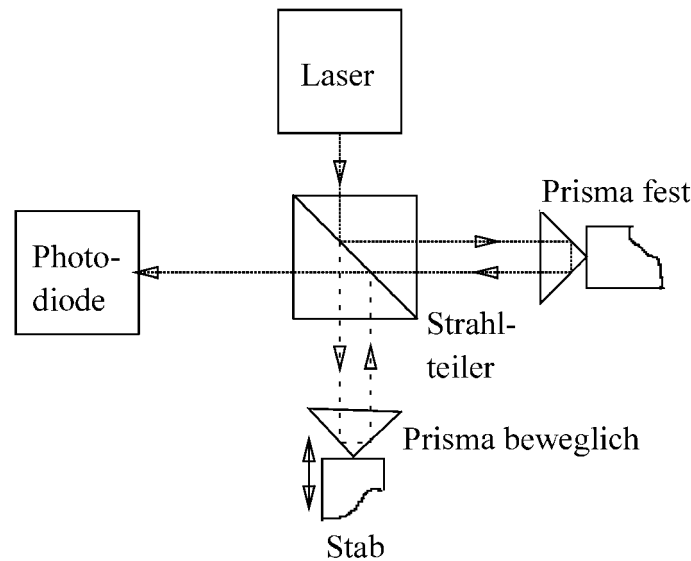


Abbildung 7.19: Das Michelson-Interferometer

Die Prismen haben die Eigenschaft, einen Lichtstrahl, der in einem bestimmten Winkelbereich um die Symmetrieachse auftrifft, um 180° zu reflektieren *unabhängig vom Auftreffwinkel*, wobei der reflektierte Strahl allerdings i.A. parallel zum einfallenden versetzt ist. Ein solches Prisma muss deshalb nicht genau justiert sein wie ein gewöhnlicher Spiegel, der ja nur *senkrecht* auftreffendes Licht in sich reflektiert. Es besteht aus einer regelmäßigen Pyramide, die entsteht, wenn die Ecke eines Glaswürfels symmetrisch abgeschnitten wird. Ein durch die Grundfläche der Pyramide mehr oder weniger senkrecht eintretender Strahl wird dann an jeder Würfelfläche totalreflektiert.

Solange die Prismen in Ruhe sind, entsteht an der Diode das gewöhnliche Interferenzbild mit hellen und dunklen Streifen, die den Maxima und Minima der Intensität entsprechen und deren Lage durch die Phasendifferenz der interferierenden Strahlen bestimmt ist. Bewegt sich ein Prisma, ist die Phasendifferenz zeitlich nicht mehr konstant, und die Interferenzstreifen bewegen sich. An einem festen Ort, z.B. an der Photodiode, wechseln die Maxima und Minima mit einer bestimmten Frequenz ab, die proportional zur Geschwindigkeit des Prismas ist. Dies ist das Prinzip der interferometrischen Geschwindigkeitsmessung.

Quantitativ sieht das so aus. Die beiden Strahlen sind ebene Wellen

$$\begin{aligned} y_1 &= y_0 \cdot \sin(kx - \omega t) \\ y_2 &= y_0 \cdot \sin(kx - \omega t - \delta) \end{aligned} \quad (7.161)$$

mit der Phasendifferenz δ . Die Gesamtamplitude am festen Ort $x = L$ ist

$$y = y_1 + y_2 = 2 \cdot y_0 \cdot \cos(\delta/2) \cdot \sin(kL - \omega t - \sigma/2) \quad (7.162)$$

Das Signal S an der Photodiode ist proportional zu y^2 gemittelt über Messzeiten, die sehr groß sind gegenüber $1/\omega$. Also

$$S \approx \langle y^2 \rangle = y_0^2 \cdot \cos^2(\delta/2) \quad (7.163)$$

Die Größe des Signals hängt also von der Phasendifferenz ab. Sie ist die Differenz der Lichtwege der beiden Strahlen

$$\delta = k \cdot (L_1 - L_2) = k \cdot \Delta L = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta L \quad (7.164)$$

Wenn sich ein Prisma eine Zeit t lang mit der konstanten Geschwindigkeit v bewegt, gilt

$$\Delta L = 2 \cdot v \cdot t \quad (7.165)$$

Der Faktor 2 tritt auf, weil das Licht die Strecke L , um die sich das Prisma verschoben hat, zweimal durchläuft. Man hat

$$S \approx \cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot v \cdot t\right) \quad (7.166)$$

eine zeitlich periodische Änderung der Intensität. Da das Quadrat des Kosinus zwei Maxima (oder Minima) in einer Periode hat, ist deren Frequenz

$$f = 2 \cdot \frac{v}{\lambda} \quad (7.167)$$

Diese Frequenz wird direkt gemessen als die Anzahl N der Maxima während der Messzeit T

$$f = \frac{N}{T} = \frac{N}{B \cdot Z} \quad (7.168)$$

B ist die zeitliche Breite des Messintervalls und Z die Anzahl der durchlaufenen Messzyklen. Damit hat man die Geschwindigkeit

$$v = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{N}{B \cdot Z} \quad (7.169)$$

und mit der Wellenlänge $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ für die rote Linie des Helium-Neon-Lasers

$$v = 316,4 \cdot \frac{N}{B \cdot Z} \frac{\text{mm}}{\text{s}} \quad \text{mit } B \text{ in } \mu\text{s} \quad (7.170)$$

Das Produkt $B \cdot Z$ ist demnach die Gesamtzeit in μs , in der ein Zählerkanal des MCS aktiv ist und N Pulse (Hell-Dunkel-Übergänge) des Interferometers zählt. Im Messmodus VEL (Geschwindigkeitskalibration) werden von der Mößbauerelektronik für die ersten beiden Kanäle des MCS anstelle der Interferometerpulse Zählpulse mit konstanter Frequenz (1 MHz) erzeugt. Um einen Faktor 10 untersetzt werden die Pulse im zweiten Kanal gezählt und messen so die Messzeit pro Kanal: $B \cdot Z = N(2) \cdot 10 \mu\text{s}$

7.9.4.4 Der Vielkanalzähler (MCS von Multi-Channel-Scaler)

Der Vielkanalzähler ist eine ISA-Karte im Computer und enthält 8k einzelne Zähler (Kanäle), von denen 1024 Kanäle in diesem Versuch verwendet werden. Jeder Zählerkanal entspricht einem 32 Bit Datenwort im Messdatenspeicher. Dieser Speicher wird von der Software (Genie2k) als Spektrum dargestellt. Es ist immer nur ein Zähler aktiv, der die Pulse zählt, die am Zähleringang der MCS-Karte ankommen. Der Adresszeiger, der auf den aktuellen Zählerkanal zeigt, wird durch zwei externe Signale gesteuert: ein CHA-Puls erhöht die Adresse um 1, ein START-Puls setzt den Adresszeiger zurück auf Null. Durch die CHA- und START-Impulse, die in der Mößbauerelektronik erzeugt werden, werden die Kanäle synchron mit der Bewegung der Quelle fortgeschaltet.

Zur Verbesserung des Signal-zu-Untergrund-Verhältnisses wird die 14.4 keV-Linie aus dem Gesamtspektrum von ^{57}Fe vor der Aufnahme der Mößbauerspektren selektiert. Dazu wird der MCS als Vielkanal-*Analysator* (VKA) betrieben, das Impulsspektrum des Zählrohrs aufgenommen und darin die Mößbauerlinie durch Setzen von Schwellen diskriminiert. Zurückgeschaltet in den MCS-Betrieb werden nur die Impulse aus dem ausgewählten Bereich gezählt.

7.9.5 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

Mößbauereffekt [1], [22], [32], [35]

Detektoren [14], [15]

Elektronik [14], [15], [17]

Kernphysik [1], [22], [23]

7.9.6 Angaben

Das Quadrupolmoment des angeregten Zustands von ^{57}Fe ist

$$Q = (0, 21 \pm 0, 01) \cdot 10^{-28} \text{m}^2 \quad (7.171)$$

7.10 Versuch 10: Paritätsverletzung beim β -Zerfall

7.10.1 Aufgaben

1. Einstellen der Diskriminatorschwelle mit einer ^{22}Na -Quelle.
2. Bestätigung der Paritätsverletzung beim β -Zerfall.
3. Abschätzung des Polarisationsgrades der von den β -Teilchen erzeugten Bremsstrahlung.
4. Abschätzung der longitudinalen Polarisation der beim β -Zerfall emittierten Elektronen.

7.10.2 Einführung

Bei diesem Versuch wird mit einfachsten Mitteln ein wichtiger Erhaltungssatz getestet. Vor dem Experiment ist allerdings einige theoretische Anstrengung notwendig. Es muss nämlich aus der gemessenen zirkularen Polarisation der γ -Quanten eindeutig auf die longitudinale der Elektronen geschlossen werden. Dazu ist es erforderlich, die entsprechenden Feynman-Diagramme zu rechnen. Es zeigt sich, dass die Eindeutigkeit nur für große Energien gegeben ist. Aus diesem Grund werden nur Bremsquanten mit Energien größer als 1 MeV gezählt. Im Prinzip noch einfacher ist das Wu-Experiment, weil der Rückgriff auf die Theorie nicht notwendig ist. Die Paritätsverletzung folgt unmittelbar aus der gemessenen Asymmetrie der Elektronen. Das Experiment selbst erfordert aber etwas mehr Aufwand wegen der tiefen Temperaturen und der hohen Magnetfelder.

7.10.2.1 Die Parität

Die Paritätsoperation ist die Inversion der Koordinaten. Für einen Zustand mit der Wellenfunktion $\Psi(\vec{r})$ in der Ortsdarstellung gilt

$$P \cdot \Psi(\vec{r}) = \Psi(-\vec{r}) \quad (7.172)$$

Die Paritätsoperation ist der räumlichen Spiegelung in einer Ebene äquivalent, da sie als das Produkt dieser Spiegelung S und einer nachfolgenden Drehung um 180° , $D(180^\circ)$, dargestellt werden kann.

$$P = S \cdot D(180^\circ) \quad (7.173)$$

Die Äquivalenz ist eine Folge der Invarianz der quantenmechanischen Erwartungswerte bei Drehungen (Drehimpulserhaltung).

Für einen beliebigen Zustand $|a\rangle$ mit definierter Parität ist die Eigenwertgleichung

$$P |a\rangle = \pi_a |a\rangle \quad (7.174)$$

und, da die zweimalige Inversion zum Anfangszustand zurückführt

$$P^2 |a\rangle = |a\rangle \quad (7.175)$$

Deshalb gilt

$$P^2 = 1, \quad P = P^{-1}, \quad \pi_a = \pm 1 \quad (7.176)$$

Die Eigenwerte des Paritätsoperators sind $+1$ und -1 . In ersten Fall spricht man von gerader Parität oder symmetrischen Zustand, im zweiten von ungerader Parität oder unsymmetrischem Zustand.

Der Erwartungswert eines Operators mit definierter Parität transformiert sich unter der Paritätsoperation wie folgt

$$POP^{-1} = \pi_0 O \quad (7.177)$$

Beispiele dafür sind die Operatoren des Orts \vec{r} , des Impulses \vec{p} , des Spins $\vec{\sigma}$ und des Drehimpulses $\vec{\ell}$

$$\begin{aligned} P\vec{r}P^{-1} &= -\vec{r} \\ P\vec{p}P^{-1} &= -\vec{p} \\ P\vec{\sigma}P^{-1} &= +\vec{\sigma} \\ P\vec{\ell}P^{-1} &= +\vec{\ell} \end{aligned} \quad (7.178)$$

Hier sieht man, dass es Operatoren gibt, die unter der Paritätstransformation ihr Vorzeichen ändern.

Ein Operator ist invariant unter einer Transformation, wenn sich sein Erwartungswert nicht ändert. Ist ein Operator invariant, gehorcht die physikalische Größe, für die er steht, einem Erhaltungssatz. Beispiele dafür sind der Impulserhaltungssatz, der aus der Invarianz gegenüber Translationen, und der Drehimpulserhaltungssatz, der aus der Invarianz gegenüber Raumdrehungen folgt. In gleicher Weise sagt man, dass die Parität erhalten ist, wenn der Erwartungswert eines Operators invariant gegen Raumspiegelungen ist.

Will man prüfen, ob eine Theorie paritätserhaltend ist, muss man die Erwartungswerte solcher Operatoren messen, die auf die Spiegelung empfindlich sind: das sind die sog. Pseudoskalare. Es sind Größen, die zwar skalar, also drehinvariant sind, bei Spiegelung aber das Vorzeichen wechseln. Nach Gl. 7.178 lassen sich solche Größen als das Skalarprodukt eines polaren und eines axialen Vektors bilden. Genau solche Erwartungswerte, die Produkte aus einem Impuls und einem Drehimpuls, hat man gemessen, als die Paritätserhaltung bei der schwachen Wechselwirkung geprüft werden sollte. Pseudoskalare müssen in einer paritätserhaltenden Theorie notwendig null sein. Umgekehrt ist die Beobachtung eines von null verschiedenen Erwartungswerts hinreichend für die Verletzung der Parität.

Im Experiment von Wu wurde die β^- -Emission von polarisierten ^{60}Co -Kernen gemessen. Das ^{60}Co wurde durch Abkühlen auf sehr tiefe Temperaturen in einem starken Magnetfeld ausgerichtet. Dadurch wird erreicht, dass die Energiedifferenz von Zuständen mit verschiedenen magnetischen Quantenzahlen groß wird gegenüber der Energie der Wärmebewegung. Deshalb sind nur die unteren Zustände besetzt, die große magnetische Quantenzahlen haben und Kerne beschreiben, die in Richtung des Magnetfelds ausgerichtet sind. Im Idealfall ($T = 0$ oder $B = \infty$) befinden sich alle Kerne im untersten Zustand, was vollständiger Polarisation entspricht. Das Ergebnis der Messung von Wu war: der β -Zerfall von polarisierten Kernen ist nicht isotrop, die β^- -Teilchen werden bevorzugt *antiparallel* zum Kernspin (der parallel zum Magnetfeld ist) des ^{60}Co emittiert.

Dieses Ergebnis ist mit einer paritätserhaltenden Theorie, in der die Welt spiegelinvariant ist, nicht vereinbar. In ihr hätten genau so viele Teilchen parallel zum Feld emittiert werden müssen. Aus der Theorie hat man für die Winkelverteilung des Elektrons

$$W(\vec{p}_e, \vec{J}) = 1 + \frac{v}{c} \cdot P \cdot A \cdot \frac{\vec{p}_e \cdot \vec{J}}{|\vec{p}_e| \cdot |\vec{J}|} \quad (7.179)$$

P ist der Polarisationsgrad des ^{60}Co , A der Asymmetrieparameter, der die Matrix-Elemente und die Kopplungskonstanten der schwachen Wechselwirkung enthält, \vec{p}_e ist der Impuls des Elektrons und \vec{J} der Spin des Kerns. Wie man sieht ist für das Auftreten einer Asymmetrie

der Pseudoskalar $(\vec{p}_e \cdot \vec{J})$ verantwortlich. Bemerkt sei noch, dass in einer paritätserhaltenden Theorie die Winkelverteilung *notwendig* isotrop sein muss. *Hinreichend* ist diese Bedingung aber nicht, denn der Asymmetrieparameter A kann zufällig null sein.

In diesem Versuch wird ein anderer, ebenso einfacher, Pseudoskalar gemessen, das Skalarprodukt aus dem Spin und Impuls des β -Teilchens.

$$H = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{\sigma}| \cdot |\vec{p}|} \quad (7.180)$$

Das ist die Projektion des Elektronenspins auf die Flugrichtung und wird longitudinale Polarisation oder Helizität genannt. Wird für die Helizität eines β -Teilchens ein endlicher Wert gemessen, ist die Parität verletzt.

7.10.2.2 Die Polarisation von Teilchen und Photonen

Für ein Teilchen mit dem Spin \vec{S} ist die Polarisation P bezüglich einer ausgezeichneten Richtung (z-Achse) definiert als das Verhältnis des Erwartungswertes des Spinoperators längs dieser Richtung zum Betrag des Spins

$$P = \frac{\langle \vec{S}_z \rangle}{S} \quad (7.181)$$

Darin ist \vec{S}_z die z-Komponente des Spinoperators \vec{S} . Der Spinraum eines Teilchens mit dem Spin S hat $2S+1$ Dimensionen. Als Basisvektoren in diesem Raum können die $2S+1$ orthonormierten Zustände $|S, S_z\rangle$ gewählt werden, die gleichzeitig Eigenzustände von \vec{S}^2 und \vec{S}_z sind, für die also gilt

$$\begin{aligned} \vec{S}^2 |S, S_z\rangle &= S(S+1) |S, S_z\rangle \\ \vec{S}_z |S, S_z\rangle &= S_z |S, S_z\rangle \\ -S &\leq S_z \leq +S \end{aligned} \quad (7.182)$$

Für ein Teilchen mit $S = 1/2$ ist die Darstellung des Spinoperators \vec{S} durch die Pauli-Matrizen $\vec{\sigma}$ gebräuchlich. Es ist

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{\sigma} = \frac{1}{2} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) \quad (7.183)$$

mit

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (7.184)$$

In dieser Darstellung sind die Basiszustände $|S, S_z\rangle$

$$|1/2, +1/2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad |1/2, -1/2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7.185)$$

Diese Zustände beschreiben die Ausrichtung parallel bzw. antiparallel zur z-Achse. Der allgemeine Zustand ist eine Überlagerung der beiden Basiszustände

$$\Psi = \begin{pmatrix} a_+ \\ a_- \end{pmatrix} = a_+ \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + a_- \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad a_+^2 + a_-^2 = 1 \quad (7.186)$$

a_+^2, a_-^2 sind die Wahrscheinlichkeiten der Zustände mit paralleler oder antiparalleler Ausrichtung. Die Polarisation dieses Zustandes ist

$$P = \frac{\langle S_z \rangle}{S} = \langle \sigma_z \rangle = \langle \Psi | \sigma_z | \Psi \rangle = a_+^2 - a_-^2 \quad \text{mit} \quad -1 \leq P \leq +1 \quad (7.187)$$

Die Maximalwerte gehören zu paralleler ($a_- = 0, P = +1$) bzw. antiparalleler ($a_+ = 0, P = -1$) Einstellung zur z-Achse. Dies sind die Fälle vollständiger Polarisation *bezüglich der z-Achse*. Für jeden beliebigen *anderen* Zustand lässt sich eine Richtung finden, in der das Teilchen vollständig polarisiert ist.

Dies gilt für *ein* Teilchen. Für eine Gesamtheit von *vielen* Teilchen, z.B. einen Teilchenstrahl, ist die Polarisation nach wie vor durch die Gl. 7.181 definiert, doch geht jetzt die Mittelung auch über die Gesamtzahl aller Teilchen. In diesem Fall liegt kein reiner Zustand mehr vor, weshalb der Erwartungswert nicht mehr durch Gl. 7.187 gegeben ist, sondern durch

$$P = \langle \bar{\sigma}_z \rangle = \sum_{S_z = -1/2}^{S_z = +1/2} p_{S_z} \langle S, S_z | \sigma_z | S, S_z \rangle \quad (7.188)$$

Darin ist p_{S_z} die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines reinen Zustandes mit einem bestimmten S_z und es gilt

$$p_{+1/2} + p_{-1/2} \equiv p_+ + p_- = 1 \quad (7.189)$$

Setzt man Gl. 7.184 und Gl. 7.185 ein, erhält man für die Polarisation

$$p = p_+ - p_- \quad (7.190)$$

Die Wahrscheinlichkeiten p_+ und p_- können bestimmt werden, indem man die relative Anzahl der Teilchen N_+ bzw. N_- in den reinen Zuständen misst. Dann hat man für die Polarisation endlich

$$P = \frac{N_+}{N_+ + N_-} - \frac{N_-}{N_+ + N_-} = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \quad (7.191)$$

Vollständige Polarisation liegt vor, wenn alle Teilchen parallel ($N_- = 0, P = +1$) oder antiparallel ($N_+ = 0, P = -1$) zur z-Achse ausgerichtet sind. Die Polarisation verschwindet, wenn gleich viele in jede Richtung zeigen ($N_+ = N_-$). Wenn sie nicht vollständig ist ($|P| < 1$), lässt sich i.A. auch keine andere Richtung finden, bezüglich der die Polarisation vollständig ist.

Diese Überlegungen gelten im nichtrelativistischen Bereich, in dem die Richtung des Impulses und die Richtung des Spins nicht gekoppelt sind. Die z-Richtung kann deshalb hinsichtlich der Impulsrichtung beliebig gewählt werden, so dass sowohl für das einzelne Elektron als auch für eine Gesamtheit eine rein transversale Polarisation möglich ist. In der relativistischen Dirac-Theorie dagegen, hat das Elektron immer eine Spinkomponente in Richtung des Impulses, d.h. longitudinale Polarisation, deren Größe von der Geschwindigkeit abhängt. Sie geht mit der Geschwindigkeit gegen null und wird vollständig, wenn sich die Geschwindigkeit der Lichtgeschwindigkeit nähert.

Etwas anders liegen die Verhältnisse beim γ -Quant, das den Spin 1 hat. Im Allgemeinen sind für ein solches Teilchen nach Gl. 7.182 drei Zustände zur Beschreibung der Polarisation notwendig. In der gewählten Darstellung sind es die mit den Projektionen $S_z = -1, 0, +1$ längs der z-Achse. Für das γ -Quant, das die Ruhemasse null hat und sich deswegen mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, gilt das nicht. Hier gibt es keinen transversalen Spin, es gibt nur zwei Einstellungsmöglichkeiten, entweder in Richtung des Impulses oder entgegengesetzt. Diese Einstellungen entsprechen

der zirkularen Polarisation in der klassischen Optik. Ein *einzelnes* γ -Quant ist immer vollständig zirkular polarisiert. Wenn der Spin in Impulsrichtung steht, ist die Polarisation rechtszirkular.

Zur Beschreibung der zirkularen Polarisation einer *Gesamtheit* von γ -Quanten z.B. eines Strahls, genügt es deshalb, die Wahrscheinlichkeiten anzugeben, mit denen die reinen Zustände vorliegen, was in Analogie zur Gl. 7.191 zur Polarisation P_C führt.

$$P_C = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \quad (7.192)$$

N_+ und N_- sind die Anzahlen der rechts- bzw. linkszirkular polarisierten Quanten im Strahl. $P_C = 1$ heißt, dass alle Quanten rechtszirkular polarisiert sind.

Lineare Polarisation eines *einzelnen* γ -Quants gibt es nicht. Für eine *Gesamtheit* allerdings ist sie möglich, wenn zwischen den Zirkularpolarisationen der Quanten feste Phasenbeziehungen bestehen. Auch das ist eine Analogie zur klassischen Optik.

7.10.3 Prinzip der Messung

7.10.3.1 Die Polarisation der Bremsstrahlung

In diesem Versuch wird die longitudinale Polarisation der beim β -Zerfall emittierten Elektronen durch die Messung der Polarisation der Bremsstrahlung bestimmt, die bei der Abbremsung der Elektronen in Materie entsteht. Dabei wird die Polarisation der Elektronen teilweise auf die Photonen übertragen, und der Polarisationszustand der Bremsstrahlung ist durch die Elektronen bestimmt. Es sind drei Fälle zu unterscheiden.

- a) **Die Elektronen sind unpolarisiert:** Dann ist die Bremsstrahlung linear polarisiert. Die Polarisation ist am größten am niederenergetischen Ende des Bremsstrahlungsspektrums. Mit zunehmender Energie nimmt die Linearpolarisation ab, am oberen Ende verschwindet sie.
- b) **Die Elektronen sind transversal polarisiert:** In diesem Fall ist die Polarisation elliptisch, da zum linearen noch ein zirkularer Anteil hinzutritt. Dieser ist ebenfalls energieabhängig und am größten bei kleinen Energien. Er geht gegen null, wenn die Photonenenergie gegen die Grenzenergie geht.
- c) **Die Elektronen sind longitudinal polarisiert:** Die Bremsstrahlung ist zirkular polarisiert. Die Polarisation ist immer größer als die in b) und zeigt das entgegen gesetzte Verhalten. Sie steigt mit zunehmender Energie der Photonen stark an, und nimmt die höchsten Werte bei der Grenzenergie an. Das ist in Abb. 7.20 für die Bremsstrahlung der von ^{90}Y emittierten Elektronen dargestellt. Bei der Grenzenergie ist die Bremsstrahlung praktisch vollständig polarisiert.

