Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

МАТЕМАТИКА

- 1. Автобус вмещает 48 пассажиров. Сколько нужно автобусов для перевозки 160 человек?
- 2. В равнобедренную трапецию можно вписать окружность. Трапецию уменьшили, сохранив пропорции сторон. При этом длина боковой стороны уменьшилась на 20%. На сколько процентов уменьшилась площадь вписанного круга?
- 3. Для скольких натуральных n число 5n+3 является четным двузначным числом?
- 4. Емкость содержит 10 литров 50%-го водного раствора кислоты. Сколько литров воды следует добавить для снижения концентрации до 20%.
- 5. Найдите целое число значение выражения $\frac{\log_2 7 \log_2 3 \cdot \log_6 7}{\log_6 7}$
- 6. В геометрической прогрессии произведение первых пяти членов равно 59049, а произведение первых трех членов равно 27. Найдите знаменатель прогрессии.
- 7. Упростите выражение $\frac{x+9}{x^2-3x-10} \frac{x+4}{x^2+2x}$.
- 8. Решите уравнение |x-1| + |x+7| = 8.
- 9. Решите неравенство $4^{x+1} + 2 \leq 9 \cdot 2^x$.
- 10. Решите уравнение $\log_{\sqrt{5}} \frac{2x+3}{x-2} + \log_5(x-2)^2 = 2$.
- 11. Решите неравенство $\frac{x}{\sqrt{4+x}-2} < 11$.
- 12. Найдите сумму целых чисел, являющихся решением тригонометрического неравенства $\cos(2\pi x) + 3\sin\left(\frac{3\pi}{2} \pi x\right) 4 \geqslant 0$, принадлежащих промежутку (-3;5].
- 13. Найдите положительное значение a, при котором прямая y = a 2x касается гиперболы $y = \frac{2}{x}$.
- 14. Найдите наибольшее значение функции $y = \cos 2x + 3\sin 2x$.
- 15. Решите систему уравнений $\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{-x}+\sqrt{y}=5 \\ |x\,y|=36 \end{array} \right.$
- 16. Тест состоит из пяти вопросов. На каждый вопрос дано три возможных ответа, среди которых необходимо выбрать один правильный. Какова вероятность угадать правильные ответы хотя бы на три вопроса?
- 17. Двум классам было дано задание собрать по 100 кг черешни. Второй класс работал на 30 минут дольше первого. Если бы в первом классе было на пять школьников больше, то время его работы сократилось бы на 2 часа. Найдите число школьников в первом классе, если производительность у всех была одинаковой.
- 18. В треугольнике ABC площади 48, проведена медиана AD. Найдите наибольшую возможную длину стороны AB, если известно, что AC=10, а центр окружности, вписанной в треугольник ACD, лежит на окружности, описанной около треугольника ABD.
- 19. В правильной треугольной призме угол между скрещивающимися диагоналями боковых граней равен $2\arcsin\frac{1}{4}$, а длины этих диагоналей равны $4\sqrt{3}$. Найдите объём призмы.
- 20. При каких положительных значениях параметра a система неравенств $\begin{cases} x^2 + \frac{y^2}{a^2} \leqslant 4, \\ x y \geqslant 5, \end{cases}$ имеет решение?