

**6.1.1.**对于几何分布 $Ge(p)$ 有 $EX = \frac{1}{p}$

则矩估计方程组为 $\frac{1}{p} = \bar{X}$

$$\text{即 } p = \frac{1}{\bar{X}}$$

**6.1.3.**对于二项分布 $b(m, p)$ 有 $EX = mp$

由于 $m$ 已知，则矩估计方程组为 $mp = \bar{X}$

$$\text{即为 } p = \frac{\bar{X}}{m}$$

**6.1.4.**对于二项分布 $b(m, p)$ 有 $EX = mp, Var X = mp(1 - p)$

则矩估计方程组为 
$$\begin{cases} mp = \bar{X} \\ mp(1 - p) = S^2 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} p = 1 - \frac{S^2}{\bar{X}} \\ m = \lceil \frac{\bar{X}^2}{\bar{X} - S^2} \rceil \end{cases}$$

**6.1.6.**对于均匀分布 $U(0, \theta)$ 有 $EX = \frac{\theta}{2}$

则矩估计方程组为 $\frac{\theta}{2} = \bar{X}$

$$\text{即 } \theta = 2\bar{X}$$

**6.1.7.**对于正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 有矩估计 $\mu = \bar{X} = 74.002, \sigma^2 = S^2 = 6 \times 10^{-6}$

**6.2.2.**对数似然函数 $\ln L(\theta) = \frac{n}{2} \ln \theta + \sum_{i=1}^n \ln x_i \sqrt{\theta} - \sum_{i=1}^n \ln x_i$

则对数似然函数的一阶导数 $\frac{d \ln L(\theta)}{d \theta} = \frac{n}{2\theta} + \frac{\sum_{i=1}^n \ln x_i}{2\sqrt{\theta}}$

当 $\frac{d \ln L(\theta)}{d \theta} = 0$ 时, 解得 $\theta = \frac{n^2}{(\sum_{i=1}^n \ln x_i)^2}$

经检验，这个值确为原函数的极大值点

$$\text{因此 } \theta = \frac{n^2}{(\sum_{i=1}^n \ln x_i)^2}$$

**6.2.3.**对数似然函数 $\ln L(p) = \ln \prod_{i=1}^n C_m^x + \sum_{i=1}^n x \ln p + (nm - \sum_{i=1}^n x) \ln(1 - p)$

则对数似然函数的一阶导数 $\frac{d \ln L(p)}{dp} = \frac{\sum_{i=1}^n x}{p} - \frac{nm - \sum_{i=1}^n x}{1-p}$

二阶导数 $\frac{d^2 \ln L(p)}{dp^2} = -\frac{\sum_{i=1}^n x}{p^2} - \frac{nm - \sum_{i=1}^n x}{(1-p)^2} < 0$ 恒成立

因此，当 $\frac{d \ln L(p)}{dp} = 0$ 时 $\ln L(p)$ 有最大值

$$\text{解得 } p = \frac{\sum_{i=1}^n x}{nm}$$

**6.2.4.**对数似然函数 $lnL(\theta) = \sum_{i=1}^n lnx_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{2\theta} - nln\theta$

则对数似然函数的一阶导数 $\frac{dlnL(\theta)}{d\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{2\theta^2} - \frac{n}{\theta}$

当 $\frac{dlnL(\theta)}{d\theta} = 0$ 时,解得 $\theta = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{2n}$

经检验,这个值确为原函数的极大值点

因此 $\theta = \frac{n^2}{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}$

**6.2.7.**正态分布对于 $\mu$ 和 $\sigma^2$ 的极大似然估计分别为 $\bar{X}$ 和 $S^2$

因此 $\mu = 74.002, \sigma^2 = 6 \times 10^{-6}$