

# UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

## FACULTAD DE CIENCIAS



### LABORATORIO DE FÍSICA BFI01 A

---

## Segunda Ley de Newton

---

*El grupo conformado por:*

Llactahuaman Quispe Benjamin  
20232268G

Cortez Núñez Christian  
20232203B

Rocca Cruz Axel  
20234046A

*Profesor:*

Tello Gálvez Julio César  
Brocca Pobes Manuel Enrique

*Fecha de la práctica:*

12 de mayo de 2023

April 1, 2025

**2023-1**

## Contents

<b>1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>3</b>
1.1	Competencias Generales . . . . .	3
1.2	Competencias Específicas . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>3</b>

# Segunda Ley de Newton

## 1 Objetivos

### 1.1 Competencias Generales

- Verificar experimentalmente la segunda ley de Newton

### 1.2 Competencias Específicas

- Calibrar dos resortes para hallar su constante elástica y con ello hallar la fuerza que estos aplican sobre un disco.
- Hallar la aceleración a partir de los ticks marcados por el disco sobre el papel donde realiza su trayectoria.
- El resorte A (de 10,1 cm) presentaba una deformación en uno de sus extremos, la cuál no se tomó en cuenta para la longitud inicial debido a que era un segmento prácticamente rígido.
- La deformación mostrada por ambos resortes con solo el primer peso era considerablemente menor que la incertidumbre de los instrumentos de medición.
- Debido a la distribución del tablero el punto B se ubicaba 1,4 cm por fuera del papel, lo que dificultó tomar las medidas para cada punto de la trayectoria.
- El chispero en el segmento más acentuado de la curva dejaba marcados dos puntos en lugar de uno por cada tick.

## 2 Conclusiones

- Se logró verificar experimentalmente la segunda Ley de Newton. El valor promedio del cociente entre el módulo de la fuerza y aceleración es 2,206 Kg y la desviación estándar es 0,133 por lo cual se obtuvo un error mínimo en los resultados.
- Se logró calibrar los resortes A y B y se halló que sus constantes de elasticidad son 28,399 N/m y 35,102 N/m respectivamente.

## 1. Introducción y objetivos del experimento

El presente informe se basa en los datos recopilados de la experimentación en el laboratorio de Física II, en la Facultad de Ciencias. Se apoya en la guía de laboratorio y otras fuentes detalladas más adelante. El propósito del informe es responder las preguntas del cuestionario, de manera adecuada; así como contrastar los resultados de la experimentación con el fundamento teórico. De acuerdo a la guía del laboratorio e indicaciones del profesor, se ha dividido el informe de la siguiente manera.

### 1.1. Contenido

#### 1. Introducción y objetivos del experimento

- Contenido
- Competencias generales
- Competencias específicas

#### 2. Fundamento teórico

- Energía cinética de rotación y traslación

- Momento de inercia
  - Dinámica de cuerpo rígido
  - Movimiento de rodadura
  - Aplicaciones en el experimento
3. Equipo utilizado y diagrama de flujo del experimento
    - Equipo utilizado
    - Diagrama de flujo del experimento
  4. Procedimiento experimental
  5. Cálculos y resultados
    - Uso de unidades
    - Uso de cifras significativas
    - Cálculo de errores
    - Resultados obtenidos y comparación con otros conocidos
    - Resultados obtenidos
    - Tablas, gráficos y comparación con otros resultados conocidos
  6. Cuestionario, observaciones y sugerencias
    - Respuestas al cuestionario
    - Observaciones
    - Sugerencias
  7. Conclusiones
  8. Bibliografía

## 1.2. Competencias generales

- Observar el movimiento de rodadura de una rueda de Maxwell y a partir de las mediciones efectuadas determinar el momento de inercia de la rueda con respecto al eje perpendicular que pasa por su centro de su gravedad.

