

# Problemas de caminos mínimos

## Algoritmo de Dijkstra

Henry R Moncada

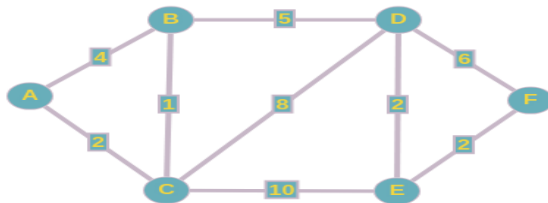
November 3, 2024

① Example 1

② Example 2

③ Example 3

# Example 1 : Camino minimo en grafos 1 - Dijkstra



Calcular el camino minimo (camino de menor longitud) entre **A** a **F**

**Solución:**

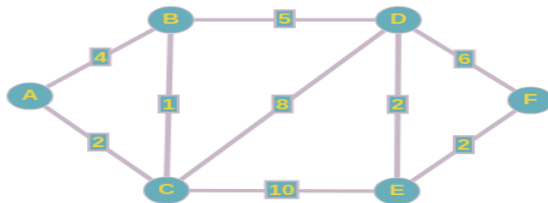
Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6
A	(0,A)					
B						
C						
D						
E						
F						

Nos piden encontrar el camino minimo o camino de menor peso entre **A** y **F**. El primer vertice a considerar es **A**

Marcamos el primer vertices  
(0,A)

# Camino minimo en grafos 2 - Dijkstra



Calcular el camino minimo (camino de menor longitud) entre **A** a **F**

**Solución:**

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

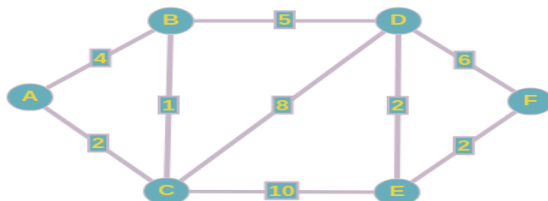
Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6
A	(0,A)	*	*	*	*	*
B	(4,A)					
C	(2,A)					
D	$\infty$					
E	$\infty$					
F	$\infty$					

Marcamos el primer vertices **(0,A)** como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes **B** y **C**

Denotamos los vertices no abyacentes **D, E, F** con  $\infty$  (No considerar)

# Camino minimo en grafos 3 - Dijkstra



## Solución:

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6
A	(0,A)	*	*	*	*	*
B	(4,A)	(3,C)				
C	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*
D	$\infty$	(10,C)				
E	$\infty$	(12,C)				
F	$\infty$	$\infty$				

(2,A), es el de menor valor

Trasladamos (2,A) a la siguiente columna, lo marcamos como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes B, D y E, con referencia a C

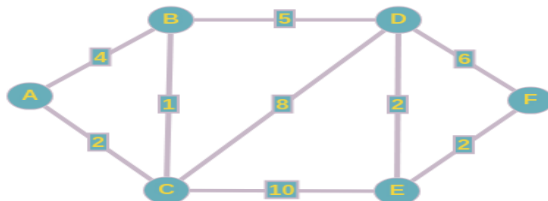
$$B : 1 + 2 \Rightarrow (3, C)$$

$$D : 8 + 2 \Rightarrow (10, C)$$

$$E : 10 + 2 \Rightarrow (12, C)$$

Denotamos los vertices no adyacentes F con  $\infty$  (No considerar)

# Camino minimo en grafos 4 - Dijkstra



## Solución:

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6
A	(0,A)	*	*	*	*	*
B	(4,A)	(3,C)	(3,C)	*	*	*
C	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*
D	$\infty$	(10,C)	(8,B)			
E	$\infty$	(12,C)	(12,C)			
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$			

(3,C), es el de menor valor

Trasladamos (3,C) a la siguiente columna, lo marcamos como definitivo

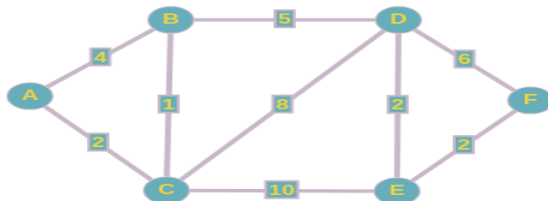
Encontramos los vertices adyacentes **D** y **E**, con referencia a **B**

$$D : 5 + 1 + 2 \Rightarrow (8, B)$$

$$E : 10 + 2 \Rightarrow (12, C)$$

Denotamos los vertices no adyacentes **F** con  $\infty$  (No considerar)

