

Signals and Systems

CA7

Rouja Aghajani – 81010380

تمرین اول:

(الف)

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t) dt = v_{in}(t)$$

$$\xrightarrow{\frac{d}{dt}} L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = \frac{dv_{in}(t)}{dt}$$

(الف)

(ب)

$$\xrightarrow{L} Ls^2 I(s) + Rs I(s) + \frac{1}{C} I(s) = s V_{in}(s) \rightarrow I(s) = \frac{s V_{in}(s)}{Ls^2 + Rs + \frac{1}{C}}$$

(ب)

$$Y(s) = \frac{V(s)}{X(s)} = \frac{1}{Cs} I(s) \rightarrow I(s) = \frac{s V_{in}(s)}{Ls^2 + Rs + \frac{1}{C}}$$

$$X(s) = V_{in}(s)$$

(ج)

$$\rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s V_{in}(s)}{(Cs) \frac{s V_{in}(s)}{Ls^2 + Rs + \frac{1}{C}}} = \frac{s}{C(Ls^2 + Rs + \frac{1}{C})}$$

(ج)

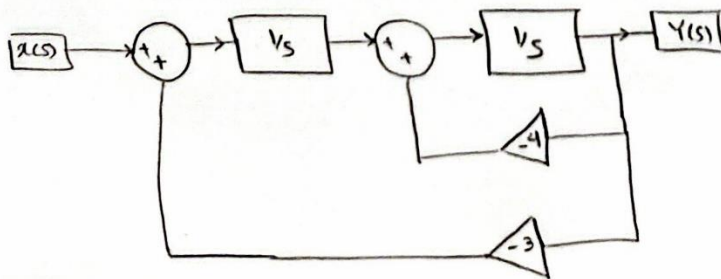
(د)

(ب)

$$Y(s) = \frac{1 \times X(s)}{\frac{1}{3}s^2 + \frac{4}{3}s + 1} = X(s) \times 3 \left(\frac{1}{s+1} + \frac{-1}{s+4} \right)$$

$$\rightarrow Y(s) \left(\frac{1}{3}s^2 + \frac{4}{3}s + 1 \right) = X(s) \xrightarrow{\div s^2} Y(s) \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{3s} + \frac{1}{s^2} \right) = \frac{X(s)}{s^2}$$

$$\times 3 \rightarrow Y(s) = 3X(s) \div s^2 - \frac{4}{s} Y(s) - \frac{3Y(s)}{s^2}$$



(د)

(و)

$$x(t) = u(t) \xrightarrow{L} X(s) = 1/s$$

(ب)

$$Y(s) = \frac{3}{s^3 + 4s^2 + 3} = 3 \left(\frac{1/3}{s} + \frac{-1/2}{s+1} + \frac{1/6}{s+3} \right) = 3 \left(\frac{1}{3}u(t) - \frac{1}{2}e^{-t}u(t) + \frac{1}{6}e^{-3t}u(t) \right)$$

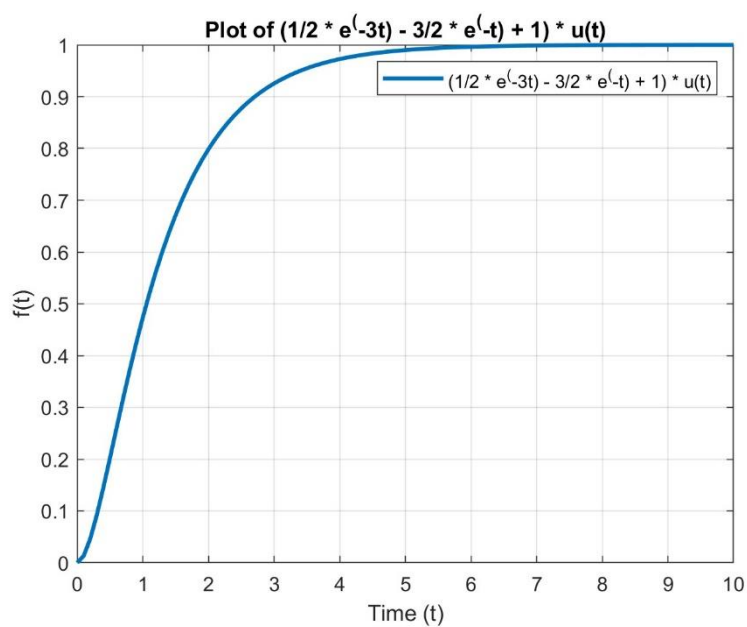
$$= \underbrace{\left(1 - \frac{3}{2}e^{-t} + \frac{1}{2}e^{-3t} \right)}_{\text{استجابة سیستم}} u(t)$$

