

考虑麦克斯韦方程组的时谐形式：

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B} \\ \nabla \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{J} = j\omega \rho \end{array} \right.$$

物质的本构关系：

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \\ \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \end{array} \right.$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

由于导体中场的特性为：无散、无旋、无源， $\nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) = 0$ ，可以得到：

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E}$$

根据麦克斯韦方程组 $\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B}$ 有：

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla \times (-j\omega \mathbf{B})$$

代入物质的本构关系 $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ 和麦克斯韦方程组 $\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J}$ ：

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mu \nabla \times \mathbf{H} = -j\omega \mu (j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J})$$

由于是在导体中，所以 $j\omega \mathbf{D} = 0$ ，代入本构关系 $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ 从而得到：

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mu \sigma \mathbf{E}$$

所以可以得到：

$$\nabla^2 \mathbf{E} = j\omega \mu \sigma \mathbf{E}$$

此时就得到了亥姆霍兹方程（在后面EMI的部分也大量出现）

亥姆霍兹方程的解为电磁波的传播方程，对于电场，它的形式为：

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$$

令指数上的 \mathbf{k} 为电磁场的复传播系数，规定其**一般形式**为

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)}$$

在导体中，省略介电项，可以得到在导体中的电磁场传播系数为：

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$$

根据趋肤效应的定义，场强减小到 $|\mathbf{E}_0|$ 的 e^{-1} 时，此时的距离规定为趋肤深度：

$$|\mathbf{E}_0 e^{-\gamma \cdot r}| = |\mathbf{E}_0 e^{-1}|$$

解得：

$$r = \left| \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \right| = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu \sigma}}$$