Die Zirkularpolarisation hat dasselbe Vorzeichen wie die Helizität. Für β^- -Teilchen, die negative Helizität haben, ist also die Bremsstrahlung linkszirkular polarisiert. Das lässt darauf schließen, dass bei der Abbremsung Helizität übertragen wird. Die Größe des Übertrags hängt nur wenig von der Energie des Elektrons, aber stark von der Energie des γ -Quants ab, wie man der Abb. 7.21 entnehmen kann. Es ist der Übertrag als Funktion der relativen Photonenenergie für zwei sehr verschiedene Elektronenergien aufgetragen. Die beiden Kurven unterscheiden sich nicht sehr, beide steigen aber stark mit der Photonenenergie an. Am oberen Ende des Bremsstrahlungsspektrums ist der Übertrag vollständig.

Der Grund dafür ist die Erhaltung des Drehimpulses. Bei Energien im Bereich von einigen 100 keV steht der Spin des Elektrons vor dem Stoß ganz entgegengesetzt zum Impuls. An der Grenzenergie wird das Bremsquant bevorzugt nach vorne in der Impulsrichtung emittiert, wobei

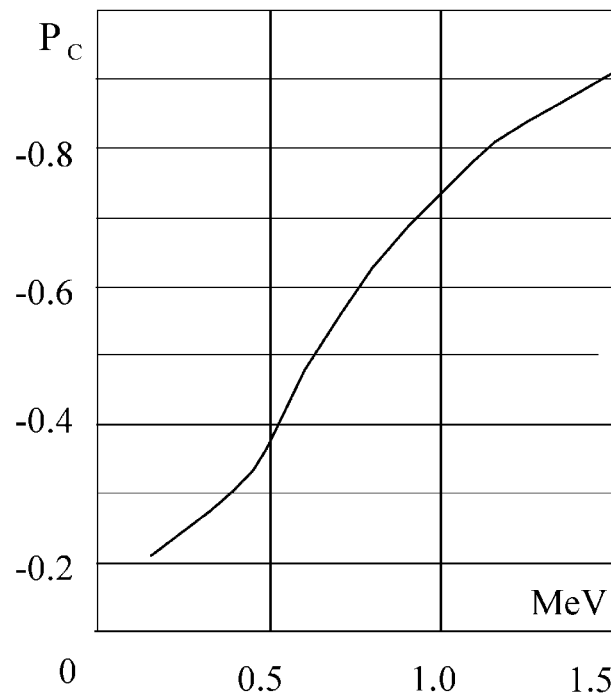
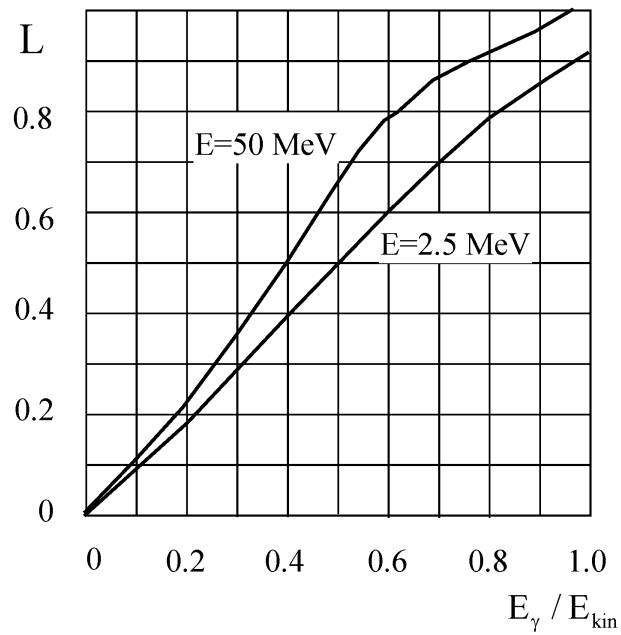
Abbildung 7.20: Die Zirkularpolarisation der Bremsstrahlung von ^{90}Y .

Abbildung 7.21: Helizitätsübertrag als Funktion der Photonenenergie.

das Elektron zur Ruhe kommt und den Spin umklappt. Der Drehimpuls ändert sich dabei um eine ganze Einheit. Diesen Drehimpuls nimmt das Photon mit.

Eine Gesamtheit von β -Teilchen, die in einen bestimmten Raumwinkel emittiert wird, kann nicht transversal polarisiert sein. Zwar hat jedes einzelne Elektron eine transversale Komponente (nur im extrem relativistischen Fall nicht), die Richtungen sind jedoch im Raum statistisch verteilt, so dass die resultierende aller Elektronen verschwindet. Das gilt nicht für die longitudinale Komponente, für die sich in einem begrenzten Raumwinkel immer ein endlicher Wert ergibt.

7.10.3.2 Die Messung der Zirkularpolarisation von γ -Quanten

Die longitudinale Polarisation der γ -Quanten wird experimentell bestimmt durch Comptonstreuung an polarisierten Elektronen. Das ist möglich, weil der Wirkungsquerschnitt einen Term enthält, der von der Einstellung der Spins der streuenden Teilchen abhängt. Der polarisationsabhängige Compton-Querschnitt ist

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0^2}{2} \cdot \frac{k^2}{k_0^2} \cdot (\Phi_0 + f \cdot P_C \cdot \Phi_C) \quad (7.193)$$

r_0 ist der klassische Elektronenradius, k_0 der Impuls des einfallenden und k der des gestreuten Photons, P_C die Zirkularpolarisation und f der Polarisationsgrad der Elektronen. Im Versuch wird als Streuer magnetisiertes Eisen verwendet. Dann ist f der Anteil der ausgerichteten an der Gesamtzahl der Elektronen ($f = 2/26$).

$$\Phi_0 = 1 + \cos^2 \theta + (k_0 - k) \cdot (1 - \cos \theta) \quad (7.194)$$

enthält die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts vom Streuwinkel θ ohne Berücksichtigung der Spins und führt zur Klein-Nishima-Formel.

$$\Phi_C = -(1 - \cos \theta) \cdot [(k_0 + k) \cdot \cos \theta \cdot \cos \psi + k \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi \cdot \cos \phi] \quad (7.195)$$

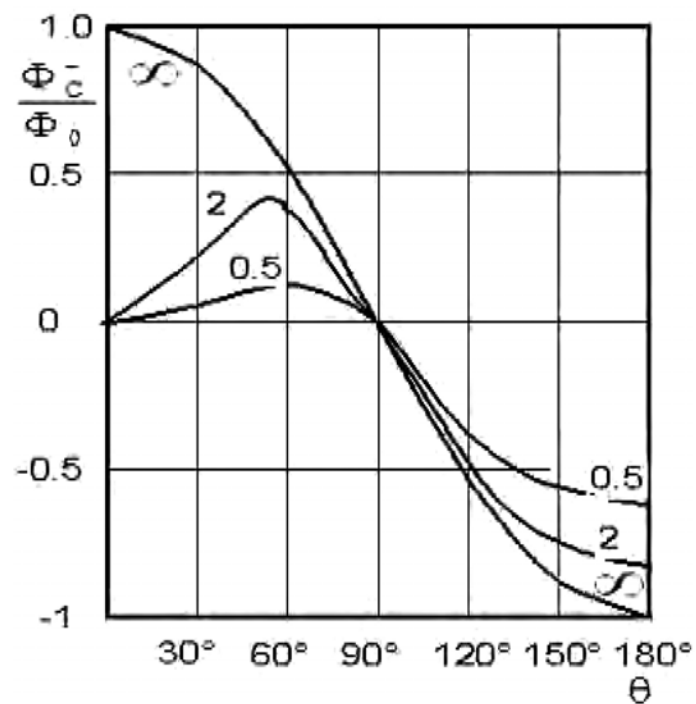
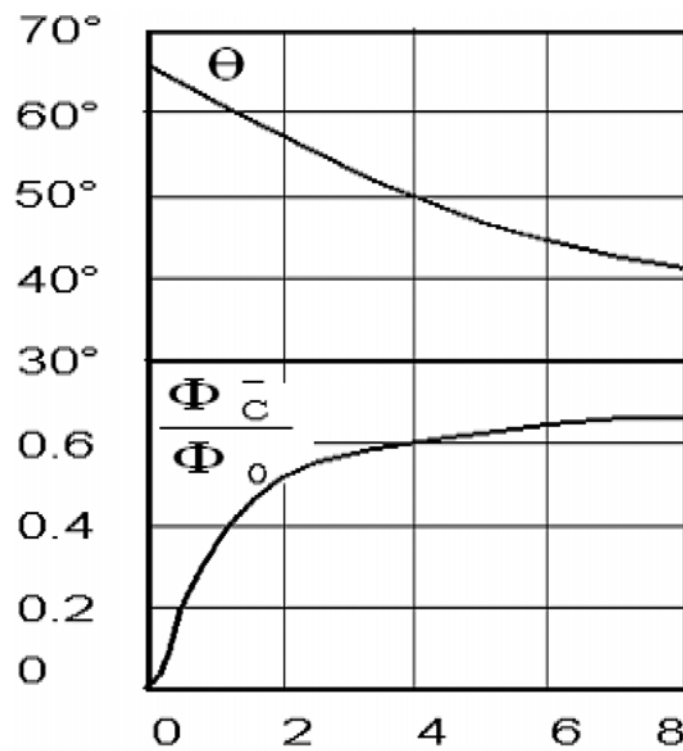
ist der polarisationsabhängige Teil. Darin sind ψ der Winkel zwischen \vec{k}_0 und dem Elektronenspin \vec{S} und ϕ zwischen der $(\vec{k}_0 \cdot \vec{S})$ -Ebene und der $(\vec{k}_0 \cdot \vec{k})$ -Ebene.

Man sieht, dass Φ_C das Vorzeichen ändert, wenn der Elektronenspin umklappt, da dann ψ übergeht in $\psi + \pi$. Im Versuch kehrt man dazu die Magnetisierungsrichtung des Streumagneten um (Umpolen). Es sei N_+ die Anzahl der gestreuten Photonen, wenn der Elektronenspin ungefähr parallel zum einfallenden Quant steht ($0 \leq \psi < \pi/2$), N_- die entsprechende Anzahl für antiparallele Einstellung ($\pi \leq \psi < 3\pi/2$), dann ist die relative Zählratendifferenz bei der Umkehrung des Spins

$$E = \frac{N_- - N_+}{N_- + N_+} = f \cdot P_C \cdot \frac{\Phi_C^-}{\Phi_0} \quad (7.196)$$

Φ_C^- ist darin Φ_C für ($\pi \leq \psi < 3\pi/2$). Eine Asymmetrie E tritt nur auf, wenn sowohl die Elektronenpolarisation als auch zirkulare Polarisation der Photonen von null verschieden sind. Der Faktor Φ_C^-/Φ_0 hängt von der Photonenenergie und von der Geometrie der Anordnung ab und kann deshalb durch geschickte Anordnung groß gemacht werden.

In Abb. 7.22 ist Φ_C^-/Φ_0 in Abhängigkeit vom Streuwinkel θ für verschiedene γ -Energien aufgetragen (in Einheiten der Elektronenruhemasse). Die Kurven gelten für $\psi = 0$. Man sieht, dass der Betrag von Φ_C^-/Φ_0 mit der Photonenenergie zunimmt. Darum ist es günstig, nur den hochenergetischen Teil des Spektrums zu verwenden. Bei dem im Versuch verwendeten Präparat $^{90}\text{Sr} + ^{90}\text{Y}$ ist das der Bereich über 1 MeV ($k_\gamma = 2$). Bei dieser Energie ist Φ_C^-/Φ_0 am größten für Rückwärtsstreuung ($\theta \rightarrow 180^\circ$) und in Vorwärtsstreuung in der Gegend von $\theta = 60^\circ$. Die Rückwärtsstreuung scheidet aus, weil sie einen zu kleinen Wirkungsquerschnitt hat. Hinsichtlich

Abbildung 7.22: Φ_C^-/Φ_0 als Funktion des Streuwinkels für verschiedene Photonenenergien.Abbildung 7.23: Der optimale Streuwinkel und das entsprechende Verhältnis Φ_C^-/Φ_0 .

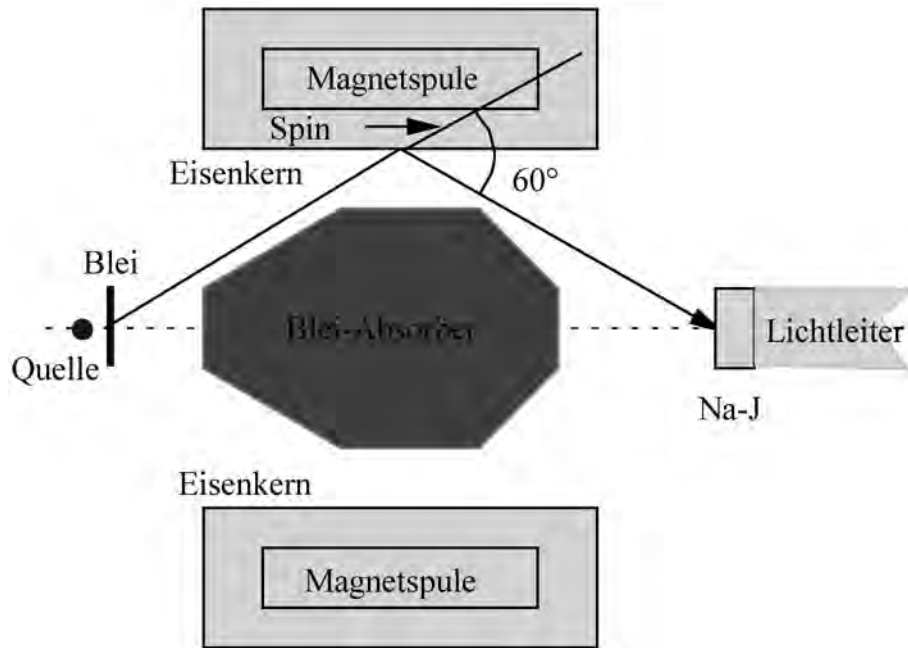


Abbildung 7.24: Skizze der Apparatur.

des Winkels ψ braucht nicht optimalsiert zu werden, da sein Einfluss auf die Größe von Φ_C^-/Φ_0 nur gering ist.

Der optimale Streuwinkel θ als Funktion der Photonenenergie (in Elektronenruhemassen) ist in Abb. 7.23 gezeichnet zusammen mit den zugehörigen maximalen Werten von Φ_C^-/Φ_0 . Im Versuch ist der mittlere Streuwinkel 60° . Der entsprechende Wert von Φ_C^-/Φ_0 ist

$$\Phi_C^-/\Phi_0 = 0,52 \pm 0,05 \quad \text{bei} \quad \theta = 60^\circ \quad (7.197)$$

Mit der Asymmetrie E in Gl. 7.196 lässt sich die Zirkularpolarisation einschließlich des Vorzeichens bestimmen. Da Φ_C^-/Φ_0 für Vorwärtsstreuung positiv ist, hat P_C dasselbe Vorzeichen wie E . Die Asymmetrie ist positiv, wenn bei den meisten Streuungen der Elektronenspin entgegen der Einfallsrichtung der Photonen steht, also zur Quelle zeigt. Da das Eisen ein negatives magnetisches Moment hat, ist in diesem Fall das Magnetfeld von der Quelle weg gerichtet.

7.10.4 Aufbau und Durchführung

In Abb. 7.24 ist ein Schnitt längs der Symmetrieachse der Apparatur gelegt. Die von einer $^{90}\text{Sr} + ^{90}\text{Y}$ emittierten Elektronen erzeugen in einer Pb-Schicht unmittelbar vor der Quelle Bremsstrahlungsquanten. Diese werden am Eisenkern eines zylindrischen Magneten, dessen Achse in Richtung Quelle-Detektor liegt, gestreut und gelangen in den NaJ-Detektor. Der Kristall ist über einen langen Lichtleiter mit dem Photomultiplier verbunden, damit der außerhalb des Magnetfeldes steht. Dadurch werden falsche Asymmetrien vermieden, die durch den Einfluss der entgegengesetzten Magnetfelder auf die Impulshöhen entstehen können. In der Mitte des Magneten ist ein Absorber aus Blei aufgestellt, der verhindert, dass ungestreute Quanten auf direktem Weg von der Quelle zum Detektor gelangen. Die Geometrie ist so gewählt, dass der mittlere Streuwinkel 60° ist.

Bei der Diskussion der Kurven zur Optimierung von Φ_C^-/Φ_0 ist man von einer idealen Geometrie ausgegangen, bei der die endlichen Ausdehnungen von Quelle, Magnet und Kristall vernachlässigt wurden. In Wirklichkeit kann man nicht mit festen Werten für die Winkel rechnen, sondern muss über endliche Bereiche mitteln. Deshalb ist der angegebene Wert für Φ_C^-/Φ_0 nur

eine Näherung. Für den *Nachweis* der Paritätsverletzung ist das aber ohne Bedeutung, nur die *Größe* der gemessenen Polarisierung wird dadurch beeinflusst.

Die Messmethode ist das Zählen ausgewählter Ereignisse (6.2.1). Es sollen nur Quanten gezählt werden, deren Energie größer als 1 MeV ist. Deshalb ist zunächst ein Einkanaldiskriminator zu eichen (siehe Kapitel 6.2.3). Dafür steht ein ^{22}Na -Präparat zu Verfügung. Gemessen wird die Anzahl der gestreuten Quanten für die beiden Polungen des Magnetfeldes. Man misst dabei mit kurzen Messzeiten zusammengehörende Wertepaare und wiederholt die Messungen oft. Auf diese Weise bemerkt man eventuelle Schwankungen. Die Messzeit pro Punkt sollte mindestens 30 s sein. Es sollten mindestens 30 Wertepaare gemessen werden.

VORSICHT: Vor dem Umpolen des Magnetfeldes durch Vertauschen der Bananenstecker muss der Spulenstrom unbedingt auf Null geregelt werden.

7.10.5 Auswertung und Fehlerrechnung

Alle zu einer Magnetfeldeinstellung gehörenden Messwerte werden addiert. Mit den Summen wird die Asymmetrie berechnet. Der Fehler der Asymmetrie wird durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung bestimmt. Als Fehler der Summen wird die Wurzel aus den Summen eingesetzt. Diese Methode liefert den rein statistischen Fehler.

Zunächst wird für jedes Wertepaar die Asymmetrie berechnet. Dann wird gemittelt und die Standardabweichung bestimmt. Diese gibt den mittleren Fehler einer *Einzelmessung*. Der mittlere Fehler des *Mittelwertes* ergibt sich durch Division mit der Wurzel aus der Anzahl der Einzelmessungen.

7.10.6 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

β -Zerfall: [1], [7], [23], [24], [36]

Polarisation: [37], [38]

Detektoren: [15]

Elektronik: [17], [18]

7.11 Versuch 11: Eigenschaften der Elementarteilchen

7.11.1 Aufgabe

1. Betrachten Sie eine Auswahl von Ereignisbildern und entscheiden Sie, ob es sich bei diesen um den Zerfall eines Z-Boson-Kandidaten oder eines J/Ψ -Meson-Kandidaten handelt.
2. Berechnen Sie invariante Masse, Transversalimpuls, Azimutalwinkel, Pseudorapidität und räumliche Trennung (ΔR) der Ereignisse im vorliegenden Datensatz und betrachten Sie deren Verteilungen
3. Bestimmen Sie die Masse M_Z und die Zerfallsbreite Γ_Z des Z-Bosons aus dessen Resonanz im Massenspektrum von Dimyonpaaren. Finden Sie dazu eine geeignete Untergrundparametrisierung und schätzen Sie die Detektorauflösung σ_Z ab.
4. Bestimmen Sie die Lebensdauer τ_Z des Z-Bosons und schätzen Sie den Wirkungsquerschnitt $\sigma_{Z \rightarrow \mu\mu}$ für dessen Zerfall in ein Myonenpaar ab.

7.11.2 Einführung

7.11.2.1 Standardmodell

Das Standardmodell (SM) ist das derzeit aktuelle Modell, in dem die Elementarteilchen und ihre Wechselwirkungen beschrieben werden. Es basiert auf einer Eichtheorie, in welcher renormierbare Parameter auftreten, die mit experimentell messbaren Größen der Teilchen verglichen werden können.

Man unterscheidet zwei große Gruppen innerhalb der Elementarteilchen. Zum Einen gibt es die Fermionen (Spin 1/2 - Teilchen) und zum Anderen die Bosonen (Spin 1 – Teilchen).

Die Fermionen stellen die elementaren Bausteine der Materie dar und lassen sich wiederum in Leptonen und Quarks unterteilen. Man sortiert sie in drei Familien (oder auch Generationen) ein, wobei jede Familie 2 Leptonen und 2 Quarks umfasst. Die erste Familie enthält als Leptonen das Elektron (e^-) und das zugehörige Elektron-neutrino (ν_e) und als Quarks die sogenannten Up (u)- und Down-Quarks (d). Diese vier Teilchen stellen die Grundlage aller gewöhnlichen Materie dar.

Darüber hinaus gibt es zu jedem Teilchen noch ein dazugehöriges Antiteilchen. Während Leptonen, wie zum Beispiel das Elektron, frei beobachtbar sind, existieren Quarks nur in gebundenen Zuständen. Diese gebundenen Quarkzustände nennt man Hadronen, wobei 3-Quark-Zustände (qqq) als Baryonen und 2-Quark-Zustände ($q\bar{q}$) als Mesonen bezeichnet werden. Die Nukleonen sind sog. Baryonen. Das Proton besteht beispielsweise aus zwei u-Quarks (elektr. Ladung $2 \times +2/3 |e|$) und einem d-Quark (elektr. Ladung $1 \times -1/3 |e|$), was zu der bekannten elektr. Gesamtladung von $+1e$ führt. Das Neutron hat die Zusammensetzung udd , was eine elektrische Ladung von 0 ergibt. Die zweite und dritte Familie sind ähnlich aufgebaut (siehe Abb. 7.25 und Tabelle 7.2), jedoch sind die Massen der Teilchen in diesen Familien größer. Diese Teilchen können in die Teilchen der ersten Familie zerfallen und kommen deshalb nicht als stabile Teilchen in der Natur vor. Sie können jedoch in kosmischer Strahlung oder an Beschleunigern erzeugt werden.

Die Bosonen (Eichbosonen) sind die Austauschteilchen für die Wechselwirkungen. Das masselose Eichboson für die elektromagnetische WW ist das Photon (γ), das an alle elektrisch geladenen Teilchen koppelt. Die massiven Bosonen der schwachen WW sind das Z^0 (91,2 GeV) und die W^\pm (80,4 GeV), welche an alle Fermionen koppeln. Die der starken WW nennt man Gluonen (g), welche lediglich an Träger von Farbladung, den Quarks, koppeln. Die Gravitation wird derzeit durch das Standardmodell nicht beschrieben. Jede Wechselwirkung wird charakterisiert

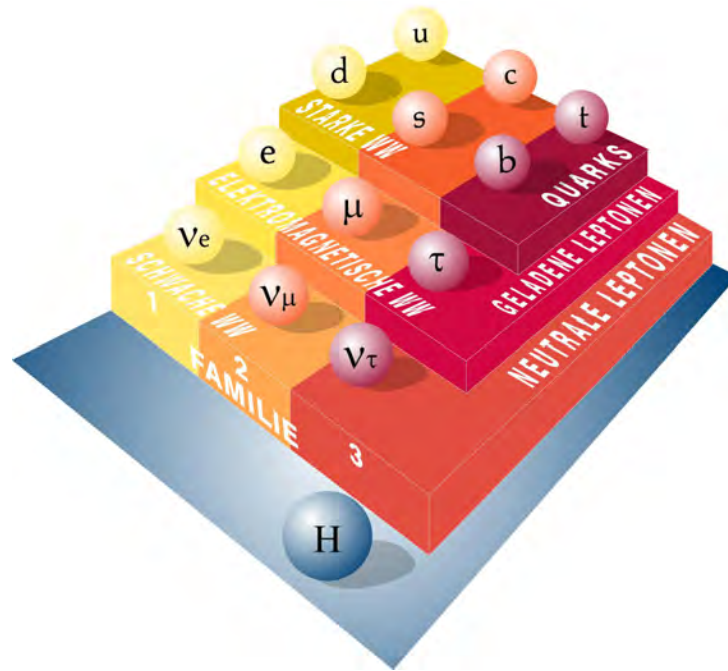


Abbildung 7.25: Schematische Darstellung der 3 Teilchengenerationen und der Wechselwirkung. Neutrinos wechselwirken nur schwach (weak), während geladene Leptonen schwach und elektromagnetisch wechselwirken. Quarks nehmen zusätzlich noch an der starken Wechselwirkung (strong) teil.