رسم نمودار بدست آمده:

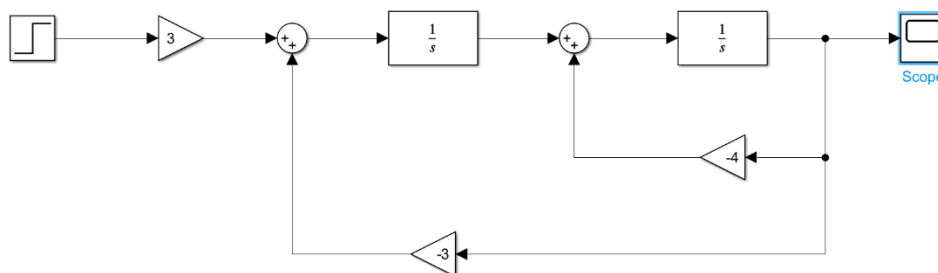
```

1 t = 0:0.1:10;
2 f_t = (1/2 * exp(-3*t) - 3/2 * exp(-t) + 1) .* (t >= 0);
3 plot(t, f_t, 'LineWidth', 2);
4
5 xlabel('Time (t)');
6 ylabel('f(t)');
7 title('Plot of (1/2 * e-3t - 3/2 * e-t + 1) * u(t)');
8 grid on;
9 legend(['(1/2 * e-3t - 3/2 * e-t + 1) * u(t)']);

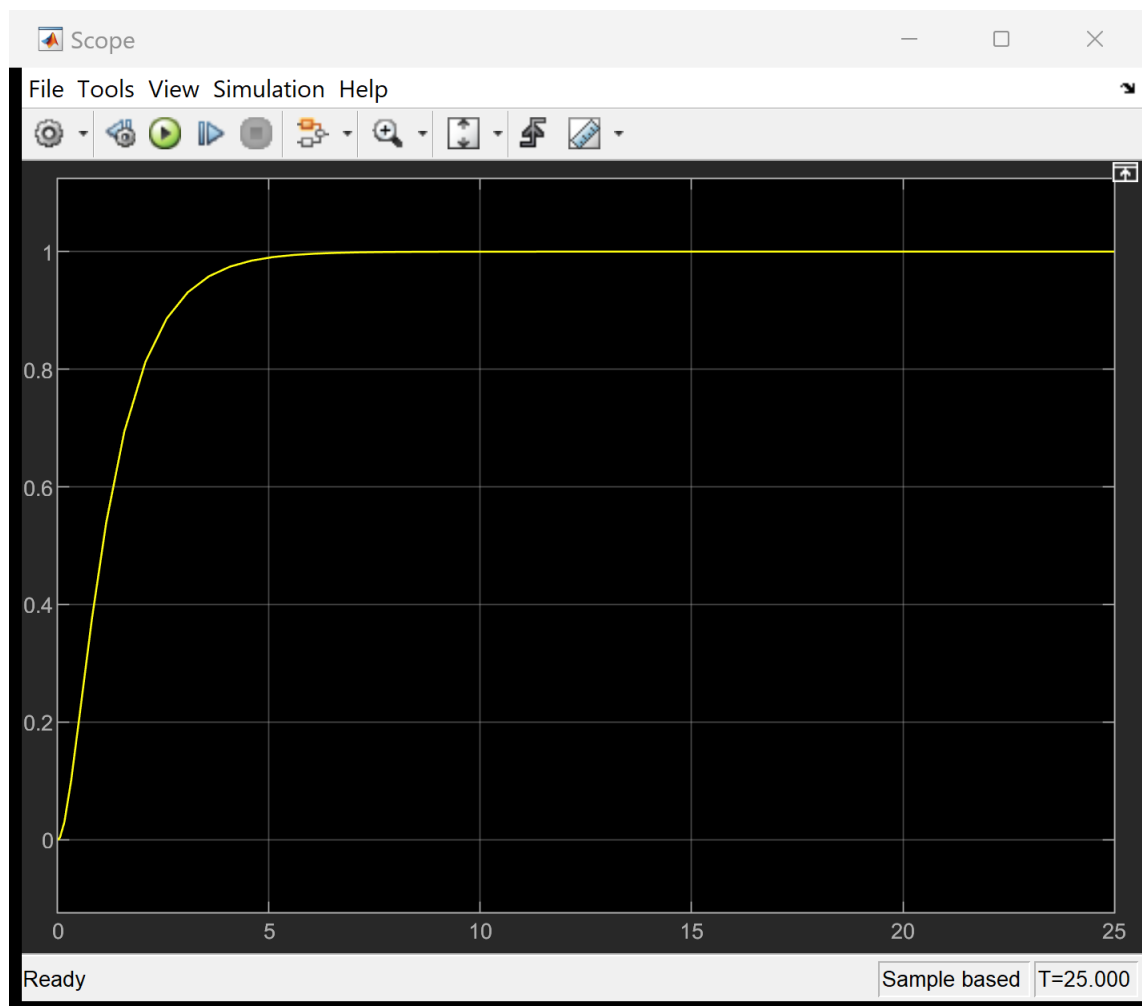
```



