天线

碎碎念

自由空间电磁波阻抗

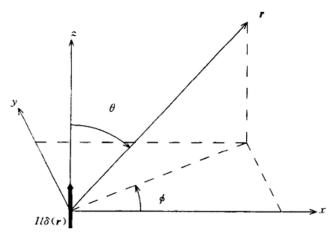
$$\eta_0 = \sqrt{rac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi\Omega$$

相位系数

$$eta_0 = rac{2\pi}{\lambda}$$

复习: 球坐标系

符号: \hat{r} 、 $\hat{ heta}$ 、 $\hat{\phi}$



球坐标表示的赫兹偶极子

PPT上球坐标的图实在是太抽象啦

赫兹电偶极子

整体特性

$$egin{aligned} \widehat{H_r} &= 0 \ \widehat{H_ heta} &= 0 \ \widehat{H_\phi} &= rac{\hat{I} ext{d} l}{4\pi} eta_0^2 sin heta \left(j rac{1}{eta_0 r} + rac{1}{eta_0^2 r^2}
ight) e^{-j eta_0 r} \ \widehat{E_r} &= 2 rac{\hat{I} ext{d} l}{4\pi} \eta_0 eta_0^2 cos heta \left(rac{1}{eta_0^2 r^2} - j rac{1}{bet a_0^3 r^3}
ight) e^{-k eta_0 r} \ \widehat{E_ heta} &= rac{\hat{I} ext{d} l}{4\pi} \eta_0 eta_0^2 sin heta \left(j rac{1}{eta_0 r} + rac{1}{eta_0^2 r^2} - j rac{1}{eta_0^3 r^3}
ight) e^{-j eta_0 r} \ \widehat{E_\phi} &= 0 \end{aligned}$$

远场特性

r 充分大的时候,忽略等式中的 $\frac{1}{r^2}$ 项,式子简化为:

$$egin{aligned} \widehat{H_r} &= 0 \ \widehat{H_ heta} &= 0 \ \widehat{H_\phi} &= jrac{\hat{\mathrm{I}}\mathrm{d}l}{4\pi}eta_0sin hetarac{1}{r}e^{-jeta_0r} \ \widehat{E_r} &= 0 \ \widehat{E_ heta} &= jrac{\hat{\mathrm{I}}\mathrm{d}l}{4\pi}\eta_0eta_0sin hetarac{1}{r}e^{-jeta_0r} \ \widehat{E_\phi} &= 0 \end{aligned}$$

此时 $\widehat{E_r}=0$ 、 $\widehat{H_r}=0$, 径向不存在电和磁场。 $\widehat{H_\phi}$ 和 $\widehat{E_\theta}$ 彼此正交,并与电磁波的传播方向正交(球坐标系特性),此时的电磁波以平面波形式传播(TEM波)

近场特性

近场中忽略低阶量, 高阶量的起主导作用

$$egin{aligned} \widehat{H_r} &= 0 \ \widehat{H_ heta} &= 0 \ \widehat{H_ heta} &= rac{\hat{I} ext{d} l}{4\pi r^2} sin heta e^{-jeta_0 r} \ \widehat{E_r} &= -j2rac{\hat{I} ext{d} l}{4\pi} \eta_0 rac{1}{eta_0 r^3} cos heta e^{-jeta_0 r} \ \widehat{E_ heta} &= -jrac{\hat{I} ext{d} l}{4\pi} \eta_0 rac{1}{eta_0 r^3} sin heta e^{-jeta_0 r} \ \widehat{E_\phi} &= 0 \end{aligned}$$

 $\widehat{E_r}
eq 0$,并不是TEM波,是TM波。

特征阻抗:

$$Z_0 = rac{\widehat{E_ heta}}{\widehat{H_\phi}} \sim rac{\eta_0}{eta_0 r} \gg \eta_0$$

远近场的交界条件:

$$\beta_0 r = 1$$

(复习:相位系数 $\beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$)

环形电流 (由磁偶极子推导而来)