Tabelle 7.2: Eigenschaften der Fermionen.

Leptonen			Quarks			
Teilchen	Masse (GeV/c ²)	Elektr. Ladung	Teilchen	Masse (GeV/c ²)	Elektr. Ladung	Farbe
ν_e (Elektron-Neutrino)	2×10^{-9}	0	u (up)	0,004	2/3	r,g,b
e^- (Elektron)	0,000511	-1	d (down)	0,0075	-1/3	r,g,b
ν_μ (Myon-Neutrino)	0,0002	0	c (charm)	1,23	2/3	r,g,b
μ^- (Myon)	0,106	-1	s (strange)	0,15	- 1/3	r,g,b
ν_τ (Tau-Neutrino)	0,02	0	t (top)	175	2/3	r,g,b
τ^- (Tau)	2	-1	b (bottom)	4,2	- 1/3	r,g,b

durch eine Kopplungskonstante, die die Stärke der Wechselwirkung bestimmt. Die elektromagnetische Kopplungskonstante ist die wohlbekannte Feinstrukturkonstante (α) der Atomphysik. Sie bestimmt z.B. die Kopplung zwischen Photonen und Elektronen. Für die schwache Wechselwirkung existiert die schwache Kopplungskonstante (α_w), die Kopplungen mithilfe von W- und Z-Bosonen beschreibt. Analog bestimmt die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung (WW) (α_s) die Kopplung zwischen Quarks und Gluonen.

Das Standardmodell ist eine Quantenfeldtheorie, die auf der Eichsymmetrie $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ basiert. Diese Eichgruppe beinhaltet die Symmetriegruppe der starken WW, $SU(3)_C$, und die der elektroschwachen WW, $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Die Symmetriegruppe für die elektromagnetische WW, $U(1)_{em}$, tritt im SM als Untergruppe von $SU(2)_L \times U(1)_Y$ auf und ist so zu verstehen, dass die schwache und elektromagnetische WW vereinigt sind. Diese Vereinigung

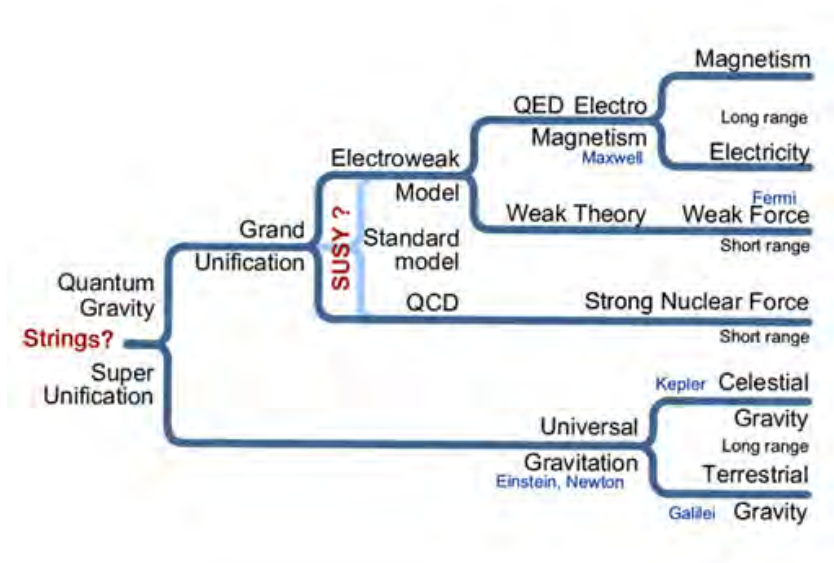


Abbildung 7.26: Die Vereinigung der Wechselwirkungen.

wurde von S. Glashow, A. Salam und S. Weinberg mathematisch entwickelt, wofür sie 1979 den Nobelpreis erhielten.

Allerdings wirft das SM auch einige Probleme auf. Zu nennen wären da:

- Woher kommt die „seltsame“ Anzahl der Materie- und Austausch-Teilchen? Gibt es eventuell Supersymmetrische Partner zu jedem vorhandenen Teilchen?
- Wie kann man die fehlende Masse in der Rotation von Galaxien erklären? Gibt es hier noch fehlende Teilchen, welche nahezu nur gravitativ wechselwirken?
- Wieso muss man rund 20 freie Parameter einfügen? Gibt es weitere Vereinheitlichungen oder Erweiterungen?
- Wie kommt man zu hohen Energien mit dem SM? Vereinigen sich dort alle uns bekannten Kräfte zu einer einzigen?

Mit der Entdeckung des Higgs-Bosons 2012 kann erklärt werden, wie die Teilchen ihre Masse bekommen. Dies ist in einer Erweiterung des SM durch den sog. Higgs-Mechanismus (benannt nach Peter Higgs) enthalten. Darin wird ein weiteres Feld postuliert, ein Feld das nahezu ununterscheidbar vom Vakuum ist, das Higgs-Feld. Die Vorstellung ist, dass die Teilchen durch Wechselwirkung mit diesem Higgs-Feld ihre Masse erhalten. Teilchen, die stark mit dem Higgs-Feld wechselwirken sind schwer, jene, die nur schwach wechselwirken sind leicht. Mit dem Higgs-Feld ist mindestens ein weiteres neues Teilchen assoziiert, das entdeckte Higgs-Boson mit einer Masse von 125 GeV. Allerdings können je nach weiterer Erweiterung des SM noch weitere Higgs-Bosonen existieren, welche noch nicht bekannt sind. Um einen „bildlichen“ Eindruck vom Higgs-Mechanismus zu bekommen, kann man die Internetseite der Particle Data Group (<http://pdg.lbl.gov> bzw. <http://www.particleadventure.org>) aufsuchen.

Zu den weiteren Erweiterungen des SM seien nur die Abbildungen 7.26 und 7.27 gezeigt. Diese Erweiterungen führen dann zu dem *Minimal Supersymmetrischen Standard Modell* (MSSM) oder einer *Großen Vereinheitlichten Theorie* (GUT).

Tabelle 7.3: Eigenschaften der Wechselwirkungen und ihrer Bosonen.

Wechselwirkung	Boson	Masse (GeV/c ²)	Reichweite (m)	„Ladung“	elektr. Ladung	Spin- Parität	Kopplungs- konstante	Dimensionslose Kopplungs- konstante
elektro- magnetisch	γ (Gamma)	0	∞	elektrische	0	1^-	–	$\alpha = e^2/4\pi\hbar c = 1/137$
schwache	Z^0	91,173	10^{-18}	schwache	0	1^+	G_F (Fermi)	$(M_c/\hbar)^2 G_F/\hbar c = 1,02 \times 10^{-5}$
	W^\pm	80,22	10^{-18}	schwache	± 1	1^-	G_F (Fermi)	$(M_c/\hbar)^2 G_F/\hbar c = 1,02 \times 10^{-5}$
starke	8g (Gluonen)	0	$\leq 10^{-15}$	Farbe	0	1^-	–	$\alpha_s \approx 1$, r groß $\alpha_s < 1$, r klein
Gravitation	G (Graviton)	0	∞	Masse	0	2^+	K (Newton)	$K M^2/\hbar c = 0,53 \times 10^{-38}$

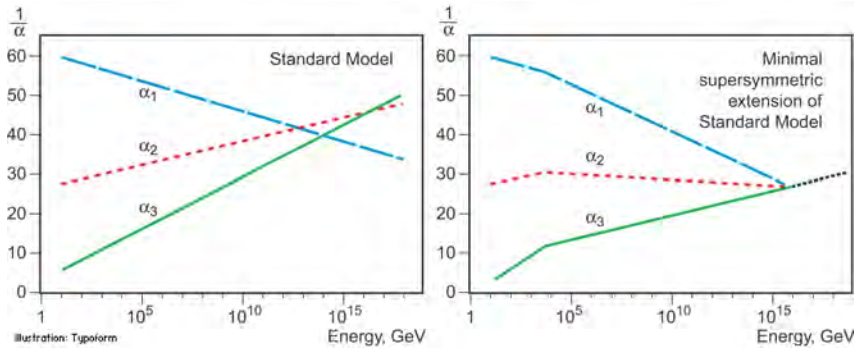


Abbildung 7.27: Veränderliche Kopplungskonstanten.

7.11.2.2 Experimenteller Aufbau

Elementarteilchen und Wechselwirkungen des Standardmodells der Teilchenphysik lassen sich sehr gut in Collider-Experiment untersuchen. Hierbei gibt es zwei Typen von Beschleunigern. Der Linear-Beschleuniger wird aufgrund seiner geringen Energieverluste durch Synchrotronstrahlung vor allem für Elektronen und Positronen eingesetzt. Dagegen wird der Ringbeschleuniger gerne für die Beschleunigung von Protonen und Ionen verwendet. Um die hohen Strahlenergien zu erreichen, wird üblicherweise eine ganze Kette von Vorbeschleunigern vor dem eigentlichen Speicherring installiert. Dort werden die beschleunigten Teilchen in bestimmten Interaktions-Punkten zur Kollision gebracht.

Am derzeit größten Ringbeschleuniger, dem Large Hadron Collider (LHC) Experiment¹ am CERN² bei Genf, beschleunigen eine ganze Reihe von Vorbeschleunigern inklusive dem Speicherring mit 27km Umfang die Proton-Pakete mit etwa $1,15 \cdot 10^{11}$ Protonen auf 7 bis 13 TeV Schwerpunktsenergie. Die komplette Beschleunigungskette inklusive Experimenten ist in Abb. 7.28 dargestellt. Der Hauptvorteil der Protonen- statt Elektronen-Beschleunigung sind die wesentlich geringeren Energieverluste durch Synchrotronstrahlung, welche bei der Ablenkung von geladenen Teilchen in Magnetfeldern entsteht. Außerdem kann bei einem Proton-Ringbeschleuniger bei hohen Kollisionsraten der Strahl wieder verwendet werden.

Der Beschleuniger an sich besteht aus Beschleunigerstrecken, Dipol- und Quadrupolmagneten, die entlang einer kreisförmigen Bahn angeordnet sind. Die vertikalen Magnetfelder der Dipole sorgen dafür, dass sich die beschleunigten Teilchen in entgegengesetzte Richtungen auf Kreisbahnen bewegen und bei jedem Umlauf durch die Beschleunigungsstrecken kinetische Energie gewinnen. Dies geschieht auch nach dem Erreichen der maximalen Energie um Verluste durch Synchrotronstrahlung auszugleichen. Durch Fokussierung und Ablenkung mithilfe von Quadrupolmagneten können die Strahlen Vorbereitet und zur Kollision gebracht werden.

Dies geschieht beim LHC an 4 Kollisionspunkten an denen die Teilchen-Detektoren Compact Muon Solenoid (CMS), A Toroidal LHC Apparatus (ATLAS), Large Hadron Collider beauty (LHCb) und A Large Ion Collider Experiment (ALICE) zur Vermessung der Kollisionen bereit stehen.

In einer Kollision wechselwirken Quarks und Gluonen aus zwei gegenläufigen Protonen miteinander, was aufgrund der Menge an Protonen pro Paket auch massiv parallel geschieht. Abhängig von der invarianten Masse der Interaktion können in verschiedenen Prozessen neue Teilchen entstehen.

Wie oft Kollisionen vorkommen, wird durch die instantane Luminosität \mathcal{L} bestimmt, die definiert ist als:

¹The CERN accelerator complex: <https://cds.cern.ch/record/1260465?ln=de>

² Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire.

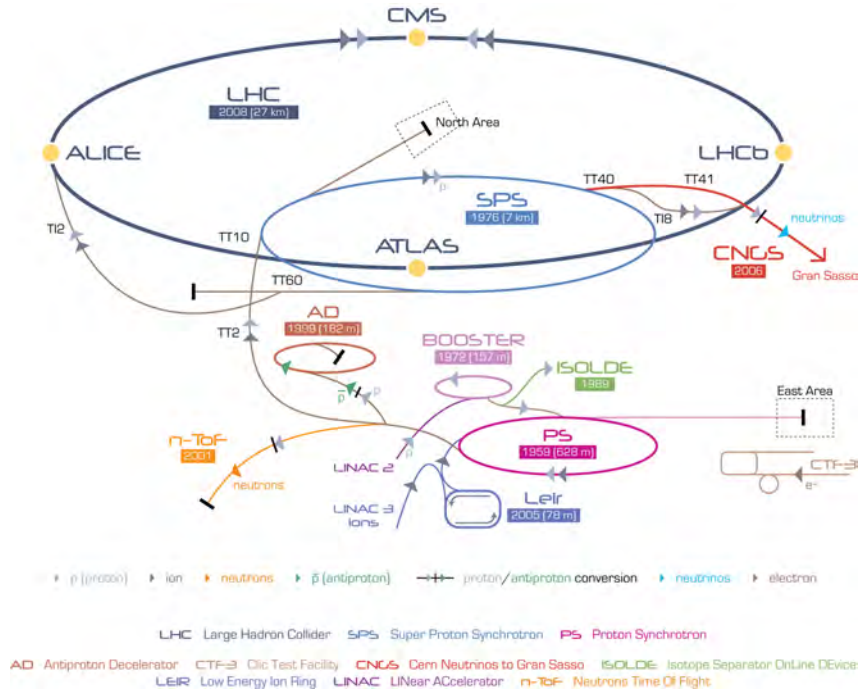


Abbildung 7.28: Der LHC Beschleunigungs-Apparat schematisch dargestellt.

$$\mathcal{L} = \frac{\text{Anzahl der einlaufenden Teilchen}}{\text{Zeiteinheit} \times \text{Fläche}} \quad (7.198)$$

Sie ist eine vom Speicherring vorgegebene Größe und wird typischerweise in der Einheit barn $1\text{b} = 10^{-24}\text{cm}^2$ angegeben. Dabei erreichte der LHC eine instantane Luminosität von $\mathcal{L} = 1,75 \cdot 10^{34}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. Summiert man die Werte über einen bestimmten Zeitraum auf, so erhält man die integrierte Luminosität L_{int} , welche als Maß für die Anzahl der Kollisionen verwendet wird. In Abb. 7.29 werden die integrierten Luminositäten summiert über den ganzen LHC Run 1 für 2010 dargestellt, dessen Daten für diesen Versuch verwendet werden.

Die Anzahl der Kollisionen (Events) N , die man im Detektor nachweisen kann, wird bestimmt durch:

$$N = L_{int} \cdot \sigma \quad (7.199)$$

wobei $L_{int} = \int \mathcal{L} \cdot dt$ die über die Zeit integrierte Luminosität und σ den Wirkungsquerschnitt darstellt.

Der Wirkungsquerschnitt bestimmt die Kollisions- und Zerfallswahrscheinlichkeiten, welche aus den Feynmanregeln des Standardmodells berechnet werden können.

Diese Kollisionsprozesse kann man anhand von Feynman-Diagrammen anschaulich darstellen (Abb. 7.203). Die übliche Konvention für Feynman-Diagramme ist, dass die Zeitachse nach rechts aufgetragen wird. Stehen die Pfeile dann in positive Zeitrichtung, so repräsentieren sie Teilchen, in negative Zeitrichtung Antiteilchen. Die Punkte stellen Wechselwirkungspunkte (Vertizes) dar. Innere Linien (solche die innerhalb des Diagramms beginnen und enden) stehen für virtuelle Teilchen, die nicht beobachtet werden können. Nur äußere Linien (solche die in den Prozess hinein- oder aus ihm herausragen) stehen für reale (beobachtbare) Teilchen. Die realen Teilchen gehorchen der Gleichung $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$, wobei E die gesamte Energie, p der Impuls und m die Ruhemasse des Teilchens ist. Die virtuellen Teilchen hingegen existieren nur sehr kurz und fallen somit in den Bereich der Heisenbergschen Unschärferelation $\Delta E \cdot \Delta t \leq \hbar/2$. Die Werte von E , p und m müssen also nicht die obige Gleichung erfüllen.

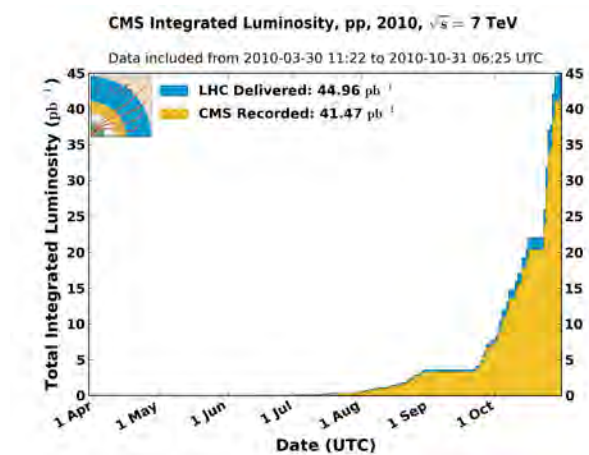


Abbildung 7.29: Integrierte Luminosität bereitgestellt vom LHC und aufgenommen vom CMS Experiment kumuliert über Run 1 im Jahr 2010.

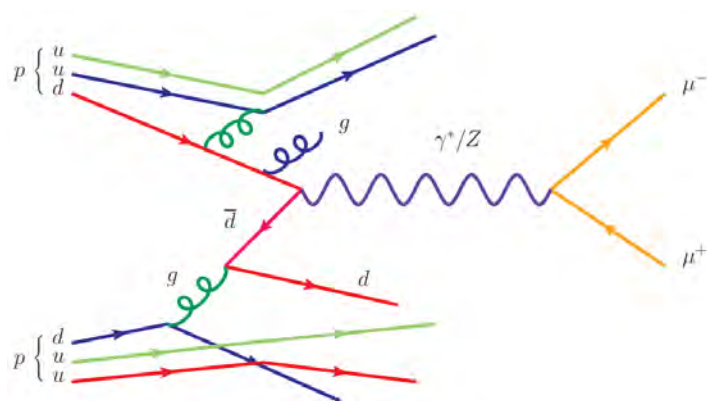


Abbildung 7.30: Feynman-Graph einer Proton-Proton Kollision, bei der ein virtuelles Z-Boson entsteht, das in ein Myon-Paar zerfällt

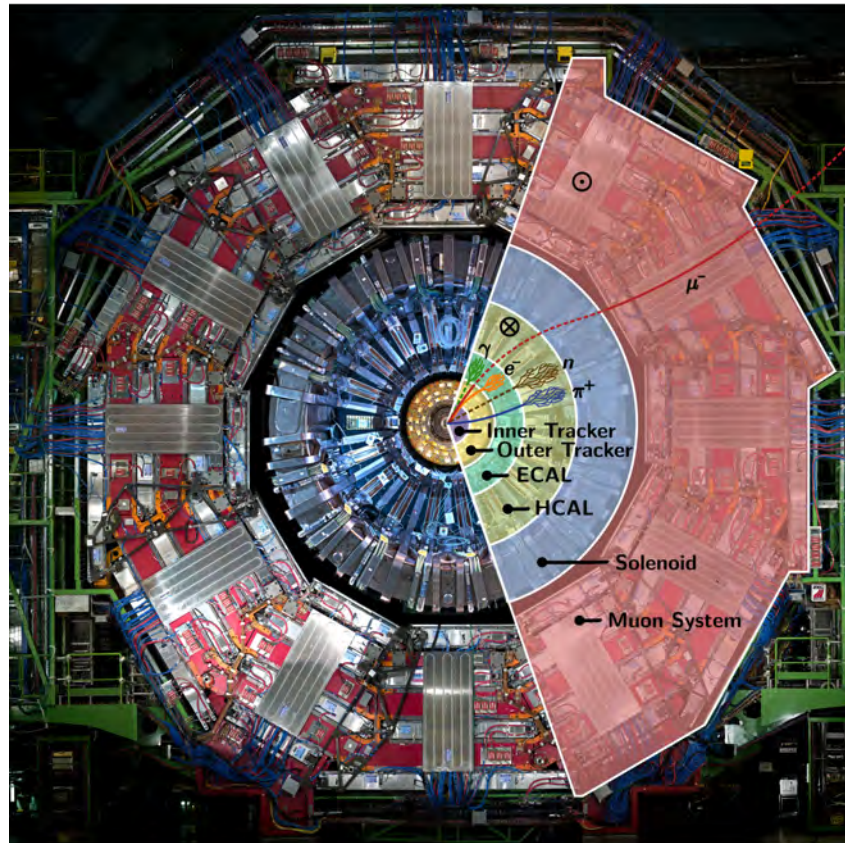


Abbildung 7.31: Ein Querschnitt durch den CMS Detektor zeigt die unterschiedlichen Subsysteme inklusive der jeweils nachweisbaren Teilchen.

Die stabileren Teilchen, wie zum Beispiel Muonen, Photonen oder Pionen erreichen den Detektor und werden dort registriert.

Dabei werden unterschiedliche Teilchen und deren unterschiedliche Eigenschaften wie Impuls und Energie mithilfe von verschiedenen zwiebschalig angeordneten Subdetektoren vermessen. Abb. 7.30 zeigt einen Querschnitt-Foto des CMS Detektors mit einer Einteilung der unterschiedlichen Subsysteme. Hierbei wird auch gezeigt, welche Teilchen in welcher Detektorschicht nachgewiesen werden können.

Beim CMS Detektor sind das von innen nach außen folgende Systeme:

- **Silizium-basierter Spurdetektor:** Aufgabe des sogenannten Tracker ist die Bestimmung der Teilchenimpulse aufgrund der im Magnetfeld gekrümmten Trajektorien von geladenen Objekten. Zusätzlich werden hierdurch die Ursprungsorte der Teilchen, sogenannte Vertices, bestimmt. Dadurch kann jedes Teilchen einer bestimmten Kollision zugeordnet werden.
- **Elektromagnetisches Kalorimeter:** Dieses System misst die Energien von Elektronen und Photonen durch elektromagnetische Schauerbildung. Dabei erzeugt das Primärteilchen durch Paarbildung und Bremsstrahlung eine Kaskade von Sekundärteilchen. Durch Compton-Streuung und photoelektrischen Effekt wird die komplette Energie des Primärteilchens im Szintillatormaterial des Kalorimeters deponiert. Dadurch wird eine Messung der Energie mithilfe von Photomultipliern (PMTs) möglich.
- **Hadronisches Kalorimeter:** Dieses Kalorimeter bestimmt die Energie von Hadronen durch hadronische Schauerbildung. Dabei werden durch Kernprozesse in Absorbermaterial

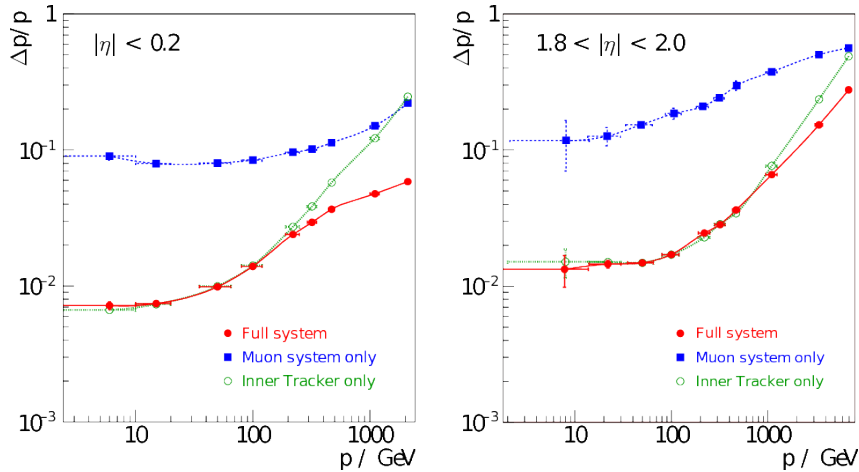


Abbildung 7.32: Impulsauflösung der Myonen, welche im Zentralbereich (links) und in den Endkappen (rechts) rekonstruiert wurden.

Sekundärteilchen produziert, welche sowohl eine hadronische als auch elektromagnetische Kaskade auslösen. Die Energiedeposition der Sekundärteilchen im Kalorimetermaterial wird hier wieder durch szintillierende Schichten zur Ausleseelektronik weitergeleitet.