## 1.3. Competencias específicas

- Medir el tiempo en el cual la rueda realiza cada recorrido.
- Medir la masa y dimensiones de la rueda para calcular el momento de inercia de la rueda por dos métodos: Por su energía cinética de rotación y por la distribución geométrica de su masa.  
\*Aclaración: Debido a indicaciones del profesor, no se calculó el momento de inercia de la rueda por la distribución geométrica de su masa.

## 2. Fundamento teórico

### 2.1. Energía cinética de rotación y traslación

Sabemos que la energía cinética viene dada por la expresión  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ .

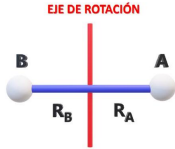


Figura 1: Sistema simple

Considerando el sistema de dos cuerpos A y B unidos por una barra de masa insignificante que rotan alrededor de un eje que pasa por un punto de la barra y es perpendicular a esta con velocidad angular  $\vec{w}$ , mostrado en 1 ; luego, la energía cinética del sistema está dada por la siguiente expresión:

$$E_c(\text{ sistema }) = \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 \quad (1)$$

Pero tenemos:  $|\vec{v}_A| = v_A = |\vec{w}| |\vec{R}_A| = w R_A$  y  $|\vec{v}_B| = v_B = |\vec{w}| |\vec{R}_B| = w R_B$ . Reemplazando en 1:

$$E_c(\text{ sistema }) = \frac{1}{2}m_A w^2 R_A^2 + \frac{1}{2}m_B w^2 R_B^2 \quad (2)$$

Vemos que, en el caso de la rotación, la energía cinética depende del eje elegido, por lo que debemos separar la energía cinética en el movimiento de traslación y rotación. Luego  $E_{\text{rotacional A}} = \frac{1}{2}m_A w^2 R_A^2$  y  $E_{\text{rotacional B}} = \frac{1}{2}m_B w^2 R_B^2$

### 2.2. Momento de inercia

De 2 podemos factorizar  $\frac{1}{2}w^2$ .

$$\begin{aligned} E_c(\text{ sistema }) &= \frac{1}{2}m_A w^2 R_A^2 + \frac{1}{2}m_B w^2 R_B^2 \\ &= \frac{1}{2} \left( m_A R_A^2 + m_B R_B^2 \right) w^2 \\ &= \frac{1}{2} I w^2 \end{aligned}$$

De donde definimos  $I = m_A R_A^2 + m_B R_B^2$  como el momento de inercia del sistema respecto al eje, con  $R_A$  y  $R_B$  las distancias de los cuerpos A y B al eje, respectivamente. Entonces si tenemos un sistema discreto de "n" partículas, el momento de inercia respecto a un eje está dado por la siguiente expresión:

$$\sum_{i=1}^n m_i R_i^2 \quad (3)$$

Donde  $m_i$  es la masa del cuerpo i-ésimo y  $R_i$  es la mínima distancia del cuerpo i-ésimo al eje de rotación. Luego, si tenemos un sistema de masas continuo, debemos realizar esta sumatoria en base a un diferencial de masa ( $dm \rightarrow 0$ ) con distancia mínima  $r_i$  al eje de rotación.

$$I = \lim_{dm_i \rightarrow 0} \sum r_i^2 dm_i \quad (4)$$

Esto resulta ser la integral:

$$I = \int r^2 dm \quad (5)$$

Para resolver esta integral, hace falta saber como varía la masa respecto a la distancia mínima al eje de rotación.

Si ya conocemos el centro de masa del objeto, y consideramos una lámina plana de este, podemos hallar el

momento de inercia de un eje paralelo a uno que pase por el centro de masa del objeto y que sea perpendicular al plano de la lámina.

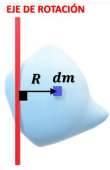


Figura 2: Sistema de masas continuo

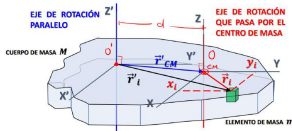


Figura 3: lámina plana del objeto.

