

杂题选讲

feecie6418

自我介绍

QQ 30831672。

常用 id feecle6418 / feecie6418。

趣题部分

一些令笔者印象深刻的题，不一定难。

QOJ1171

定义对数组 A 一次操作为：不停删去 A 最左侧或最右侧的元素，并将其 `push_back` 到一个新数组 B 里。删完后， $B \rightarrow A$ ，并将 B 清空。

问：对于给定数组至少要几次才能排好序。

$$n \leq 200000$$

QOJ4996

给定一个 n 个点 m 条边的图，构造一种将点分为两个子集的方式，其中一个子集存在哈密顿路，另一个子集在补图中存在哈密顿路。

$$n, m \leq 10^6$$

QOJ6684

给你一棵边上还没填字母的 Trie 树，你要在边上填字母。

Trie 树上有一些关键点，表示有一个字符串的结尾在这里。保证叶子都是关键点。

假设你填完字母后，关键点对应的字符串集合为 $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ 。

请你最小化 S 从小到大排序之后得到的序列的字典序。

$$n \leq 2 \times 10^5$$

QOJ5096

在一个环上，定义一次操作为： $(a_{i-1}, a_i, a_{i+1}) \rightarrow (a_{i-1} - a_i, -a_i, a_{i+1} - a_i)$ 。

询问至少几次操作后， $\forall i, a_i a_{i+1} < 0$ 。

带修，修改形如：给定 i, x ，将 a_i, a_{i+1} 同时加上 x 。

$$|a_i|, |x| \leq 10^9; n, q \leq 10^5$$

QOJ5568

给定一个长度不超过 5000 的排列。

一次操作为，选一个子序列，将其向右循环移位一次。设子序列长度为 k ，则代价为 $1/k$ 。

用不超过 2 的总代价排序。

QOJ5092

一个有根树，每个点有点权。

A 和 B 轮流选择一个现在没有父亲的点，将其删去，并获得其点权的分数。两人都想最大化自己的分数。

求 A 分数 - B 分数 的值。

$$n \leq 200000$$

唯一一部分分： $a_i \leq a_{fa_i}$

QOJ5095

小王唱歌。 $n + 1$ 首歌， n 个听众每个人有一个喜好度顺序。

从 1 号开始，每人 ban 一首歌，最后剩下一首，让小王唱。

每个人都希望最后的歌自己最喜欢，问小王唱哪首。

对于 $1 \sim n$ 的每个循环移位都求答案。

$$n \leq 5000$$

PR #6 C

通信题。有一个带权有向图。

A 和 B 合作。B 希望回答 q 次询问，第 i 次询问希望找到一条 $s_i \rightarrow t_i$ 的最短路（只需要给出经过的边的编号）。A 和 B 都知道询问。

A 知道有向图的每一条边的端点和长度。B 知道有向图每一条边的端点，和除了 K 条边外的每一条边的长度。保证 B 不知道长度的边，起点都相同。

现在 A 可以向 B 发送不超过 L bit 的信息，请让 B 能正确回答所有询问。

有向图点数不超过 300，边数不超过 10^5 。 $q \leq 60, K \leq 5$ 。边权不超过 10^{16} ， $L = 64$ 。

CF154E

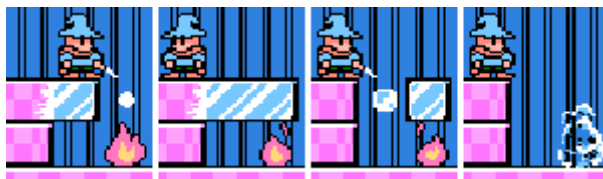
给定平面上 n 个点和定值 R ，保证存在一个半径为 R 的圆包含所有点。

设 S 为所有包含所有点的半径为 R 的圆构成的集合。求 $\text{area}(\cap_{x \in S} x)$ 。

$$n \leq 10^5, R \leq 10^9$$

CF89E

你在玩下面这个小游戏：



初始时，小人站在最左边的柱子上。你可以做三种操作：

1. 左移
2. 右移，要求移动到的位置必须有冰块
3. 在小人当前位置右侧位置放置一块冰块，使得自己可以移动上去
4. 打碎在小人当前位置前方的冰块，并使得该位置右侧的所有位置的冰块都掉到地上

地上有 n 团火，第 i 团火在柱子右侧第 i 格，血量为 a_i 。一团火被冰块砸到一次，血量就会减小 1。问至少多少次操作后，火的血量全部小于等于 0，并给出方案。

$$n \leq 1000, a_i \leq 100$$

CF238E

有一个城市，共有 n 个点， m 条有向边，边权均为 1。有 k 路公交车，第 i 路公交车从 s_i 到 t_i 。公交车的路径不固定，但一定走最短路。

你想从 a 到 b ，且只能搭车。你可以在任意点上下车。问最坏情况至少转几次车，或指出最坏情况无法到 b 。

$$n \leq 100, k \leq 100, m \leq n^2$$

CF183E

n 个人买糖果，第 i 个人手上有 a_i 元。

有 m 种糖果，第 i 种价格为 i 元，每种糖果只有一袋。

买糖果的过程是：

1. 这 n 个人自行选择结束购买过程，或执行第二步（如果要执行第二步，需要保证每个人手上都有足够的钱）。
2. 按照编号从小到大的顺序，每个人依次选择一袋糖果并买下。要求后一个人买的糖果价格必须高于前一个人的（轮间也有类似限制，即上一轮第 n 个人买的糖果价格必须小于这一轮第 1 个人买的糖果价格）。不允许出现买不起的情况。

