ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

VIỆN TOÁN ỨNG DỤNG & TIN HỌC

BÁO CÁO BÀI TẬP LỚN

CÁC MÔ HÌNH NGẪU NHIÊN & ỨNG DỤNG

Thành viên nhóm 1:

Vũ Trung ĐỨC

Nguyễn Thanh TUYỀN

Trần Duy HUY

Nguyễn Trọng QUYẾT

Giảng viên hướng dẫn:

TS. Nguyễn Thị Ngọc Anh

Ngày 20 tháng 10 năm 2015

LỜI MỞ ĐẦU

Báo cáo bài tập lớn gồm 2 chương:

- Chương 1 Trình bài tóm tắt các kiến thức lý thuyết cơ sở bao gồm định nghĩa về xích Markov, ma trận phân phối xác suất chuyển, phân lớp trạng thái, hồi quy,...
- Chương 2 trình bày việc mô phỏng giải thuật để giải quyết các vấn đề đặt ra, sử dụng cơ sở lý thuyết chương 1.

Báo cáo do nhóm 1 làm trong thời gian ngắn, kiến thức và cách giải quyết vấn đề còn nhiều thiếu sót. Rất mong nhận được góp ý từ quý thầy cô và mọi người.

Xin chân thành cảm ơn!

Hà Nội, ngày 20 tháng 10 năm 2015

Nhóm trưởng

Vũ Trung Đức

Mục lục

Chương 1

Kiến thức cơ sở

1.1 Xích markov

Định nghĩa 1.1.1. Giả sử I là một tập có lực lượng không quá đếm được. Mỗi phần tử $i \in I$ được gọi là một trạng thái và I được gọi là không gian trạng thái. Ta nói rằng $\lambda = (\lambda_i)_{i \in I}$ là một độ đo trên I nếu $0 \leq \lambda_i < \infty, \forall \lambda \in I$. Nếu $\sum_{i \in I} \lambda_i = 1$, ta gọi λ là một phân phối.

Giả sử $(\Omega, \Im, P)$ là một không gian xác suất. Mỗi biến ngẫu nhiên X nhận giá trị trên I là một ánh xạ X: $\Omega \to I$. Nếu ta đặt

$$\lambda_i = P(X = i) = P(\{\omega : X(\omega) = i\})$$

thì $\lambda = (\lambda_i)_{i \in I}$ là một phân phối và tra nói rằng X có phân phối λ. Nói cách khác, bnn X sẽ ở trạng thái i với xác suất λ_i.

Ta nói ma trận $P = (p_{ij})_i, j \in I$ là ngẫu nhiên nếu mỗi hàn của nó đều là một phân phối, tức là

$$p_{ij} \geq 0, \forall i, j \in I, v \sum_{j \in I} p_{ij} = 1, \forall i \in I$$

Định nghĩa 1.1.2. Dãy bnn(X_n) được gọi là một xích Markov với phân phối ban đầu λ và ma trận chuyển P nếu

i) X_0 có phân phối λ, tức là

$$P(X_0 = i) = \lambda_i, \forall i \in I$$

ii) Với mọi $n \geq 0$, phân phối của X_{n+1} với điều kiện $X_n = i_n$ là $(p_{i_n j})_{j \in I}$ và độc lập với $X_0, ..., X_{n-1}$, tức là
$P(X_{n+1} = i_{n+1} \mid X_0 = i_0, ..., X_n = i_n) = P(X_{n+1} = i_{n+1} \mid X_n = i_n)$
$= p_{i_n i_{n+1}}$ với mọi $n \geq 0$ và $i_0, ..., i_{n+1} \in I$.

Với mỗi $n \geq 0, X_n$ đươc gọi là trạng thái của xích Markov tại thời điểm thứ n.

Như vậy xích Markov $(X_n)_{n \geq 0}$ được xác định nếu ta biết phân phối ban đầu λ và ma trận chuyển P. Ta sẽ gọi $(X_n)_{n \geq 0}$ là Markov (λ, P). Nếu $(X_n)_{0 \leq n \leq N}$ là một dãy hữu hạn các bnn thỏa mãn (i) và (ii) với $n = 0, ..., N-1$ thì ta cũng gọi $(X_n)_{0 \leq n \leq N}$ là Markov(λ, P).