- **Solenoid-Magnet:** Ein supraleitender Solenoid-Magnet erzeugt ein homogenes Magnetfeld von 4T Stärke im Inneren des Detektors um Teilchenbahnen für die Impulsmessung zu krümmen. Über außen liegende Rückführjochs wird auch außen ein etwas schwächeres homogenes Magnetfeld in umgekehrter Richtung erzeugt.
- **Myonenkammern:** Da Muonen minimal-ionisierende Teilchen sind, passieren sie den Detektor ohne gestoppt zu werden. Um trotzdem ihre Energie und ihren Impuls genau zu vermessen, sind zwischen den Eisenschichten des Rückführjochs Gasdetektoren zur Spurvermessung eingebaut. In Kombination mit dem inneren Spurdetektor können die Myoneneigenschaften aus der S-förmig gekrümmten Trajektorie genau bestimmt werden.

Alle Subsysteme des CMS Detektors erzeugen zusammen 1.5MB and Daten pro Kollision von zwei Proton-Paketen, welche alle 50ns auftritt. Eine Aufzeichnung der Daten ist nur möglich, wenn ein entsprechenden Triggersystem interessante Ereignisse in Echtzeit herausfiltert und für die Rekonstruktion ins Rechenzentrum weiterleitet. Dafür sind vor allem ein schneller Level 1 Trigger und ein software-basierter High Level Trigger für eine Reduktion der Datenrate verantwortlich, damit diese gespeichert und rekonstruiert werden kann.

Für die Rekonstruktion des Ereignisses wird beim CMS Detektor eine sogenannte Particle-Flow Methode verwendet. Diese vereinigt die Information möglichst aller Subdetektorsysteme um eine präzise Bestimmung der Teilchen zu ermöglichen. Von den Energiedepositionen in den Kalorimetern und den Spuren im Tracker und den Myonenkammern werden geladene und neutrale Teilchen rekonstruiert. Diese beinhalten Myonen, Elektronen, Photonen, geladene und neutrale Hadronen, welche Particle-Flow Kandidaten darstellen. Aufgrund der Berechnung ihres Ursprungsorts (Vertex) werden sie unterschiedlichen Kollisionen zugeordnet.

Myonen passieren aufgrund ihrer minimal-ionisierenden Eigenschaft nahezu ungehindert den Detektormaterie. Daher werden bei der Rekonstruktion ihre Spureinträge aus dem inneren Spurdetektor und dem äußeren Myonsystem für die Rekonstruktion kombiniert. Dabei bekommt man eine transversale Impulsauflösung abhängig von der Detektorgeometrie, wie sie in Abb. 7.32 gezeigt ist.

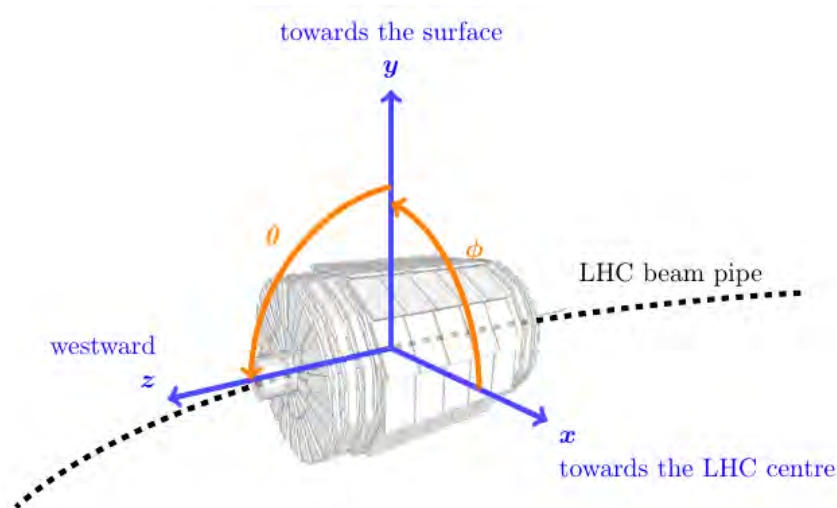


Abbildung 7.33: Koordinatensystem des CMS Detektors.

Für die Elektronen-Rekonstruktion werden dagegen die Informationen aus Spurdetektor und elektromagnetischem Kalorimeter kombiniert. Diese wird aufgrund von Bremsstrahlungseffekten durch die gekrümmten Teilchenbahnen kompliziert, da hier zusätzliche Teilchen entstehen die bei der Rekonstruktion eventuell nicht berücksichtigt werden.

Quarks und Gluonen können aufgrund des Confinement-Effekts jedoch nicht frei existieren. Da die anziehende Kraft zwischen ihnen mit dem Abstand anwächst, entsteht durch das Auseinanderlaufen der Quarks eine so hohe Energiedichte, dass neue Quarks entstehen. Diese bilden dann hadronische Bindungszustände aus 2 (Mesonen) oder 3 Quarks (Baryonen). Erkennbar ist dies an der Besonderheit der Kopplungskonstanten der starken WW, siehe Tabelle 2. Die neu entstandenen Hadronen sind allerdings meist nicht stabil und zerfallen sofort in ein ganzes Schauer von Sekundärteilchen, welche vom Wechselwirkungspunkt in einer Kegelform wegfliegen. Vermisst man diese sogenannten Jets im Detektor, so kann man Rückschlüsse auf das originale Quark bzw. Gluon ziehen.

Bei der Rekonstruktion muss nun unterschieden werden, welche Particle-Flow Kandidaten einem Jet zugeordnet werden müssen und welche freie Teilchen sind. Dazu wird auf alle Particle-Flow Kandidaten ein Jet Clustering Algorithmus losgelassen, welcher sequenziell Teilchen kombiniert, die bestimmte Kriterien abhängig von der räumlichen Trennung und dem Transversalimpuls erfüllen. Isolierte Teilchen bleiben dabei übrig und stellen freie Teilchen dar.

Für die räumliche Vermessung von Teilchenbahnen wurde beim CMS Experiment das Kartesische Koordinatensystem mit folgender Konfiguration gewählt, welche auch in Abb. 7.33 ersichtlich ist.

- Die x-Achse liegt horizontal und zeigt auf das Zentrum des LHC-Rings.
- Die y-Achse ist vertikal und zeigt an die Oberfläche.
- Die z-Achse zeigt entlang der Strahlachse in Richtung Westen.

Da sowohl die Kollisionen, als auch der Aufbau des CMS Detektors symmetrisch bezüglich der Strahlachse sind, benutzen Analysen gerne eine spezielle Zylinderkoordinaten. Dabei lässt sich ausgehend von der x-Achse der Azimutalwinkel ϕ berechnen, welcher in der x-y-Ebene agiert. Der Polarwinkel Θ beschreibt ausgehend von der z-Achse die y-z-Ebene. Basierend auf diesen Definitionen werden für CMS Physik-Analysen die Größen Rapidity y und die Pseudorapidity η berechnet.

Die Rapidität y eines Teilchens wird wie folgt definiert.

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right). \quad (7.200)$$

Mit dieser Variablen lässt sich die Kinematik von Teilchen oft gut beschreiben. Der Hauptvorteil der Rapidität ist ihre Invarianz unter Lorentz-Transformationen entlang der z-Achse. Zusätzlich ist der Teilchenfluß eines Hadronkolliders als Funktion der Rapidität nahezu konstant.

Die Pseudorapidität η ist definiert als

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{|\vec{p}| + p_z}{|\vec{p}| - p_z} \right). \quad (7.201)$$

Für hochenergetische Teilchen ($p \rightarrow E$) lässt sich dies umformen zu

$$\eta = -\ln \left(\tan \frac{\Theta}{2} \right). \quad (7.202)$$

Vorteil dieser Größe ist die Unabhängigkeit von der Teilchenmasse.

Die räumliche Distanz ΔR zwischen zwei Objekten kann daher mithilfe von

$$\Delta R = \sqrt{(\Delta\eta)^2 + (\Delta\phi)^2} \quad (7.203)$$

ausdrücken.

Für die initialen Proton-Proton Kollisionen ist der transversale Impuls senkrecht zur Strahlachse vernachlässigbar. Daher muss der transversale Impuls p_T eines Kollisionsereignisses erhalten sein. Aufgrund der Tatsache, dass Protonen zusammengesetzte Objekte sind, lässt sich der longitudinale Impuls der Ereignisse nicht bestimmen.

Daher werden aus einer Kollision produzierte Teilchen üblicherweise mit den Observablen p_T , η (oder y) und ϕ beschrieben.

Rekonstruiert man aus Zerfallsprodukten wieder das ursprüngliche Teilchen, so kann man auch die Invariante Masse berechnen, welche unveränderlich unter Lorentz-Transformationen ist. Diese lässt sich mithilfe der Vierervektoren der Zerfallsprodukte durch

$$M = \sqrt{\sum_i P_i^2} = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (p_{x,1} + p_{x,2})^2 - (p_{y,1} + p_{y,2})^2 - (p_{z,1} + p_{z,2})^2} \quad (7.204)$$

im Fall von 2 Zerfallsprodukten berechnen. Über diese Variable lassen sich z.B. Aussagen bezüglich der Teilchenmasse oder Zerfallsbreite machen.

7.11.3 Grundlagen

7.11.3.1 Das Dimyonspektrum

In diesem Praktikumsversuch sollen Prozesse betrachtet werden, deren Endzustände aus Myonen bestehen. Die Beobachtung von Zerfällen in Myonenendzustände bietet sich an, da bei diesen, im Gegensatz zu Zerfällen in hadronische Endzustände, nur einzelne Myonen und keine komplexeren Objekte, wie Jets, entstehen.

Zerfällt ein Objekt in ein Myon und ein Antimyon, werden diese im Folgenden als Dimyonpaar bezeichnet. Gemäß der in den Einleitungskapiteln eingeführten invarianten Masse kann aus den Energien und Impulsen der Myonenendzustände die Masse des zerfallenen Objektes rekonstruiert werden.

Die charakteristische Verteilung der invarianten Masse von Dimyonpaaren wird Dimyonspektrum genannt und ist in Abbildung 7.34 zu sehen. Die Daten, mit denen der Plot erstellt wurde,

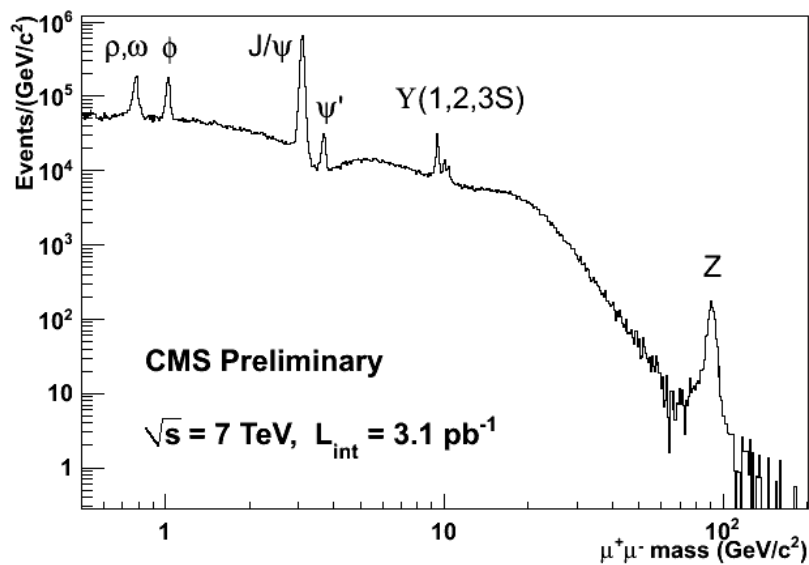


Abbildung 7.34: Massenspektrum von Dimyонpaaren, aufgenommen vom CMS-Detektor bei $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$. Die Resonanzen sind in der Abbildung gekennzeichnet und verschiedenen Mesonen sowie dem Z-Boson zuzuordnen.

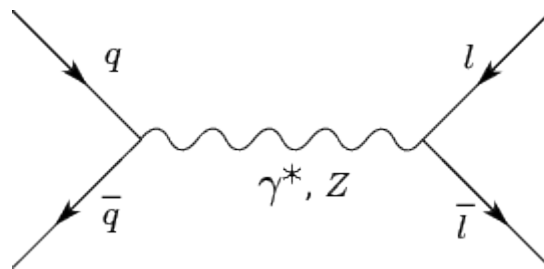


Abbildung 7.35: Feynman-Diagramm zum Drell-Yan-Prozess. Dieser beschreibt die Annihilation eines Quarks mit seinem Antiquark, bei der ein virtuelles Photon oder ein Z-Boson entsteht, welches anschließend durch Paarbildung in ein Lepton-Antilepton-Paar zerfällt.

stammen dabei aus dem Jahr 2010, in die Experimente am LHC-Beschleuniger ihre Datennahme begannen. Für ein Dimyonspektrum ist, abgesehen von der gezeigten Auftragung der Anzahl der Ereignisse über die invariante Masse, auch eine Auftragung des Wirkungsquerschnittes über der invarianten Masse denkbar.

Im vorliegenden Plot sind mehrere Resonanzen zu erkennen. Diese können verschiedenen Mesonen und dem Z-Boson zugeordnet werden und haben theoretisch die Form von Breit-Wigner-Verteilungen mit charakteristischen Massen und Zerfallsbreiten. Da diese Resonanzen bereits mehrere Jahrzehnte vor Beginn des LHC-Experimentes sehr genau vermessen wurden, können sie zur Kalibration der Detektoren verwendet werden und werden in Anlehnung an die Astronomie auch als „Standardkerzen“ bezeichnet.

7.11.3.2 Der Drell-Yan-Prozess

Physikalisch haben die Resonanzen ihre Ursache im Drell-Yan-Prozess [43]. Der Drell-Yan-Prozess beschreibt die Annihilation eines Quarks mit seinem Antiquark, bei der ein virtuelles Photon oder ein Z-Boson entsteht, welches anschließend durch Paarbildung in ein Lepton-Antilepton-Paar

zerfällt. Die Existenz von Z-Bosonen im Dimyonspektrum folgt damit direkt aus dem Drell-Yan-Prozess.

Auch das Auftreten von Meson-Resonanzen ist mit diesem Prozess zu erklären, da es sich bei Mesonen um gebundene Zustände von Quark-Antiquark-Paaren handelt. Entsprechend können diese ebenfalls über einen Drell-Yan-Prozess zu einem Myon-Antimyon-Paar zerfallen. Der Anteil der Zerfälle in zwei Myonen an den Zerfällen von Mesonen liegt typischer Weise im Bereich von einigen Prozent [44]. Konkrete Werte für die im späteren Versuchsverlauf untersuchten Resonanzen sind in den zugehörigen Abschnitten aufgeführt.

Über Drell-Yan-Prozesse annihilierende Quark-Antiquark-Paare, die über ein virtuelles Photon zerfallen, bilden den Großteil des Untergrundes des Spektrums. Dazu gehören Meson-Resonanzen und ein kontinuierliches Spektrum, wie es in Abb. 7.34 ersichtlich ist. Weitere Untergrundprozesse sind durch Prozesse, die ohne direktes Stattfinden eines Drell-Yan-Prozesses ein Myon-Antimyon-Paar erzeugen, gegeben. Ein Beispiel dafür sind paarbildende Photonen, die aus anderen Prozessen stammen. Zusätzliche Beiträge liefern Prozesse, bei denen ein Myon und ein Antimyon unabhängig voneinander erzeugt und als Dimyonpaar rekonstruiert wird. Dies kann unter anderem bei einem gleichzeitigen Zerfall eines τ und eines Anti- τ oder verschiedenen geladener W-Bosonen der Fall sein.

Basierend auf dem Dimyonspektrum können verschiedene Analysen durchgeführt werden. Zentral sind dabei die Größen, die direkt aus dem Spektrum bestimmt werden können, wie die Massen der Teilchen oder ihre Zerfallsbreiten.

7.11.3.3 Zerfallsbreite und Lebensdauer

Die Peaks im Massenspektrum sind Resonanzen mit einer Zerfallsbreite Γ und bestimmten Lebensdauer τ , die durch Breit-Wigner-Verteilungen beschrieben werden können. Die Zerfallsbreite ist dabei durch die Halbwertsbreite der Resonanz gegeben. Die Lebensdauer eines Teilchens ist definiert als die Zeit, die vergeht, bis die Teilchenzahl eines Systems aus den zu untersuchenden Teilchen auf $\frac{1}{e}$ seiner ursprünglichen Größe abgefallen ist. Γ und τ sind gemäß der Energieunschärferelation

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (7.205)$$

verknüpft, wobei sich in natürlichen Einheiten die Relation

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} \quad (7.206)$$

ergibt. Da die Lebensdauer der hier untersuchten Teilchen so klein ist, dass sie nicht mehr direkt gemessen werden kann, wird dieser Zusammenhang benutzt, um die Lebensdauer zu bestimmen. Die Zerfallsbreite wird dazu durch Fits an die Resonanzen bestimmt [45, 46].

7.11.3.4 Abweichungen der Form der Resonanzen von der erwarteten Form

Bei genauer Betrachtung der Resonanzen in einem realen Spektrum, wie es in Abbildung 7.37 zu sehen ist, folgen diese nicht vollkommen einer Breit-Wigner-Verteilung. Ein Grund dafür ist der Einfluss der endlichen Detektorauflösung auf die Energien und Impulse und somit die invarianten Massen der Teilchen. Ein weiterer Einfluss auf die Form des Spektrums ist die „Final State Radiation“, die zu Ausläufern und Verschiebungen der Resonanzen zu niedrigeren Energien, führt.

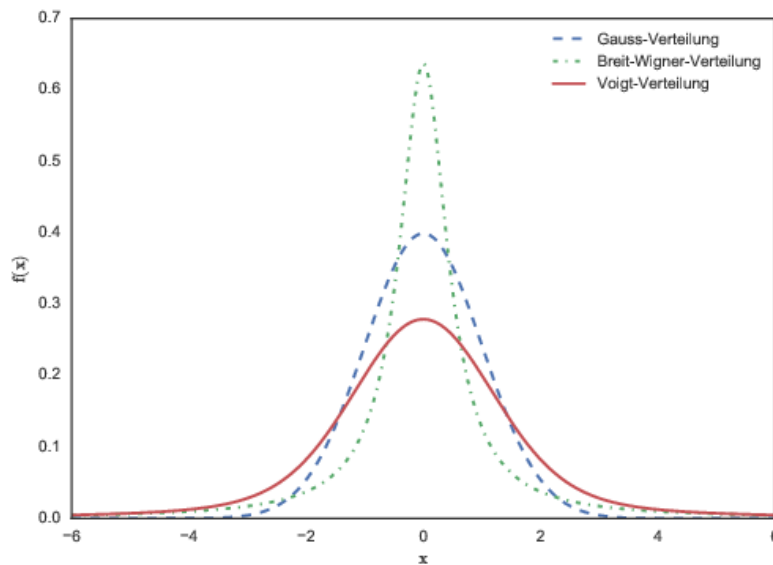


Abbildung 7.36: Darstellung einer normierten Breit-Wigner-Verteilung mit $\Gamma = 1$ und $M = 0$ und einer normierten Gaußverteilung mit $\sigma = 1$ und $M = 0$ sowie einer normierten Voigtverteilung mit denselben Parametern.

Das Voigt-Profil

Die Breit-Wigner-Verteilung, der die Resonanzen des Spektrums folgen, ist gegeben durch

$$B(m) = \frac{\frac{\Gamma}{2}}{\pi \left((m - M)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2} \right)^2 \right)}, \quad (7.207)$$

wobei Γ die Halbwertsbreite und M der Mittelwert der Verteilung ist. Diese Verteilung ist auch unter dem Namen Lorentz- oder Cauchy-Verteilung bekannt.

In einem realen, von einem Detektor mit endlicher Massenauflösung aufgenommen Spektrum dieser Art folgen die Resonanzen wegen des Einflusses der begrenzten Auflösung keinen perfekten Breit-Wigner-Verteilungen mehr. Die Detektorauflösung folgt einer Gaußverteilung

$$G(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp -\frac{1}{2} \frac{(m - M)^2}{\sigma^2} \quad (7.208)$$

mit Standardabweichung σ und Schwerpunkt M und muss bezüglich der Form der Resonanz berücksichtigt werden.

Die resultierende Verteilung wird Voigtverteilung genannt und ist durch die Faltung

$$V(m) = (G * B)(m) \quad (7.209)$$

einer Breit-Wigner- und einer Gaußverteilung gegeben. Sie ist in Abbildung 7.36 zu sehen. Für diese Verteilung kann keine geschlossene Darstellung gefunden werden, es existieren allerdings verschiedene Näherungsmethoden. Im Versuch wird die in der Klasse TMath des Analyseframeworks ROOT³ implementierte Voigtverteilung verwendet [45].

³TMath - Function Members (Methods): <https://root.cern.ch/root/html524/TMath.html#TMath:Voigt>, Aufgerufen am 30. Mai 2017

Final State Radiation

Strahlt ein Endzustand eines Prozesses ein Photon ab, so wird dieser Prozess als Final State Radiation bezeichnet. Dies führt zu Abweichungen bei der Rekonstruktion der invarianten Masse des zerfallenen Teilchens hin zu niedrigeren Energien. Grund ist, dass das entstehende Photon dem Prozess nicht mehr eindeutig zuzuordnen ist und somit bei der Rekonstruktion nicht direkt erkannt werden kann, bei welchen Ereignissen Final State Radiation aufgetreten ist.

Die durch Final State Radiation hervorgerufenen Ausläufer im Dimyonmassenspektrum können durch Simulation oder verschiedene Approximationen berücksichtigt werden. Diese Ansätze und Methoden sind für die folgende Analyse und einen Praktikumsversuch zu komplex und werden nicht weiter verfolgt.

7.11.3.5 Spezielle Resonanzen im Dimyonspektrum

Zwei Resonanzen im Dimyonspektrum sollen in Hinblick auf diesen Versuch genauer betrachtet werden.

Das Z-Boson

Das Z-Boson ist ein Eichboson, ein Austauscheteilchen der schwachen Wechselwirkung und ein Elementarteilchen im Standardmodell der Teilchenphysik. Es trägt keine Ladung, hat Spin 1 und ist sein eigenes Antiteilchen. Entdeckt wurde das Z-Boson 1983 am Sp̄pS-Speicherring am CERN. Seine Entdeckung bestätigte die Theorie einer Vereinheitlichung der elektromagnetischen und schwachen zur elektroschwachen Wechselwirkung und wurde 1984 mit dem Nobelpreis in Physik geehrt. Die Masse und die Zerfallsbreite des Z-Bosons sind heute mit hoher Präzision bekannt und durch

$$\begin{aligned} M_Z &= 91,1876 \pm 0.0021 \text{ GeV} \\ \Gamma_Z &= 2,4952 \pm 0.0023 \text{ GeV} \end{aligned} \tag{7.210}$$

gegeben [44]. Erzeugt werden Z-Bosonen bei der Reaktion von Quark-Antiquark- oder Lepton-Antileptonpaaren, deren invariante Masse mindestens der Z-Masse entspricht. Das Z-Boson zerfällt zu etwa 70% hadronisch, zu 20% in Neutrinos und zu etwa 10% in geladene Leptonen, wobei sich die Zerfallswahrscheinlichkeiten unter Elektronen, Myonen und Tauonen gleich verteilen. Für Myonen beträgt das Verzweigungsverhältnis $(3,366 \pm 0,007)\%$ [44, 48, 47].

Die Lebensdauer des Z-Bosons beträgt $\tau_{Z,\text{Lit}} = 2,6379 \pm 0.0024 \times 10^{-25} \text{ s}$ [44], der Wirkungsquerschnitt für den Zerfall in Myonen ist durch

$$\sigma_{Z \rightarrow \mu\mu, \text{Lit}} = 0,968 \pm 0,008(\text{stat.}) \pm 0,007(\text{syst.}) \pm 0,018(\text{th.}) \pm 0,039(\text{lumi.}) \text{ nb}$$

gegeben [49].

