解答するときは, 数式と下線部の内容程度のことがかけてればよい. そのため, **定理の細かい条件などは書く必要はない.** あくまで自分の言葉でどんな定理かを答える (何が便利かに重点を置いている).

グリーンの定理

単純閉曲線 C によって囲まれた範囲を D とする. このとき, 関数 $F(x,y), G(x,y)$ が C と D を含む領域で連続な偏導関数を持つならば

$$\int_C (Fdx + Gdy) = \iint_D \left(\frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y} \right) dxdy \tag{1}$$

<u>線積分を重積分に直せる. これは, 例えば被積分関数を微分することで簡単になる場合に有効.</u>

発散定理

閉曲面 S で囲まれた立体 V があり, S の単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ は S の外側を向くとする. V を含むある範囲でベクトル場 $\boldsymbol{a}$ とその偏導関数が連続であるとき, 次の等式が成り立つ.

$$\int_S \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{n} dS = \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{a} dV \tag{2}$$

<u>面積分を発散の体積分に直せる.</u>

ストークスの定理

曲面 S, 単純閉曲線 C, S の単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ の向きを次のように定める. C を曲面 S の境界とし, S の単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ の向きは, S 上で n が連続的に変わるようにとる. $\boldsymbol{n}$ の向く側を S の正の側ということにし, C の向きは, S の正の側に立ち C に沿って進むとき S が常に左側にあるようにする. このとき, S を含むある範囲でベクトル場 $\boldsymbol{a}$ とその偏導関数が連続であるとき, 次の等式が成り立つ.

$$\int_C \boldsymbol{a} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_S (\nabla \times \boldsymbol{a}) \cdot \boldsymbol{n} dS \tag{3}$$

図の参考: `https://hooktail.sub.jp/vectoranalysis/StokesTheorem/`

<u>回転の面積分を体積分に直せる.</u>

補足. 定理内で, 連続な偏導関数をもつという条件は, 積分がうまく定義できるために必要. (不連続な (偏導) 関数を積分するなんて難しい！) なお, 偏導関数が存在し, 連続であれば, 元の関数は全微分可能であるから当然連続である.