در سیمولینک:



خروجی حاصل:



که مشاهده می شود با مقدار محاسبه شده همخوانی دارد.

تمرین دوم:

(الف)

(ب)

الف

$$x(t) - y(t) + B \left(\frac{dx(t)}{dt} - \frac{dy(t)}{dt} \right) = \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

$$\rightarrow \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + B \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = B \frac{dx(t)}{dt} + x(t)$$

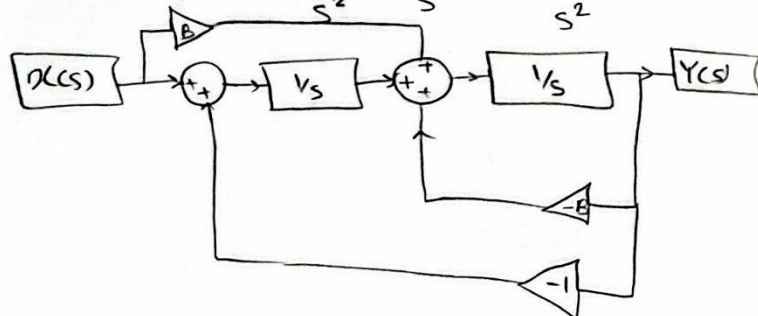
(ب)

(ج)

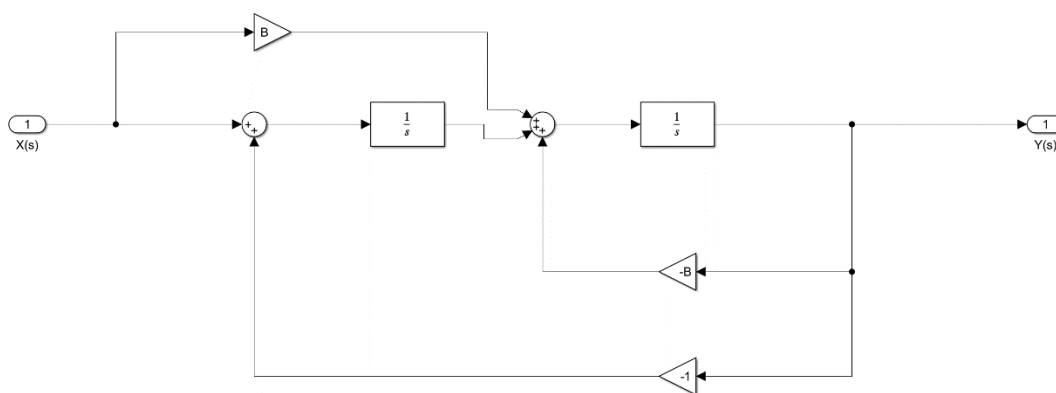
$$\xrightarrow{\mathcal{L}} s^2 Y(s) + Bs Y(s) + Y(s) = Bs X(s) + X(s)$$

$$\rightarrow H(s) = \frac{Bs + 1}{s^2 + Bs + 1}$$

$$\rightarrow Y(s) = \frac{B}{s} X(s) + \frac{X(s)}{s^2} - \frac{B}{s} Y(s) - \frac{Y(s)}{s^2}$$



و در سیمولینک:



(ج)

(ع)