Donde  $\vec{r}_i$  es la posición del elemento de masa  $m_i$  respecto al CM,  $\vec{r}_i'$  es la posición del elemento respecto al eje paralelo y  $\vec{CM}'$  es la posición del centro de masa respecto al eje paralelo.

Luego, sabemos que :  $\vec{r}_i = \vec{r}_{CM}' + \vec{r}_i'$ ,  $\sum_{i=1}^n m_i r_i'^2$ ,  $\vec{r}_i' = \vec{x}_i' + \vec{y}_i'$  con  $x_i \perp y_i$ . Luego:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n m_i r_i'^2 &= \sum_{i=1}^n m_i (\vec{x}_i' + \vec{y}_i')^2 \\ &= \sum_{i=1}^n m_i (x_i'^2 + y_i'^2) \\ &= \sum_{i=1}^n m_i (x_{CM}' + \vec{x}_i')^2 + \sum_{i=1}^n m_i (y_{CM}' + \vec{y}_i')^2 \end{aligned}$$

Donde :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n m_i (x_{CM}' + \vec{x}_i')^2 &= \sum_{i=1}^n m_i x_{CM}'^2 + 2 \sum_{i=1}^n m_i \langle x_{CM}', \vec{x}_i' \rangle + \sum_{i=1}^n m_i x_i'^2 \\ \sum_{i=1}^n m_i (\vec{CM}' + \vec{y}_i')^2 &= \sum_{i=1}^n m_i y_{CM}'^2 + 2 \sum_{i=1}^n m_i \langle y_{CM}', \vec{y}_i' \rangle + \sum_{i=1}^n m_i y_i'^2 \end{aligned}$$

Pero sabemos que  $x_{CM}'$  y  $y_{CM}'$  son constantes. entonces:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n m_i \langle x_{CM}', \vec{x}_i' \rangle &= \langle x_{CM}', \sum_{i=1}^n m_i \vec{x}_i' \rangle = \langle x_{CM}', \sum_{i=1}^n m_i \langle y_{CM}', \vec{y}_i' \rangle \rangle = \langle y_{CM}', \sum_{i=1}^n m_i \vec{y}_i' \rangle \\ \sum_{i=1}^n m_i \vec{x}_i' &= \sum_{i=1}^n m_i (\vec{x}_i' - x_{CM}') = \vec{0}, \sum_{i=1}^n m_i \vec{y}_i' = \sum_{i=1}^n m_i (\vec{y}_i' - y_{CM}') = \vec{0} \end{aligned}$$

Entonces:

$$\sum_{i=1}^n m_i r_i'^2 = \sum_{i=1}^n m_i (x_{CM}'^2 + y_{CM}'^2) + \sum_{i=1}^n m_i (x_i'^2 + y_i'^2)$$

Luego :

$$I_{\text{ejeparalelo}} = I_{CM} + M d^2$$

Donde d es la distancia del eje paralelo al eje que pasa por el CM del sistema. Luego, esto se replica en todas las láminas que conforman el volumen del objeto, dando a entender que se cumple en objetos de cualquier dimensión.

Físicamente, el momento de inercia es la resistencia que ofrece el cuerpo a rotar sobre el eje elegido. También hay que tomar en cuenta al eje elegido, pues de este depende el momento de inercia, al variar las distancias respecto al eje si es que lo cambiamos.

## 2.3. Dinámica de cuerpo rígido

Definimos al torque de una fuerza como una cantidad asociada a la capacidad de la fuerza, de alterar el estado de rotación de un cuerpo rígido.

