ESIEE

UNITE : IGS-3005 **TP 3 : Signaux aléatoires**

OBJECTIFS DE LA TROISIEME SEANCE « PERS »

Le but de cette séance est d'appliquer des notions vues en cours sur les signaux aléatoires mais également d'aller un peu plus loin par l'application et l'observation.

Des programmes Matlab (fichiers avec l'extension .m) vous sont fournis.
Les commandes principales sont données dans les programmes commentés. Vous devez bien entendu les comprendre et pouvez éventuellement les compléter/modifier (par exemple si vous souhaitez ajouter une figure, modifier des paramètres…).
Pour interpréter les figures, n'hésitez pas à « zoomer » et/ou à agrandir la fenêtre de la figure.

Dans la partie A, le but est d'observer les caractéristiques (moments) de signaux aléatoires types (sinusoïde bruitée et bruits). Il s'agit ici de comprendre les « représentations » et de les interpréter.

Dans la partie B, nous irons plus loin en analysant des signaux non « absolument » stationnaires et introduirons la notion de rapport signal à bruit. Nous appliquerons ensuite un traitement classique : le dé-bruitage.

RENDU DU TRAVAIL

Vous travaillerez en binôme. Chaque binôme enverra son rapport par mail à l'enseignant(e) qui l'a encadré lors de la séance et mettra obligatoirement son binôme en copie du mail.

Contenu du travail à remettre:
Le rapport devra présenter le contexte, ce qui a été fait, les résultats/observations obtenu(e)s et surtout expliquer et justifier ces dernier(e)s. Bien entendu, vous y répondrez également aux questions particulières posées dans le sujet.

Format du travail à remettre:
Vous préciserez dans le nom du document joint par mail, les 2 noms du binôme et le groupe.
Exemple : Dupont_Durand_G2e.pdf.
Seul le format « pdf » sera accepté.

Délai pour la remise du rapport :
Vous avez 1 semaine maximum pour envoyer votre rapport.
Tout rapport remis après cette échéance pourra ne pas être corrigé et le binôme se verra attribuer la note « 0 ».

Les enseignants intervenant dans l'unité :

S. Dupont-Legendre sylvain.dupont-legendre@esiee.fr
N. Madaoui nadia.madaoui@esiee.fr
A. Ugon adrien.ugon@esiee.fr

PARTIE A : ETUDE DES PROPRIETES DE QUELQUES SIGNAUX ALEATOIRES

Pour cette partie, nous disposons du programme « ***SA_PartieA.m*** » que nous devons comprendre.
Bien entendu, pour chaque partie vous expliquerez et justifierez les observations en vous basant sur des raisonnements « théoriques », voire sur de petits calculs.

INTRODUCTION :

- La fonction « ***rand*** » de Matlab permet de générer des valeurs aléatoires de fonction de répartition (loi de probabilité) uniforme alors que « ***randn*** » génère des valeurs aléatoires de fonction de répartition (loi de probabilité) Gaussienne.

Exemple : un signal aléatoire de loi de probabilité Gaussienne, de moyenne *m*, de variance σ² et contenant *N* échantillons sera généré par : ***x = m + σ*randn(1,N) ;***
Attention, par défaut, la fonction « *rand* » donne un SA de moyenne non nulle.
N'hésitez pas à consulter l'aide Matlab de ces fonctions.

- Pour bien interpréter les courbes, n'oubliez pas que le calcul théorique des moments se fait pour l'infini… Or, nous avons un nombre fini d'échantillons (moments temporels) et un nombre fini de réalisations (moments statistiques) → en augmentant le nombre de réalisations et/ou d'échantillons, nous pouvons voir la « tendance à l'infini ». Gardez néanmoins des valeurs raisonnables pour ne pas « bloquer » Matlab.

A1 : ETUDE D'UNE SINUSOÏDE BRUITEE

On considère une sinusoïde bruitée : $X(n,\omega) = A\sin(2\pi f_0 nTe) + B(n,\omega)$.
La fonction ***plot_rea*** permet d'afficher quelques-unes de ses réalisations ainsi que les moyennes d'ensemble (statistiques) et temporelles. Examinez le script, regardez l'aide de ***plot_rea.m***, exécutez, analyser, modifiez les paramètres (par exemple : amplitude, nombre de points, nombre de réalisations totales…).

Le signal est-il stationnaire et/ou ergodique à l'ordre 1 ? Bien entendu, vous justifierez vos réponses à partir de calculs « théoriques ».

A2 : ETUDE DE BRUITS

On examine maintenant les histogrammes de deux bruits. A quelle fonction statistique sont assimilés les histogrammes ?
Examinez plusieurs réalisations (pour cela, relancez le programme).
Modifiez le nombre de points.
Interprétez les courbes et dites notamment si les bruits sont blancs, gaussiens, uniformes, vous donnerez leur moyenne…

Si l'un des deux bruits n'est pas blanc, proposez une solution simple pour qu'il le devienne (vérifiez votre solution en modifiant le programme en conséquence et en observant le résultat).

PARTIE B : SIGNAL ALEATOIRE BRUITE

Pour cette partie, nous disposons d'un programme (***SA_PartieB.m***) que nous devons comprendre.

INTRODUCTION :

Dans cette partie nous allons étudier un signal audio bruité, observer les caractéristiques pour des rapports RSB différents et essayer de le dé-bruiter « au mieux ».