# Camino minimo en grafos 5 - Dijkstra



## Solución:

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6
A	(0,A)	*	*	*	*	*
B	(4,A)	(3,C)	(3,C)	*	*	*
C	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*
D	$\infty$	(10,C)	(8,B)	(8,B)	*	*
E	$\infty$	(12,C)	(12,C)	(10,D)		
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(14,D)		

(8,B), es el de menor valor

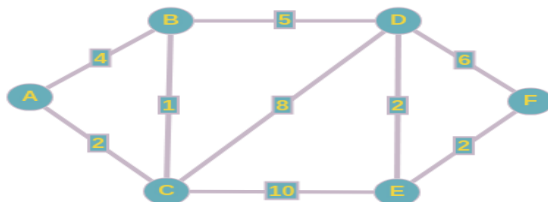
Trasladamos (8,B) a la siguiente columna, lo marcamos como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes E y F, con referencia a D

$$E : 2 + 5 + 1 + 2 \Rightarrow (10, D)$$

$$F : 6 + 5 + 1 + 2 \Rightarrow (14, D)$$

# Camino minimo en grafos 6 - Dijkstra



## Solución:

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6
A	(0,A)	*	*	*	*	*
B	(4,A)	(3,C)	(3,C)	*	*	*
C	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*
D	$\infty$	(10,C)	(8,B)	(8,B)	*	*
E	$\infty$	(12,C)	(12,C)	(10,D)	(10,D)	*
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(14,D)	(12,E)	

(10,D), es el de menor valor

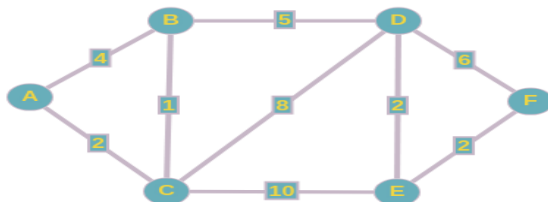
Trasladamos (10,D) a la siguiente columna, lo marcamos como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes F, con referencia a E

$$F : 2 + 2 + 5 + 1 + 2 \Rightarrow (12, E)$$



# Camino minimo en grafos 6 - Dijkstra



## Solución:

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

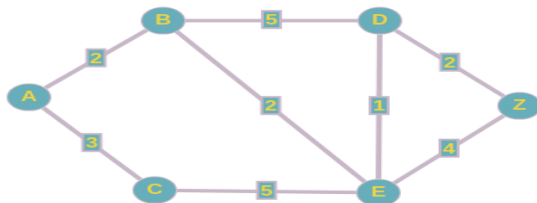
Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6
A	(0,A)	*	*	*	*	*
B	(4,A)	(3,C)	(3,C)	*	*	*
C	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*
D	$\infty$	(10,C)	(8,B)	(8,B)	*	*
E	$\infty$	(12,C)	(12,C)	(10,D)	(10,D)	*
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(14,D)	(12,E)	(12,E)

Por lo tanto, **(12,E)** es nuestra etiqueta definitiva. Siendo en camino minimo aquel que paso por los vertices (F, E, D, B, C, A)

$$F : 2 + 2 + 5 + 1 + 2 \Rightarrow (12, E)$$

con referencia a **E**

# Example 2: Camino minimo en grafos 1 - Dijkstra



Calcular el camino minimo (camino de menor longitud) entre **A** a **F**

**Solución:**

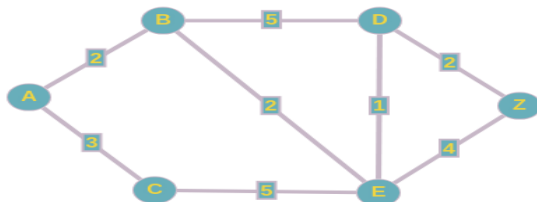
Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6
A	(0,A)					
B						
C						
D						
E						
Z						