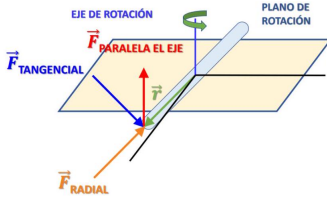


Figura 4: Representación del torque de una fuerza

Observamos que solo  $F_{\text{tangencial}}$  es capaz de alterar dicho estado de rotación respecto al punto de aplicación y el eje de rotación. Esto se debe a que, solo esta fuerza produce cambio en la velocidad tangencial y como  $|\vec{v}| = |\vec{\omega}| \cdot |\vec{r}|$ , implica entonces que  $\vec{\omega}$  aumenta. Luego observamos que el sentido de giro está ligado a la dirección del vector  $\vec{r} \times \vec{F}$ . Luego afirmamos:  $\vec{t}_{eje}^F = \vec{r} \times \vec{F}$ . Después, podemos notar que si la distancia respecto al eje de giro es lo suficientemente grande como para considerar al cuerpo rígido una partícula, podemos notar una nueva magnitud vectorial llamada momento angular, dada por la expresión  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$  (Donde

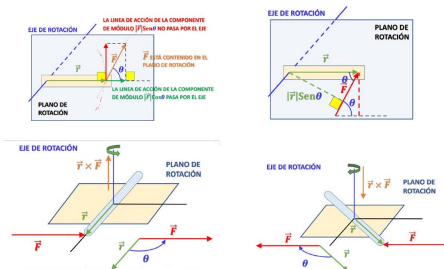


Figura 5: Representación de  $\vec{r} \times \vec{F}$  y su relación con el torque

$p$  es la cantidad de movimiento lineal y  $r$  es la posición del cuerpo rígido respecto al eje de giro).

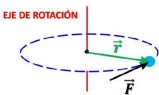


Figura 6: Se desprecian las dimensiones del cuerpo rígido

Si derivamos  $\vec{L}$  respecto al tiempo, tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{L}}{dt} &= \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} \\ &= \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} \\ &= \vec{r} \times \vec{F} + m\vec{v} \times \vec{v} \\ &= \vec{r} \times \vec{F} \\ &= \vec{t}_{eje}^F \end{aligned}$$

Luego, si elegimos el eje adecuado, de tal manera que  $\vec{L} \parallel \vec{\omega}$  (y al ocurrir:  $\vec{r} \perp \vec{\omega}$ ). Tenemos:  $\vec{L} = m\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = m(\langle \vec{r}, \vec{r} \rangle \vec{\omega} - \langle \vec{\omega}, \vec{r} \rangle \vec{r}) = mr^2 \vec{\omega} = I\vec{\omega}$  Donde  $I$  es el momento de inercia del cuerpo rígido respecto al eje. Luego si derivamos, queda:  $\vec{t}_{eje}^F = I\vec{\alpha}$  (donde  $\vec{\alpha}$  es la aceleración angular).

## 2.4. Movimiento de rodadura

Un caso especial de la combinación del movimiento de traslación y rotación de un cuerpo rígido (en este caso una rueda simétrica), es el movimiento de rodadura pura (rueda sin resbalar). Físicamente, no resbalar significa que el punto de contacto entre

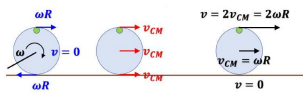


Figura 7: Rotación+Traslación sin resbalar

la rueda y la superficie no tenga desplazamiento ni velocidad, como consecuencia de las condiciones iniciales:  $v_{CM} = \omega R$ ; este punto es llamado centro instantáneo de rotación(CIR), ya que la rueda aparenta rotar en un eje instantáneo perpendicular al plano de la rueda que pasa por el punto de contacto. De esto, tenemos que la rueda solo realiza rotación respecto al CIR, por lo que si hay pérdidas, estas serían por rotación y no por traslación. Pero observamos que podemos reformular la expresión en función a las características del centro de masa(velocidad de este y momento de inercia respecto a un eje que pasa por el centro de masa y es perpendicular al plano de la rueda).

$$\begin{aligned}
 E_{\text{rotacional}} &= \frac{1}{2} I_{CIR} \omega^2 \\
 &= \frac{1}{2} (I_{CM} + mR^2) \omega^2 \\
 &= \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} m(\omega R)^2 \\
 &= \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} m v_{CM}^2 \\
 &= E_{\text{rotacional}} / CM + E_{\text{traslacional}} / CM
 \end{aligned}$$

Donde  $m$  es la masa de la rueda.