B1 : ETUDE D'UN SIGNAL AUDIO BRUITE

Vous disposez de 2 signaux audio : un signal de parole (Diner.wav et PereNoel.wav, extraits de films que vous reconnaitrez surement).
Vous allez créer un bruit blanc Gaussien. La puissance du bruit (variance σ^2) sera fixée en fonction du rapport signal à bruit, RSB, choisi.
Pour les 3 signaux (signal original, bruit et signal bruité), vous allez calculer et tracer :

- l'évolution du signal au cours du temps
- le spectrogramme
- l'autocorrélation
- la densité spectrale de puissance (DSP)

- En prenant différentes valeurs du RSB (par exemple 10, 0 et -10 dB), vous allez commenter et interpréter les différentes courbes. Justifiez « théoriquement » vos commentaires en vous aidant notamment de formules permettant de faire le lien entre les grandeurs et après avoir compris ce qui est fait dans le programme.
- Bien entendu, vous écouterez également les signaux.

B2 : DE-BRUITAGE PAR FILTRAGE DE

Pour cette partie, nous vous proposons une fonction « debruit.m » qui vous permet de débruiter le signal par une méthode de filtrage de Wiener appliqué dans le domaine fréquentiel. Vous trouverez en annexe un rappel du principe du filtrage de Wiener (voir également l'exercice 5 du TD). On notera qu'un des paramètres d'entrée de la fonction « debruit.m » est le bruit : en pratique, on estime le bruit pendant les périodes de « silence ».
On travaillera avec un RSB = 10 dB.

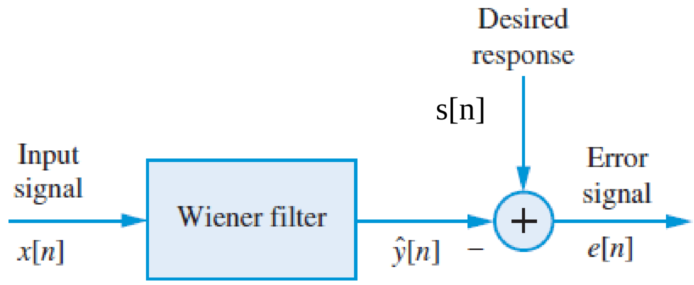
- Pourquoi le signal est découpé en trames ?
- Expliquez ce qui est fait dans la fonction « debruit.m » : vous développerez et expliquerez les calculs (en faisant le lien avec l'annexe et l'exercice 5) et donnerez l'organigramme de l'algorithme.
- Appliquez le dé-bruitage. Observez (signaux temporels, spectrogrammes, etc…), écoutez et commentez les résultats.
- Proposez une solution pour éliminer les « parasites » restants…

***Remarques** :*

1. *Le filtrage de Wiener permet de calculer le filtre optimal « théorique ». En pratique, des algorithmes itératifs d'optimisation (exemple : LMS, gradient…) sont utilisés afin d'obtenir de bons résultats. Ils ne seront pas étudiés dans le cadre de ce cours.*
2. *Vous pouvez tester la partie B sur d'autres fichiers de parole (par exemple en vous enregistrant). Cependant, faites attention à ne pas prendre trop d'échantillons (limitez la durée) afin de ne pas « bloquer » Matlab…*

ANNEXE

PRINCIPE GENERAL DU FILTRE DE WIENER



On considère un signal d'intérêt s(n) mais nous ne disposons que de sa version bruitée $x(n)$.
Le filtrage de Wiener consiste à trouver la réponse impulsionnelle h (n) du filtre qui permettra d'obtenir une « bonne » estimation $y(n)$ du signal d'intérêt $s(n)$ au sens de l'erreur quadratique moyenne.
On a :
Le signal dont on dispose constitué du signal que l'on cherche plus du bruit : $x(n) = s(n) + b(n)$
La sortie du filtre de Wiener est l'estimation du signal que l'on cherche et correspond au signal dont on dispose convolué par la réponse impulsionnelle du filtre FIR d'ordre p :

$$\hat{y} = \sum_{k=1}^{p} h_k x_k = \boldsymbol{h}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}.$$

On peut déterminer l'erreur entre l'estimé et le « vrai » signal recherché :

$$e(n) = y(n) - s(n) = \sum_{k=0}^{p-1} h(k).x(n-k) - s(n) = h^T x - s$$

Le critère à minimiser est : $J(h) = E\left[e^2(n)\right]$

Après calculs (voir corrigé de l'exercice 5 du TD), la réponse impulsionnelle qui minimise ce critère en annulant sa dérivée est donnée par :

$$h = R_{XX}^{-1}.R_{XS}$$

avec :

$$R_{XX} = \begin{bmatrix} R_{XX}(0) & R_{XX}(1) & \cdots & R_{XX}(p-1) \\ R_{XX}(1) & R_{XX}(0) & \cdots & R_{XX}(p-2) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ R_{XX}(p-1) & & \cdots & R_{XX}(0) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad R_{XS} = \begin{bmatrix} R_{XS}(0) \\ R_{XS}(1) \\ \vdots \\ R_{XS}(p-1) \end{bmatrix}$$

Remarque : cette méthode suppose que l'on a le signal original $s(n)$ pour calculer Rxs et donc le filtre $h(n)$…

En considérant les hypothèses de travail suivantes :

- le bruit $b(n)$ et le signal d'intérêt $s(n)$ sont dé-corrélés
- le bruit $b(n)$ et le signal bruité $x(n)$ sont des processus stationnaire au sens large (au moins à l'ordre 2).

On a alors les relations suivantes :

$$R_{XX}(n) = R_{SS}(n) + R_{bb}(n) \quad \text{et} \quad R_{XS}(n) = R_{SS}(n) + R_{BS}(n) \approx Rss(n)$$

On notera que les formules exactes impliquent de faire varier n à l'infini. Nous nous contenterons (approximation) de ne le faire que jusqu'à un certain ordre fini…