这 n 个人齐心协力，希望买下的糖果价值和最大。如果大家都做最优决策，求出能买到多少价值的糖果。

$$n \leq 200000, m \leq 5 \times 10^6$$

infoj #13 / CC PARTODD

有一个长度为 n 的 01 串。你需要把它划分为尽量少的连续段，使得

1. 每段内 1 的个数都是奇数
2. 每段的长度不超过 m

对于每个 $m = 1 \sim n$ ，求出最少的段数。

$$n, m \leq 10^6$$

CF238D

有一个指针和一个操作序列（包含 $<>0123456789$ ），初始时指针指向程序的第一个字符。

程序运行过程如下：

1. 若指针指向 $<$ 或 $>$ ，则改变指针方向为该位置的值，并移动指针一步。若移动后仍指向 $<$ 或 $>$ ，则删除上一步的位置。
2. 若指针指向数字，则输出这个数字，并将该位置的数字减一。若减到 0 以下，则删除这个位置。（删除后剩余部分拼接）

q 次询问：若只保留 $[l, r]$ 的操作序列作为程序，每个字符被输出多少次。

$$n, q \leq 10^5$$

Educational 题部分

QOJ5022

给定非负整数序列 a ，长为 n ，支持 q 次以下操作：

1. 对于每个 $l < i \leq r$ ，同时将 a_i 改为 $a_i \text{ xor } a_{i-1}$ 。
2. 查询 a_x 。

$n \leq 250000$, $q \leq 100000$

QOJ5174

定义“信息”有以下两种形式：

1. (A, B, C) : 表示一条直线 $Ax + By + C$ 。
2. (x_0, y_0, θ) : 表示一个点和一个角度。

定义信息相互作用如下：

1. 一类信息 A 作用于一类信息 B ，就是把 B 变为 B 关于 A 的对称线。
2. 一类信息 A 作用于二类信息 B ，就是把 B 的 (x_0, y_0) 变为其关于 A 的对称点，角度不变。
3. 二类信息 A 作用于一类信息 B ，就是把 B 变为 B 关于 A 的点旋转 A 的角度后得到的直线。
4. 二类信息 A 作用于二类信息 B ，就是把 B 的 (x_0, y_0) 变为其关于 A 的点旋转 A 的角度后的点，角度不变。

给定一个信息的序列，支持 q 次操作：每次操作把一个信息作用到一个区间上，或询问一个点经过一个区间的所有操作作用后（点就是没有 θ 的二类信息）得到的点。

QOJ4356

我们说一个排列是好的，当且仅当任意一个区间都存在一个端点是最值。

问：给定的排列至少要修改多少个位置，才能变成好的。

$n \leq 7000$ ，排列随机生成。

QOJ5035

有一个环，环上每个位置有个权值，权值互不相同。定义环上一段区间的权值为 $\max(\text{前缀最大值个数}, \text{后缀最大值个数})$ 。把环分成 k 段，最大化每一段权值和。

$$n \leq 600000, k \leq 30$$

QOJ5017

有两棵 n 个点的树。问两棵树上有多少对链，链上的点编号构成的集合相同。

$$n \leq 200000$$

ABC202F

平面上有 n 个整点，任意三点不共线。

问有多少个点的子集，其凸包面积为正整数。

$$n \leq 200$$

ABC176F

有一个长度为 $3n$ 的序列，你要执行 n 次操作。

第 i 次操作，你可以在当前序列开头的 5 个数中删去 3 个（最后一次操作，就是删完）。

如果删去的三个数全相同，你会获得 1 分。

问最多能获得多少分。

$$n \leq 2000$$

CF128E

平面上有 n 个圆。

你希望画 k 条直线，最大化 k 条直线把所有圆分成的块数之和。

$$n \leq 1000, k \leq 10^9$$

CF150D

有一个长度为 n 的字符串。每次操作中，你可以选择一个回文子串，并删除。设你选择的子串长度为 len ，则会得到 a_{len} 分。删完后，剩下的部分会前后拼接起来。

问至多得到多少分。 $n \leq 150$ 。

CF164D

n 个点，删除 k 个点，最小化剩余点的直径。

$n \leq 10^3, k \leq 30$ 。

infoj #12 / CC CHEFPIC

平面上 n 个整点。你需要在平面上横平竖直地放置一些正方形，使得

1. 每个正方形至少覆盖 3 个点。
2. 正方形顶点是整点。
3. 每个点至少被一个正方形覆盖。

求正方形边长的最小值。

$n \leq 400000$ ，坐标 $\in [0, 10^8]$

CF185E

平面上有 n 个点， m 个传送门。定义两点间距离为以下两种走法较小值：

1. 直接走，距离为曼哈顿距离。
2. 先走到一个传送门（距离为曼哈顿距离），传送至任意一个传送门，再走到终点（距离为曼哈顿距离）。

求一个点，使得所有点到其最大距离最小。

$$n, m \leq 10^5$$

CF223E

给出一个点双连通且边双连通的平面图， q 次询问一个环内的点数。

$$n, m, q, \sum k \leq 10^5$$

CF468E

有一个 $n \times n$ 矩阵，其中只有 m 个位置不是 1。求其积和式。

$$n \leq 10^5, m \leq 50$$

CF303E

n 个随机实数变量，第 i 个在 $[l_i, r_i]$ 均匀随机，对每个 (i, k) 问 x_i 是第 k 小的概率。输出实数。

$$n \leq 80$$