Định lý 1.1.1. *Dãy bnn $(X_n)_{0 \leq n \leq N}$ nhận giá trị trong I là Markov (λ, P) khi và chỉ khi với mọi $i_0, ..., i_N \in I$,*

$$P(X_0 = i_0, X_1 = i_1, ..., X_N = i_N) = \lambda_{i_0} p_{i_0 i_1} ... p_{i_{N-1} i_N} \tag{1.1}$$

Chứng minh.

a) Giả sử $(X_n)_{0 \leq n \leq N}$ là Markov(λ, P), khi đó
$P(X_0 = i_0, X_1 = i_1, ..., X_N = i_N)$
$= P(X_0 = i_0) P(X_1 = i_1 \mid X_0 = i_0) ... P(X_N = i_N \mid X_0 = i_0, ..., X_{N-1} = i_{N-1})$
$= \lambda_{i_0} p_{i_0 i_1} ... p_{i_{N-1} i_N}$.

b) Giả sử phương trình (1.1) được thỏa mãn với N, khi đó lấy tổng hai vế theo tất cả $i_N \in I$ và sử dụng giả thiết $\sum_{j \in I} p_{ij} = 1$, ta thấy phương *trình (1.1) cũng thỏa mãn với N-1.*

Chứng minh bằng quy nạp ta được

$$P(X_0 = i_0, X_1 = i_1, ..., X_n = i_n) = \lambda_{i_0} p_{i_0 i_1} p_{i_{n-1} i_n},$$

với mọi n = 0, 1, ..., N.

Đặc biệt ta có $P(X_0 = i_0) = \lambda_{i_0}$, $\forall i_0 \in I$ *và mỗi n = 0,1,...,N-1,*

$P(X_{n+1} = i_{n+1} \mid X_0 = i_0, ..., X_n = i_n)$

$= \dfrac{P(X_0 = i_0, ..., X_n = i_n, X_{n+1} = i_{n+1})}{P(X_0 = i_0, ..., X_n = i_n)} = p_{i_n i_{n+1}},$

do đó (X_n) *là Markov*(λ, P).

1.2 Ma trận chuyển

Định nghĩa 1.2.1. Ma trận $P = (p_{ij})_{i,j \in I}$ là ma trận phân phối xác suất chuyển(ma trận chuyển) nếu thỏa mãn:

$$p_{ij} \geq 0, \forall i, j \in I \text{ và } \textstyle\sum_{j \in I} p_{ij} = 1, \forall i \in I$$

Sau đây chúng ra sẽ tìm hiểu ma trận chuyển của xích Markov sau như một số hữu hạn bước.

Trước hết, với mỗi phân phối λ và ma trận chuyển P, ta coi $\lambda = (\lambda_i)_{i \in I}$ là một vector dòng và $P = (p_{ij})_{i,j \in I}$, k = 1, 2,... mới như sau:

$$(\lambda P)_j = \textstyle\sum_{i \in I} \lambda_i p_{ij}; P^1 = P, p_{ir}{}^{(k-1)} p_{rj}, k = 2, 3, ...$$

Ta qui ước P^0 là ma trận đơn vị, tức là $P^0 = (\delta_{ij})_{i,j \in I}$. Bằng qui nạp theo k, ta dễ dàng chứng minh được với mọi $n \geq 1$, mọi $i_0, i_n \in I$,

$$p^{(n)}{}_{i_0 j_n} = \sum_{i_1 \in I} ... \sum_{i_{n-1} \in I} p_{i_0 i_1} p_{i_1 i_2} ... p_{i_{n-1} i_n}. \quad (1.2)$$

Trong trường hợp $\lambda_i > 0$, ta ký hiệu $P_i(A) = P(A \mid X_0 = i)$. Sử dụng tính chất Markov tại thời điểm m = 0, kết quả dưới đây chỉ ra rằng dưới độ đo xác suất P_i phân phối của $(X_n)_{n\geq 0}$ không phụ thuộc vào phân phối ban đầu λ.

