ESIEE

UNITE : IGS-3005 **TP 1 : Transformée de Fourier Discrète**

OBJECTIFS DE LA SEANCE

Le but de cette séance est d'appliquer des notions vues en cours sur la transformée de Fourier discrète (TFD) mais également d'aller un peu plus loin (notion de « temps-fréquence ») par l'application et l'observation.
Des programmes Matlab (fichiers avec l'extension .m) vous sont fournis contenant toutes les commandes nécessaires : vous devrez les comprendre, éventuellement « dé-commenter » certaines parties, et interpréter les résultats.
Pour interpréter les figures, n'hésitez pas à « zoomer » et/ou à agrandir la fenêtre de la figure.

Dans la partie A, nous allons observer certains résultats et confirmer certains calculs « théoriques ». Nous nous baserons pour cela sur l'exercice 2 traité en TD.

Dans la partie B, nous découvrirons la notion de représentation « temps-fréquence » et nous devrons comprendre son intérêt. Vous trouverez en annexe de la documentation sur cette partie.

RENDU DU TRAVAIL

Vous travaillerez en binôme. Chaque binôme enverra son rapport par mail à l'enseignant(e) qui l'a encadré lors de la séance et mettra obligatoirement son binôme en copie du mail.

Contenu du travail à remettre:
Le rapport devra présenter le contexte, ce qui a été fait, les résultats/observations obtenu(e)s et surtout expliquer et justifier ces dernier(e)s. Bien entendu, vous y répondrez également aux questions particulières posées dans le sujet.

Format du travail à remettre:
Vous préciserez dans le nom du document joint par mail, les 2 noms du binôme et le groupe.
Exemple : Dupont_Durand_G2e.pdf.
Seul le format « pdf » sera accepté.

Délai pour la remise du rapport :
Vous avez 1 semaine maximum pour envoyer votre rapport.
Tout rapport remis après cette échéance pourra ne pas être corrigé et le binôme se verra attribuer la note « 0 ».

Les enseignants intervenant dans l'unité :

S. Dupont-Legendre sylvain.dupont-legendre@esiee.fr
N. Madaoui nadia.madaoui@esiee.fr
A. Ugon adrien.ugon@esiee.fr

PARTIE A : TFD (EXERCICE 2 DU TD)

CONSIGNES GENERALES :

- Chaque tracé temporel (resp. fréquentiel) se fera en fonction du temps (resp. de la fréquence). Nous devons donc définir un vecteur temps et un vecteur fréquences associé à chaque tracé.
- Pour chaque tracé de TFD, on superposera le tracé avec « plot » (tracé continu) et le tracé avec « stem » (tracé des échantillons). Pour cela on utilise la fonction « hold on ».
- Vous pourrez « zoomer » pour observer plus en détail ce que vous obtenez dans une bande allant d'environ 90 Hz à environ 110 Hz.
- Les commandes sont données dans le programme ***PartieA.m.*** Pour exécuter les différentes parties, vous devrez les « dé-commenter ».
- Vous devrez commenter chaque tracé fréquentiel en le justifiant : valeur des amplitudes, « positions » des échantillons $X(k)$ etc…

  Bien entendu, vous pouvez vous aider des résultats obtenus en TD (exercice 2).

PARTIE A1

- On va créer et tracer les N = 500 échantillons du signal $x(n)$ en fonction du temps. On calculera la TFD $X(k)$ sur N = 500 points et tracera son module entre -Fe/2 et +Fe/2.

PARTIE A2

- On sait que pour observer les raies à 100Hz et 105Hz, il faudrait des échantillons $X(k)$ à ces fréquences. Il faut donc un pas fréquentiel Δf = 5Hz. Nous ferons alors du « zero padding » en prenant un nombre de points fréquentiel de N_2 = 600. On calcule la TFD $X_2(k)$ sur N_2 points et on la trace.
  - Pourquoi la ***fft*** est divisée par N et non par N2 ?
- On augmente encore la résolution fréquentielle en prenant un pas de 1 Hz. On calcule la nouvelle TFD $X_3(k)$ et on la trace.