Das J/Ψ-Meson

Das J/Ψ-Meson ist der gebundene Zustand aus einem Charm- und einem Anticharm-Quark, "Charmonium" genannt, mit der niedrigsten Energie. Dieses Meson wurde 1974 von zwei Arbeitsgruppen parallel entdeckt, die ihre Ergebnisse am selben Tag publizierten, was zur Doppelbezeichnung des Teilchens führte. Die Entdeckung war experimentell bedeutend, da sie die Existenz des Charm-Quarks belegte. Deshalb wurden die beiden Entdecker 1976 mit dem Nobelpreis für Physik geehrt. Die Masse des J/Ψ-Mesons liegt bei

$$M_{J/\Psi} = 3096,900 \pm 0.006 \text{ MeV}. \tag{7.211}$$

Charakteristisch für das J/Ψ -Meson ist seine, mit

$$\Gamma_{J/\Psi} = 92,9 \pm 2.8 \text{ keV} \quad (7.212)$$

außerordentlich geringe Breite im Vergleich zu anderen Mesonen mit vergleichbaren Massen. Diese Eigenschaft macht die Resonanz des J/Ψ -Mesons zu einer wichtigen “Standardkerze“. Das J/Ψ -Meson zerfällt in 87,7% der Fälle hadronisch und zu jeweils etwa 6% in ein Dielektron- oder Dimyonpaar[44, 47].

Unterscheidung von Z-Boson und J/Ψ -Meson

Zum Verständnis der Unterschiede zwischen Zerfällen von Z-Bosonen und J/Ψ -Mesonen in Dimyonpaare soll die Kinematik der kollidierenden Teilchen betrachtet werden.

Wird einem Proton durch Beschleunigung Energie zugeführt, so verteilt sich diese nicht gleichmäßig auf alle seine Bestandteile, Partonen genannt, sondern folgt bestimmten Verteilungen, den Partondichtefunktionen. Werden zwei Protonen zur Kollision gebracht, so kollidieren effektiv einzelne Partonen mit verschiedenen Impulsen. Bilden zwei kollidierende Partonen mit unterschiedlichem Impuls ein Teilchen, so ist dies, gemäß der Impulserhaltung, in eine bestimmte Richtung beschleunigt. Da die Protonen entlang der Strahlachse beschleunigt wurden, sind die Kollisionsprodukte ebenfalls entlang dieser Richtung beschleunigt.

Entsprechend können Teilchen mit geringerer Masse, wie beispielsweise das J/Ψ -Meson, von Partonen mit sehr unterschiedlichen Impulsen gebildet werden. Sie sind entlang der Strahlachse beschleunigt. Ihre Zerfallsprodukte weisen kleinere Öffnungswinkel auf, als Zerfallsprodukte von Teilchen, die weniger beschleunigt wurden und werden häufiger in die Endkappen des CMS-Detektors gestreut.

Das Z-Boson besitzt mit etwa 90 GeV hingegen eine deutlich größere Masse und kann nur von zwei Partonen mit hoher Energie gebildet werden. Da alle Partondichtefunktionen zu hohen Energien hin abnehmen, haben zwei Partonen mit hoher Energie eine deutlich geringere Impulsdifferenz als Partonen, die leichtere Teilchen bilden. Entsprechend sind Z-Bosonen deutlich weniger entlang der Strahlachse beschleunigt als J/Ψ -Mesonen. Deshalb ist der Öffnungswinkel zwischen den Zerfallsprodukten des Z-Bosons größer als beim J/Ψ -Meson und die räumliche Verteilung der Zerfallsprodukte ist homogener.

Des Weiteren wird beim Zerfall eines J/Ψ -Mesons weniger Ruheenergie des ursprünglichen Teilchens auf die Zerfallsprodukte verteilt als beim Zerfall eines Z-Bosons. Entsprechend haben die Zerfallsprodukte eines J/Ψ -Myons deutlich niedrigere Impulse bzw. Transversalimpulse als die Zerfallsprodukte eines Z-Bosons. Teilweise sind die Impulse der Zerfallsprodukte eines J/Ψ -Mesons so gering, dass sie nur im Tracker und nicht im Myonensystem detektiert werden. Bei diesen Myonen kann die Krümmung ihrer Bahn durch das Magnetfeld deutlich erkannt werden.

7.11.4 Versuchsablauf

7.11.4.1 Datensatz und Software

Im vorliegenden Versuch werden Daten verwendet, die dem Datensatz mit allen 2010 detektierten Myonereignissen entnommen sind. Dieser Datensatz ist auf dem CERN Open Data Portal veröffentlicht⁴. Auf diesem Portal stellen die Kollaborationen der vier großen Experimente am LHC Teile der von ihnen genommenen Daten inklusive der zu deren Auswertung benötigten Software zur Verfügung.

⁴Mu primary dataset in AOD format from RunB of 2010: <http://opendata.cern.ch/record/14>, Aufgerufen am 28. Mai 2017

Um die Ereignisse des in diesem Versuch verwendeten Datensatz mit Dimyonereignissen zu erhalten wurden die Ereignisse herausgefiltert, bei denen sich genau zwei Myonen mit entgegengesetzten Vorzeichen im Endzustand befinden. Für diese Ereignisse sind Energie, Impuls in kartesischen Koordinaten, Ladung und Typ der beiden Myonen im csv-Format abgespeichert. Das Einlesen dieser Größen ist in der für den Versuch verwendeten Programmvorlage bereits enthalten. Insgesamt umfasst der verwendete Datensatz 1281652 Ereignisse mit invarianten Massen zwischen 2 und 110 GeV. Der Datensatz entspricht einer Luminosität von 33.02 pb^{-1} [50].

Zur Analyse wird PYTHON3 ⁵ mit den Paketen numpy ⁶ und matplotlib ⁷ sowie dem Fittingtool kafe ⁸ verwendet. Diese sollten aus den Vorlesungen und Praktika der vorangegangenen Semester bekannt sein. Falls nicht finden sich unter den angegebenen Links Einführungen und Tutorials.

7.11.4.2 Klassifizierung der Myonen

Innerhalb der Daten eines Ereignisses sind die Myonen nach Transversalimpuls p_T sortiert. Das Myon mit höherem p_T ist entsprechend als erstes aufgeführt und wird als „leading muon“ bezeichnet. Das zweite Myon wird folglich „second leading muon“ genannt.

Des Weiteren sind die Myonen nach „Typ“ klassifiziert. „Globales Myon“ ist hierbei die Bezeichnung für ein Myon, das sowohl aus Spuren im Tracker, als auch aus Spuren im Myonensystem des Detektors rekonstruiert werden konnte. Bei solchen Myonen ist die Wahrscheinlichkeit einer Fehlrekonstruktion eines anderen Teilchens als Myon sehr gering. Wird ein Myon hingegen nur im Myonensystem rekonstruiert, so wird dieses als Standalone Myon bezeichnet. Finden sich nur im Tracker Spuren eines Myons wird dieses Trackermyon genannt. Bei Trackermyonen ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein anderes Teilchen fälschlich als Myon rekonstruiert wird, am größten. Im vorliegenden Datensatz sind nur globale Myonen enthalten.

7.11.4.3 Analyse der Z-Resonanz

Die Analyse der Resonanz des Z-Bosons im Dimyonspektrum soll anhand eines Fits erfolgen, der Signal und Untergrund im Bereich von etwa 60 bis 110 GeV berücksichtigt (Abbildung 7.37) Für die Anpassung an das Signal wird die zuvor erläuterte Voigt-Verteilung verwendet. Die Parametrisierung des Untergrundes wird durch eine Untergrundstudie bestimmt. Die Parametrisierungen von Signal und Untergrund sollen summiert an die Verteilung gefittet und so die Masse des Z-Bosons M_Z sowie dessen Zerfallsbreite Γ_Z bestimmt werden.

7.11.4.4 Bestimmung einer Untergrundparametrisierung

Da die Konvergenz von Fits mit vielen Parametern stark von den gewählten Anfangswerten abhängt, ist es sinnvoll bei einem Multiparameterfit möglichst viele der Parameter im Voraus abzuschätzen und als „constraints“ in den Fit einfließen zu lassen. Dies bedeutet, dass dem Fitprogramm für entsprechende Parameter ein Wert sowie eine Eingrenzung übergeben wird. Dadurch kann dieser Parameter beim Fitten nur auf einen Wert in dem dadurch festgelegten Intervall angepasst werden.

Um den Untergrund unter dem Signal zu bestimmen sollen die Bereiche der Verteilung in denen das Signal bereits stark abgefallen ist verwendet werden. Diese Bereiche werden Seitenbänder genannt, in welchen die Verteilung meist flach verläuft. Es liegt nahe anzunehmen, dass der Untergrund im Bereich der Z-Resonanz ebenso verläuft, wie in den Seitenbändern. Um diese

⁵Python Tutorial: https://www.python-kurs.eu/python3_kurs.php

⁶Numpy Tutorial: <https://docs.scipy.org/doc/numpy-dev/user/quickstart.html>

⁷Matplotlib - Einführung in pyplot: <https://matplotlib.org/tutorials/introductory/pyplot.html#sphx-glr-tutorials-introductory-pyplot-py>

⁸Karlsruhe Fitting Environment: <http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~quast/kafe/html/doc/>

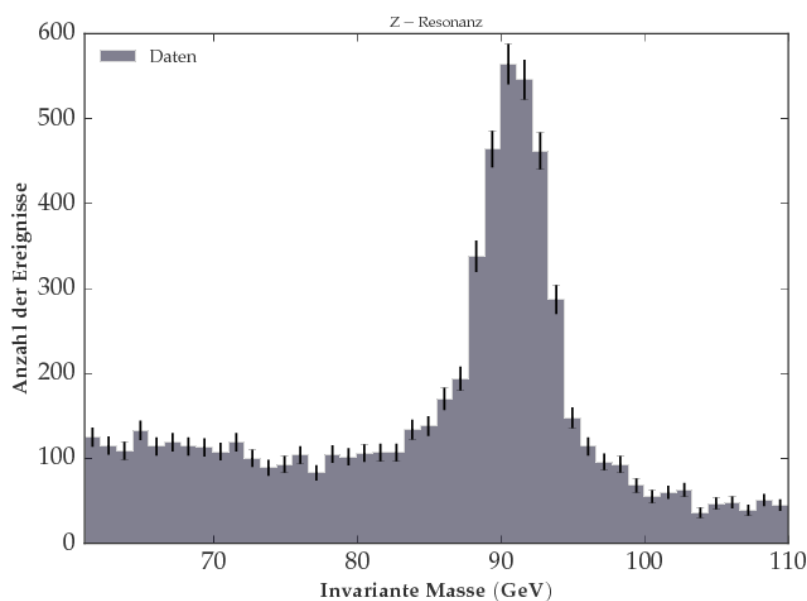


Abbildung 7.37: Z-Resonanz im Dimyonspektrum zwischen 61 und 110 GeV. Die eingezeichneten Fehlerbalken entsprechen den Poissonfehlern der Einträge.

Vermutung zu überprüfen und die Wahl einer flachen Parametrisierung zu begründen, soll an dieser Stelle eine Untergrundstudie durchgeführt werden. Dazu soll eine Entwicklung um den Massenschwerpunkt \bar{m} des Histogramms durchgeführt und anschließend überprüft werden, bei welcher Ordnung die Anpassung optimal ist. Konkret ist eine Anpassung an Polynome vom Grad 0 bis 4 durchzuführen.

Die Güte einer Anpassung lässt sich anhand des Quotienten von χ^2 der Anpassung über der Anzahl ihrer Freiheitsgrade ndf quantifizieren. Gilt $\chi^2/ndf \approx 1$, so ist die Anpassung optimal. Die statistischen Fluktuationen liegen im Bereich der Unsicherheit der Anpassung. Ein kleineres χ^2/ndf könnte bedeuten, dass statistische Fluktuation in der Anpassung berücksichtigt wurden. Ist $\chi^2/ndf > 1$, so ist die Anpassung umso schlechter, je größer χ^2/ndf wird. Entsprechend soll für den Untergrund die Parametrisierung gewählt, bei der $|\chi^2/ndf - 1|$ minimal wird. Des Weiteren soll als Parametrisierung ein orthogonales Polynom das um \bar{m} , den Mittelwerte der Verteilung entlang der Massen-Achse, zentriert ist, verwendet werden.

7.11.4.5 Abschätzung der Detektorauflösung

Beim Fit einer Voigtverteilung an das Signal kann aus den Fitparametern der beiden Breiten Γ_Z und σ_Z noch keine Information über die Zerfallsbreite des Z-Bosons gewonnen werden. Dies resultiert aus der Tatsache, dass die die Breite bestimmenden Parameter hoch korreliert sind. Deshalb würde sich bei einem Fit der Anteil der Zerfallsbreite an der Breite der Resonanz nicht nur in Γ_Z und die Anteile der Detektorauflösung nicht nur in σ_Z niederschlagen. Entsprechend muss einer dieser Parameter zuvor abgeschätzt werden und analog zum Vorgehen beim Untergrund als constraint in den Fit eingebracht werden. Da Γ_Z zu bestimmen ist, muss eine Abschätzung von σ_Z erfolgen.

Diese Detektorauflösung entspricht dabei im vorliegenden Fall der Massenauflösung ΔM . Für diese soll im Folgenden anhand der J/Ψ -Resonanz im Massenspektrum ein Zusammenhang gefunden werden, aus dem die Massenauflösung für die Z-Resonanz bestimmt werden kann. Um

einen solchen Zusammenhang zu finden, wird die transversale Masse M_T betrachtet. Diese ist gemäß

$$M_T^2 = 2p_{T,1}p_{T,2}(1 - \cos \theta) \quad (7.213)$$

vom transversalen Impuls und dem Winkel θ zwischen den Impulsen der Myonen abhängig. Für die Untersuchung der Massenauflösung ist die Verwendung der invarianten Masse im untersuchten Fall äquivalent zur Verwendung der transversalen Masse. Im Folgenden wird zur Vereinfachung angenommen, dass die Transversalimpulse der beiden Myonen gemäß $p_{T,1} \approx p_{T,2} \approx \frac{p_{T,1}+p_{T,2}}{2} =: p_T$ durch einen mittleren Transversalimpuls angenähert werden können.

Um einen Zusammenhang zwischen der Unsicherheit ΔM auf die Masse und der Unsicherheit Δp_T auf den Transversalimpuls zu erhalten, werden diese Unsicherheiten in Gleichung 7.213 fortgepflanzt. Entsprechend ergibt sich

$$\Delta M^2 = 2M\Delta M = 4p_T\Delta p_T(1 - \cos \theta). \quad (7.214)$$

und

$$\frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta p_T}{p_T} \quad (7.215)$$

für die relativen Unsicherheiten. Damit kann die Massenauflösung der Z-Resonanz gemäß

$$\Delta M_Z = M_Z \frac{\Delta p_T}{p_T} \Big|_{p_{T,Z}} \quad (7.216)$$

abgeschätzt werden.

Um die Impulsauflösung p_T zu bestimmen wird die Massenauflösung ΔM der gewählten Resonanz für feste Bereichen von p_T bestimmt und mit Gleichung 7.215 in die Impulsauflösung umzurechnen. Die Bereiche von p_T werden im Folgenden als Bins bezeichnet. Es ist sinnvoll die J/Ψ -Resonanz für diese Untersuchung zu verwenden, da sie Resonanz über viel Statistik und ein möglichst breites p_T -Spektrum verfügt. Außerdem ist sie im Spektrum isoliert, sodass der Untergrund im Bereich der Resonanz durch Fit der Seitenbänder bestimmen werden kann. Vor allem aber hat die Resonanz eine vernachlässigbare natürliche Breite. Die Zerfallsbreite kann so gegenüber der Massenauflösung vernachlässigt werden.

7.11.4.6 Fit der Z-Resonanz

Ist eine Untergrundparametrisierung gefunden und die Detektorauflösung abgeschätzt kann eine Anpassung an die Z-Resonanz vorgenommen werden. Ein mögliches Ergebnis ist in Abbildung 7.38 dargestellt.

Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den Literaturwerten in Kapitel 7.11.3.5. Können Ihre Ergebnisse für M_Z und Γ_Z optimiert werden? Woran liegt das?

7.11.4.7 Themen für die Vorbereitung:

Experiment: LHC + CMS, Detektion von Myonen, Dimyonspektrum + Drell-Yan-Prozess, Form der Resonanzen, Z-Boson, J/Ψ -Meson, erwartete Unterschiede bzgl. Transversalimpuls, Pseudorapidität und ΔR , Gang der Analyse zur Bestimmung von M_Z , Γ_Z , τ_Z , $\sigma_{Z \rightarrow \mu\mu}$

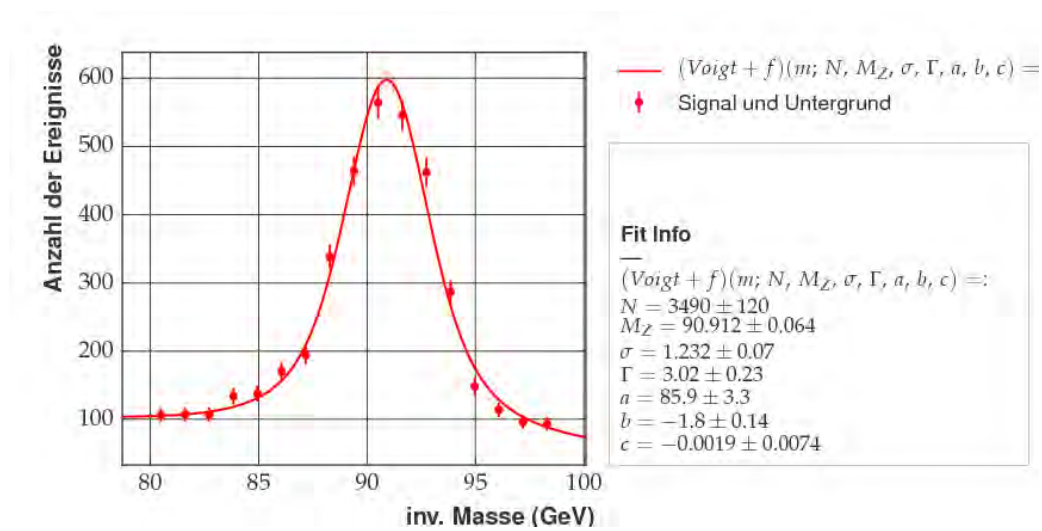


Abbildung 7.38: Fit einer Voigtverteilung und der Untergrundparametrisierung an die Z-Resonanz. Zum Fit wurden constraints auf die Detektorauflösung und die Untergrundparameter verwendet.

7.12 Versuch 12: Aktivität von radioaktiven Präparaten

7.12.1 Aufgaben

1. Eigenschaften des Zählrohrs:
 - (a) Aufnahme der Charakteristik des Zählrohrs zur Festlegung der Arbeitsspannung.
 - (b) Bestimmung der Totzeit des Zählrohrs.
2. Bestimmung der absoluten Radioaktivität von ^{60}Co durch Messung der Zählrate.
3. Messung der Auflösungszeit der Koinzidenz.
4. Bestimmung der absoluten Radioaktivität von ^{60}Co durch Messung von Koinzidenzen.

7.12.2 Einführung

Dieser physikalisch sehr einfache Versuch ist als eine Einführung in die Grundbegriffe der Radioaktivität und die damit verbundenen Messmethoden gedacht.

Die Radioaktivität ist die Anzahl der Zerfälle einer radioaktiven Substanz pro Sekunde. Ihre Einheit ist das *Bequerel* (Bq). Eine historische Einheit ist das *Curie* (Ci), das als die Aktivität von 1 g Radium definiert war. Ein Ci entspricht $3,7 \cdot 10^{10}$ Bq.

Es sei λ die Wahrscheinlichkeit für den radioaktiven Zerfall eines Kerns pro Zeiteinheit und $N(t)$ die Anzahl der zur Zeit t vorhandenen Kerne. Dann ist die Aktivität A zu dieser Zeit

$$A(t) = \lambda \cdot N(t) \quad (7.217)$$

Wenn zur Zeit $t = 0$ noch N_0 Kerne vorhanden waren, sind nach dem Gesetz des radioaktiven Zerfalls zur Zeit t noch

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (7.218)$$

übrig. Damit lässt sich die Aktivität ausdrücken als die Abnahme von $N(t)$ pro Zeiteinheit

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (7.219)$$

Die Aktivität fällt exponentiell mit der Zeit ab. Für Kerne, deren Lebensdauer sehr groß ist im Vergleich zur Zeit, die für eine Aktivitätsmessung benötigt wird, ist die Aktivität innerhalb der Messzeit konstant. Wird die Messung zur Zeit $t = 0$ begonnen, ist

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} \approx \lambda \cdot N_0 = \text{konst.} \quad (7.220)$$

Ist N_0 bekannt, lässt sich durch die Messung der Aktivität die Zerfallskonstante λ bestimmen. Diese ist gleich der reziproken mittleren Lebensdauer τ der Kerne, wie man durch Ausrechnen zeigen kann. Aus Gl. 7.219 hat man die Zahl der in der Zeit zwischen t und $t + dt$ zerfallenden Kerne: $-dN = \lambda \cdot N(t) \cdot dt$. Die gesamte Lebensdauer der in diesem Zeitintervall zerfallenen Kerne ist $t \cdot \lambda \cdot N(t) \cdot dt$. Die Summe der Lebensdauern aller Kerne, die zur Zeit $t = 0$ vorhanden waren, ist das Integral von null bis unendlich dieses Ausdrucks, woraus sich die mittlere Lebensdauer durch Division mit N_0 ergibt, also

$$\tau = \frac{1}{N_0} \cdot \int_0^\infty t \cdot \lambda \cdot N(t) \cdot dt = \lambda \cdot \int_0^\infty t \cdot e^{-\lambda t} \cdot dt = \frac{1}{\lambda} \quad (7.221)$$

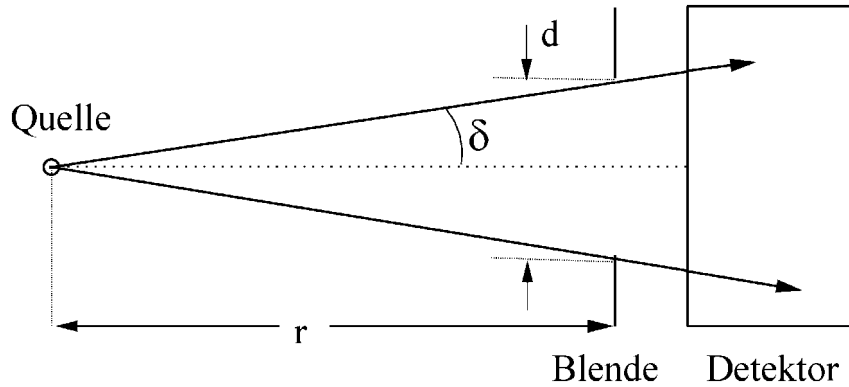


Abbildung 7.39: Berechnung des Geometriefaktors.

Die mittlere Lebensdauer τ ist die Zeit, in der sich die Zahl der ursprünglich vorhandenen Kerne auf $1/e$ verringert hat. Sie ist verknüpft mit der Halbwertszeit $\tau_{1/2}$. Dies ist die Zeit, nach der noch die Hälfte der Kerne übrig ist, mit

$$\tau_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 0.693 \cdot \tau. \quad (7.222)$$

7.12.3 Prinzip der Messung

Zur Messung der Radioaktivität von langlebigen Substanzen gibt es die folgenden Möglichkeiten, die direkte Messung und die Koinzidenzmessung.

