

# Freiheit

Luca Leon Happel

Fr 20 Dez 2019 18:19:19 CET

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Wahlen und Einschränkungen</b>	<b>2</b>
2.1	Freiheit und Belieben . . . . .	2
2.2	Gleichheit und Belieben . . . . .	3
2.3	Entscheidungsraum . . . . .	3
2.4	Definition: Einschränkung . . . . .	3
2.4.1	Kurznotation . . . . .	3
2.4.2	freie/leere Einschränkung . . . . .	3
2.4.3	totale Einschränkung . . . . .	3
2.5	Definition: Möglichkeitsraum . . . . .	3
2.5.1	Unmöglichkeitsraum . . . . .	4
2.5.2	Spezialfall . . . . .	4
2.6	Definition: möglich . . . . .	4
2.7	Einschränkung lässt Freiheit zu . . . . .	4
2.8	Rückblick . . . . .	4
2.9	Beispiel . . . . .	4
2.10	Erkenntnisse . . . . .	5
2.10.1	Was ist Freiheit . . . . .	5
2.10.2	Woraus entsteht Freiheit . . . . .	5
2.10.3	Was macht Freiheit . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Freiheit</b>	<b>5</b>
3.1	Definition: Freiheit . . . . .	5

# 1 Einleitung

Wollen befreit: das ist die wahre  
Lehre von Wille und Freiheit -  
so lehrt sie euch Zarathustra.

---

*Friedrich Nietzsche*  
- Also sprach Zarathustra

“Die Freiheit”, ein Begriff, welcher recht einfach zu sein scheint, doch hinter welchem viele Fragen stecken, welche zu teils tief in unser Verständnis der Realität greifen.

- Was ist Freiheit
- Wodurch entsteht Freiheit
- Existiert Freiheit
- Was macht Freiheit
- Sind Menschen frei

Dies sind einige der Fragen, welche ich in diesem Artikel versuchen werde zu beantworten. Die Methodik dahinter ist, dass ich ein Modell für die Freiheit aufbauen werde, welches mein Verständnis von Freiheit darstellt. Wenn dieses Modell konstruiert ist, kann ich mit dessen Hilfe Antworten auf die zuvor gestellten Fragen herleiten und somit mehr über unsere Realität und Existenz herausfinden. Die Grundidee dabei ist, dass ich eine mathematische Herangehensweise wähle um dieses Modell zu konstruieren.

## 2 Wahlen und Einschränkungen

### 2.1 Freiheit und Belieben

Sei  $x \in X$  frei wählbar  $\Leftrightarrow$  Sei  $x \in X$  beliebig  
 $\Rightarrow$  frei wählbar = beliebig

## 2.2 Gleichheit und Belieben

$\forall x \in X : f(x)$

Suche ein  $x$  mit  $f(x)$ .

Da dies für alle  $x$  gegeben ist, ist  $x$  beliebig

$\Rightarrow x$  ist frei unter der Auswahl  $\{x \in X | f(x)\}$

## 2.3 Entscheidungsraum

Sei  $X$  eine beliebige Menge

$X$  ist ein Entscheidungsraum

## 2.4 Definition: Einschränkung

Eine **Einschränkung**  $E : X \Rightarrow \{wahr, falsch\}$  eines Entscheidungsraumes  $X$  ist eine Relation der Elemente von  $X$  auf Werte wahr oder falsch sein können.

### 2.4.1 Kurznotation

- $E(x) \Leftrightarrow E(x) = 0 \Leftrightarrow E(x)$  ist wahr
- $\neg E(x) \Leftrightarrow E(x) \neq 0 \Leftrightarrow E(x)$  ist falsch

### 2.4.2 freie/leere Einschränkung

Sei  $E$  eine Einschränkung

$E$  ist freie Einschränkung  $\Leftrightarrow E(x) \forall x \in X$

### 2.4.3 totale Einschränkung

Sei  $E$  eine Einschränkung

$E$  ist totale Einschränkung  $\Leftrightarrow \neg E(x) \forall x \in X$

## 2.5 Definition: Möglichkeitsraum

Sei  $X$  ein Entscheidungsraum.

Sei  $E$  eine Einschränkung

$X$  ist **Möglichkeitsraum** unter  $E \Leftrightarrow \forall x \in X : E(x)$

### 2.5.1 Unmöglichkeitsraum

$X^C = \{x \in X : E(x) \neq 0\}$ , das Komplement von  $X$ , ist der **Unmöglichkeitsraum**

### 2.5.2 Spezialfall

Ist der Entscheidungsraum  $X = M$ , so kann man Möglichkeitsraum und Entscheidungsraum als Begriffe miteinander vertauschen.

## 2.6 Definition: möglich

Sei  $X$  ein Entscheidungsraum

Sei  $E$  eine Einschränkung

Sei  $M$  der Möglichkeitsraum von  $E$

$x$  ist **möglich** unter  $E \Leftrightarrow x \in M$

## 2.7 Einschränkung lässt Freiheit zu

Sei  $E$  eine Einschränkung und  $M$  sein Möglichkeitsraum

$E$  lässt Freiheit zu  $\Leftrightarrow |M| > 1$

## 2.8 Rückblick

Nun wurde einiges über Möglichkeiten definiert. Dies wird benötigt, damit man Einschränkungen auf Freiheit setzen kann. So kann ein Ding frei sein, jedoch eingeschränkt in dem Rahmen seiner Möglichkeiten.

## 2.9 Beispiel

Sei  $X = \mathbb{R}$

Sei  $E : X \Rightarrow \{0, \pm 1\}$ ,  $x \mapsto |\sin(x)|$  eine Einschränkung

Der Möglichkeitsraum von  $E$  ist  $\{x \in X \mid |\sin(x)| = 0\} = \{n\pi \mid n \in \mathbb{Z}\}$ . Somit kann, wenn  $x \in X$  frei unter der Einschränkung  $E$  gewählt werden soll, nur  $x \in \{n\pi \mid n \in \mathbb{Z}\}$

## 2.10 Erkenntnisse

Bisher kann man einige der Fragen alleine mit diesen Definitionen beantworten.

### 2.10.1 Was ist Freiheit

Freiheit ist die Fähigkeit, ein beliebiges Element aus einem Möglichkeitsraum zu wählen.

(jedoch stellt sich die Frage, was “Wählen” bedeutet)

### 2.10.2 Woraus entsteht Freiheit

Freiheit entsteht, wenn es einen Entscheidungsraum oder Möglichkeitsraum gibt, welcher eine Kardinalität größer als 1 hat.

Also, es gibt mehr Entscheidungen/Möglichkeiten als eine.

### 2.10.3 Was macht Freiheit

Freiheit erlaubt es, Wahlen in einem Möglichkeitsraum zu treffen. Für die restlichen Fragen müssen zuerst weitere Fragen beantwortet werden. Die Frage, die dabei wohl am meisten heraussticht ist, was “Wählen” denn genau bedeutet.

## 3 Freiheit

### 3.1 Definition: Freiheit

Sei  $M$  ein Möglichkeitsraum.

$f : \mathcal{P}(M) \rightarrow M$  ist eine Freiheit, wenn