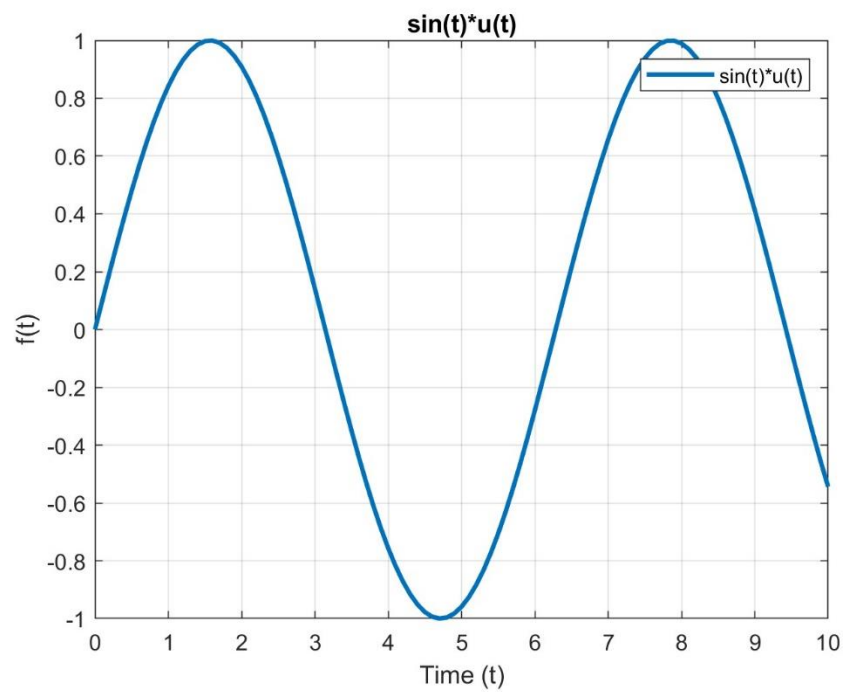
$$x(t) = \delta(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} X(s) = 1$$

$$\rightarrow s^2 Y(s) + Y(s) = 1 \rightarrow Y(s) = \frac{1}{s^2 + 1}$$

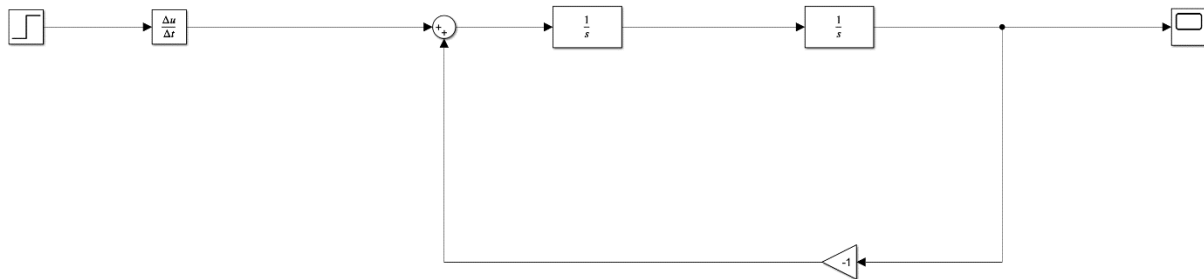
$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} y(t) = \sin(t) u(t)$$

رسم نمودار بدست آمده:

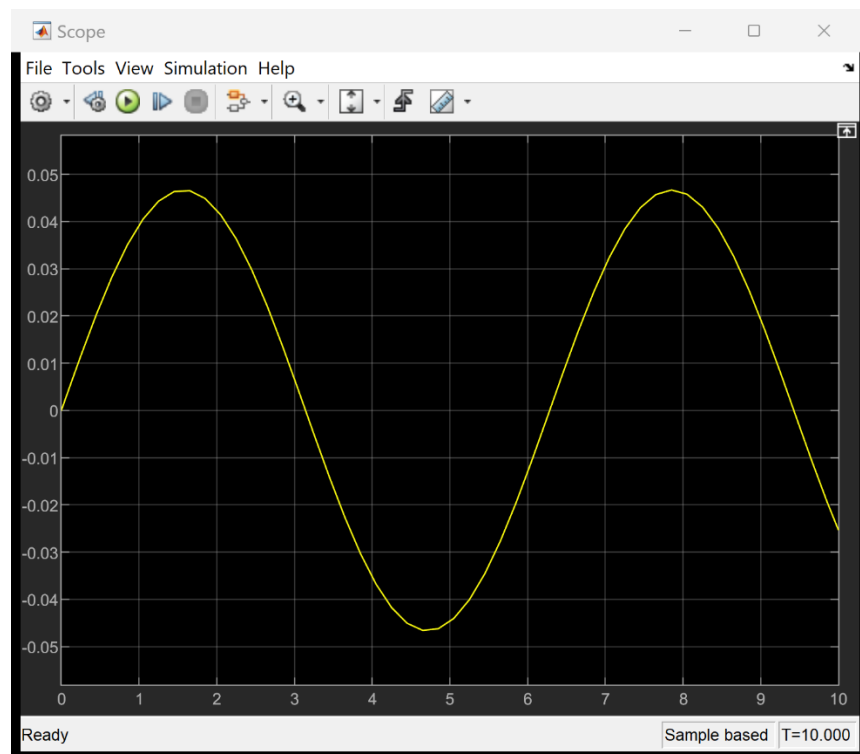
```
1 t = 0:0.1:10;  
2 f_t = (sin(t)) .* (t >= 0);  
3  
4 plot(t, f_t, 'LineWidth', 2);  
5 xlabel('Time (t)');  
6 ylabel('f(t)');  
7 title('sin(t)*u(t)');  
8 grid on;  
9 legend('sin(t)*u(t)');
```