7.12.3.1 Direkte Messung

Es wird die Zählrate einer bestimmten Teilchensorte in einem bekannten Abstand von dem als punktförmig angenommenen Präparat gemessen. Die Aktivität ist mit der Messgröße über den Raumwinkel, unter dem der Detektor vom Präparat aus gesehen wird, und die Empfindlichkeit des Detektors für die nachzuweisenden Teilchen verknüpft. Die Zählrate n_i in einem Detektor ist dann proportional zur Aktivität A .

$$n_i = \varepsilon_i \cdot A \quad (7.223)$$

Der Index i bezeichnet die Teilchensorte. Die Größe $\varepsilon(i)$ ist die Empfindlichkeit der Messanordnung bezüglich der nachgewiesenen Teilchen und gibt an, welcher Bruchteil der von der Quelle emittierten Teilchen im Detektor nachgewiesen wird. Sie besteht im wesentlichen aus zwei Faktoren.

a) Der Geometriefaktor $\varepsilon(G)$:

Das empfindliche Volumen des Detektors erfasst nur einen Bruchteil des gesamten Raumwinkels, in den die Quelle isotrop emittiert. Dieser Bruchteil wird durch den Geometriefaktor $\varepsilon(G)$ angegeben. Er lässt sich für eine punktförmige Quelle wie folgt berechnen: Vor den Detektor wird im Abstand r von der Quelle eine strahlbegrenzende Blende mit dem Durchmesser d so gesetzt, dass die Quelle nur das empfindliche Volumen sieht (Abb. 7.39). Sie bestimmt den wirksamen Raumwinkel. Man erhält $\varepsilon(G)$ durch Integration über den Raumwinkel $\Delta\Omega$ bis zum Öffnungswinkel δ .

$$\varepsilon(G) = \frac{\Delta\Omega}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^\delta \sin \delta \cdot d\phi \cdot d\delta \quad (7.224)$$

Nach Ausführung der Integration hat man

$$\varepsilon(G) = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos \delta) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + d^2/4r^2}} \right) \quad (7.225)$$

Für $d \ll r$ ergibt das näherungsweise

$$\varepsilon(G) = \frac{d^2}{16r^2} \quad (7.226)$$

b) Die (innere) Empfindlichkeit des Detektors $\varepsilon(E)$:

Nicht alle in den Detektor gelangenden Teilchen werden dort auch nachgewiesen. Das Verhältnis der nachgewiesenen zu den eintreffenden Teilchen ist die Empfindlichkeit $\varepsilon(E)$. Sie hängt von der Teilchensorte und von der Energie ab. Für geladene Teilchen ist sie nahezu eins, für die ungeladenen kann sie wesentlich kleiner sein.

Außer diesen beiden Faktoren gibt es noch weitere, die schwer quantifizierbar sind. So verursacht die Rückstreuung am Präparatsträger eine Abweichung von der vorausgesetzten Isotropie. Sie kann durch dünne Träger herabgesetzt oder durch Verwendung von trägerfreien Präparaten vermieden werden. Eine weitere Unsicherheit besteht, weil nicht alle in den Raumwinkel des Detektors emittierten Teilchen auch wirklich dorthin gelangen. Ein Teil kann schon im Präparat selbst, in der Präparatabdeckung oder im Detektorfenster absorbiert werden. Wieder andere werden von Teilen der Apparatur in den Detektor gestreut.

Dies alles führt dazu, dass die Absolutbestimmung von Aktivitäten auf direktem Wege mit erheblichen Fehlern verbunden ist. Man kann sich durch Vergleich der Messung mit einem Eichpräparat helfen, das möglichst die gleiche Energie und Beschaffenheit hat wie das untersuchte.

7.12.3.2 Koinzidenzmessung

Für Präparate, die zwei oder mehr Teilchen in Koinzidenz aussenden, kann die Aktivität in einem Koinzidenzexperiment bestimmt werden. Dazu werden die Einzelraten und die Koinzidenzrate zweier Detektoren gemessen. Im Idealfall, wenn in jedem Detektor nur eine einzige Teilchenart nachgewiesen wird, ist die Methode unabhängig vom Raumwinkel und der Empfindlichkeit der Detektoren. Näherungsweise lässt sich dieser Fall für eine γ - γ -Koinzidenz verwirklichen, wenn die Elektronen durch Absorber abgehalten werden. Im realen Fall einer β - γ -Koinzidenz, bei der die γ -Quanten im β -Detektor nicht unterdrückt werden können, braucht für diesen nur das Verhältnis der Empfindlichkeiten bezüglich der beiden Strahlungen bekannt zu sein, nicht aber deren Absolutwerte.

Als Beispiel soll der Zerfall von ^{60}Co betrachtet werden, bei dem auf einen β -Zerfall unmittelbar zwei γ -Quanten als Kaskade folgen. Das Experiment wird so gewählt, dass im Detektor 1, dem β -Zähler, die Empfindlichkeit für γ -Quanten möglichst klein ist (ganz unterdrücken kann man sie nicht), im Detektor 2, dem γ -Zähler, dagegen ausschließlich die γ -Quanten nachgewiesen werden. Die Energieabhängigkeit der Empfindlichkeit für die γ -Quanten soll dabei vernachlässigt werden, was bei ^{60}Co erlaubt ist, da die Energien der beiden γ -Quanten nur wenig verschieden sind. Dann ist die Zählrate im Zähler 1:

$$n_{1\beta\gamma} = \varepsilon_1(G) \cdot (\varepsilon_{1\beta} + 2\varepsilon_{1\gamma}) \cdot A \quad (7.227)$$

Der erste Index steht dabei für den Zähler. Die Zählrate im Zähler 2 ist

$$n_{2\gamma} = \varepsilon_2(G) \cdot 2\varepsilon_{2\gamma} \cdot A \quad (7.228)$$

Die gleichzeitig gemessene Rate der Koinzidenzen ist, wenn man etwaige Richtungskorrelationen vernachlässigt

$$n_K = \varepsilon_1(G) \cdot \varepsilon_2(G) \cdot (2 \varepsilon_{1\beta} \cdot \varepsilon_{2\gamma} + 2 \varepsilon_{1\gamma} \cdot \varepsilon_{2\beta}) \cdot A \quad (7.229)$$

Damit erhält man für die Aktivität

$$A = \frac{n_{1\beta\gamma} \cdot n_{2\gamma}}{n_K} \cdot K \quad (7.230)$$

wobei der Korrekturfaktor K gegeben ist durch

$$K = \frac{\varepsilon_{1\beta} + \varepsilon_{1\gamma}}{\varepsilon_{1\beta} + 2 \varepsilon_{1\gamma}} \quad (7.231)$$

Man sieht, daß die Korrektur nur vom β -Zähler abhängt und unabhängig von der Geometrie ist. Sie geht gegen eins, wenn die γ -Empfindlichkeit des β -Zählers gegen null geht. Ist dies nicht der Fall, kann sie durch eine zusätzliche Messung bestimmt werden, wobei einmal mit ($n_{1\gamma}$) und einmal ohne ($n_{1\beta\gamma}$) β -Absorber vor Detektor 1 gemessen wird. Da die Empfindlichkeiten proportional zu den Zählraten sind, erhält man dann

$$K = \frac{n_{1\beta}}{n_{1\beta\gamma}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{n_{1\gamma}}{n_{1\beta\gamma}} = \frac{n_{1\beta\gamma} - n_{1\gamma}}{n_{1\beta\gamma}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{n_{1\gamma}}{n_{1\beta\gamma}} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{n_{1\gamma}}{n_{1\beta\gamma}} \quad (7.232)$$

$n_{1\beta}$ und $n_{1\gamma}$ sind die Zählraten der β -Teilchen bzw. der γ -Quanten im Zähler 1, und es gilt

$$n_{1\beta\gamma} = n_{1\beta} + n_{1\gamma} \quad (7.233)$$

Das Verhältnis der reinen γ -Zählrate zur Gesamtzählrate im β -Zähler wird durch ein Absorptionsexperiment bestimmt. Dabei wird angenommen, dass der Absorber für γ -Quanten völlig durchlässig ist.

Die Aktivität kann auch durch Beobachtung reiner γ - γ -Koinzidenzen bestimmt werden. Dazu absorbiert man die β -Teilchen auch vor dem Eintritt in Zähler 1. Dann ist $\varepsilon_{1\beta} = 0$ und:

$$A = \frac{n_{1\gamma} \cdot n_{2\gamma}}{n_K} \quad \text{mit} \quad K = \frac{1}{2} \quad (7.234)$$

Der Vorteil der Koinzidenzmethode gegenüber der direkten Messung liegt darin, dass zum einen die Geometrie der Anordnung keine Rolle spielt und zum andern die Empfindlichkeit der Detektoren nicht absolut bekannt zu sein braucht. Die Empfindlichkeit des γ -Zählers geht überhaupt nicht ein. Vom β -Zähler muss lediglich das Verhältnis der Empfindlichkeiten für die beiden Teilchensorten bekannt sein, das experimentell bestimmt werden kann.

7.12.4 Aufbau und Durchführung

7.12.4.1 Direkte Methode

Bei der direkten Messmethode werden ausgewählte Ereignisse gezählt (siehe 6.2.1). Als Detektor wird ein Auslösezählrohr verwendet. Zuerst wird das Zählrohr angeschlossen und das Signal (am Auskoppelkondensator und danach am Ausgang des Spektroskopieverstärkers) mit dem Oszilloskop beobachtet. Die Hochspannung (max. +600V) soll so eingestellt werden, dass die Signalhöhe nicht mehr von der Energie abhängt, also einigermaßen konstant ist. Der Zusammenhang zwischen R , C und der Pulslänge, sowie die Funktion des Spektroskopieverstärkers (Differentiation und anschließende Integration des Signals) kann dabei diskutiert werden.

Danach wird der Diskriminator (Unipolares Signal vom Verstärker) eingestellt, um Rauschsignale zu unterdrücken, und mit einem Zähler verbunden. Der Zähler wird über ein Gate-Signal vom Timer aktiviert (400s pro Messung). Zuerst wird die Rate mit Quelle gemessen und untersucht, ob sie von der Diskriminatoreinstellung abhängt. Sie sollte nicht oder nur schwach

von der Schwelleneinstellung abhängen (kein Rauschen). Danach wird die Messung ohne Quelle wiederholt (Untergrundrate).

Auslösezählrohre haben eine Totzeit (siehe 4.1.1.3), die zu bestimmen ist, da die gemessenen Zählraten korrigiert werden müssen. Das geht wie folgt. Die Totzeit beim Nachweis eines Ereignisses sei τ . Während der Messzeit $T = 400$ s werden Z_g (g für gemessen) Teilchen registriert, so dass $Z_g \cdot \tau$ die gesamte Totzeit während T ist. Dann ist $Z_g \cdot \tau / T$ die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig eintreffendes Teilchen nicht nachgewiesen wird. Treffen in der Messzeit Z_w (w für wahr) solcher Teilchen ein, dann werden $Z_w \cdot Z_g \cdot \tau / T$ nicht erfasst. Es ist dann

$$Z_g = Z_w - Z_g \cdot Z_w \cdot \frac{\tau}{T} \quad (7.235)$$

oder in Zählraten ausgedrückt ($N = Z/T$):

$$N_g = N_w - N_g \cdot N_w \cdot \tau \quad (7.236)$$

Daraus ergibt sich für die wahre Rate der einfallenden Teilchen

$$N_w = \frac{N_g}{1 - N_g \cdot \tau} \quad (7.237)$$

oder in der Näherung kleiner Zählraten, $N_g \ll 1$

$$N_w = N_g \cdot (1 + N_g \cdot \tau) \quad (7.238)$$

Die Totzeit τ wird entweder durch die Beobachtung der Zählrohrimpulse mit einem Oszillographen (siehe 4.1.1.3) bestimmt oder durch die Methode der zwei Präparate. Nach dieser werden zunächst die Zählraten gemessen, wenn die Präparate einzeln vor den Detektor gebracht werden, danach die Zählrate, wenn sie zusammen aufgestellt sind. Man erhält dann für die Zählraten der wahren Ereignisse

$$N_{w1+2} = N_{w1} + N_{w2} \quad (7.239)$$

und damit für die gemessenen Zählraten

$$N_{g1+2} \cdot (1 + N_{g1+2} \cdot \tau) = N_{g1} \cdot (1 + N_{g1} \cdot \tau) + N_{g2} \cdot (1 + N_{g2} \cdot \tau) \quad (7.240)$$

woraus sich ergibt

$$\tau = \frac{1}{N_{g1+2}} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{N_{g1+2} \cdot (N_{g1} + N_{g2}) - N_{g1+2}^2}{N_{g1} \cdot N_{g2}}} \right) \quad (7.241)$$

Daraus wird in der Näherung kleiner Zählraten

$$\tau = \frac{N_{g1} + N_{g2} - N_{g1+2}}{N_{g1+2}^2 - N_{g1}^2 - N_{g2}^2} \quad (7.242)$$

Bei der Bestimmung der Aktivität nach der direkten Methode werden die β -Teilchen gemessen, da nur für diese die Empfindlichkeit so groß ist, dass sie bei der Auswertung gleich eins gesetzt werden kann. Da das β -Spektrum kontinuierlich ist und bis zu kleinsten Energien reicht, gelangen nicht alle in Richtung des Zählrohrs emittierten Teilchen auch dorthin. Auf dem Weg und im Zählrohrfenster werden besonders die niederenergetischen Teilchen absorbiert. Da sich die Absorption nicht vermeiden lässt, muss sie korrigiert werden. Man misst die Aktivität bei verschiedenen Abständen des Präparats vom Detektor und trägt sie über der Elektronenbelegung auf, das ist die Anzahl der Elektronen, die das Teilchen auf seinem Weg sieht, wobei natürlich

auch die Belegung des Fensters zu berücksichtigen ist. Die Elektronenbelegungen können dabei durch die entsprechenden Massenbelegungen (Dichte mal Abstand) angenähert werden. Es wird angenommen, dass die Absorption exponentiell abfällt. Die Extrapolation der Messwerte zur Massenbelegung null ergibt dann eine Abschätzung der tatsächlichen Aktivität.

Da das Zählrohr neben β -Teilchen auch immer Gammas nachweist, muss der Gammaanteil abgezogen werden. Dazu wird für verschiedene Abstände zwischen Quelle und Zählrohr die Zählrate N mit und ohne Absorber gemessen. In einer kurzen Messung kann zuvor überprüft werden, dass der verwendete Absorber nur Betateilchen, nicht aber die Gammas abschirmt. Dazu stehen mehrere Absorberplatten aus verschiedenen Materialien zur Verfügung. Der statistische Fehler der β -Zählrate (Differenz der Messungen mit und ohne Absorber) sollte besser als 1% sein. Berechne nach der ersten Messreihe die Anzahl der Ereignisse Z ohne Absorber, die mindestens gemessen werden muss, um diese Genauigkeit zu erreichen. Dazu kann angenommen werden, dass sich das Verhältnis β/γ nicht stark ändert für größere Abstände. Für größere Abstände muss die Messzeit T entsprechend verlängert werden (mehrere 400 s Messungen). Je nach Größe der Zählrohrtotzeit muss zuvor noch die Totzeitkorrektur angewandt werden. Die Korrektur wurde in der im Folgenden gezeigten Fehlerberechnung vernachlässigt, muss aber berücksichtigt werden, falls sie zu groß wird.

$$N = \frac{Z}{T} \quad (7.243)$$

$$N_{\beta} = \Delta N = \frac{1}{T}(Z_{\beta\gamma} - Z_{\gamma})$$

$$\sigma_N = \frac{1}{T} \sqrt{Z_{\beta\gamma} + Z_{\gamma}}$$

$$\frac{\sigma_N}{\Delta N} = \frac{\sqrt{Z_{\beta\gamma} + Z_{\gamma}}}{Z_{\beta\gamma} - Z_{\gamma}} \leq 1\% \quad (7.244)$$

Der Untergrund muss nicht abgezogen werden, da er für die Messungen mit und ohne Absorber gleich sein sollte. Nachdem die Beta-Zählrate ermittelt und mit dem Geometriefaktor ε_G auf den vollen Raumwinkel 4π korrigiert wurde, wird der Logarithmus über der Massenbelegung (Säulendichte ρd) aufgetragen und ein linearer Fit durch die Punkte gelegt. Der Wert $\ln(N_{\beta}(\rho d = 0))$ liefert dann die Aktivität der Quelle. Die Massenbelegung setzt sich aus drei Termen zusammen: dem Fenster des Zählrohrs ($2,5 \pm 0,5 \text{ mg/cm}^2$), der Luft ($1,2 \text{ mg/cm}^3 \cdot (r + 0,8 \text{ cm})$) und der dünnen Alufolie auf der Quelle (Dicke unbekannt, bei $10 \mu\text{m}$ Dicke wäre $\rho \cdot d = 2,7 \text{ mg/cm}^2$). Der Abstand Quelle – Zählrohr berücksichtigt noch, dass das Fenster des Zählrohrs ca. 5 mm hinter der Blendenöffnung liegt.

Achtung, nicht in die Blendenöffnung des Zählrohrs fassen, da das dünne Zählrohrfenster sehr empfindlich ist und leicht zerstört werden kann!

7.12.4.2 Koinzidenzmethode

Die Koinzidenzmessung ist in Kapitel 6.2.4 beschrieben. Gemessen werden soll die β - γ -Koinzidenz, was im Idealfall erreicht werden könnte, wenn einer der beiden Detektoren nur die β -Teilchen, der andere nur die γ -Quanten nachweisen würde.

Zur Koinzidenzmessung werden zwei Szintillationszähler vor und hinter der Quelle aufgestellt. Da der Abstand nicht in die Analyse mit eingeht, können die Zähler so nahe wie möglich zur Quelle aufgestellt werden. Der lange Plastikszintillator wird hinter der Quelle aufgestellt. Eine 2mm Aluscheibe in der Quelle schirmt die Betateilchen ab, so dass dieser Zähler nur Gammas sieht. Der zweite Zähler mit einem dünnen Szintillator wird vor der Beta-Öffnung der Quelle positioniert.

Zuerst wird die Elektronik entsprechend neu verkabelt. Mit dem Oszilloskop werden direkt die Signale der Photomultiplier dargestellt und die PMT-Spannung so eingestellt, dass die Signalamplitude im Bereich über 100 mV liegt. Nachdem die Diskriminatoren an die Zähler angeschlossen wurden, wird die Schwelle so eingestellt, dass die Zählrate ohne Quelle bei wenigen Ereignissen pro Sekunde liegt (Rauschen abschneiden).

Als nächstes wird die Untergrundrate für korrelierte Ereignisse ohne Quelle gemessen (Delay auf 0 ns). Um zu testen, ob die Delayeinheiten Kontakt haben, kann zuerst die eine, dann die andere Seite der Koinzidenz abgeschaltet werden. Dabei sollte der Koinzidenzzähler die gleiche Rate anzeigen, wie der Einzelratenzähler des zugehörigen Kanals. Es wird empfohlen diesen Test vor jeder Messung mit geänderten Delayeinstellungen zu machen, da die Schalter der Delayeinheiten manchmal keinen Kontakt haben.

Die zweite Untergrundrate stammt von zufälligen Korrelationen und hängt von der Zählrate der beiden Zähler ab. Sie wird mit Quelle und mit einer Verzögerung der Delayeinheiten von ca. 100 ns gemessen. Die gemessene Koinzidenzuntergrundrate wird zusammen mit der korrelierten Koinzidenzuntergrundrate später von den Koinzidenzmesswerten abgezogen. Von den Einzelmesswerten werden die Einzelmesswerte der korrelierten Untergrundmessung ohne Quelle abgezogen. Nach dieser Messung kann auch die Auflösungszeit der Koinzidenzeinheit bestimmt werden, indem Koinzidenzmessungen mit Quelle (40 s) für verschiedene Delayzeiten aufgenommen werden (siehe auch die Beschreibung für die Messung der Auflösungszeit der Koinzidenz beim Versuch Winkelkorrelation).

Nun können Messungen mit und ohne Absorber gemacht werden. Damit können zwei Analysen nach Gl. 7.230 (ohne Absorber) und Gl. 7.234 (mit Absorber) gemacht werden.

VORSICHT:

Nicht in die Blendenöffnung des Zählrohrs fassen, da das dünne Zählrohrfenster sehr empfindlich ist und leicht zerstört werden kann!

SPANNUNG AM ZÄHLROHR NIE ÜBER +600 V

SPANNUNG AM PHOTOMULTIPLIER ca. +1200 V

7.12.5 Literatur

Einführende Kapitel 1 – 6 in diesem Skript

Grundlagen: 1

Meßmethode: 25

Detektoren: 7, 10

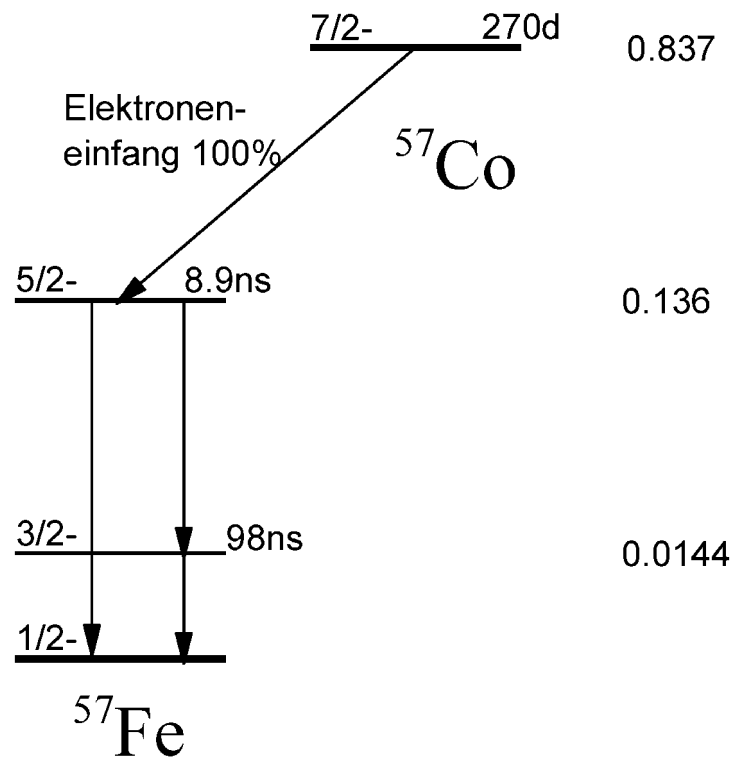
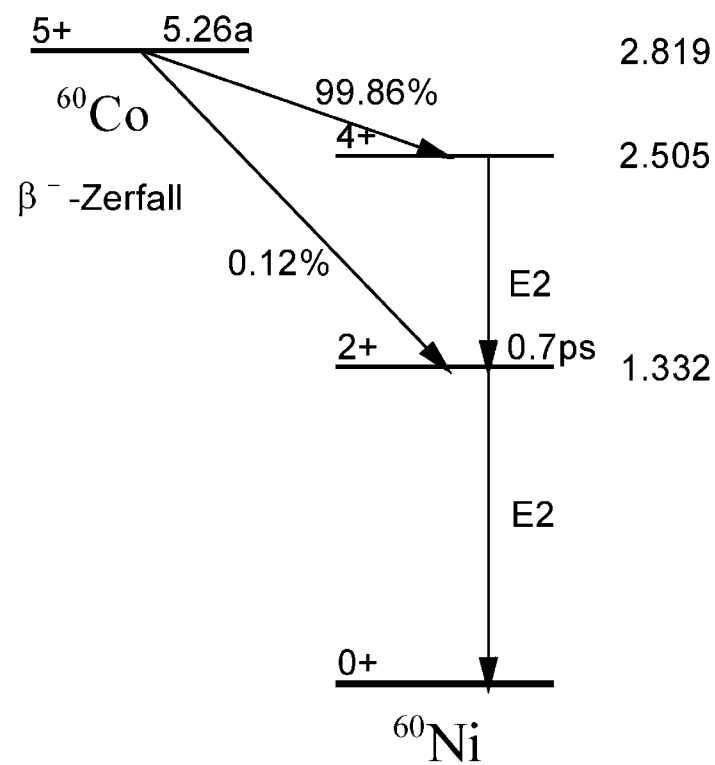
Elektronik: 11, 12