Nos piden encontrar el camino minimo o camino de menor peso entre **A** y **Z**. El primer vertice a considerar es **A**

Marcamos el primer vertices **(0,A)**

# Camino minimo en grafos 2 - Dijkstra



Calcular el camino minimo (camino de menor longitud) entre **A** a **F**

**Solución:**

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

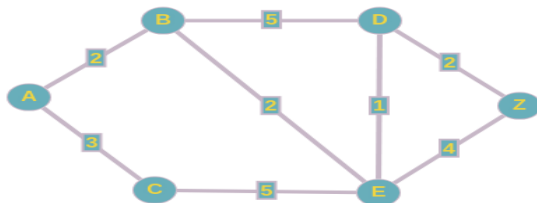
Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6
A	(0,A)	*	*	*	*	*
B	(2,A)					
C	(3,A)					
D	$\infty$					
E	$\infty$					
Z	$\infty$					

Marcamos el primer vertices **(0,A)** como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes **B** y **C**

Denotamos los vertices no abyacentes **D, E, Z** con  $\infty$  (No considerar)

# Camino minimo en grafos 3 - Dijkstra



Calcular el camino minimo (camino de menor longitud) entre **A** a **F**

**Solución:**

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6
A	(0,A)	*	*	*	*	*
B	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*
C	(3,A)	(3,A)				
D	$\infty$	(7,B)				
E	$\infty$	(4,B)				
Z	$\infty$	$\infty$				

(2,A), es el de menor valor

Trasladamos (2,A) a la siguiente columna, lo marcamos como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes **D** y **E**, con referencia a **B**

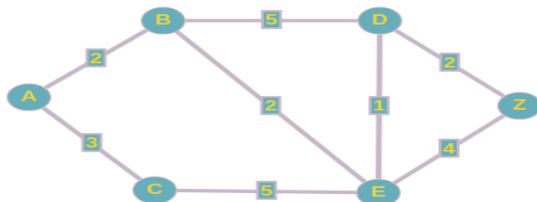
$$D : 5 + 2 \Rightarrow (7, B)$$

$$E : 2 + 2 \Rightarrow (4, B)$$

Denotamos los vertices no adyacentes, **Z** con  $\infty$  (No considerar)

**C** no se puede referenciar a **B**, mantenemos la etiqueta (3,A)

# Camino minimo en grafos 4 - Dijkstra



Calcular el camino minimo (camino de menor longitud) entre **A** a **F**

**Solución:**

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6
A	(0,A)	*	*	*	*	*
B	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*
C	(3,A)	(3,A)	(3,A)	*	*	*
D	$\infty$	(7,B)	(7,B)			
E	$\infty$	(4,B)	(4,B)			
Z	$\infty$	$\infty$	$\infty$			

**(3,A)**, es el de menor valor

Trasladamos **(3,A)** a la siguiente columna, lo marcamos como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes **D** y **E**, con referencia a **C**

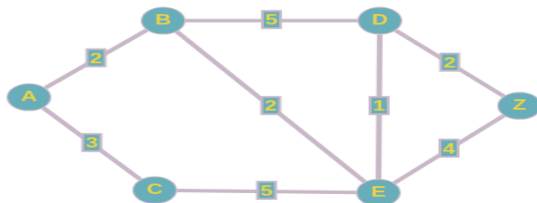
**D** : No se puede, mantenemos **(7, B)**

**E** :  $5 + 3 \Rightarrow (8, C) > (4, B)$

Denotamos los vertices no adyacentes, **Z**, con  $\infty$  (No consider)

**C** no se puede referenciar a **B**, mantenemos la etiqueta **(3,A)**

# Camino minimo en grafos 5 - Dijkstra



Calcular el camino minimo (camino de menor longitud) entre **A** a **F**

**Solución:**

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6
A	(0,A)	*	*	*	*	*
B	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*
C	(3,A)	(3,A)	(3,A)	*	*	*
D	$\infty$	(7,B)	(7,B)	(5,E)		
E	$\infty$	(4,B)	(4,B)	(4,B)	*	*
Z	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(8,E)		