شبیه سازی در سیمولینک:



خروجی حاصل:



که مشابه خروجی بدست آمده حاصل شد.

همانطور که میبینیم خروجی شکل سینوسی دارد، که مشابه حرکت در ویدیوی داده شده است. در واقع عدم وجود تعلیق سبب میشود با حرکت ماشین بر روی سطح ناصاف (سرعتهای، دست انداز، چاله و ...) اثر آن مستقیماً به سر نشینان وارد شده و سبب جا به جایی آنها می شود که ناخوشایند است. به همین دلیل برای اتومبیل ها وجود سیستم تعلیق قوی و مناسب یک مزیت محسوب می شود.

(د)

$$H(s) = \frac{Bs+1}{s^2+Bs+1} \rightarrow s^2+Bs+1=0 \rightarrow B^2-4 > 0 \rightarrow B_{min}=2$$

$$\rightarrow H(s) = \frac{2s+1}{(s+1)^2}$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{2s}{(s+1)^2} \right\} + \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{(s+1)^2} \right\} \rightarrow x(t) = \left(\frac{d}{dt} (2te^{-t}) + te^{-t} \right) u(t)$$

$$= (2e^{-t} - te^{-t}) u(t)$$

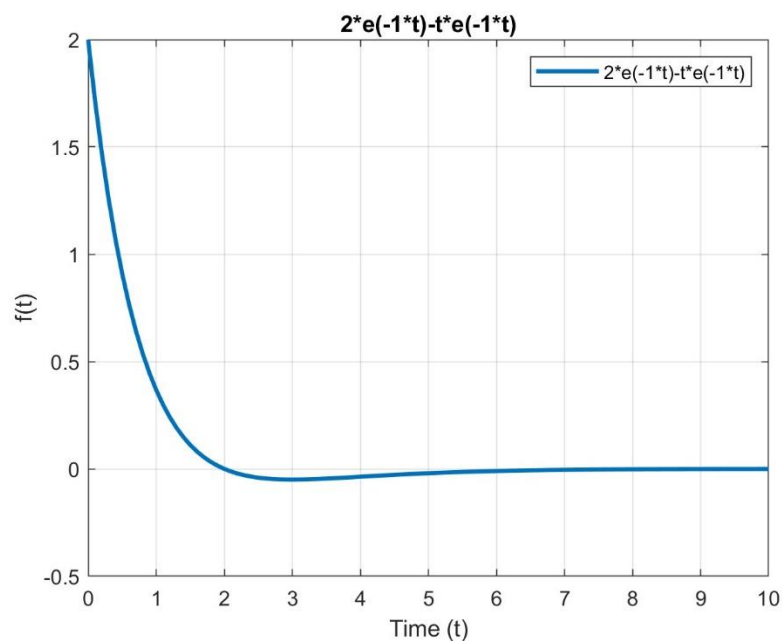
نوسانات میرا خواهد شد.

رسم پاسخ بدست آمده:

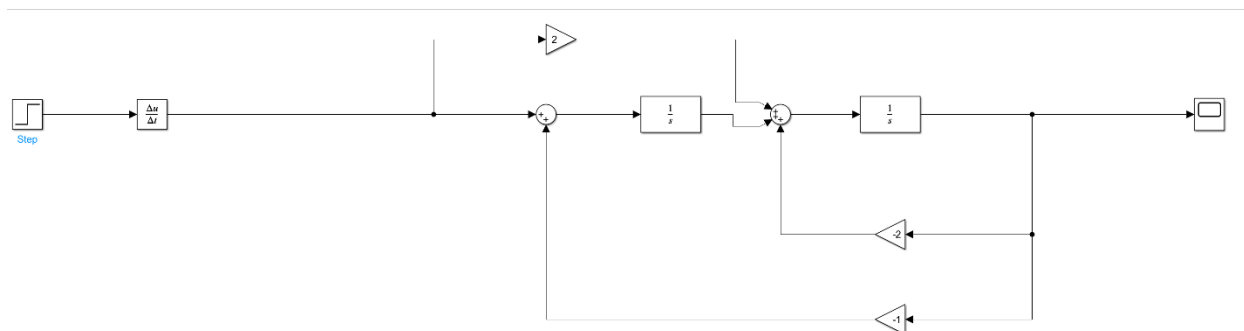
```

1 t = 0:0.1:10;
2 f_t = (2*exp(-t)-t.*exp(-t)) .* (t >= 0);
3
4 plot(t, f_t, 'LineWidth', 2);
5 xlabel('Time (t)');
6 ylabel('f(t)');
7 title('2*e(-1*t)-t*e(-1*t)');
8 grid on;
9 legend('2*e(-1*t)-t*e(-1*t)');

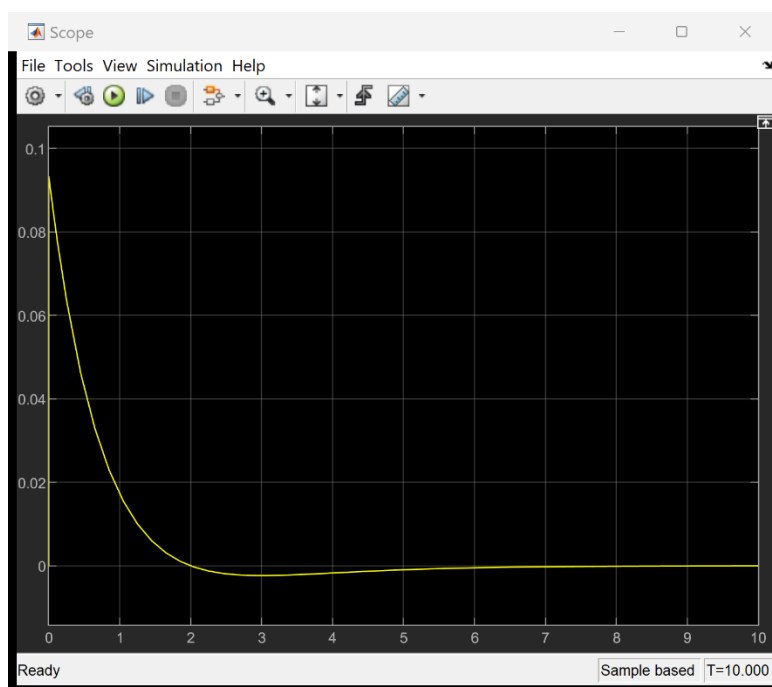
```



در سیمولینک:



خروجی:



که در این حالت نیز مشابه تابع بدست آمده حاصل شد.

نوسانات کابین اتومبیل نیز به صورتمیرا شونده با دامنه کم بدست آمد.

(۹)

(۱۰)

$$Y(s) = \frac{100s + 1}{s^2 + 100s + 1} = \frac{+100.020}{s + 100} + \frac{0}{s + 0.01}$$

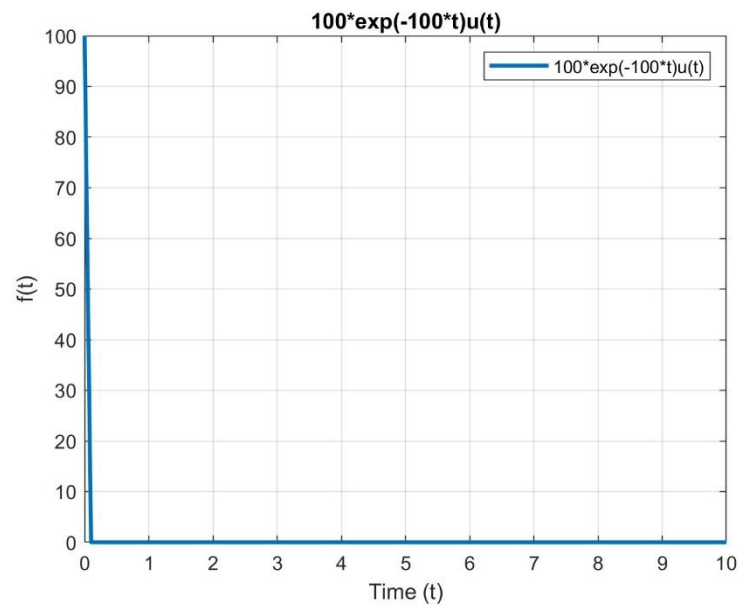
$$\rightarrow y(t) = 100.020e^{-100t} \text{ (ult)}$$