PARTIE A3

- Finalement on décide de prendre plus d'échantillons $x(n)$: on augmente ainsi la durée d'observation (fenêtre temporelle de pondération) à T0 = 600 Te.
  On recalcule le nouveau signal $x_2(n)$ contenant 600 échantillons, sa TFD $X_4(k)$ et on trace cette dernière.

PARTIE B : TFCT ET SPECTROGRAMME (A FAIRE EN AUTONOMIE)

Pour la partie B, vous pouvez vous aider des explications et lien donnés en annexe.

PARTIE B1

Dans cette partie, nous allons créer deux signaux différents à partir des deux mêmes sinusoïdes. Les commandes sont données dans le programme ***PartieB.m***. Vous devez le comprendre, l'exécuter et interpréter les résultats.
1- Expliquez pourquoi les TFDs des deux signaux sont similaires et pourquoi leurs spectrogrammes sont différents. Voyez-vous alors un intérêt au spectrogramme par rapport à la TFD ?
2- Pourquoi sur le spectrogramme du second signal x2 on observe des hautes fréquences à la moitié de la durée du signal ?
3- Maintenant que vous avez interprété les courbes, expliquez plus en détail la fonction « *spectrogram* » de Matlab :

- A quoi correspondent les différents paramètres d'entrée de la fonction « *spectrogram* » utilisés dans le programme ?
- Quel est l'effet de chaque paramètre sur la visualisation du spectrogramme ? Vous pouvez faire des tests en modifiant les valeurs (attention, des valeurs trop élevées peuvent induire un « blocage » de Matlab → temps de calcul et/ou mémoire nécessaire trop importants)

PARTIE B2

Dans cette partie, nous allons étudier des signaux audios. Dans le programme ***PartieB.m***, vous « dé-commenterez » la partie B2 et exécuterez le programme après l'avoir compris (vous pouvez le tester sur les 4 fichiers audio fournis (.wav). Il suffit de modifier le nom du fichier dans la fonction ***audioread***.

- Pour chacun des 4 fichiers « .wav », déterminez ce que vous pouvez voir sur le spectrogramme par rapport à ce que vous entendez.
- A partir du spectrogramme, pouvez-vous donner la « gamme de fréquences » du canari ?
- A partir du spectrogramme de l'ECG (ElectroCardioGramme), pouvez-vous donner le nombre de battements du cœur par minute ? A partir du spectrogramme, déterminez la gamme de fréquences des battements cardiaques ? Cela vous semble-t-il cohérent avec le nombre de battements par minutes au repos ?

ANNEXE : TRANSFORMEE DE FOURIER A COURT TERME ET SPECTROGRAMME
➔ LA REPRESENTATION TEMPS-FREQUENCE

<u>Signal temporel :</u>
Le tracé d'un signal en fonction du temps donne l'évolution de son amplitude au cours du temps.

<u>Transformée de Fourier :</u>
Le tracé de son spectre (par transformée de Fourier) donne la répartition de l'énergie / de la puissance selon les fréquences. Il nous renseigne donc sur les fréquences qui constituent le signal. Par contre nous n'avons pas d'information quant aux instants auxquels ces fréquences apparaissent.

<u>La transformée de Fourier à court terme (TFCT ou STFT en anglais) :</u>
Soit un signal non « stationnaire », c'est-à-dire que son contenu fréquentiel évolue au cours du temps. Si nous calculons sa transformée de Fourier (somme sur toute la durée du signal), nous perdons l'information temporelle : nous savons quelles sont les fréquences mais ne savons pas à quel moment elles apparaissent.
Une solution est de calculer plusieurs TF sur des intervalles de temps. Pour isoler la partie du signal qui nous intéresse (la portion de temps d'analyse), nous le multiplions alors par une fenêtre (qui est non nulle uniquement dans cet intervalle). On parle de TF à court terme ou également de TF « fenêtrée ».
En juxtaposant les fenêtres décalées, nous obtenons l'analyse par TFCT sur toute la durée du signal.

