

# Compte rendu du TP3

## Signaux aléatoires

---



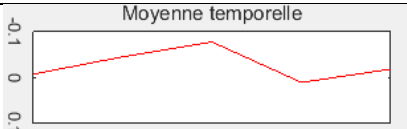
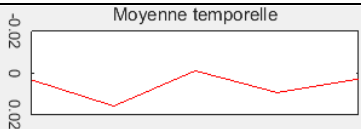
## Partie A1 : Etude d'une sinusoïde bruitée

On se contente de vérifier l'ergodisme et la stationnarité à l'ordre 1.

### Ergodisme :

Pour que le signal soit ergodique, il faut que ses moments temporels, et notamment la moyenne temporelle (moment d'ordre 1), soient constants (à un nombre de réalisations infini).

On ne peut expérimentalement pas faire un nombre infini de réalisations, on augmente donc le nombre de réalisation, puis on regarde si la moyenne temporelle se rapproche d'une valeur constante.

K	200	200 000
Moyenne temporelle		

On constate qu'en augmentant le nombre de réalisations, la moyenne temporelle se rapproche de plus en plus de 0. On en déduit qu'à l'infini, cette moyenne vaut 0 et est donc constante, et donc que le signal est ergodique.

### Stationnarité :

Pour que le signal soit stationnaire, il faut que ses moments statistiques soient constants en variant le temps.

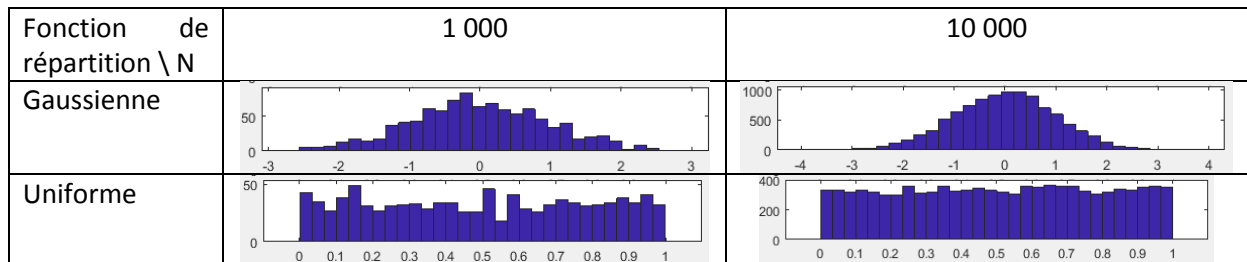
Le moment statistique d'ordre 1 est l'espérance de ce signal, que l'on peut calculer en intégrant ce signal.

Comme notre signal est un sinus (= somme de 2 exponentielles), son intégrale est également un sinus, et n'est donc jamais constante : le signal est donc non-stationnaire.

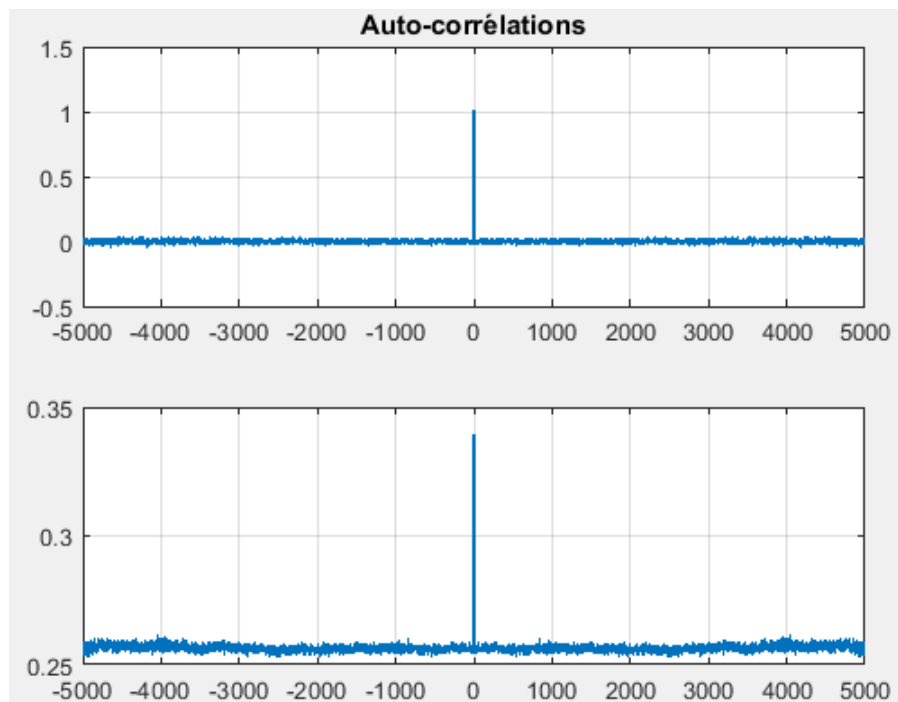
## Partie A2 : Etude de bruits

Dans cette partie, on construit deux signaux de bruits : l'un gaussien, et l'autre uniforme.