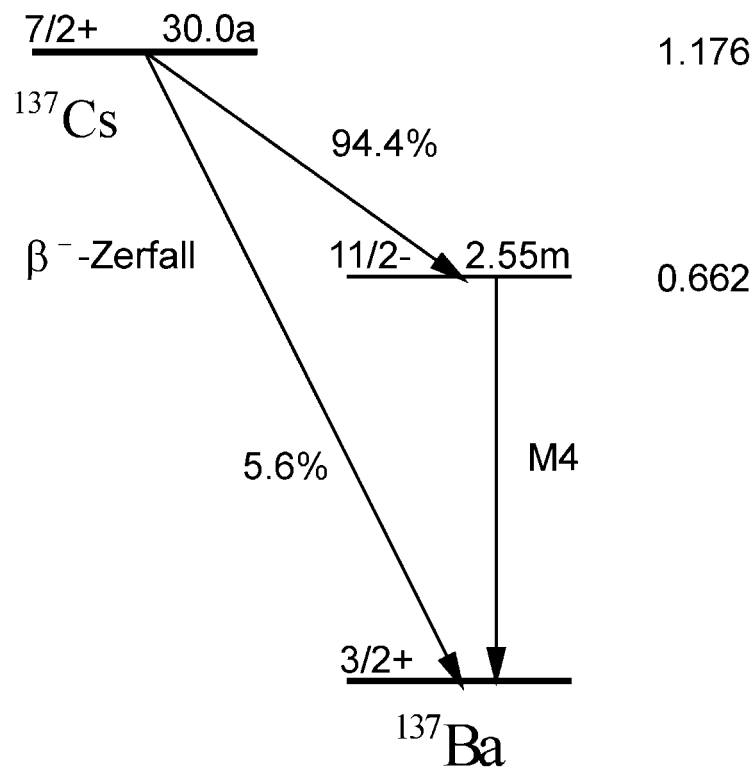
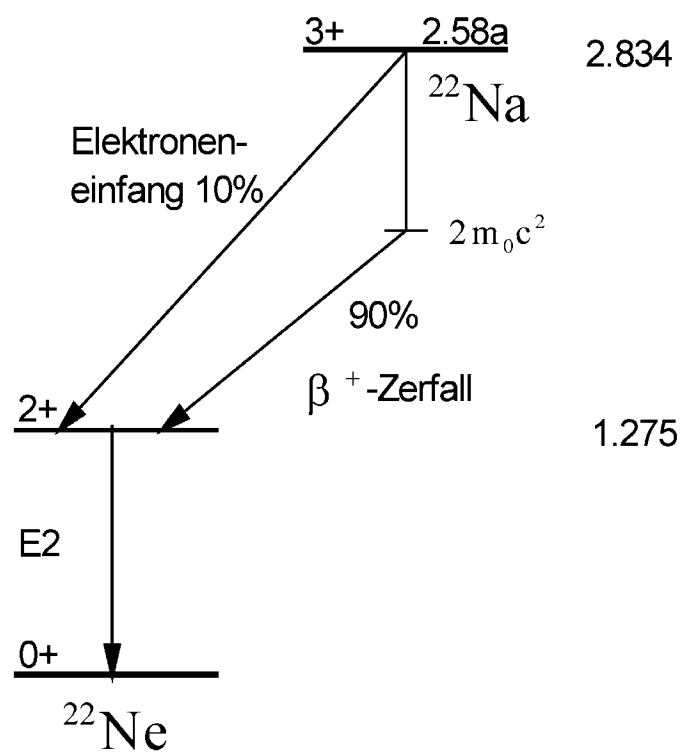
Anhang A

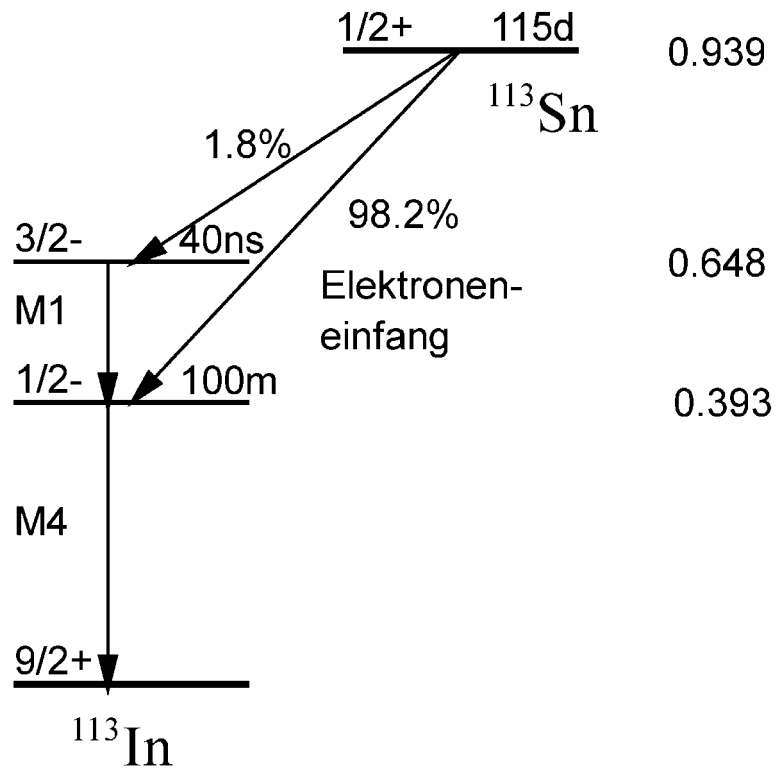
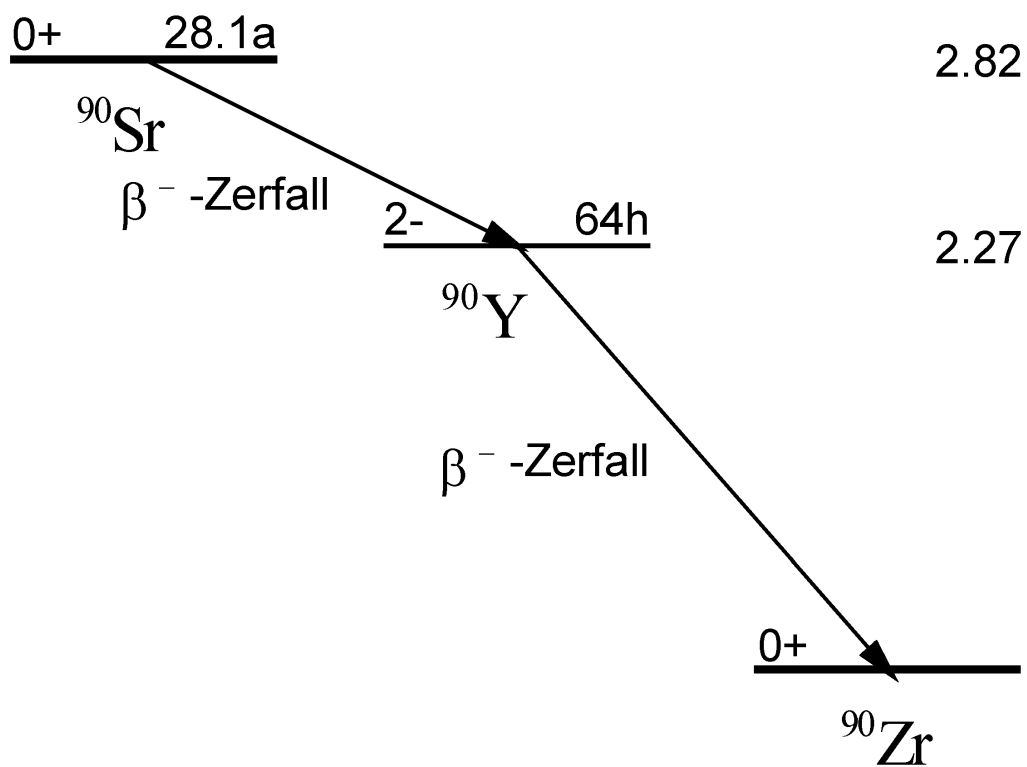
Tabellen

A.1 Termschemata der verwendeten Nuklide

Im Folgenden sind die Termschemata der in Praktikum verwendeten Nuklide angegeben. Es handelt sich durchweg um Ausschnitte, nur die relevanten Zustände und Übergänge sind gezeichnet. Die Zustände sind gekennzeichnet durch Drehimpuls und Parität. Soweit bekannt, sind auch die mittleren Lebensdauern angegeben. Die Zahlen auf der rechten Seite geben die Energie der Zustände in MeV an. Sie sind die in Energien umgerechnete *Atom*- nicht *Kern*massen. Dies ist historisch begründet: in den Massenspektrometern werden die *Atom*massen bestimmt.

Termschema von $^{57}\text{Co} \rightarrow ^{57}\text{Fe}$.Termschema von $^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni}$.

Termschema von $^{137}\text{Cs} \rightarrow ^{137}\text{Ba}$.Termschema von $^{22}\text{Na} \rightarrow ^{22}\text{Ne}$.

Termschema von $^{113}\text{Sn} \rightarrow ^{113}\text{In}$.Termschema von $^{90}\text{Sr} \rightarrow ^{90}\text{Y} \rightarrow ^{90}\text{Zr}$.

A.2 Fermi-Funktionen

Das beim β -Zerfall emittierte Elektron bzw. Positron wird vom Coulombfeld des Tochterkerns abgebremst bzw. beschleunigt. Die Fermi-Funktion $F(Z, E_\beta)$ ist ein Korrekturfaktor, der diesen Effekt auf die Form des Energiespektrums E_β der β -Teilchen berücksichtigt. Um die aufwändige Berechnung zu vereinfachen, wurde die reduzierte Fermifunktion $G(Z, \epsilon) = F(Z, \epsilon) \cdot \eta / \epsilon$ von Rose (1955) [6] für alle Kernladungszahlen Z über einen weiten Impulsbereich für β^- - und β^+ -Zerfälle tabelliert. Die Größen ϵ und η entsprechen den in Kapitel 7.2 eingeführten reduzierten Energien bzw. Impulsen. Eine weitere Vereinfachung bietet die Parametrisierung in [42]. Hier wird die Fermifunktion als

$$F(Z, \epsilon) = \sqrt{A(Z) + \frac{B(Z)}{\epsilon - 1}} \quad (\text{A.1})$$

mit Hilfe der Größen A und B parametrisiert, die für verschiedene erlaubte β^- -Zerfälle in Tabelle A.1 aufgelistet sind. Da diese Parametrisierung nur von der Kernladungszahl Z , nicht aber von der Anzahl der Neutronen abhängt, kann sie auch für andere β^- -Isotope des gleichen Elements verwendet werden, falls es sich um einen erlaubten Übergang handelt. Bei verbotenen Übergängen spielt der Kernradius eine größere Rolle, so dass diese Vereinfachung nicht mehr gilt. Die Genauigkeit der Parametrisierung wird mit 3% angegeben. Die Funktion gilt für $\eta > 0,3$ ($\epsilon = \sqrt{\eta^2 + 1} > 1,044$). Die in Kapitel 7.2 verwendete reduzierte Fermifunktion erhalten man mit

$$G(Z, \epsilon) = \sqrt{A + \frac{B}{\epsilon - 1}} \cdot \frac{\eta}{\epsilon}. \quad (\text{A.2})$$

Für $\eta < 0,3$ kann $G(Z, \epsilon)$ in Näherung linear extrapoliert werden.

Tabelle A.1: Werte von verschiedenen β^- -Isotopen (Z : Kernladungszahl des Tochterkerns) für A und B der Näherungsformel für die Fermifunktion [42].

Isotop	E_0 (keV)	$Z(\text{Tochter})$	A	B
${}^6_2\text{He}$	3500	3	1,1578	0,0208
${}^{10}_4\text{Be}$	560	5	1,2985	0,0391
${}^{14}_6\text{C}$	156	7	1,4864	0,0616
${}^{19}_8\text{O}$	3200	9	1,5606	0,1015
${}^{24}_{11}\text{Na}$	1390	12	1,8275	0,1711
${}^{32}_{15}\text{P}$	1730	16	2,2243	0,3206
${}^{35}_{16}\text{S}$	167	17	2,4496	0,3527
${}^{36}_{17}\text{Cl}$	713	18	2,4981	0,4128
${}^{45}_{20}\text{Ca}$	257	21	2,9595	0,5895
${}^{49}_{21}\text{Sc}$	2001	22	3,0634	0,6814
${}^{51}_{22}\text{Ti}$	2140	23	3,2342	0,7655
${}^{69}_{30}\text{Zn}$	925	31	5,0709	1,8500
${}^{75}_{32}\text{Ge}$	1190	33	5,7344	2,2849
${}^{81}_{34}\text{Se}$	1510	35	6,4481	2,8135
${}^{90}_{38}\text{Sr}$	546	39	8,2372	4,2458
${}^{90}_{39}\text{Y}$	2274	40	8,6994	4,7116
${}^{93}_{40}\text{Zr}$	600	41	9,3330	5,2025
${}^{99}_{43}\text{Tc}$	292	44	11,1489	7,0753
${}^{105}_{45}\text{Rh}$	565	46	12,9051	8,6289
${}^{121}_{50}\text{Sn}$	393	51	17,8821	14,2645
${}^{137}_{55}\text{Cs}$	1173	56	25,2007	23,6665
${}^{170}_{69}\text{Tm}$	967	70	69,6398	103,7297
${}^{185}_{74}\text{W}$	430	75	106,2196	179,7139
${}^{204}_{81}\text{Tl}$	770	82	161,9399	403,5753
${}^{210}_{83}\text{Bi}$	1170	84	180,5666	512,7254

Anhang B

Strahlenschutzanweisung

Strahlenschutzanweisung für die Durchführung von kernphysikalischen Praktika in der **Fakultät für Physik** im Rahmen des Physikstudiums am Karlsruher Institut für Technologie (KIT).

(Version 1.3 vom Okt. 2016)

Vorbemerkung

Die vorliegende Strahlenschutzanweisung enthält die bei der Durchführung von Praktika zu beachtenden Strahlenschutzregelungen. Sie bezieht sich auf die folgenden rechtlichen Grundlagen:

- Verordnung über den Schutz vor Schäden durch ionisierende Strahlen (Strahlenschutzverordnung – StrlSchV) vom 20.7.2001; (zuletzt geändert Jan 2008)
- Genehmigungsbescheid LU/321/84 vom 21.01.1985 vom Gewerbeaufsichtsamt Karlsruhe.

Die Strahlenschutzanweisung ist allen Praktikumsbetreuern, die einer Strahlenexposition ausgesetzt sein können, vor Beginn ihrer Tätigkeit im Rahmen der Einweisung gegen Unterschrift zur Kenntnisnahme auszuhändigen.

Der sachliche Geltungsbereich erstreckt sich auf Praktika, in denen mit radioaktiven Stoffen umgegangen wird.

Die Praktikumsbetreuer sind verpflichtet, die Strahlenschutzanweisungen einzuhalten und die Studenten zur Einhaltung anzuhalten.

B.1 Organisation des Strahlenschutzes

- **Die Aufgaben des Strahlenschutzverantwortlichen werden wahrgenommen von:**
Dr. Frank, Gerhard, Strahlenschutzbevollmächtigter, Tel.: (KIT)24660
- **Der zuständige Strahlenschutzbeauftragte ist:**
Dr. Simonis, Hans Jürgen, Tel.: 43577 (Campus-Nord: 24300 [0721 608 24300])
- **Die Vertreter des Strahlenschutzbeauftragten ist:**
Dr. Wolf, Joachim, Tel.: 47510 (Campus-Nord: 25532 [0721 608 25532])
- **An den Versuchsaapparaturen ist der jeweilige Betreuer für die Überwachung der Strahlenschutzvorschriften zuständig.**

Der Strahlenschutzbeauftragte ist in seinem Entscheidungsbereich für die Durchsetzung der erforderlichen Schutzmaßnahmen zuständig und gegenüber den Mitarbeitern weisungsberechtigt. Diese müssen seine Anordnungen befolgen. Während der Abwesenheit des Strahlenschutzbeauftragten gehen alle Rechte und Pflichten sinngemäß auf seine Vertreter über. Die Praktikumsbetreuer sind für die Einhaltung der Strahlenschutzvorschriften an den ihnen zugeteilten Versuchsaufbauten zuständig.

B.2 Für den Strahlenschutz wesentlicher Betriebsablauf

B.2.1 Ziel der Praktika

Die physikalischen Praktika P-II sowie das Fortgeschrittenenpraktikum sind fester Bestandteil des Physikstudiums. In den kernphysikalischen Versuchen sollen die Studenten im Umgang mit radioaktiven Stoffen mit den Eigenschaften ionisierender Strahlung sowie mit den unterschiedlichen Messgeräten vertraut werden.

Die verwendeten radioaktiven Stoffe sind von einer festen, inaktiven Hülle umschlossen oder in festen inaktiven Stoffen ständig so eingebettet, dass bei üblicher betriebsgemäßer Beanspruchung ein Austritt radioaktiver Stoffe mit Sicherheit verhindert wird.

B.2.2 Tätigkeitsvoraussetzungen

Die Studenten müssen vor Beginn des Praktikums an der Strahlenschutzbelehrung teilgenommen haben. Diese findet jeweils zu Beginn eines Semesters im Rahmen der Praktikumsvorbesprechung statt. Außerdem müssen sich die Studenten vor jedem Versuch anhand der vorab gegebenen Informationen auf die spezielle experimentelle Tätigkeit vorbereitet haben. Der Betreuer des jeweiligen Versuches hat die Pflicht, unvorbereiteten Studenten die Versuchsdurchführung zu untersagen.

B.2.3 Verhaltensregeln

- Das Betreten der Räume F2-(19-22) ist nur den Studenten gestattet, die dort experimentieren.
- In den Räumen F2-(19-22) werden Stabdosisimeter zur Kontrolle der Personendosis getragen.
- Die Praktikumsbetreuer holen die Quellen aus dem Bunker und bringen sie nach Gebrauch wieder dorthin zurück.
- Essen, Trinken, Rauchen sind in den Räumen F2-(19-22) streng verboten.
- Beim Verlassen der Räume ist der Hand-und-Fuß-Monitor zu benutzen.

B.2.4 Regeln zum Betrieb

Allgemeine Regelungen:

- Mit den radioaktiven Stoffen dürfen nur Personen umgehen, die dafür vom Strahlenschutzbeauftragten bestimmt wurden und eine entsprechende Unterweisung erhalten haben.
- Die radioaktiven Stoffe sind, solange sie nicht ihrer Zweckbestimmung entsprechend verwendet werden, im Bleibunker im Nebenraum von F2-19 aufzubewahren. (Ausgenommen sind die fest eingebauten Quellen in den Versuchen Neutronenaktivierung, Alphaabsorption, Comptonstreuung, Mößbauereffekt, Neutronendiffusion)

- Gefährliche Güter (z.B. brennbare Flüssigkeiten) und korrosionsfördernde Stoffe dürfen nicht im Quellen-Lageraum gelagert werden.
- Der Bunker ist während der Zeiten, in denen kein Praktikum stattfindet, gesondert verschlossen.
- **Studenten haben keinen Zutritt zum Bunker.**
- Die radioaktiven Strahler sind vor Verwendung einer Sichtkontrolle auf Beschädigung zu unterziehen. Es ist u.a. zu achten auf Deformation, Risse, Kratzer, poröse Stellen, Korrosion.
- Besteht der Verdacht auf Beschädigung oder Undichtheit, so ist der radioaktive Strahler nicht mehr zu verwenden und der Strahlenschutzbeauftragte unverzüglich zu informieren.
- Defekte radioaktive Strahler sind bis zur Entsorgung gesondert zu lagern. Sie dürfen nicht verwendet, geöffnet, repariert oder beseitigt werden.
- Über Ein- und Ausgänge der radioaktiver Stoffe ist genau Buch zu führen. Bei Verlust oder Fund von radioaktiven Stoffen ist der Strahlenschutzbeauftragte unverzüglich zu informieren.
- Kennzeichnungen, die vom Strahlenschutzbeauftragten oder auf dessen Anordnung angebracht wurden, dürfen nicht ohne dessen Wissen und Zustimmung entfernt oder verändert werden.
- Die Strahler sind nur bestimmungsgemäß zu verwenden.
- Es dürfen keine Veränderungen an den Strahlenquellen vorgenommen werden, die den Strahlenschutz beeinträchtigen können.

Beim Umgang mit radioaktiven Stoffen sind folgende Maßnahmen zu ergreifen, um eine Entwendung oder ein sonstiges Abhandenkommen und eine unbefugte Einwirkung auf sie zu verhindern:

- Zu Beginn der Versuchsdurchführung holt der Betreuer die für seinen Versuch vorgesehenen Quellen aus dem Bunker.
- Während des Praktikums muss ständig mindestens ein Betreuer in den Räumen anwesend sein.
- Am Ende der Versuchsdurchführung bringt der Betreuer die Quellen wieder zurück in den Bunker.
- Der Betreuer des zuletzt fertig gewordenen Versuchs sorgt dafür, dass der Bunker wieder verschlossen wird.

B.2.5 Beförderung von radioaktiven Stoffen

Die Beförderung von radioaktiven Stoffen (Verpacken, zur Beförderung übergeben, Empfangen, Auspacken) unterliegt den Bedingungen der StrlSchV und der GGVSE. Ein solcher Vorgang kommt im normalen Praktikumsverlauf nicht vor. Für die Beförderung von radioaktiven Stoffen ist die Anordnung des Strahlenschutzbeauftragten unbedingt zu befolgen.

B.2.6 Strahlenschutzbereiche und Zutrittsregelungen

Bei der Verwendung radioaktiver Stoffe entsteht ein betrieblicher Überwachungsbereich. Dieser umfasst die gesamte Zimmerflucht F2-19, F2-20, F2-21, F2-22.

Der Zugang erfolgt ausschließlich über den Raum F2-19. Vor verlassen des Bereiches ist der hier aufgestellte Hand- und Fuß-Monitor zu benutzen. Die direkten Zugangstüren der drei anderen Räume sind Fluchttüren und als solche nur im Brandfall zu benutzen.

B.2.7 Unterweisung

Vor dem ersten Versuchstermin findet zu Semesterbeginn eine Strahlenschutzbelehrung statt. Die Teilnahme ist für Studenten und Betreuer zwingend erforderlich und wird durch Unterschrift auf einer Anwesenheitsliste dokumentiert. Falls ein Student aus wichtigen Gründen nicht anwesend sein konnte, muss er mit dem Strahlenschutzbeauftragten einen Nachholtermin vereinbaren. Studenten, die nicht an einer Strahlenschutzbelehrung teilgenommen haben, sind von der Durchführung kernphysikalischer Versuche ausgeschlossen.

Für Teilnehmer des Fortgeschrittenenpraktikums gilt, dass sie nach spätestens einem Jahr erneut an einer Strahlenschutzbelehrung teilnehmen müssen, wenn sie noch weitere kernphysikalische Versuche durchzuführen haben.

B.2.8 Ermittlung der Körperdosis

Praktikumsbetreuer und Studenten werden durch ihre Tätigkeit nicht zu beruflich strahlenexponierten Personen im Sinne der Strahlenschutzverordnung. Der Erwartungswert der effektiven Dosis liegt bei diesem Umgang unterhalb von 1 mSv im Jahr. Eine Messung der Personendosis mit amtlichen Dosimetern ist daher nicht erforderlich. Stattdessen wird die Strahlendosis mit Stabdosisimetern überwacht. Dazu trägt jeder Student während der gesamten Versuchsdurchführung ein Stabdosisimeter. Der abgelesene Skalenwert muß jeweils zu Beginn und nach Beendigung des Versuchs mit Name und Unterschrift in das bereitliegende Logbuch eingetragen werden. Darüber hinaus muss vor Verlassen des Versuchsraumes der Hand- und Fußmonitor benutzt werden.

B.3 Funktionsprüfung und Wartung

Alle Einrichtungen, Anlagen und Geräte, die für den Strahlenschutz notwendig sind, sind regelmäßig mindestens einmal jährlich zu prüfen. Die Funktionsprüfung der Messgeräte hat vor jeder Benutzung stattzufinden. Sie beinhaltet die Batteriekontrolle und die Messung der Umgebungstrahlung.

B.4 Alarmübungen, Unfälle und Störfälle

Die Lagerräume sind entsprechend den Vorschriften der Strahlenschutzverordnung und in Absprache mit der Feuerwehr am Zugang deutlich sichtbar mit dem Strahlenzeichen, dem Wort "RADIOAKTIV" und der erforderlichen Gefahrengruppeneinteilung der Feuerwehr zu kennzeichnen.

Das Verhalten bei Stör- und Unfällen ist im Rahmen der Unterweisungen durchzusprechen.

Bei sicherheitstechnisch bedeutsamen Ereignissen (z.B. Beschädigung von Strahlern, Kontaminationsverdacht, Diebstahl, Brand) ist der Strahlenschutzbeauftragte unverzüglich zu informieren.

B.4.1 Alarmübungen

Besondere Alarmübungen sind nicht notwendig und daher nicht vorgesehen.

B.4.2 Unfälle und Störfälle

z.B. Beschädigung eines umschlossenen radioaktiven Stoffes:

- Meldung gemäß Alarmierungsplan
- Alle nicht betroffenen Studenten räumen den Praktikumsraum
- Der Strahlenschutzbeauftragte leitet die Kontaminations- bzw. Inkorporationskontrolle sowie gegebenenfalls die Dekontamination, vorrangig von Personen
- Der Strahlenschutzbeauftragte entscheidet über die Freigabe der Räume
- Im Brandfall kann jeder der Räume F2-19, 20, 21, 22 über eine Fluchttür unmittelbar verlassen werden.