رسم تابع حاصل:

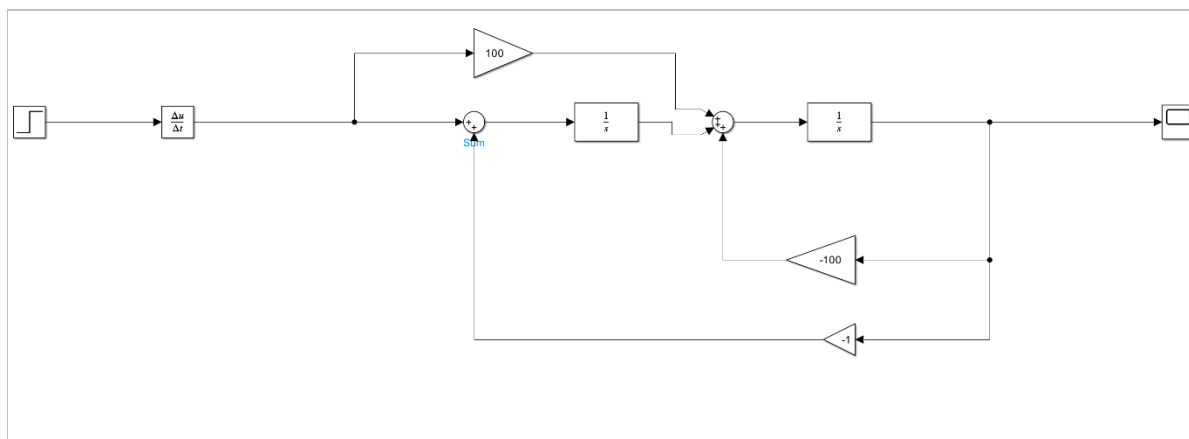
```

1      t = 0:0.1:10;
2      f_t = (100*exp(-100*t)) .* (t >= 0);
3
4      plot(t, f_t, 'LineWidth', 2);
5      xlabel('Time (t)');
6      ylabel('f(t)');
7      title('100*exp(-100*t)u(t)');
8      grid on;
9      legend('100*exp(-100*t)u(t)');

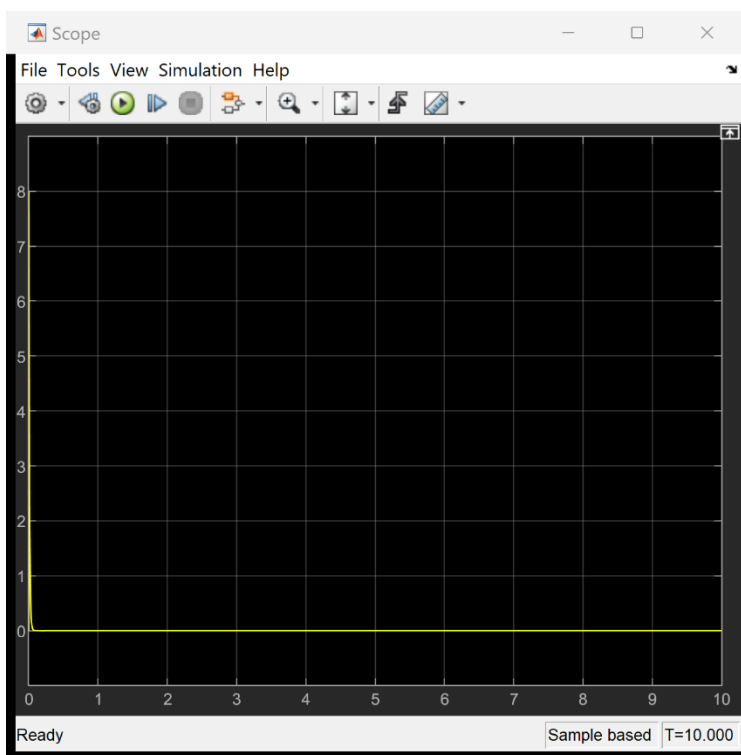
```



در سیمولینک:



خروجی:



شکل موج خروجی مشابه تابع بدست آمده حاصل شد، تنها در ضرایب تفاوت وجود دارد که دلایل آن است که ریشه های مخرج را تقریبی در نظر گرفتیم.

در این حالت نوسانات کابین اتومبیل به صورت ضربه با دامنه زیاد بدست آمد.