(4,B), es el menor valor

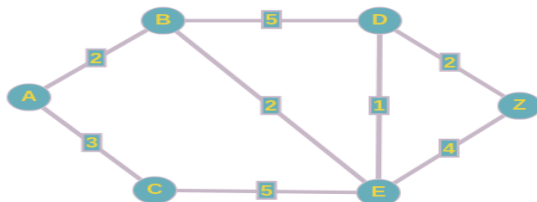
Trasladamos (4,B) a la siguiente columna, lo marcamos como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes **D** y **Z**, con referencia a **E**

$$D : 1 + 2 + 2 \Rightarrow (5, E)$$

$$Z : 4 + 2 + 2 \Rightarrow (8, E)$$

# Camino minimo en grafos 6 - Dijkstra



Calcular el camino minimo (camino de menor longitud) entre **A** a **F**

**Solución:**

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6
A	(0,A)	*	*	*	*	*
B	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*
C	(3,A)	(3,A)	(3,A)	*	*	*
D	$\infty$	(7,B)	(7,B)	(5,E)	(5,E)	*
E	$\infty$	(4,B)	(4,B)	(4,B)	*	*
Z	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(8,E)	(7,D)	

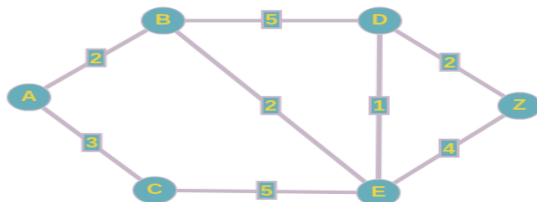
(5,E), es el menor valor

Trasladamos (5,E) a la siguiente columnas, lo marcamos como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes Z, con referencia a D

$$Z : 2 + 1 + 2 + 2 \Rightarrow (7, D)$$

# Camino minimo en grafos 7 - Dijkstra



Calcular el camino minimo (camino de menor longitud) entre **A** a **F**

**Solución:**

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6
A	(0,A)	*	*	*	*	*
B	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*
C	(3,A)	(3,A)	(3,A)	*	*	*
D	$\infty$	(7,B)	(7,B)	(5,E)	(5,E)	*
E	$\infty$	(4,B)	(4,B)	(4,B)	*	*
Z	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(8,E)	(7,D)	(7,D)

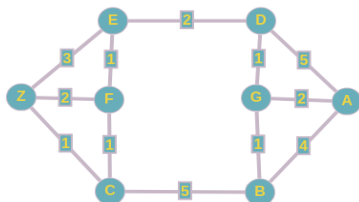
Por lo tanto, **(7,D)** es nuestra etiqueta definitiva. Siendo el camino minimo aquel que paso por los vertices **(F, D, E, B, A)**

$$Z : 2 + 1 + 2 + 2 \Rightarrow (7, D)$$

con referencia a **D**



# Example 3 : Camino minimo en grafos 1 - Dijkstra



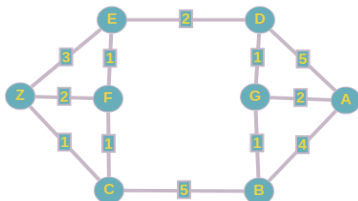
Nos piden encontrar el camino mínimo o camino de menor peso entre **A** y **Z**. El primer vertice a considerar es **A**

Marcamos el primer vertices  
(0,A)

**Solución:** Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6	Paso 7	Paso 8
A	(0,A)							
B								
C								
D								
E								
F								
G								
Z								

# Camino minimo en grafos 2 - Dijkstra



Marcamos el primer vertices **(0,A)** como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes **B, D y G**

$B : 4 \Rightarrow (4, A)$

$D : 5 \Rightarrow (5, A)$

$G : 2 \Rightarrow (2, A)$

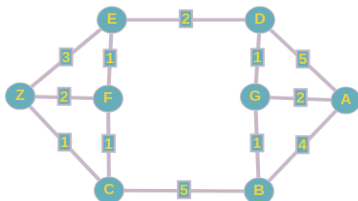
Denotamos los vertices no abyacentes **E, F, C, Z** con  $\infty$  (No considerar)