Les histogrammes représentent la répartition des points aléatoirement générés par respectivement une loi normale et une loi uniforme : les histogrammes tendent donc vers les fonctions de répartition à partir desquels ces bruits ont été générés, lorsqu'on augmente le nombre de points.



On regarde maintenant l'autocorrélation ( $N = 10\,000$ ) :



Le premier signal généré par une loi gaussienne est bien un bruit blanc car les deux conditions sont remplies : la moyenne du signal est à 0, et l'autocorrélation du signal forme un Dirac centré en 0.

Le deuxième signal ne remplit qu'une seule condition : le Dirac de son autocorrélation est bien centré en 0, mais sa moyenne n'est pas nulle. Il n'est donc pas un bruit blanc.

Pour rendre ce bruit blanc, on peut soustraire la moyenne au signal bruité de façon à retrouver une moyenne nulle. De cette manière, on peut générer un bruit blanc à partir d'un bruit généré avec une loi uniforme.

## Partie B1 : Etude d'un signal audio bruité

Le coefficient sigma permettant de changer l'amplitude du bruit est calculé par la formule suivante :

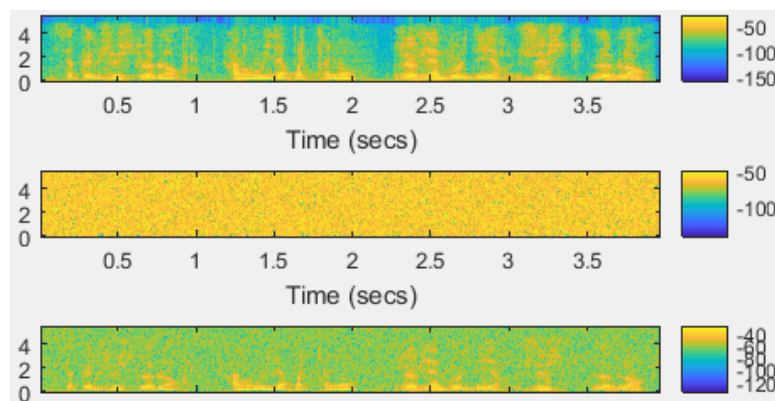
$$\sigma = \sqrt{P_s / (10^{(RSB/10)})}$$

On remarque grâce à cette formule que plus le RSB est grand, plus l'amplitude du bruit ajouté est petite (et à l'inverse, plus le RSB est petit, plus l'amplitude du bruit ajouté est grande).

Signaux temporels : La voix est un signal aléatoire, et on y ajoute un bruit avec une certaine amplitude dépendant de RSB. En diminuant le RSB, on augmente le bruit et on entend moins clairement la voix dans le signal bruité, et on peut y observer des perturbations, notamment entre les paroles.

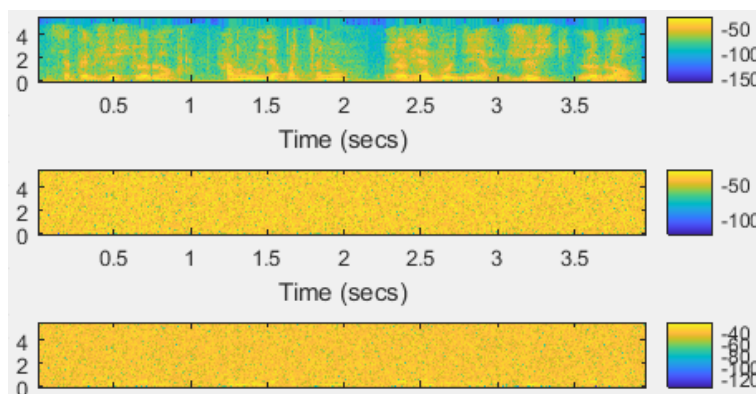
Spectrogrammes : Le spectrogramme du signal bruité correspond à une combinaison linéaire des spectrogrammes de la voix et du bruit, dont les coefficients dépendent de sigma, et donc du RSB. Avec un RSB élevé, on arrive encore à retrouver les fréquences à haute énergie dans le signal bruité, mais plus on diminue le RSB, moins elles sont visible.

**RSB = 10 :**



On devine les fréquences hautes de la voix dans le spectrogramme du signal bruité.

**RSB = -10 :**



On ne voit plus du tout les fréquences à haute énergie de la voix, qui sont noyées dans le bruit.

Autocorrélation : Plus on diminue le RSB, plus le signal bruité se rapproche d'un bruit blanc, et donc son autocorrélation se rapproche de l'autocorrélation d'un bruit blanc (la moyenne se rapproche de plus en plus de 0), et en augmentant le RSB, elle se rapproche de l'autocorrélation de la voix (qui est un bruit aussi, mais pas blanc).

Densité spectrale : En augmentant le bruit, on augmente la puissance de toutes les fréquences : la figure de la densité spectrale se retrouve translatée vers le haut quand on lui rajoute du bruit.