En el caso ideal, la rueda y la superficie no se deforman por acción de las fuerzas. Como

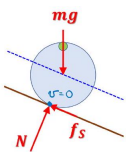


Figura 8: DCL de la rueda en un plano inclinado.

el punto de contacto no se desplaza,  $W_{fs} = W_{FNC} = 0$  y por lo tanto se conserva la energía mecánica.

En un caso real, se consideran las deformaciones de la rueda y la superficie, además se puede apreciar que la rueda desliza producto de las formaciones, este fenómeno se conoce como fricción por rodadura.

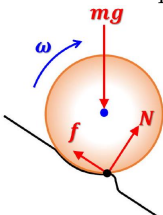


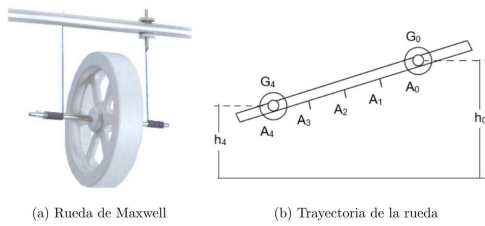
Figura 9: Se aprecian deformaciones

Esto causa la pérdida de energía mecánica; aunque es común despreciar este efecto en experimentaciones reales, al ser la rueda y la superficie muy rígidas como para observar efectos apreciables a causa de la fricción por rodadura, por lo que consideramos, la energía mecánica se conserva en estos casos también.

## 2.5. Aplicaciones en el experimento

Tenemos una rueda de Maxwell brindada en el laboratorio, que tiene un eje perpendicular al plano de la rueda, el cual pasa por su centro de gravedad. El eje es un cilindro concéntrico a la rueda con un radio  $r < R$  (radio de la rueda), similar a lo que se muestra en la figura (a). En la figura 10b tenemos marcados los puntos  $A_0, A_1, A_2$ ,





Figuras referenciales

$A_3$  y  $A_4$  separados 10 cm ; tenemos también  $G_0$  y  $G_4$  que representan las posiciones del centro de gravedad de la tierra, en el punto más alto y bajo de su trayectoria respectivamente. Por todo lo antes visto, despreciamos la fricción por rodadura, y por ende, se conserva la energía mecánica. Por lo que :

$$E_{M(4)} = mgh_4 + \frac{1}{2}I_G w_{G_4}^2 + \frac{1}{2}mv_{G_4}^2 \quad (6)$$

$$= mgh_4 + \frac{1}{2}I_G \frac{v_{G_4}^2}{r^2} + \frac{1}{2}mv_{G_4}^2 \quad (7)$$

$$= E_{M(0)} \quad (8)$$

$$= mgh_0 + \frac{1}{2}I_G \frac{v_{G_0}^2}{r^2} + \frac{1}{2}mv_{G_0}^2 \quad (9)$$

$$mgh_0 (v_{G_0} = 0) = mgh_4 + \frac{1}{2}I_G \frac{v_{G_4}^2}{r^2} + \frac{1}{2}mv_{G_4}^2 \quad (10)$$

Luego  $x = \frac{1}{2}at^2$  respecto al centro de gravedad al ser la posición inicial  $x = 0$  y observarse un MRUV por parte de la rueda, producto de una aceleración constante producida por el peso, la fricción estática y la fuerza normal. Luego sabemos  $v_G = at$  al ser  $v_0 = 0$ , luego  $v_G = \frac{2x}{t}$ . Con todo esto, podemos realizar el experimento y verificar los resultados, midiendo solo la velocidad, el radio del eje de giro, el desplazamiento y el tiempo transcurrido.

### 3. Equipo utilizado y diagrama de flujo del experimento

#### 3.1. Equipo utilizado

- Un par de rieles paralelos (como plano inclinado)
- Una rueda de Maxwell
- Un cronómetro digital
- Un pie de rey
- Una regla milimetrada
- Una balanza
- Un nivelador