## Solución:

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6	Paso 7	Paso 8
A	(0,A)	*	*	*	*	*	*	*
B	(4,A)							
C	$\infty$							
D	(5,A)							
E	$\infty$							
F	$\infty$							
G	(2,A)							
Z	$\infty$							

# Camino minimo en grafos 3 - Dijkstra



$(2, A)$ , es el de menor valor

Trasladamos  $(2, A)$  a la siguiente columna, lo marcamos como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes  $B$  y  $D$ , con referencia a  $G$

$$B : 1 + 2 \Rightarrow (3, G)$$

$$D : 1 + 2 \Rightarrow (3, G)$$

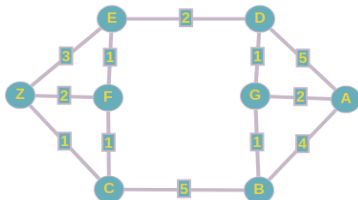
Denotamos los vertices no adyacentes,  $C, E, F, Z$  con  $\infty$  (No considerar)

## Solución:

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6	Paso 7	Paso 8
A	$(0, A)$	*	*	*	*	*	*	*
B	$(4, A)$	$(3, G)$						
C	$\infty$	$\infty$						
D	$(5, A)$	$(3, G)$						
E	$\infty$	$\infty$						
F	$\infty$	$\infty$						
G	$(2, A)$	$(2, A)$	*	*	*	*	*	*
Z	$\infty$	$\infty$						

# Camino minimo en grafos 4 - Dijkstra



**(3,G)**, es el de menor valor

Trasladamos **(3,G)** a la siguiente columna, lo marcamos como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes **C**, con referencia a **B**

$C : 5 + 1 + 2 \Rightarrow (8, B)$

$D$  : No se puede, mantenemos  $(3, G)$

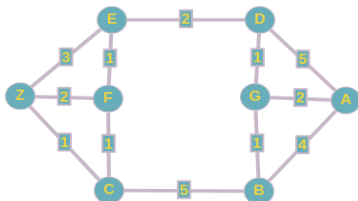
Denotamos los vertices no adyacentes, **E**, **F**, **Z**, con  $\infty$  (No consider)

## Solución:

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6	Paso 7	Paso 8
A	(0,A)	*	*	*	*	*	*	*
B	(4,A)	(3,G)	(3,G)	*	*	*	*	*
C	$\infty$	$\infty$	(8,B)					
D	(5,A)	(3,G)	(3,G)					
E	$\infty$	$\infty$	$\infty$					
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$					
G	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*	*	*
Z	$\infty$	$\infty$	$\infty$					

# Camino minimo en grafos 5 - Dijkstra



**(3,G)**, es el menor valor

Trasladamos **(3,G)** a la siguiente columna, lo marcamos como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes **E**, con referencia a **D**

$E : 2 + 1 + 2 \Rightarrow (5, D)$

$C$  : No se puede, mantenemos  $(8, B)$

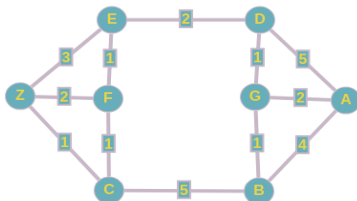
Denotamos los vertices no adyacentes, **F**, **Z**, con  $\infty$  (No consider)

## Solución:

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6	Paso 7	Paso 8
A	(0,A)	*	*	*	*	*	*	*
B	(4,A)	(3,G)	(3,G)	*	*	*	*	*
C	$\infty$	$\infty$	(8,B)	(8,B)				
D	(5,A)	(3,G)	(3,G)	(3,G)	*	*	*	*
E	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(5,D)				
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$				
G	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*	*	*
Z	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$				

# Camino minimo en grafos 6 - Dijkstra



**(5,D)**, es el menor valor

Trasladamos **(5,D)** a la siguiente columna, lo marcamos como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes **F, Z**, con referencia a **E**

$$F : 1 + 2 + 1 + 2 \Rightarrow (6, E)$$

$$Z : 3 + 2 + 1 + 2 \Rightarrow (8, E)$$

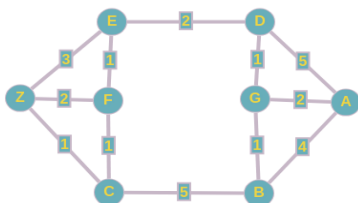
Mantenemos **(8,C)** en **C**, por ser inaccesible.