۵) حالت د بهترین حالت است. در حالت ج نوسانات ادامه دار و شکل سینوسی دارد. در حالت ه تنها یک ضربه اولیه وارد می شود و دیگر نوسان صفر است، اما چون دامنه ضربه اولیه زیاد و در نتیجه نوسان اولیه شدید است این حالت نیز مطلوب نمی باشد. مطلوبترین حالت حالت د است که در آن هم دامنه نوسان در لحظات اولیه زیاد نیست، همچنین نوسان طولانی وجود ندارد و خروجی سریعاً میرا می شود و در طول میرا شدن نیز دامنه خروجی کم است. لذا در نهایت حالت د مطلوب ترین حالت می باشد.

تمرین سوم:

(الف)

$$\frac{d^2}{dt^2} y(t) + 3 \frac{d}{dt} y(t) + 2y(t) = 10$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}} s^2 Y(s) - s y(0) - y'(0) + 3s Y(s) - 3y(0) + 2Y(s) = 0$$

(3)

(الف)

$$\rightarrow Y(s) = \frac{s+4}{(s+2)(s+1)} \rightarrow y_1(t) = -2e^{-2t} + 3e^{-t}$$

پایه نام از
شرایط است

$$\rightarrow (s^2 + 3s + 2)Y(s) = \frac{5}{s} \rightarrow Y(s) = \frac{5}{s(s+2)(s+1)} = \frac{5/2}{s+2} - \frac{5}{s+1} + \frac{5/2}{s}$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} y_2(t) = \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{2}e^{-2t} - 5e^{-t} \right) u(t) \rightarrow \text{پایه نام از شرط}$$

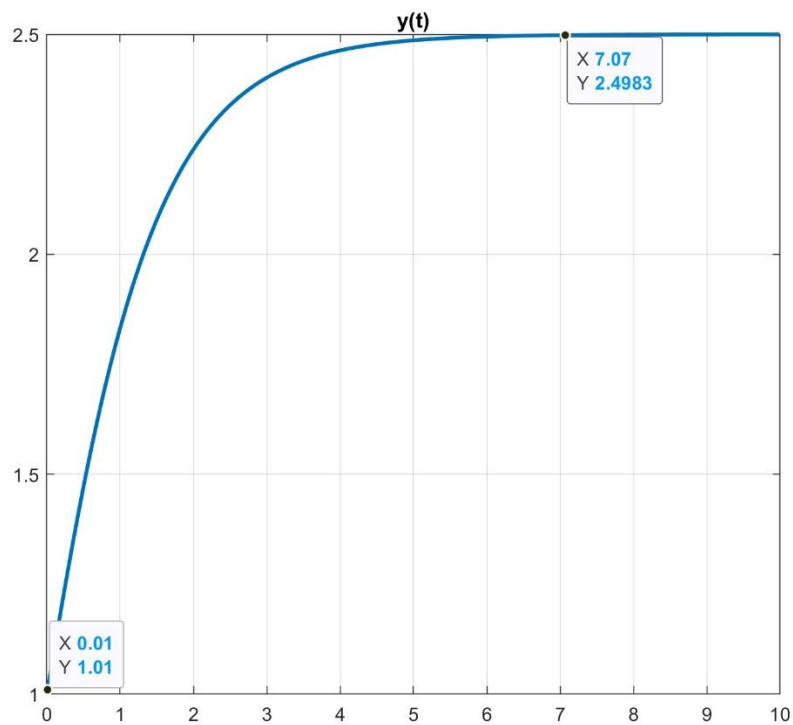
(ب)

```

1  syms y(t)
2  Dy= diff(y);
3  ode= diff(y,t,2)+3*diff(y,t,1)+2*y==5*heaviside(t);
4  condition1=y(0)==1;
5  condition2=Dy(0)==1;
6  conds=[condition1 condition2];
7
8  yResult(t)=dsolve(ode,conds);
9  yResult=simplify(yResult);
10
11  tstart=0;tend=10;ts=1/100;
12  t1=tstart:ts:tend-ts;
13
14  y=(exp(-2.*t1).*(5*exp(2.*t1) + 2.*exp(t1) + 5.*sign(t1)- 10.*exp(t1).*sign(t1) + 5.*exp(2.*t1).*sign(t1) - 3))/4;
15
16
17  plot(t1,y,linewidth=2);
18  title('y(t)');
19  grid on

```

رسم خروجی:



همانطور که میبینیم به جایگذاری X با دو مقدار داده شده روی شکل به همان y های روی شکل میرسیم که یعنی پاسخ بدست آمده مطابق محاسبات است.