Практикум по курсам «Основы информатики», «Алгоритмы и структуры данных».

Курсовой проект: 8 факультет, I курс, I семестр 2011/12 уч. года.

Задание III. Вещественный тип. Приближенные вычисления. Табулирование функций

Составить программу на Си, которая печатает таблицу значений элементарной функции, вычисленной двумя способами: по формуле Тейлора и с помощью встроенных функций языка программирования. В качестве аргументов таблицы взять точки разбиения отрезка [a,b] на n равных частей (n + 1 точка включая концы отрезка), находящихся в рекомендованной области хорошей точности формулы Тейлора. Вычисления по формуле Тейлора проводить по экономной в сложностном смысле схеме с точностью $\varepsilon * k$, где ε – машинное эпсилон аппаратно реализованного вещественного типа для данной ЭВМ, а k – экспериментально подбираемый коэффициент, обеспечивающий приемлемую сходимость. Число итераций должно ограничиваться сверху числом порядка 100. Программа должна сама определять машинное ε и обеспечивать корректные размеры генерируемой таблицы.

Дополнительное задание

Для углубленного изучения вещественных типов рекомендуется провести вычисление машинного эпсилон для других (нестандартных) разновидностей вещественных типов на DEC Alpha, а также, по возможности, для других систем программирования и аппаратных средств. Сравните полученные результаты со встроенными константами системы программирования.

Для изучения атрибутов вещественного и целого типов определите границы допустимого диапазона значений программным путем и сравните с соответствующими константами. Объясните полученные результаты.

Дополнительное задание оформляется в виде отдельных программ.

Полученные результаты необходимо включить в отчет по курсовому проекту. Успешное выполнение дополнительного задания учитывается при оценке основного задания.

Замечание. Формула Тейлора сводит вычисление трансцендентных функций к алгебраическим (полиномам; схему Горнера – в студию!). Однако этот простой способ не применяется на практике ввиду большой ресурсоёмкости и значительной погрешности. Изучение более совершенных способов вычисления значений трансцендентных функций на ЭВМ производится в курсе численных методов.

Пример результатов для sin(x) = $\sum_{n=0}^{N} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

```
Машинное эпсилон для типа long double в системе Compaq C на Digital Alpha = ...
            Таблица значений ряда Тейлора и стандартной функции для f(x)=sin x
```

x	част. сумма ряда для sin x	значения функции sin x	число итераций
0.00 **0.05** **0.10** **0.15** **...** **0.50**	**...** **...** **...**	**0.0** **0.0008 …** **0.0017 …** **0.0026 …** **...** **...**	**...** **...** **...**

Варианты заданий

№	ряд	a	b	функция
1	$\frac{x}{9}-\frac{x^3}{9^2}+\ldots+(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{9^{n+1}}$	–1.0	1.0	$\frac{x}{9+x^2}$
2	$2(\frac{x}{1}+\frac{x^3}{3}+\ldots+\frac{x^{2n+1}}{2n+1})$	0.0	0.5	$\ln\frac{1+x}{1-x}$
3	$x-\frac{5}{2}x^2+\ldots+\frac{(-1)^{n+1}\cdot 2^n-1}{n}x^n$	–0.2	0.3	$\ln(1+x-2x^2)$
4	$\ln 2+\frac{x}{2}-\frac{x^2}{2^3}+\ldots+(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n\cdot 2^n}$	–1.0	1.0	$\ln(2+x)$
5	$-\frac{4x^2}{2}+\frac{16x^4}{24}+\ldots+(-1)^n\frac{(2x)^{2n}}{(2n)!}$	0.0	0.5	$2(\cos^2 x-1)$
6	$x+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$	0.0	1.0	$\mathrm{sh}\, x$