Định lý 1.2.1. *Giả sử $(X_n)_{n\geq 0}$ là Markov(λ, P). Khi đó, với mọi $n, m \geq 0$, ta có*

i) $P(X_n = j) = (\lambda P^n)_j$

ii) $P_i(X_n = j) = P(X_{n+m} = j \mid X_m = j) = p_{ij}^{(n)}$

Chứng minh. *Áp dụng lần lượt định lý (1.1.1) và công thức (1.2) ta được*

$$P(X_n = j) = \sum_{i_0\in I} \ldots \sum_{i_{n-1}\in I} P(X_0 = i_0, \ldots, X_{n-1} = i_{n-1}, X_n = j) = \sum_{i_0\in I} \ldots \sum_{i_{n-1}\in I} \lambda_{i_0} p_{i_0 i_1} \ldots p_{i_{n-1} j} = \sum_{i_0\in I} \lambda_{i_0} {p_{i_0 j}}^{(n)} = (\lambda P^n)_j$$

Theo tính chất Markov, với điều kiện $X_m = i$, dãy bnn $(X_{m+n})_{n\geq 0}$ là Markov (δ_i, P), áp dụng (i) với $\lambda = \delta_i$ ta được điều cần chứng minh.

Theo định lý này, ta sẽ gọi $p_{ij}^{(n)}$ là xác suất chuyển từ trạng thái i sang trạng thái j sau n bước.

Hệ quả 1.2.1. *Giả sử $(X_n)_{n\geq 0}$ là Markov(λ, P) nhận giá trị trong I. với mọi số nguyên $m > k \leq 0$, mọi trạng thái $i, j \in I$ và với mọi biến cố A chỉ phụ thuộc vào $X_0, X_1, \ldots, X_{m-k-1}$, ta có*

$$P(X_{m+1} = i \mid \{X_{m-k} = j\} \cap A) = P(X_{m+1} = i \mid Xm - k = j).$$

Chứng minh. Ta chỉ cần chứng tỏ với mọi tập con $B_0, \ldots, B_{m-k-1}$ của I,

$$P(X_{m+1} = i \mid X_{m-k} = j, X_{m-k-1} \in B_{m-k-1}, ..., X_0 \in B_0) = P(X_{m+1} = i \mid Xm - k = j).$$

Áp dụng (1.1.1) ta được

$$
\begin{aligned}
&P(X_{m+1} = i \mid X_{m-k} = j, X_{m-k-1} = i_{m-k-1}, ..., X_0 = i_0) \\
&= \sum_{i_{m-k+1},...,i_m \in I} P(X_{m+1}=i, X_m=i_m, X_{m-k+1}=i_{m-k+1}, X_{m-k-1}=i_{m-k-1}, ..., X_0=i_0) \\
&= \sum_{i_{m-k+1},...,i_m \in I} \lambda_{i_0} p_{i_0 i_1} ... p_{i_{m-k-1} j} p_{j i_{m-k+1}} p_{i_m i} \\
&= \lambda_{i_0} p_{i_0 i_1} ... p_{i_{m-k-1} j} \sum_{i_{m-k+1},...,i_m \in I} p_{j i_{m-k+1}} ... p_{i_m i} \\
&= \lambda_{i_0} p_{i_0 i_1} ... p_{i_{m-k-1} j} p_{ij}^{(k+1)}
\end{aligned}
$$

trong đó đẳng thức cuối cùng suy ra từ công thức (1.2). Do đó

$$
\begin{aligned}
&P(X_{m+1} = i \mid X_{m-k} = j, X_{m-k-1} \in B_{m-k-1}, ..., X_0 \in B_0) \\
&= \frac{\sum_{i_{m-k-1} \in B_{m-k-1}} ... \sum_{i_0 \in B_0} P(X_{m+1}=i, X_{m-k}=j, X_{m-k-1}=i_{m-k-1}, ..., X_0=i_0)}{\sum_{i_{m-k-1} \in B_{m-k-1}} ... \sum_{i_0 \in B_0} P(X_{m-k}=j, X_{m-k-1}=i_{m-k-1}, ..., X_0=i_0)} \\
&= \frac{\sum_{i_{m-k-1} \in B_{m-k-1}} ... \sum_{i_0 \in B_0} \lambda_{i_0} p_{i_0 i_1} ... p_{i_{m-k-1}} {p_{ij}}^{(k+1)}}{\sum_{i_{m-k-1} \in B_{m-k-1}} ... \sum_{i_0 \in B_0} \lambda_{i_0} p_{i_0 i_1} ... p_{i_{m-k-1}} p_{i_{m-k-1} j}} \\
&= {p_{ij}}^{(k+1)} = P(X_{m+1} = i \mid X_{m-k} = j)
\end{aligned}
$$

Ta được điều phải chứng minh.