由电与磁的对偶性很容易将电场与磁场互换得到磁偶极子。

复习:磁偶极矩

$$\hat{m} = I\hat{S}$$

我觉得直接根据面积和右手定则来看磁偶极矩会更直观点,PPT上不直观。

整体特性

$$\begin{split} \widehat{E_r} &= 0 \\ \widehat{E_\theta} &= 0 \\ \widehat{E_\phi} &= -j\frac{\hat{m}\omega\mu_0}{4\pi}\beta_0^2sin\theta\left(j\frac{1}{\beta_0r} + \frac{1}{\beta_0^2r^2}\right)e^{-j\beta_0r} \\ \widehat{H_r} &= 2j\frac{\hat{m}\omega\mu_0}{4\pi\eta_0}\beta_0^2cos\theta\left(\frac{1}{\beta_0^2r^2} - j\frac{1}{\beta_0^3r^3}\right)e^{-j\beta_0r} \\ \widehat{H_\theta} &= j\frac{\hat{m}\omega\mu_0}{4\pi\eta_0}\beta_0^2sin\theta\left(j\frac{1}{\beta_0r} + \frac{1}{\beta_0^2r^2} - j\frac{1}{\beta_0^3r^3}\right)e^{-j\beta_0r} \\ \widehat{H_\phi} &= 0 \end{split}$$

远场特性

类似的推导, 舍弃高阶项。

$$egin{aligned} \widehat{E_r} &= 0 \ \widehat{E_ heta} &= 0 \ \widehat{E_\phi} &= rac{\hat{m}\omega\mu_0}{4\pi r}eta_0sin heta e^{-jeta_0r} \ \widehat{H_r} &= 0 \ \widehat{H_ heta} &= -rac{\hat{m}\omega\mu_0}{4\pi\eta_0r}eta_0sin heta e^{-jeta_0r} \ \widehat{H_\phi} &= 0 \end{aligned}$$

同样是TEM波

近场特性

要推吗,真的要推吗?

能发现是TE波,传播方向存在磁场。

两种偶极子的总结

远场条件下电磁波的特性阻抗都是 120π (废话,自由空间阻抗) ,近场条件下电偶极子天线阻抗很高,磁偶极子天线阻抗很低。

远场条件 (重要)

小天线

如果天线的尺寸远小于波长($D \ll \lambda$),直接近似偶极子,远场条件:

$$R_{ff}>rac{\lambda}{2\pi}$$

(这里到底有没有等号呀)

大天线

另一种情况 $D\gg\lambda$,比如孔径天线,接收到的电磁波需要近似为平面波,所以需要路程差 $\Delta\leq\frac{\lambda}{16}$,用勾股定理可以得到

$$R+\Delta=\sqrt{R^2+\left(rac{D}{2}
ight)^2}$$

之后泰勒展开取低阶量

$$R+\Deltapprox R+rac{D^2}{8R}$$

根据前文得到的结论 $\Delta \leq \frac{\lambda}{16}$,可以得到

$$\frac{D^2}{8R} \le \frac{\lambda}{16}$$

从而可以得到远场条件为

$$R_{ff} \geq rac{2D^2}{\lambda}$$

在EMC测量领域,会令 $\Delta \leq \frac{\lambda}{8}$ 或者 $\Delta \leq \frac{\lambda}{4}$,远场条件也随之改变

天线的辐射特性

辐射特性一般说的都是远场。

线天线

线天线可以视为无数个赫兹电偶极子在直线上排列而成,所以为了获得远场处的电场,需要对整段天线从 -L 到 L 积分。

更具体的推导好像不太重要的样子

概念: 归一化电场

$$F\left(heta,\phi
ight)=rac{E\left(heta,\phi
ight)}{E_{max}}$$

线天线的归一化电场方向函数 (此处存疑):

$$F\left(heta,\phi
ight)=rac{sin\left(eta_{0}Lcos heta
ight)}{eta_{0}Lcos heta}sin heta$$

老印在计算天线具体参数时用的dipole公式应该是这个:

$$F\left(heta,\phi
ight)=rac{cos\left(eta_{0}Lcos heta
ight)-cos\left(eta_{0}L
ight)}{sin heta\left(1-cos\left(eta_{0}L
ight)
ight)}$$