B.5 Einwirkungen Dritter, Abhandenkommen eines Strahlers

Es sind folgende Maßnahmen zu ergreifen, um das Abhandenkommen radioaktiver Stoffe und eine unbefugte Anwendung zu verhindern:

- Alle nicht fest in ihrer Apparatur eingebauten radioaktiven Stoffe sind, solange sie nicht ihrer Zweckbestimmung entsprechend verwendet werden, im Bleibunker im Nebenraum von F2-19 aufzubewahren. Die Apparaturen mit fest eingebauten Quellen sind die Messaufbauten zur Neutronenaktivierung, zur Alpha-Absorption, zur Comptonstreuung, zum Mößbauereffekt und zur Neutronendiffusion.
- Unbefugte haben keinen Zutritt zum Lager.
- Außerhalb der Praktikumszeiten ist der gesamte Bereich F2-(19-22) verschlossen zu halten. Zusätzlich ist der Zugang zum Bunker gesondert verschlossen zu halten.
- Die Lagerräume sind entsprechend den Vorschriften der Strahlenschutzverordnung mit dem Strahlenzeichen, dem Wort „RADIOAKTIV“ und der erforderlichen Gefahrengruppeneinteilung der Feuerwehr zu kennzeichnen.
- Über Ein- und Ausgänge der radioaktiven Stoffe ist genau Buch zu führen.
- Bei Verlust oder Fund von radioaktiven Stoffen ist der Strahlenschutzbeauftragte unverzüglich zu informieren.
- Beim Umgang mit den Strahlenquellen sind folgende Maßnahmen zu ergreifen, um eine Entwendung oder ein sonstiges Abhandenkommen der radioaktiven Stoffe und eine unbefugte Einwirkung auf sie zu verhindern:
 - während des Umgangs mit den Strahlenquellen muss mindestens ein Betreuer im Raum anwesend sein.
 - während der Pausen ist der Praktikumsraum abzuschließen.
 - nach dem Praktikum sind die Strahlenquellen unter Verschluss aufzubewahren.

Diese geänderte Strahlenschutzanweisung tritt mit sofortiger Wirkung in Kraft.

Karlsruhe, 31.10.16

Literaturverzeichnis

- [1] Marmier, Sheldon, *Physics of Nuclei and Particles*, Vol. I, Academic Press, New York, London, 1969
- [2] Thomas Berghöfer, *Messung der Driftgeschwindigkeit von Elektronen in Gasen*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe, 2001 (Auszug als PDF-File auf der Praktikumsseite verfügbar)
- [3] Th. Berghöfer, J. Blümer, J.R. Hörandel, *A measurement of drift velocities of electrons in xenon-methane mixtures*, Nucl. Inst and Meth. A 525 (2004) 544-552
- [4] L.G.H. Huxley und R.W. Crompton, *The Diffusion and Drift of Electrons in Gases*, John Wiley + Sons, Inc. New York (Wiley Series in Plasma Physics), 1974
- [5] William R. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Springer-Verlag Berlin/Heidelberg, 1987
- [6] K. Siegbahn *Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy*, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1955
- [7] K. Siegbahn *Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy*, Vol. 1+2, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1966
- [8] R.G. Helmer and V.P. Chechev, http://www.nucleide.org/DDEP_WG/Nuclides/Cs-137_tables.pdf, (2007)
- [9] Benedetti, Corben, Am. Nucl. Sci., 4, (1950)
- [10] Benedetti; *Nuclear Interaction*, J. Wiley & Sons, New York, 1964
- [11] Feynman; *Theory of Fundamental Processes*, Benjamin Inc., New York, 1962
- [12] Weizel; *Lehrbuch der theoretischen Physik*, Band 2, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1958
- [13] Loeb; *Basic Processes of Gaseous Electronics*, University of California Press, 1961
- [14] Neuert; *Kernphysikalische Meßverfahren*, G. Braun, Karlsruhe
- [15] Smith; *A Textbook of Nuclear Physics*, Pergamon Press, New York, 1965
- [16] Hamamatsu Photonics K. K.; *Photomultiplier Tubes – Basics and Applications*, 2007, http://www.hamamatsu.com/resources/pdf/etd/PMT_handbook_v3aE.pdf
- [17] Birks; *The Theory and Praxis of Scintillation Counting*, Pergamon Press, New York, 1964
- [18] Kowalsky; *Nuclear Electronics*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1970
- [19] Weinzierl, Drosig; *Nuklearelektronik*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1971

- [20] Simons; *Handbuch der Physik*, Band 34, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York
- [21] Deutsch, Berka, Siegbahn (Editor), *Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy*, Vol 2, 1965
- [22] Stewart, Roellig; *Positron Annihilation*, Academic Press, New York, 1964
- [23] Melissinos; *Experiments in Modern Physics*, Academic Press, New York, 1964
- [24] Segré; *Nuclei and Particles*, Academic Press, New York, 1965
- [25] Wu, Moszkowski; *Beta Decay*, J. Wiley & Sons, New York, 1966
- [26] Schopper; Fortschritte der Physik 5 (1957) u. 8 (1960)
- [27] Schpolski; *Atomphysik*, Band 2, 1965
- [28] Heisenberg; *Kosmische Strahlung*, Springer Verlag, Berlin, 1956
- [29] Hayakawa; *Cosmic Ray Physics*, J. Wiley & Sons, New York, 1969
- [30] Beckurts, Wirtz; *Neutron Physics*, Springer Verlag, Berlin
- [31] Wirtz; *Elementare Neutronenphysik*, Springer Verlag, Berlin
- [32] Riezler u. Kopitzki; *Kernphysikalisches Praktikum*, G. B. Teubner, Stuttgart
- [33] Wegener; *Der Mößbauereffekt und seine Anwendungen*, BI-Taschenbuch, Mannheim
- [34] Valvo; *Halbleiterhandbuch*
- [35] Büker; *Theory und Praxis der Halbleiterdetektoren für Kernstrahlung*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1971
- [36] Frauenfelder; *The Moessbauereffect*, W. A. Benjamin Inc., New York, 1962
- [37] Schopper; *Weak Interactions and Nuclear Beta Decay*, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1966
- [38] Schopper; *Measurement of Circular Polarization of γ -Rays*, Nucl. Instr., 3 (1958)
- [39] McMaster; *Matrix Representation of Polarization*, Rev. Mod. Phys. 33 (1961)
- [40] Wolfendale; *Cosmic Rays*, G. Newnes Ltd., London, 1963
- [41] Hughes a. Wu; *Muon Physics*, Academic Press, New York, San Francico, London, 1975
- [42] P. Venkataramaiah et al., *A simple relation for the Fermi function*, J. Phys. G: Nucl. Phys. **11** (1985) 359–364
- [43] Elisa Piccaro, *Measurement of the low mass Drell-Yan cross section in the di-muon channel in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector*, Queen Mary University of London, 2012, http://ph.qmul.ac.uk/sites/default/files/EPiccaro_thesis.pdf
- [44] Patrignani, C. and others, *Review of Particle Physics*, Particle Data Group, Chin. Phys., C40, 2016, [10.1088/1674-1137/40/10/100001](https://arxiv.org/abs/10.1088/1674-1137/40/10/100001)
- [45] Ocariz, J., *Probability and Statistics for Particle Physicists*, Proceedings, 1st Asia-Europe-Pacific School of High-Energy Physics (AEPSHEP): Fukuoka, Japan, October 14-27, 2012, <https://inspirehep.net/record/1296115/files/arXiv:1405.3402.pdf>, [10.5170/CERN-2014-001.253](https://arxiv.org/abs/10.5170/CERN-2014-001.253)

- [46] Bohm, Arno R. and Sato, Yoshihiro, *Relativistic resonances: Their masses, widths, lifetimes, superposition, and causal evolution*, Phys. Rev., D71, 2015, 10.1103/PhysRevD.71.085018, hep-ph/0412106
- [47] Povh, Bogdan, *Teilchen und Kerne : Eine Einführung in die physikalischen Konzepte*, Rith, Klaus and Scholz, Christoph and Zetsche, Frank and Rodejohann, Werner, Berlin, Heidelberg, Springer Spektrum, 2014, 9. Aufl. 2014, 978-364-23782-2-5, <http://swbplus.bsz-bw.de/bsz39819646xcov.htm><http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-37822-5>
- [48] , *The Z boson*, Mai, 2013, <http://cds.cern.ch/record/1997963>
- [49] Khachatryan, Vardan and others, *Measurements of Inclusive W and Z Cross Sections in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV*, CMS, JHEP, 01, 2011, 080, 10.1007/JHEP01(2011)080, CERN-PH-EP-2010-050, CMS-EWK-10-002
- [50] J. Alcaraz and others, *Measurement of the inclusive $W \rightarrow \mu\nu$ cross section in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with fixed shape templates*, 2011, http://cms.cern.ch/iCMS/jsp/openfile.jsp?tp=draft&files=AN2011_053_v1.pdf

Index

- Absorptionsexperiment, 94
- Absorptionskoeffizient, 42
- Absorptionskonstante
 - Gamma-Quanten, 27
- Aktivatorzentren, 72
 - Energiezustände, 73
 - Lebensdauer angeregter Zustände, 74
 - metastabile Zustände, 74
 - Modell, 73
- Aktivität, 200
- Alpha-Zerfall, 3
 - Gamov-Theorie, 5
 - Lebensdauer, 4
 - Zerfallsbedingung, 4
 - Zerfallskonstante, 6
 - Zerfallswahrscheinlichkeit, 4
- α -Zerfall, 3
- Am-Be-Quelle, 15
- Analog-zu-Digital-Konverter, 85
- Analogteil der Elektronik, 80
- Anisotropie der Winkelkorrelation, 145
- Antineutrino, 9
- Asymmetrie, 178
- Auger-Effekt, 8, 33
- Auslösebereich, 56
- Auslösezählrohr, 56
 - Gasverstärkung, 58
 - Impulsform, 57
 - Raumladung, 57
 - selbstlöschendes, 57
 - Zählrohrcharakteristik, 59
 - Zeitauflösung, 60
- Bändermodell, 61, 63, 71
- Baryonenerhaltung, 3
- Besetzungszahl, 144
- β -Zerfall, 6
- β^- -Zerfall, 6
- β^+ -Zerfall, 7, 9
- β -Spektrum, 10
- Beta-Zerfall, 6
 - Übergangsenergie, 6–8
 - Drei-Teilchen-Problem, 8
- Bethe-Bloch-Formel, 18
- Beweglichkeit, 47
- Blockschaltbilder, 93, 98
- Boltzmann-Verteilung, 144
- Bor-Zählrohr, 26
- Bremsstrahlung, 18, 21
 - Energieverlust der Elektronen, 23
 - Intensität, 21
 - totaler Wirkungsquerschnitt, 22
- Bremsvermögen, 19
- Bremsvermögen von Elektronen, 20
- Cd-Differenzmethode, 127
- Charakteristische Röntgenstrahlung, 33
- Comptoneffekt, 28
 - atomarer Wirkungsquerschnitt, 134
 - diff. Wirkungsquerschnitt, 29
 - Klein-Nishina-Querschnitt, 135
 - linearer Absorptionskoeffizient, 42
 - totaler Wirkungsquerschnitt, 29
 - Wirkungsquerschnitt pro Atom, 30
- Comptonkante, 31
- Comptonquerschnitt
 - Polarisationsabhängigkeit, 178
- Comptonpektrum, 31
- Comptonstreuung
 - Wirkungsquerschnitt, 18
- Comptonverschiebung, 29
- Constant-Fraction-Trigger, 88, 100
- Coulombkraft, 18
- Debye-Waller-Faktor, 160
- DELPHI-Detektor, 188
- Detektorsignale, 79
- Deuteron
 - Bindungsenergie, 15
 - Photospaltung, 15
- Differentialdiskriminator, 86
- Differentieller Wirkungsquerschnitt, 132
- Diffusionsgleichung, 125, 126
- Diffusionskonstante, 126
- Diffusionslänge, 126, 127

- Dirac-See, 37
- Dirac-Theorie des Elektrons, 36
- Diskriminator
 - Energieeichung, 99
 - Zeitinformation, 87
- Dopplereffekt, 157
- Dopplerverschiebung, 160
- Drei-Körper-Zerfall, 11
- Drei-Teilchen-Problem, 8
- Dreifachkoinzidenz, 89, 97
- Driftgeschwindigkeit, 46
- Dunkelstrom, 62

- Strahlung, 3
- Einkanalanalysator, 86
- Einleitung, 1
- Elastische Streuung an Elektronen, 18
- Elastische Streuung an Kernen, 18
- Elektromagnetische Übergänge
 - Wahrscheinlichkeit, 143
- Elektromagnetische Kaskade, 149
- Elektromagnetische Wechselwirkung, 17, 18
- Elektron-Loch-Paar, 62, 72
- Elektroneneinfang, 7, 8, 10
 - Übergangsenergie, 7
- Elektronensammelzeit, 49
- Elektronentemperatur, 46
- Elektronisches Rauschen, 68
- Elementarteilchenphysik, 182
- Empfindlichkeit eines Detektors, 133, 202
- Empfindlichkeitskorrektur für NaJ-Kristall, 136
- Energie- und Zeitauflösung von Detektoren, 66
- Energieauflösungsvermögen, 67
- Energiediskriminierung, 95
- Erholungszeit, 60
- Exciton, 72

- Fermi-Energie, 62
- Fermi-Funktion, 11
 - Tabelle, 211
- Fermi-Verteilung, 62
- Fluoreszenz
 - langsame, 75
 - schnelle, 72, 74
 - verzögerte, 73

- Gamma-Quanten
 - Absorptionsgesetz, 27
 - Nachweis, 26
 - Zirkularpolarisation, 176
- Gamma-Spektrum, 40
 - in Plastiksintillatoren, 43
- γ -Zerfall, 13
- Gaselektronik, 45
- Gasstöße
 - Energieübertrag, 47
 - Ionisation, 48
 - Rekombination, 48
- Gasverstärkungsfaktor, 53, 54, 56
- Gaszählrohr, 45
 - Kennlinie, 59
- Geiger-Müller-Zählrohr, 56
- Geiger-Nuttal-Regel, 4
- Geladene Teilchen, 17
- Geometriefaktor, 201
- Golden Rule von Fermi, 10
- Gravitation, 17
- Gravitationskraft, 18

- Höhenstrahlung, 148
- Halbleiterdetektor, 61
 - Anregung, 62
 - Bändermodell, 63
 - Impulsanstiegszeit, 68
 - Impulsform, 68
- Helizität, 174
- Helizitätsübertrag, 176
- Hyperfeinstrukturaufspaltung, 162

- Identifizierung von Teilchen, 21
- Impulsanstiegszeit, 68
- Impulsform, 80
- Impulsformung, 81
 - doppelte Differentiation und Integration, 82
 - einfache Differentiation und Integration, 82
 - RC-Differentiation, 82
 - RC-Integration, 82
 - Verzögerungsleitung, 84
- Inelastische Streuung an Elektronen, 18
- Inelastische Streuung an Kernen, 18
- Innere Konversion, 8, 14
- Integralkorrekturen, 86
- Ionensammelzeit, 50
- Ionisationskammer, 48
 - Impulsform, 49, 50
- Ionisationszählrohr, 52
 - Impulsform, 52
 - Impulshöhe, 52
- Ionisierungspotential, 19
- Isomerieverschiebung, 166

- Kastenmodell, 64

- Kernfusion, 15
- Kernkaskade, 148
- Kernreaktionen, 15
- Kernspaltung, 15
- Klein-Nishina-Formel, 29
- Koinzidenz, 89, 96
 - Auflösungszeit, 97
 - zufällige, 96, 101, 146
- Koinzidenzmessung, 95, 100, 202
- Konversionselektronen, 14
- Konversionskoeffizient, 14
 - partieller, 14
 - totaler, 14
- Konversionsverhältnis, 14
- Koronaentladung, 56
- Korrelationsfunktion, 145
- Kristalldetektor, 61
- Kurie-Plot, 12, 114
- Ladungserhaltung, 3
- Landé-Faktor, 148
- Leitungsband, 63, 72
- Leptonenzahl, 9
 - Erhaltung, 10
- Linienbreite, 157
- Linienverschiebung, 156
- Lithium-Drift Detektor, 66
- Longitudinale Polarisierung, 174
- Lorentzkraft, 113
- Lumineszenz, 72
- Lumineszenzzentren, 74
- Mößbauereffekt, 156, 158
- Mößbauerlinie, 159
- Magnetisches Spektrometer, 113
 - Auflösungsvermögen, 114
 - axiale Fokussierung, 115
 - Feldverlauf, 116
 - radiale Fokussierung, 115
- Matrizelement, 12
- Minimum der Ionisierung, 19
- Mittlere freie Weglänge, 46
 - Elektronen in Gasen, 46
- Mittlere thermische Geschwindigkeit, 46
- Multipolstrahlung, 13
 - mittlere Lebensdauern, 14
 - Parität, 13
- Myon
 - Abbremsung in Materie, 150
 - Depolarisation, 152
 - Polarisation, 150
- Myonzerfall, 149
 - Spektrum der Zerfallspositronen, 152
- Nachleuchten, 75
- NaJ-Szintillator, 72
- Neutrino, 9, 11
 - Ruhemasse, 12
- Neutron, 24, 124
 - punktförmige Quelle, 124
 - Absorption, 124
 - Beta-Zerfall, 9
 - Diffusionslänge, 126
 - elastische Steuerung, 124
 - elastische Streuung, 24
 - Halbwertszeit, 9
 - linearer Absorptionskoeffizient, 124
 - Maxwell-Verteilung, 125
 - Nachweis, 24
 - Nachweis durch ^{10}B , 25
 - Nachweis im ^3He -Zählrohr, 26
 - Relaxationslänge, 124
 - Thermalisierung, 125
- Neutron-Proton-Streuung
 - totaler Wirkungsquerschnitt, 25
- Neutronendichte, 123
- Neutroneneinfang, 25
- Neutronenfluß, 26, 123
- Neutroneninduzierte Kernreaktionen, 25
- Neutroneninduzierte Kernspaltung, 26
- Neutronenquellen, 15
- Neutronentransport, 124
- Nulldurchgangstrigger, 88
- Orthopositronium, 139
 - mittlere Lebensdauer, 140
- Paarerzeugung, 36
 - inelastische, 38
 - Kinematik, 37
 - linearer Absorptionskoeffizient, 42
 - Wirkungsquerschnitt, 38
- Paarvernichtung, 36, 137
 - Kinematik, 39
- Paarzerstrahlung
 - Wirkungsquerschnitt, 40
- Parapositronium, 139
- Paritätsoperation, 172
- Paritätsverletzung, 144, 172
- Pauli-Matritzen, 174
- Pauliprinzip, 72
- Phasenraum eines Teilchens, 10

- Phononen, 158
- Photoeffekt, 32
 - Energiesatz, 32
 - linearer Absorptionskoeffizient, 42
 - totaler Absorptionsquerschnitt, 35
 - Winkelverteilung, 36
 - Wirkungsquerschnitt, 35
- Photolinie, 34
- Photomultiplier, 69
- Photospaltung, 15
- Pionzerfall, geladene, 149
- Pionzerfall, neutrale, 148
- Polarisation, 174, 175
- Polarisation der Bremsstrahlung, 176
- Polarisation von Kernen, 144
- Positron, 37
 - Nachweis, 40
- Positronium, 138
 - Konversion, 140
 - Nachweis, 139
 - Pick-off-Prozesse, 140
 - Singulett-Lebensdauer, 139
 - Wellenfunktion, 139
- Positronium in Festkörpern, 140
- Positroniumzerfall, 139
- Proportionalzählrohr, 53
 - Energiediskriminierung, 55
 - Impulsform, 54
 - Impulshöhe, 55
 - Ionensammelzeit, 54
 - Zeitbestimmung, 55
- Protonen-Rückstoß-Detektor, 24
- Q-Wert, 4, 15
- Quadrupolaufspaltung, 165
- Quenching-Zentren, 74
- Röntgenstrahlung
 - charakteristische, 8
- Radioaktivität, 200
 - direkte Messung, 201
 - Koinzidenzmessung, 202
 - mittlere Lebensdauer, 200
 - Zerfallsgesetz, 200
- Rauschen, 80
- Reduzierte Fermi-Funktion, 114
- Reichweite
 - Elektronen, 20
 - geladene Teilchen, 20
 - Protonen, 20
- Relativistische mittlere Lebensdauer, 149
- Relaxationslänge, 127
- Resonanzabsorption, 156, 161
- Schauer, 149
- Schwache Wechselwirkung, 17
- Shape-Faktor, 12
- Signal-zu-Rausch-Verhältnis, 80
- Spaltkammer, 26
- Sperrschicht, 64, 65
- Sperrschichtdetektor, 63
 - Bändermodell, 64
- Spezifische Ionisierung, 20
- Spineigenzustände, 174
- Spinoperator, 174
- Standardmodell, 182
- Starke Wechselwirkung, 17
- stopping power, 19
- Strahlenschutzanweisung, 213
- Strahlungsdetektoren, 45
- Strahlungsdosimeter, 49
- Strahlungslänge, 23
- Strahlungsloser Übergang, 74
- Strahlungsrekombination, 48
- Summeneffekte, 80
- Szintillationsdetektor, 69
 - Impulsform, 77
- Szintillator
 - anorganischer, 71
 - Emissionsspektrum, 70
 - Lichtausbeute, 70
 - organischer, 75
 - Szintillationsempfindlichkeit, 70
 - Zerfallszeit der Szintillation, 71
- Szintillatoren
 - Energiemessung, 76
 - Lichtausbeute, 76
 - Vergleich der Eigenschaften, 77
- Teilchendiskriminierung, 93, 98
- Teilchenidentifizierung, 93
- Teleskop, 96
- Termschemata der Nuklide, 207
- Thermische Neutronen, 125
 - Diffusionstheorie, 125
- Thermisches Rauschen, 68
- Thomsonquerschnitt, 29
- Totaler Wirkungsquerschnitt, 132
- Totaler Wirkungsquerschnitt., 132
- Totzeit, 59
- Totzeitbestimmung eines Zählrohrs, 204
- Totzeitkorrektur von Zählraten, 204

- TPC, 100
- Transmissionsspektrum, 161
- Transmissionswahrscheinlichkeit, 5
- Tripletzerfall
 - Wirkungsquerschnitt, 138
- Tunneleffekt, 4, 6
- Übergangsenergie, 11
- Übergangsmatrixelement, 10, 11
- Übergangswahrscheinlichkeit, 10
- Überlappkoinzidenz, 89, 96
- Ungeladene Teilchen, 24
- Unschärferelation, 10
- Valenzband, 61, 72
- Verbotenen Zone, 37
- Verstärkung der Signale, 81
- Versuche, 103
 - Aktivität, 200
 - Beta-Spektroskopie, 113
 - Comptoneffekt, 130
 - Driftgeschwindigkeit, 104
 - Elementarteilchen, 182
 - Gamma-Koinzidenzspektroskopie, 119
 - Landé-Faktor des Myons, 148
 - Mößbauereffekt, 156
 - Neutronendiffusion, 123
 - Paritätsverletzung, 172
 - Positronium, 137
 - Winkelkorrelation von γ -Strahlung, 143
- Vielkanalanalysator, 86
- Wahrscheinlichkeit
 - Dipolstrahlung, 13
- walk, 80
- Wechselwirkung
 - Stärke, 18
- Strahlung, 17
- Weizsäckersche Massenformel, 4
- Wilkinson-Konverter, 87
- Winkelkorrelation, 143
 - Anisotropie, 146
 - differentieller Wirkungsquerschnitt, 145
- Winkelverteilung beim Beta-Zerfall, 173
- Wirkungsquerschnitt, 131
 - Neutrino-Elektron-Streuung, 18
 - Neutron-Proton-Streuung, 18
- Zählrohre
 - Überblick über Eigenschaften, 60
- Zeeman-Effekt, 144
- Zeit-zu-Impulshöhen-Konverter, 90
- Zeitdilatation, 149
- Zeitinformation, 80
- Zeitliche Korrelation, 95
- Zeitmessung, 97
- Zentrifugalkraft, 113
- Zufällige Koinzidenz, 121
- Zweifachkoinzidenz, 96
- Zweiquantenzerfall
 - Wirkungsquerschnitt, 137
 - Zerfallswahrscheinlichkeit, 137