Hệ quả 1.2.2 (Phương trình Chapman - Kolmogorov). *Với mọi $m, n \geq 0$ và $i, j \in I$, ta có*

$$ {p_{ij}}^{(m+n)} = \textstyle\sum_{r \in I} {p_{ir}}^{(m)} {p_{rj}}^{(n)} $$

Chứng minh. Theo định nghĩa xác suất có điều kiện, ta có

$$ {p^{(m+n)}}_{ij} = \sum_{r \in I} P(X_{m+n} = j, X_m = r, X_0 = i) / P(X_0 = j) $$

$$= \sum_{r \in I} P(X_{m+n} = j, X_m = r, X_0 = i)/P(X_m = r, X_0 = i)/P(X_0 = i)$$
$$= \sum_{r \in I} {p^{(m)}}_{ir} {p^{(n)}}_{rj},$$

trong đó đẳng thức thứ ba suy ra từ tình Markov và hệ quả (1.2.1)

1.3 Phân lớp trạng thái xích Markov

Định nghĩa 1.3.1. Ta nói rằng trạng thái i tới được trạng thái j và ký hiệu là $i \to j$ nếu tồn tại $n \geq 0$ sao cho ${p_{ij}}^{(n)} > 0$.

Hai trạng thái i và j được gọi là liên thông và kí hiệu là $i \leftrightarrow j$ nếu $i \to j$ và $j \to i$.

Ta nói lớp liên thông C là đóng nếu $i \in C, i \to j$ thì $j \in C$. Do đó lớp liên thông C là đóng thì mọi trạng thái đến được từ C đều thuộc C. Trạng thái i được gọi là *hấp thụ* nếu $\{i\}$ là lớp liên thông đóng.

1.4 Hồi quy

Định nghĩa 1.4.1. Giả sử $(X_n)_{n \geq 0}$ là xích Markov với ma trận chuyển P. Ta nói rằng trạng thái $i \in I$ là hồi quy nếu

$$P_i(X_n = i \text{ với vô hạn n}) = 1.$$

Trạng thái i là trans nếu

$$P_i(X_n = i \text{ với vô hạn n}) = 0.$$

Bổ đề 1.4.1. *Với mỗi $r = 2, 3, \ldots$, với điều kiện ${T_i}^{(r-1)} < \infty$, bnn ${S_i}^{(r)}$ độc lập với $\{X_m : m \leq {T_i}^{(r-1)}\}$ và*

$$P({S_i}^{(r)} = n \mid {T_i}^{(r-1)} < \infty) = P_i(T_i = n).$$

Chứng minh. Áp dụng tính Markov mạnh tại thời điểm dừng $T = T_i^{(r-1)}$, với điều kiện $T < \infty, (X_{T+n})_{n\geq 0}$ là Markov(δ_i, P) và độc lập với $X_0, X_1, ..., X_T$. Nhưng

$$S_i^{(r)} = inf\{n \geq 1 : X_{T+n} = i\},$$

do đó $S_i^{(r)}$ là thời điểm qua đầu tiên của xích $(X_{T+n})_{n\geq 0}$ ở trạng thái i. Với điều kiện $T_i^{(r-1)} < \infty, S_i^{(r)}$ có cùng phân phối T_i.

Kí hiệu V_i là tổng số lần xích ở trạng thái i, tức là

$$V_i = \sum_{n=0}^{\infty} I_{X_n = i}.$$

Và

$$E(v_i) = \sum_{n=0}^{\infty} P_i(X_n = i) = \sum_{n=0}^{\infty} p_{ij}{}^{(n)}.$$

Đông thời kí hiệu xác suất trở lại trạng thái i theo độ đo xác suất P_i là

$$f_i = P_i(T_i < \infty)$$

Bổ đề 1.4.2. *Với mọi r = 0, 1, ... ta có*

$$P_i(v_i > r) = p_i{}^r. \tag{1.3}$$

Chứng minh. Dễ thấy đẳng thức (1.3) đúng với $r = 0$. Giả sử đẳng thức đúng với r thì nó cũng đúng với r + 1 vì theo bổ đề (1.4.1)
$P_i(V_i > r + 1) = P_i(T_i^{(r+1)} < \infty) = P_i(T_i^r < \infty, S_i^{(r+1)} < \infty)$.