## Partie B2 : Dé-bruitage par filtrage de Wiener

Dans cette simulation, nous avons déjà le bruit à part. Dans les faits, très souvent, on ne l'a pas, et on est alors obligé de le déterminer grâce aux périodes de « silence » du signal bruité.

On veut appliquer un filtre de Wiener sur le signal bruité, pour le dé-bruiter. Pour cela, on lui applique d'abord un filtre FIR et on change ses paramètres pour minimiser l'erreur quadratique moyenne du signal de sortie de ce filtre par rapport au signal dé-bruité voulu.

Lors de l'exercice 5 du TD, on a déterminé un filtre optimal :

$$h = R_{xx}^{-1} \cdot R_{xs}$$

avec  $R_{xx}$  l'autocorrélation du signal bruité et  $R_{xs}$  la corrélation entre le signal bruité et le signal de base.

Dont la transformée de Fourier est :

$$H = 1 - S_{bb}/S_{xx}$$

avec  $S_{bb}$  densité spectrale de puissance du bruit et  $S_{xx}$  densité spectrale de puissance du signal de base.

On va donc créer notre filtre en s'aidant de ces relations.

Notre signal est un signal aléatoire non-stationnaire, et on ne peut donc pas déterminer sa transformée de Fourier. Par contre, un court extrait de ce signal (d'environ 30ms) peut être considéré comme stationnaire. C'est pour cela qu'on découpe le signal en trames pour avoir des sous-signaux quasi-stationnaires, auxquels on peut appliquer une transformée de Fourier. Une fois tous les calculs effectués, on concatène les résultats de manière à obtenir le signal complet.

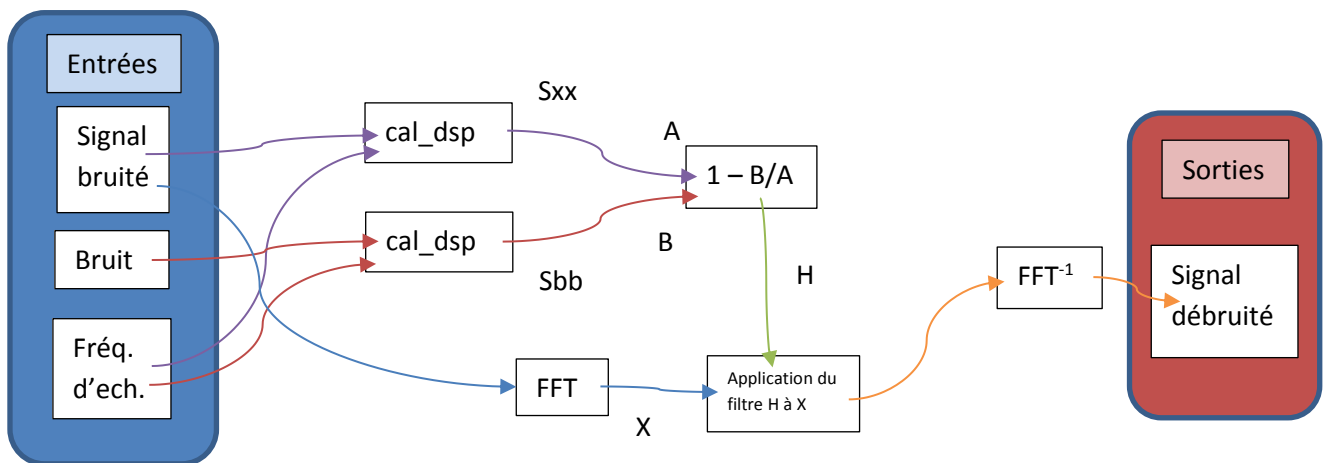
debruit.m :

Pour réaliser le dé-bruitage des sous-signaux (debruit.m), on calcule d'abord la réponse impulsionnelle  $H$ , et on a donc besoin des densités spectrales  $S_{xx}$  et  $S_{bb}$ , qu'on détermine grâce à une fonction `cal_dsp`.

On détermine  $H$  grâce à la formule citée ci-dessus.

On a maintenant notre filtre, il nous manque plus qu'à l'appliquer à notre signal bruité. Pour cela, on réalise la transformée de Fourier du signal pour le faire passer dans le domaine fréquentiel, on lui applique le filtre, puis on récupère le signal temporel filtré par une transformée de Fourier inverse.

Organigramme de debruit.m :



Les différentes figures du signal de base ressemblent beaucoup à celles du signal dé-bruité, ce qui est bon signe. On remarque cependant, dans la figure de densité spectrale de puissance, une plus forte amplitude en 0Hz pour le signal dé-bruité.

Cependant, en écoutant les signaux, on constate que le signal dé-bruité est un peu robotique, ou « cristallisé », et les bruits de page (après « Il s'appelle Juste Leblanc ») disparaissent également.

Pour remédier à ce problème, on peut filtrer à nouveau le signal dé-bruité dans un nouveau filtre de Wiener (avec l'aspect robotique et cristallisé considéré comme le nouveau « bruit », qu'on récupère pendant un silence), et ainsi de suite, par itération.