

Praktikum zur Vorlesung Modellierung und Simulation im WS 2018-2019

Praktikum 2: Ausgleichsproblem

Verwenden Sie das beigefügte Template `ausgleichsproblem.c`.

Aufgabenbeschreibung:

Für die Datenpaare (x_i, y_i) aus `input.dat` soll numerisch eine Ausgleichsrechnung durchgeführt werden. Dazu müssen die Daten eingelesen werden (zum Beispiel zum `x[N]` und `y[N]`, siehe dazu die Vorgehensweise in der Spline-Aufgabe).

Mit Hilfe dessen und mit dem Ansatz

$$f(\lambda_1, \lambda_2, x) = \lambda_1 f_1(x) + \lambda_2 f_2(x) \quad | \quad \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$$

sollen die Koeffizienten λ_1 und λ_2 berechnet werden, wobei die Funktionen wie folgt definiert sind:

$$f_1(x) = \frac{x}{1+x} \quad \text{und} \quad f_2(x) = \frac{1}{2+x}$$

Wie Sie es bereits in der Vorlesung gelernt haben, wird hierfür das lineare Gleichungssystem der Form

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{A}^T \mathbf{y} \tag{1}$$

nach dem Vektor $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2)^T$ gelöst. Die Matrix \mathbf{A} setzt sich mit den Funktionswerten der Funktionen f_1 und f_2 wie folgt zusammen

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} f_1(x_1) & f_1(x_2) & \dots & f_1(x_N) \\ f_2(x_1) & f_2(x_2) & \dots & f_2(x_N) \end{pmatrix}^T.$$

Bearbeiten Sie folgende Schritte:

1. Implementieren Sie externe Funktion(en) für die Ansatzfunktionen $f_1(x)$ und $f_2(x)$. Durch Aufruf der Funktionen sollen die Funktionswerte für ein beliebiges x_i berechnet werden können.
2. Bestimmen Sie die Funktionswerte an den gegebenen x_i -Punkten der `input.dat` Datei, um die benötigten Matricelemente der Matrix \mathbf{A} zu berechnen.
3. Lösen Sie das Normalgleichungssystem in Gleichung (1) und geben Sie die Parameter λ_1 und λ_2 an.
4. Plotten Sie die Datenpunkte (x_i, y_i) zusammen mit der berechneten Ausgleichsfunktion $f(\lambda_1, \lambda_2, x)$.

Zusatz: Überlegen Sie sich, wie man das Programm optimieren kann? Zum Beispiel so, dass nur eine Schleife durchlaufen wird.