Định lý 1.4.1. *i) Nếu $P_i(T_i < \infty) = 1$ thì trạng thái i là hồi qui và* $\sum_{n=0}^{\infty} p_{ii}{}^{(n)} = \infty$.

ii) Nếu $P_i(T_i < \infty) < 1$ thì i là trạng thái trans và $\sum_{n=0}^{\infty} p_{ii}{}^{(n)} < \infty$.

Chứng minh.

i) Nếu $P_i(T_i < \infty) < 1$ thì theo (1.4.2),

$$P_i(V_i = \infty) = \lim_{r \to \infty} P_i(V_i > r) = 1$$

do đó i là trạng thái hồi qui và

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_{ii}{}^{(n)} = E_i(V_i) = \infty$$

ii) Nếu $f_i = P_i(T_i < \infty) = 1$ thì theo (1.4.2),

$$\textstyle\sum_{n=0}^{\infty} p_{ii}{}^{(n)} = E_i(V_i) = \sum_{r=0}^{\infty} P_i(V_i > r) = \sum_{r=0}^{\infty} f_i^r = \dfrac{1}{1 - f_i} < \infty,$$

do đó $P_i(V_i < \infty) = 0$ và i là trans.

Định lý 1.4.2. *Giả sử C là một lớp liên thông. Khi đó tất cả các trạng thái của C đều là hồi quy hoặc đều là trans.*

Chứng minh. Lấy hai trạng thái khác nhau i, j thuộc C và giả sử rằng i là trans. Tồn tại m, n sao cho $p_{ij}^{(n)} > 0$ và $p_{ij}^{(m)} > 0$ và với mọi $r \geq 0$.

$$p_{ii}^{(n+r+m)} \geq p_{ij}^{(n)} p_{jj}^{(r)} p_{ji}^{(m)}$$

Do đó

$$\sum_{r=0}^{\infty} p_{jj}{}^{(n)} \leq \frac{1}{p_{ij}^{(n)} p_{jj}^{(m)}} \sum_{r=0}^{\infty} p_{ii}{}^{(n+r+m)} < \infty,$$

Theo Định lý 1.4.1. Do đó j là trans theo Định lý 1.4.1. ∎

Định lý 1.4.3. *Mọi lớp hồi quy và liên thông đều là đóng.*

Chứng minh. Giả sử C là một lớp không đóng. Khi đó tồn tại $i \in C$, $j \notin C$ và $m \geq 1$ sao cho

$$P_i(X_m = j) > 0$$

Do

$$P_i(\{X_m = j\} \cap \big\{X_n = i \text{ với vô hạn n}\big\}) = 0$$

ta có

$$P_i(X_n = i \text{ với vô hạn n}) < 1$$

do đó i không phải là trạng thái hồi quy do đó C cũng không phải tập hồi quy. ∎

Định lý 1.4.4. *Mọi lớp đóng gồm hữu hạn phần tử đều là hồi quy.*

Chứng minh. Giả sử lớp C đóng và chỉ gồm hữu hạn phần tử. Giả sử xích $(X_n)_{n\geq 0}$ xuất phát từ C. Khi đó, tồn tại ít nhất moojt trạng thái $i \in C$ sao cho X_n ở trạng thái i vô hnaj lần, tức là

$$\begin{aligned} 0 &< P(X_n = i \ \text{ với vô hạn n }) \\ &= P(X_n = i \ \text{ với n nào đó })P_i(X_n = i \ \text{ với vô hạn n }) \end{aligned}$$

trong đó đẳng thức cuối cùng là do tính Markov mạnh. Do vậy trạng thái i không là trans, tức là i là hồi quy và do đó C cũng là hồi quy. ∎

Định lý 1.4.5. *Giả sử ma trận chuyển P là tối giản và hồi qui. Khi đó, với mọi $j \in I$, ta có $P(T_j < \infty) = 1$.*

