2.由题意得，X的概率密度函数$p(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x},\ x>0\\0,\ x\le 0\end{cases}$

则$F_X(x)=\begin{cases}1-e^{-\lambda x},\ x>0\\0,\ x\le 0\end{cases}$

则有$F_{X^{\frac{1}{a}}}(x)=P(X^{\frac{1}{a}}\le x)=P(X\le x^a)=\begin{cases}1-e^{-\lambda x^a},\ x>0\\0,\ x\le 0\end{cases}$

4.(1)当$\lambda_1=\lambda_2=\lambda$时，由于$X$和$Y$相互独立，由卷积公式得

当$x>0$时，有$p_{X+Y}(x)=\int_0^z p_x(z-y)p_y(y)dy=\lambda^2xe^{-\lambda x}$

故$p_{X+Y}(x)=\begin{cases}\lambda^2xe^{-\lambda x},\ x>0\\0,\ x\le 0\end{cases}$

(2)当$\lambda_1\ne\lambda_2$时，由于X和Y相互独立，由卷积公式得

当$x>0$时，有$p_{X+Y}(x)=\int_0^z p_x(z-y)p_y(y)dy=\frac{\lambda1\lambda2}{\lambda1-\lambda2}(e^{-\lambda2x}-e^{-\lambda1x})$

故$p_{X+Y}(x)=\begin{cases}\frac{\lambda1\lambda2}{\lambda1-\lambda2}(e^{-\lambda2x}-e^{-\lambda1x}),\ x>0\\0,\ x\le 0\end{cases}$

(3)当$x>0$时，$p_{max\{X,Y\}}(z)=p_x(z)\int_0^z p_y(z)dy+p_y(z)\int_0^z p_x(z)dx$

$=\lambda_1e^{-\lambda1z}+\lambda_2e^{-\lambda2z}-(\lambda_1+\lambda2)e^{-(\lambda1+\lambda2)z}$

则有当$x>0$时，$F_{max\{X,Y\}}(z)=\int_0^z[\lambda_1e^{-\lambda1z}+\lambda_2e^{-\lambda2z}-(\lambda_1+\lambda_2)e^{-(\lambda1+\lambda2)z}]dz$

$=(1-e^{-\lambda1z})(1-e^{-\lambda2z})$

则$F_{max\{X,Y\}}(z)=\begin{cases}(1-e^{-\lambda1z})(1-e^{-\lambda2z}),\ z>0\\0,\ z\le 0\end{cases}$

(4)当$x>0$时，$p_{min\{X,Y\}}(z)=p_x(z)\int_z^\infty p_y(z)dy+p_y(z)\int_z^\infty p_x(z)dx=(\lambda_1+\lambda_2)e^{-(\lambda1+\lambda2)z}$

当$x\le 0$时，$p_{min\{X,Y\}}(z)=0$

因此，$min\{X,Y\}\sim Exp(\lambda_1+\lambda_2)$

6.因为$X\sim N(0,1)$，显然X的概率密度函数为偶函数

当$|X|<a$时，$Y=X$；当$|X|\ge a$时，由对称性易得$Y=X$仍然成立

综上所述，$Y=X$，即$Y\sim N(0,1)$

8.(1)对$\forall y \in R$，设$D_y = \{(x-\frac{1}{2})^2 \le y\}$

则$D_y \cap (0,1) = \begin{cases} \Phi,\ y<0 \\ [\frac{1}{2}-\sqrt{y}, \frac{1}{2}+\sqrt{y}],\ 0 \le y < \frac{1}{4} \\ (0,1),\ y \ge \frac{1}{4} \end{cases}$

因此$F_Y(y) = \begin{cases} 0,\ y<0 \\ \int_{\frac{1}{2}-\sqrt{y}}^{\frac{1}{2}+\sqrt{y}} 1dx,\ 0 \le y < \frac{1}{4} \\ 1,\ y \ge \frac{1}{4} \end{cases} = \begin{cases} 0,\ y<0 \\ 2\sqrt{y},\ 0 \le y < \frac{1}{4} \\ 1,\ y \ge \frac{1}{4} \end{cases}$

(2)$\forall y \in R$，设$D_y = \{sin(\frac{\pi}{2}x) \le y\}$

则$D_y \cap (0,1) = \begin{cases} \Phi,\ y \le 0 \\ (0, \frac{2}{\pi}arcsiny],\ 0 < y < 1 \\ (0,1), y \ge 1 \end{cases}$

因此$F_Y(y) = \begin{cases} 0,\ y \le 0 \\ \int_0^{\frac{2}{\pi}arcsiny} 1dx,\ 0 < y < 1 \\ 1, y \ge 1 \end{cases} = \begin{cases} 0,\ y \le 0 \\ \frac{2}{\pi}arcsiny,\ 0 < y < 1 \\ 1, y \ge 1 \end{cases}$

10.由题意得$P(Y=y)(y \in N) = \int_y^{y+1} \lambda e^{-\lambda y} dy = (1-e^{-\lambda})[1-(1-e^{-\lambda})]^y$

因此$Y+1 \sim Ge(1-e^{-\lambda})$