这两个公式有着细微的误差,是在积分时展开项不同导致的。

方向图的参数们

主瓣、增益、3dB波束宽度、第1零点、第1旁瓣、后瓣

天线的方向性

概念: 立体角

符号是 Ω 与单位球面上的一块面积有关,整个单位球的立体角为 $4\pi {
m sr}$

小知识:

$$d\Omega = sin\theta d\theta d\phi$$

概念: 平均功率 P_{ave}

$$P_{ave} = rac{1}{4\pi} \int \int \int P\left(heta,\phi
ight) \mathrm{d}\Omega$$

对所有方向的功率进行积分并除以球面的立体角 4π ,得到等效的在球面上的平均功率。

概念: 归一化功率 $P_n(\theta,\phi)$

$$P_{n}\left(heta,\phi
ight)=rac{P\left(heta,\phi
ight)}{P_{max}}$$

归一化电场与归一化功率的关系

$$P_{n}\left(heta,\phi
ight)=\left|F\left(heta,\phi
ight)
ight|^{2}$$

概念:方向性D

$$D=rac{P_{max}}{P_{ave}}=rac{4\pi}{\iint\limits_{A\pi}P_{n}\left(heta,\phi
ight)\mathrm{d}\Omega}$$

概念: 波束范围 Ω_A

$$\Omega_A = \iint_{A\pi} P_n\left(\theta,\phi\right) \mathrm{d}\Omega$$

从而可以得到方向性 $D=rac{4\pi}{\Omega_A}$ (哪来这么多概念啊,草)

各向同性天线

辐射特性是个球, $P_{n}\left(heta,\phi
ight) =1$,D=1

赫兹电偶极子的方向性

先计算归一化电场, 远场条件下的电场为:

$$\widehat{E_{ heta}} = jrac{\hat{I}\mathrm{d}l}{4\pi}\eta_0eta_0sin hetarac{1}{r}e^{-jeta_0r}$$

先归一化电流

$$\widehat{E_{ heta}}=jrac{\mathrm{d}l}{4\pi}\eta_0eta_0sin hetarac{1}{r}e^{-jeta_0r}$$

除一下

$$F\left(heta,\phi
ight)=rac{jrac{ ext{d} l}{4\pi}\eta_{0}eta_{0}sin hetarac{1}{r}e^{-jeta_{0}r}}{jrac{ ext{d} l}{4\pi}\eta_{0}eta_{0}sin heta_{max}rac{1}{r}e^{-jeta_{0}r}}$$

直接全部拿掉

$$F\left(heta,\phi
ight)=rac{sin heta}{sin heta_{max}}$$

在球坐标系中 θ 的取值范围是 $0 \sim \pi$ 所以可以发现

$$sin heta_{max}=sin heta|_{ heta=rac{\pi}{2}}=1$$

所以得到

$$F(\theta, \phi) = sin\theta$$

获得归一化电场后就是计算波束范围

$$\Omega_A = \iint\limits_{4\pi} \left| F\left(heta,\phi
ight)
ight|^2 \mathrm{d}\Omega$$

带入上面计算得到的归一化电场,打开二重积分 ($\mathrm{d}\Omega=sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi$) 不想积了,直接抄

$$egin{aligned} \Omega_A &= \int \limits_0^{2\pi} \int \limits_0^\pi sin^2 heta sin heta \mathrm{d} heta \mathrm{d} \phi \ &= rac{8\pi}{3} \end{aligned}$$

根据波束范围的概念,可以算出方向性 $D=rac{4\pi}{\Omega_A}=1.5$

$\lambda/2$ 偶极子天线

$$egin{aligned} F\left(heta,\phi
ight) &= rac{cos\left(rac{\pi}{2}cos heta
ight)}{sin heta} \ \Omega_A &= 7.66 \ D &= 1.64 \end{aligned}$$

1λ 偶极子天线

$$F\left(heta,\phi
ight)=rac{cos\left(\pi cos heta
ight)+1}{2sin heta} \ \Omega_{A}=5.21 \ D=2.41$$