## Solución:

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6	Paso 7	Paso 8
A	(0,A)	*	*	*	*	*	*	*
B	(4,A)	(3,G)	(3,G)	*	*	*	*	*
C	$\infty$	$\infty$	(8,B)	(8,B)	(8,B)			
D	(5,A)	(3,G)	(3,G)	(3,G)	*	*	*	*
E	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(5,D)	(5,D)	*	*	*
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(6,E)			
G	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*	*	*
Z	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(8,E)			

# Camino minimo en grafos 7 - Dijkstra



(6,E), es el menor valor

Trasladamos (6,E) a la siguiente columna, lo marcamos como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes C, Z, con referencia a F

$$C : 1 + 1 + 2 + 1 + 2 \Rightarrow (7, F)$$

$$Z : 2 + 1 + 2 + 1 + 2 \Rightarrow (8, F)$$

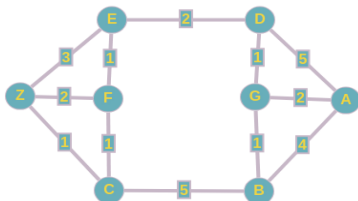
Aqui nos podemos quedar con (8,E) o (8,F) ya que nos dan la misma distancia, elegimos (8,F)

## Solución:

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6	Paso 7	Paso 8
A	(0,A)	*	*	*	*	*	*	*
B	(4,A)	(3,G)	(3,G)	*	*	*	*	*
C	$\infty$	$\infty$	(8,B)	(8,B)	(8,B)	(7,F)		
D	(5,A)	(3,G)	(3,G)	(3,G)	*	*	*	*
E	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(5,D)	(5,D)	*	*	*
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(6,E)	(6,E)	*	*
G	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*	*	*
Z	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(8,E)	(8,F)		

# Camino minimo en grafos 8 - Dijkstra



**(7,F)**, es el menor valor

Trasladamos **(7,F)** a la siguiente columna, lo marcamos como definitivo

Encontramos los vertices adyacentes **Z**, con referencia a **C**

$$Z : 2+1+1+2+1+2 \Rightarrow (8, C)$$

El arbol resultante para este problema no es unico, ya que podemos encontrar otros con los mismos resultados

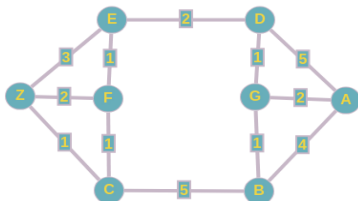
## Solución:

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6	Paso 7	Paso 8
A	(0,A)	*	*	*	*	*	*	*
B	(4,A)	(3,G)	(3,G)	*	*	*	*	*
C	$\infty$	$\infty$	(8,B)	(8,B)	(8,B)	(7,F)	(7,F)	*
D	(5,A)	(3,G)	(3,G)	(3,G)	*	*	*	*
E	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(5,D)	(5,D)	*	*	*
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(6,E)	(6,E)	*	*
G	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*	*	*
Z	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(8,E)	(8,F)	(8,C)	



# Camino minimo en grafos 9 - Dijkstra



Por lo tanto, **(8,C)** es nuestra etiqueta definitiva. Siendo el camino mínimo aquel que paso por los vertices  $(Z, C, F, E, D, G, A)$

$Z : 1+1+1+2+1+2 \Rightarrow (8, C)$

con referencia a **C**

## Solución:

Construimos una tabla usando los vertices y aristas

Vertices	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4	Paso 5	Paso 6	Paso 7	Paso 8
A	(0,A)	*	*	*	*	*	*	*
B	(4,A)	(3,G)	(3,G)	*	*	*	*	*
C	$\infty$	$\infty$	(8,B)	(8,B)	(8,B)	(7,F)	(7,F)	*
D	(5,A)	(3,G)	(3,G)	(3,G)	*	*	*	*
E	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(5,D)	(5,D)	*	*	*
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(6,E)	(6,E)	*	*
G	(2,A)	(2,A)	*	*	*	*	*	*
Z	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	(8,E)	(8,F)	(8,C)	(8,C)