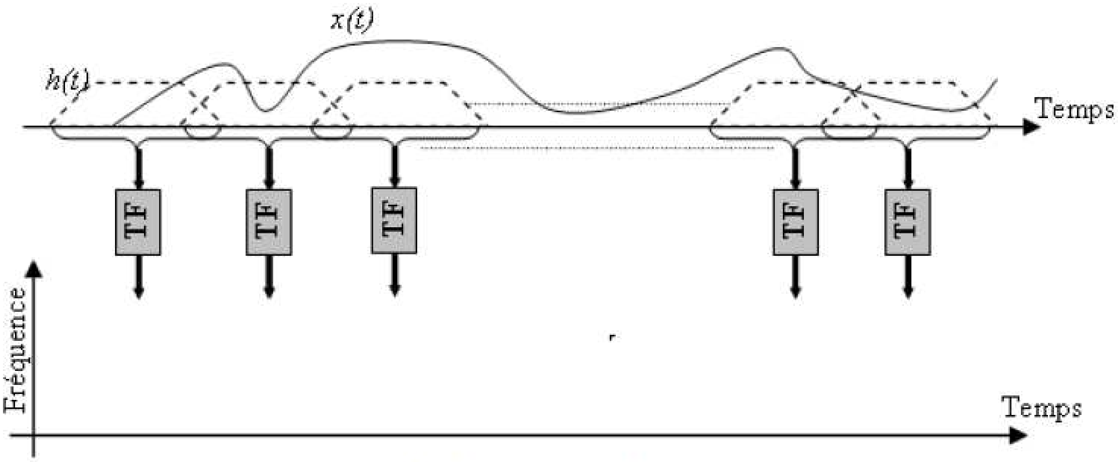


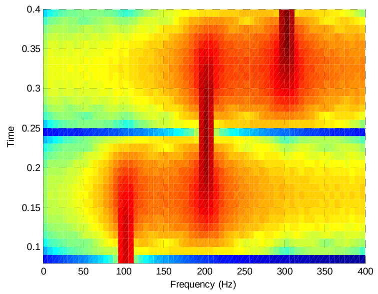
Figure 1. Principe de la transformée de Fourier à court terme

<u>Recouvrement :</u>
En général, les fenêtres ne sont pas juxtaposées mais on a un recouvrement entre deux fenêtres voisines. Cela permet, entre autre, d'éviter de « rater » un phénomène qui serait à la frontière entre 2 fenêtres. Sur la figure ci-dessus, les fenêtres (avec recouvrement) sont représentées en pointillés.

Problème de résolution en temps et en fréquence :
Si nous voulons une localisation temporelle fine, la durée de la fenêtre doit alors être réduite. Cependant, nous ne serons pas précis en fréquence (nous aurons du mal à identifier finement les fréquences contenues dans cette portion du signal). Inversement, si la fenêtre est large, alors nous serons moins précis sur la localisation temporelle mais plus précis sur les fréquences.
Nous pouvons le comprendre puisque le pas fréquentiel df = Fe/N : plus la durée sera faible (N petit), plus la résolution fréquentielle sera mauvaise (df grand)… et inversement.
Nous pouvons également l'expliquer par la TF : la TF d'une constante (durée N infinie → pas de localisation fine en temps) est un Dirac (positionnement très précis en fréquence) et, inversement, la TF d'un Dirac (très précis en temps) est une constante (pas de localisation en fréquence).
On sait également qu'une dilatation en temps correspond à une contraction en fréquence et inversement…
Bref, un compromis est donc à faire !

Le spectrogramme :
Le spectrogramme permet de tracer les fréquences en fonction du temps. C'est une image 2D en couleur. La couleur est liée à l'amplitude (ou puissance).
Cette représentation reprend la notion de TFCT (ou STFT en anglais).

La fonction Matlab permettant ce tracé est « ***spectrogram*** ».
Les paramètres d'entrée de cette fonction permettent de choisir la taille de la fenêtre, le nombre de points de recouvrement entre 2 fenêtres voisines, etc… Voir l'aide en ligne de Matlab sur la fonction.



Exemple de spectrogramme

Lien vers une illustration du spectrogramme dans l'audio :
http://www.cochlea.eu/son/representation-du-son