Chứng minh. Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(T_j < \infty) = \textstyle\sum_{i\in I} P(X_0 = i)P_i(T_j < \infty),$$

do đó ta chỉ cần chứng minh $P_i(T_j < \infty) = 1, \forall i \in I$. Do xích là tối giản nên tồn tại m sao cho ${p_{ji}}^{(m)} > 0$. Theo định lý (1.4.1) ta có

$$
\begin{aligned}
1 &= P_j(X_n = j \text{ với vô hạn n}) = P_j(X_n = j \text{ với} n \leq m+1 \text{ nào đó}) \\
&= \sum_{k \in I} P_j(X_n = j \text{ với} n \leq m+1 \text{ nào đó} \mid X_m = k) P_j(X_m = k) \\
&= \sum_{k \in I} P_k(T_j < \infty) {p_{jk}}^{(m)} \\
&= 1 + \sum_{k \in I} (P_k(T_j < \infty) - 1) {p_{jk}}^{(m)}
\end{aligned}
$$

Do đó $(P_k(T_j < \infty) - 1){p_{jk}}^{(m)} = 0$ với mọi $k \in I$. Mà ${p_{jk}}^{(m)} > 0$ nên suy ra $P_i(T_j < \infty) = 1$.

Chương 2

Mô phỏng bài toán

2.1 Các bài toán đặt ra

1. Nhập ma trận xác suất chuyển cỡ n x n
2. Kiểm tra ma trận xác suất chuyển đúng hay chưa?
3. Vẽ sơ đồ các trạng thái.
4. Xét tính liên thông của hai trạng thái i, j nhập từ bàn phím.
5. Phân lớp các trạng thái theo tính liên thông.
6. Xét tính hồi quy của các trạng thái.

2.2 Giải thuật - Nhập ma trận xác suất chuyển cỡ n x n

1. Input

   Đoạn text ma trận vuông

2. Output

   Ma trận vuông

2.3 Giải thuật - Kiểm tra ma trận xác suất chuyển

1. Input

   Ma trận

2. Output

   Có là ma trận chuyển hay không?

3. Ý tưởng giải thuật

   Với từng hàng trên ma trận, kiếm tra từng phần tử có lớn hơn bằng 0 và nhỏ hơn bằng 1 hay không, tính tổng hàng xem có bằng 1 hay không?

4. Mã giả

```
function kiem_tra_ma_tran_chuyen() : boolean
    var tong : integer
    begin
        for moi hang tren ma tran then
            tong := 0
            for moi phan tu tren hang then
                if gia tri < 0 or > 1 then
                    return false
                end
                tong += gia tri
            end
            if tong <> 1 then
                return false
        end
    end
    return true;
end

```

2.4 Giải thuật - Vẽ sơ đồ các trạng thái

Phần vẽ sơ đồ được minh họa bằng chương trình.

2.5 Giải thuật - Xét tính liên thông của hai trạng thái

1. Input

   Hai 2 trạng thái cần kiểm tra, ma trận chuyển

2. Output

   Có liên thông hay không

3. Ý tưởng giải thuật

   Sử dụng thuật toán duyệt theo chiều sâu để thiết lập ma trận tồn tại đường đi từ trạng thái này sang trạng thái kia. Bắt đầu duyệt với mỗi trạng thái, tìm các trạng thái khác mà trạng thái hiện tại có thể đi tới, đánh dấu các trạng thái đã đi qua, lần lượt cho tới khi duyệt hết các trường hợp Sau khi thiết lập xong ma trận thì kiểm tra tồn tại đường đi từ trạng thái này sang trạng thái kia và ngược lại, nếu tồn tại thì chúng liên thông.

4. Mã giả

   ma_tran_duong_di : Lưu có tồn tại đường đi từ trạng thái này sang trạng thái khác hay không

   trang_thai_chua_tham : Lưu trạng thái các đỉnh xem đã ghé thăm hay chưa

```
function kiem_tra_tinh_lien_thong(a : integer, b : integer)
  : boolean
```

```
    ma_tran_chuyen : double[][]
    ma_tran_duong_di : boolean[][]
    trang_thai_chua_tham : boolean[]
    begin
        Khoi tao gia tri ban dau cua ma_tran_duong_di = false;
        for i from 0 to kich_thuoc_ma_tran then
            Set tat ca gia tri dinh_chua_toi = true;
            DFS(i, i);
        end
    end
end