很长的线天线

$$D \sim rac{2L}{\lambda} \left(L \gg \lambda
ight)$$

L是天线长度

孔径天线

$$D=rac{4\pi A_e}{\lambda^2}$$

孔径天线的有效截面积:

$$A_e = A \times e_{ap}$$

孔径效率: e_{ap}

孔径面积: A

天线增益

综合考虑方向性和天线的损耗后可以得到,单位是dBi:

$$G=10log_{10}\left(D imes e
ight)$$

e 是天线的效率

联想之前算方向性 D 的计算,其实天线的增益是

$$G=10log_{10}\left(rac{P_{ heta}}{P_{ave}}
ight)$$

在例题中出现的二级结论:

$$G=10log_{10}\left(rac{P_{ heta}}{P_{max}}
ight)$$

老师PPT上放的公式是孔径天线的,我觉得这里应该用普适的公式,所以删了。

无耗偶极子天线

赫兹偶极子 D=1.5 , $G=10log_{10}\left(1.5\right)=1.76dBi$

 $\lambda/2$ 偶极子天线 D=1.64 , $G=10log_{10}\left(1.64
ight)=2.14dBi$

 1λ 偶极子天线 D=2.41 , $\ G=10log_{10}\left(2.41
ight)=3.82dBi$

无耗孔径天线

TODO

有损耗孔径天线

TODO

半功率波束宽度/3dB波束宽度

长度为 L 的线天线, 电流分布为

$$I\left(r
ight)=cos^{n}\left(rac{\pi r}{L}
ight)$$

直径为a的圆形喇叭天线

这里的n我没找到具体的含义,应该是天线长度和波长的关系?

高指向天线的估算方法(奇怪的经验公式增加了):

$$Dpprox rac{4\pi}{ heta_{1r} heta_{2r}}$$

角度制我就不写了,360转一下的事

例题题解

Example 1a

天线类型:圆形喇叭天线,属于孔径天线,直径10cm,题目假设没有损耗,孔径效率60%

频点: 12GHz, 波长 0.025m; 15GHz, 波长 0.020m; 18GHz, 波长 0.01667m

计算: 套孔径天线的公式

$$A_e = A imes e_{ap} = \pi imes 0.05^2 imes 0.6$$

$$D=rac{4\pi A_e}{\lambda^2}=94.75$$

$$G=10log_{10}\left(De
ight)=10log_{10}\left(94.75 imes1
ight)=19.76dBi$$
 $Dpproxrac{4\pi}{ heta_{1x} heta_{2x}}$

这里PPT直接写等于号了,让我大为恼火。由于是圆形喇叭天线,所以可以得到 $\theta_{1r}=\theta_{2r}$,代入解得 $\theta_{1r}=\theta_{2r}=0.364$

其他频点不算了

Example 1b

(a)

线天线的归一化电场:

$$F\left(heta,\phi
ight)=rac{sin\left(eta_{0}Lcos heta
ight)}{eta_{0}Lcos heta}sin heta$$

L 是天线长度的一半

赫兹偶极子的归一化电场(L 很小,使用著名等价无穷小,用前面PPT推的内容也能直接做出来):

$$\lim_{L
ightarrow0}F\left(heta,\phi
ight) =sin heta$$

随后得到归一化功率

$$P_{n}\left(heta,\phi
ight) =sin^{2} heta$$

天线增益的定义:

$$G=10log_{10}\left(rac{P_{ heta=30^{\circ}}}{P_{ave}}
ight)=10log_{10}\left(rac{P_{max}}{P_{ave}} imesrac{P_{ heta=30^{\circ}}}{P_{max}}
ight)=10log_{10}\left(D imes P_{n_{ heta=30^{\circ}}}
ight)=-4.25dBi$$

这里可以看到一个二级结论 $G=10log_{10}$ $(D\times P_n)$

(b)

复习:

$$eta_0 = rac{2\pi}{\lambda}$$

长度是 1λ 的话, $L=\frac{\lambda}{2}$,可以得到

$$F\left(heta,\phi
ight)=rac{sin\left(\pi cos heta
ight)sin heta}{\pi cos heta}$$

使用背书技能得到 D=2.41 ,用上文得到的二级结论可以算出来

$$G = 10log_{10}\left(2.41 imes F^2|_{ heta=45^{\circ}}
ight) = -8.1dBi$$