

6.3.1.(1) $EX_1 = 0(1-p) + 1p = p$, 故 X_1 是 p 的无偏估计

(2) $EX_1^2 = 0^2(1-p) + 1^2p = p \neq p^2$, 故 X_1^2 不是 p 的无偏估计

(3) $EX_1X_2 = 0^2(1-p)^2 + 1(1-p)p0 + 1(1-p)p0 + 1^2p^2 = p^2$, 故 X_1X_2 是 p^2 的无偏估计

6.3.3. $EX = VarX = \lambda$

$$EX^2 = (EX)^2 + VarX = EX + \lambda^2$$

$$\text{即为 } E(X^2) - E(X) = \lambda^2$$

$$\text{即 } \lambda^2 = \overline{X^2} - \frac{\overline{X}^2}{n}$$

6.3.5. 由题意得, $k_1 + k_2 = 1$

$$Var(k_1\hat{\theta}_1 + k_2\hat{\theta}_2) = k_1^2Var\hat{\theta}_1 + k_2^2Var\hat{\theta}_2 = 2k_1^2Var\hat{\theta}_2 + (1-k_1)^2Var\hat{\theta}_2$$

$$= (3k_1^2 - 2k_1 + 1)Var\hat{\theta}_2$$

由二次函数性质得 $k_1 = \frac{1}{3}$, 故 $k_2 = \frac{2}{3}$

$$6.3.6. MSE(\hat{\theta}_1) = 6, MSE(\hat{\theta}_2) = 1^2 + 2 = 3$$

因此 $\hat{\theta}_2$ 比较好

6.4.2. 保证枢轴量的分布已知且不依赖于任何未知参数

6.5.2. 由公式得, σ^2 未知, μ 置信水平为 0.95 的置信区间为

$$[2.705 - \frac{0.029}{\sqrt{16}}t_{0.975}(15), 2.705 + \frac{0.029}{\sqrt{16}}t_{0.975}(15)]$$

即为 [2.6895, 2.7205]

6.5.4. 由公式得, σ^2 未知, μ 置信水平为 0.95 的置信区间为

$$[6720 - \frac{220}{\sqrt{10}}t_{0.975}(9), 6720 + \frac{220}{\sqrt{10}}t_{0.975}(9)]$$

即为 [6562.618, 6877.382]

6.5.6. 由公式得, μ 未知, σ 置信水平为 0.95 的置信区间为

$$[\sqrt{\frac{(9-1)11^2}{\chi_{0.975}^2(8)}}, \sqrt{\frac{(9-1)11^2}{\chi_{0.025}^2(8)}}]$$

即为 [7.4300, 21.0736]

6.5.7. $\bar{x} = 2.8, s = 0.223$

由公式得, 对于期望值和方差分别作置信水平为 0.95 的区间估计结果如下

$$[2.8 - \frac{0.223}{\sqrt{15}}t_{0.975}(14), 2.8 + \frac{0.223}{\sqrt{15}}t_{0.975}(14)], [\frac{14 \times 0.223^2}{\chi_{0.975}^2(14)}, \frac{14 \times 0.223^2}{\chi_{0.025}^2(14)}]$$

即为 [2.6762, 2.9238], [0.0268, 0.1244]

6.6.3.由如下公式 $[\bar{X} - \bar{Y} - t_{1-\frac{\alpha}{2}}(m+n-2)S_W\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}, \bar{X} - \bar{Y} + t_{1-\frac{\alpha}{2}}(m+n-2)S_W\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}]$ 可得平均参数之差的置信区间为 $[-2.245, -1.855]$

6.6.4.由公式得 $[\frac{0.245^2/0.357^2}{F_{0.97}(5,5)}, \frac{0.245^2/0.357^2}{F_{0.02}(5,5)}]$
即 $[0.0659, 3.3675]$