```

trang_thai_hien_tai: Trạng thái hiện tại đang kiểm tra đường đi tới các trạng thái khác

trang_thai_bat_dau: Trạng thái gốc, bắt đầu duyệt

trang_thai_ke: Vị trí của trạng thái kề với nó

```
function DFS(trang_thai_hien_tai : integer, trang_thai_bat_dau : integer)
    var trang_thai_ke : integer
    begin
        ma_tran_duong_di[trang_thai_bat_dau, trang_thai_hien_tai] = true;
        trang_thai_chua_tham[trang_thai_hien_tai] = false;
        for trang_thai_ke from 0 to kich_thuoc_ma_tran then
            if ma_tran_chuyen[trang_thai_hien_tai, trang_thai_ke] > 0 and trang_thai_chua_tham[trang_thai_ke] = false then
                DFS(trang_thai_ke, trang_thai_bat_dau)
            end
```

```
            end
        end

```

2.6 Giải thuật - Phân lớp các trạng thái theo tính liên thông

1. Input

   Ma trận xác xuất chuyển

2. Output

   Các lớp trạng thái

3. Ý tưởng giải thuật

   Bước 1: Duyệt trong tập các trạng thái

   Bước 2: Kiểm tra tính liên thông

   Nếu các trạng thái liên thông với nhau thì nhóm chúng vào một lớp

4. Mã giả

```
Buoc 1: Khoi tao ListDuocduyet
Buoc 2: for I = 0 : n-1
Khoi tao NewList
    If( So luong phan tu trong ListDuocDuyet =0)
    thi
Them phan tu thu i vao
        Them phan tu thu i vao ListDuocDuyet
        For j = 0 : n-1
            If( i , j lien thong)
                Them vao ListDuocDuyet phan tu j
                Them vao NewList phan tu j
    Else (so luong phan tu trong ListDuocDuyet >0)
```

```
        Neu i thuoc ListDuocDuyet thi khong xet nua
        Neu i khong thuoc trong ListDuocDuyet
            Them i vao NewList
            Them I vao ListDuocDuyet
            For j = 0 : n-1
            If( i , j lien thong)
                Them vao ListDuocDuyet phan tu j
                Them vao NewList phan tu j
        In ra NewList
String += In ra newList

```

2.7 Giải thuật - Xét tính hồi quy của các trạng thái

1. Input

   Các list trạng thái đã được phân lớp

2. Output

   Danh sách trạng thái hồi quy và trạng thái không hồi quy

3. Ý tưởng giải thuật

   (a) Dựa vào các định lý của hồi quy: mọi lớp đóng gồm hữu hạn các phần tử đều hồi quy. Ta xét từng lớp. Nếu lớp đó đóng thì các phần tử trong lớp hồi quy ngược lại là trans.

   (b) Một lớp là đóng nếu không có đường đi nào từ phần tử khác vào các phần tử thuộc lớp đó.

   (c) Do ta đã phân lớp các trạng thái nên thuật toán để kiểm tra như sau: duyệt qua các phần tử trong một lớp. Nếu bất kì phần tử nào trong lớp có đường đi đến phần tử khác ngoài lớp thì lớp đó không đóng. Vì vậy mà các phần tử của lớp không hồi quy. Ngược lại nếu tất cả các phần tử có lớp không có đường đi ra ngoài thì lớp đó là đóng. Và các phần tử của lớp hồi quy.

4. Mã giả

```
Function:  xet_tinh_hoi_quy
Input:  list<int> lst_lop danh sach cac trang thai trong mot
    lop
     Int[,] mMatrix ma tran chuyen
Buoc 1: Khoi tao mot danh sach bao gom tat ca cac trang thai
Buoc 2: Khoi tao mot danh sach cac trang thai con lai khong
    chua cac trang thai trong list dau vao
Buoc 3: Voi moi p trong list trang thai dau vao
        Voi moi k trong list trang thai con lai
            If(ton tai duong di tu p -> k)
                Return false;
     Return true;
Output: true or false
     (Voi true - Hoi quy, false - khong hoi quy)


```

KẾT LUẬN

Các công việc nhóm 1 đã làm được

1 Hiểu, nắm bắt các cơ sở lý thuyết đã học. Ứng dụng trong việc xây dựng giải thuật để giải quyết các bài toán đặt ra.

2 Xây dựng chương trình mô phỏng các bài toán.

Tuy nhiên báo cáo còn nhiều sai sót, hạn chế, nhóm em rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô và các bạn.

Tài liệu tham khảo

[1] Ngô Hoàng Long, *Giáo trình Nhập Môn Lý Thuyết Các Quá Trình Ngẫu Nhiên*, Đại học Quốc Gia Hà Nội(2015).