7	$3x+8x^2+\ldots+n\cdot(n+2)x^n$	0.0	0.5	$\frac{x(3-x)}{(1-x)^3}$
8	$-\frac{1}{5}-\frac{2x}{5^2}-\frac{4x^2}{5^3}-\ldots-\frac{2^{n-1}x^{n-1}}{5^n}$	0.0	2.0	$\frac{1}{2x-5}$
9	$-(1+\frac{2}{3})-(1+\frac{2}{3^2})x-\ldots-(1+\frac{2}{3^{n+1}})x^n$	0.0	0.5	$\frac{3x-5}{x^2-4x+3}$
10	$\frac{2x^2}{2!}-\frac{2^3x^4}{4!}+\ldots+(-1)^{n-1}\frac{2^{2n-1}x^{2n}}{(2n)!}$	0.0	1.0	$\sin^2 x$
11	$1-\frac{3}{2}x^2+\ldots+(-1)^n\frac{2n^2+1}{(2n)!}x^{2n}$	0.1	0.6	$(1-\frac{x^2}{2})\cos x-\frac{x}{2}\sin x$
12	$1+\frac{\ln 3}{1!}x+\frac{\ln^2 3}{2!}x^2+\ldots+\frac{\ln^n 3}{n!}x^n$	0.0	1.0	3^x
13	$x-\frac{x^3}{3!}+\ldots+(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	0.0	1.0	$\sin x$
14	$-3-4x-5x^2-\ldots-(n+3)x^n$	0.1	0.6	$\frac{2x-3}{(x-1)^2}$
15	$1-\frac{x^2}{2!}+\ldots+(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!}$	0.0	1.0	$\cos x$
16	$1+3x^2+\ldots+\frac{2n+1}{n!}x^{2n}$	0.0	1.0	$(1+2x^2)e^{x^2}$
17	$\frac{x-1}{x+1}+\frac{1}{3}(\frac{x-1}{x+1})^3+\ldots+\frac{1}{2n+1}(\frac{x-1}{x+1})^{2n+1}$	0.2	0.7	$\frac{1}{2}\ln x$
18	$\frac{x^3}{3}-\frac{x^5}{15}+\ldots+(-1)^{n+1}\frac{x^{2n+1}}{4n^2-1}$	0.1	0.6	$\frac{1+x^2}{2}\operatorname{arctg} x-\frac{x}{2}$
19	$1+\frac{x^2}{2}+\ldots+\frac{x^{2n}}{(2n)!}$	0.1	0.6	$\operatorname{ch} x$
20	$1+\frac{2x}{1!}+\ldots+\frac{(2x)^n}{n!}$	0.1	0.6	e^{2x}
21	$1+2\frac{x}{2}+\ldots+\frac{n^2+1}{n!}(\frac{x}{2})^n$	0.1	0.6	$(\frac{x^2}{4}+\frac{x}{2}+1)e^{\frac{x}{2}}$
22	$1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\ldots+(-1)^{n-1}\frac{n-1}{n!}x^n$	0.0	1.0	$(1+x)e^{-x}$
23	$x-\frac{x^3}{3}+\ldots+(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$	0.0	0.5	$\operatorname{arctg} x$
24	$1+\frac{x^2}{1}+\frac{x^4}{2}+\ldots+\frac{x^{2n}}{n!}$	0.0	1.0	e^{x^2}
25	$\frac{1}{4}+\frac{x^4}{4^2}+\ldots+\frac{x^{4n}}{4^{n+1}}$	0.0	1.0	$\frac{1}{4-x^4}$
26*	$-\cos x+\frac{\cos 2x}{2^2}+\ldots+(-1)^n\frac{\cos nx}{n^2}$	$\frac{\pi}{5}$	π	$\frac{1}{4}(x^2-\frac{\pi^2}{3})$
27*	$1+\frac{\cos x}{1!}+\ldots+\frac{\cos nx}{n!}$	0.1	0.6	$e^{\cos x}\cdot\cos(\sin x)$
28*	$\cos x+\frac{\cos 2x}{2}+\ldots+\frac{\cos nx}{n}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{6\pi}{5}$	$-\ln\lvert 2\sin\frac{x}{2}\rvert$

Задание составил к.ф.-м.н., доц. Зайцев В.Е. Варианты подготовлены к.ф.-м.н., доц. Сопруненко И.П.