

题目思路要点

lsy

1 CF1290E

笛卡尔树上一个子树对应一个区间 $[l, r]$ ，考虑维护新序列上（不是原序列！）每个原序列上对应值管辖到的位置，设位置为 $[l, r]$ 。那就是要求 $\sum r - l + 1$ 。看见“和的和”就应该想到把和拆开。这样， l, r 是独立的，且显然有对称性，不妨设求 r ，现在插入了 n ：

- n 左边的数， r 对 pos_n 取 \min 。
- n 右边的数， r 加了一。

注意一个位置没被用到的时候，加一操作是不该影响它的。但是线段树上，这也好解决。

2 UOJ515

从后往前对下标扫描线（记住这个思想）。维护一个序列，下标是时间，表示每个时刻该位置的后缀最小值。

如果一个位置 i 在 $[l, r]$ 时间等于 v ，对序列的影响就是 $i + 1 \rightarrow i$ 时， $a_{l \sim r}$ 对 v 取 \min 。后缀最小值个数就是被取 \min 的次数，`segtree beats` 维护即可。

3 CF1824D

如果我们有一个用区间加维护出 $g(*, r)$ 的做法，套上历史和就能得到原题做法。

假设 pre_i 是最后一个和 i 相同的位置。把所有最后一次出现的位置画出来，分类讨论即可得到具体哪些区间加了。

4 P8868

根据 CF526F 的经验，区间最大值是很容易维护出来的，所以就是要支持

- 给 a 数组区间加
- 给 b 数组区间加
- 求 $a \times b$ 的区间历史和

这也可以矩阵维护。看一下矩阵哪些位置永远是 0，可以卡常数。

5 P5445

这个题可以看成是二维平面上矩形加，求单点历史版本和。

直接用矩阵做当然可以，这里介绍一下用时间求历史版本和的做法。

设 A 是我们进行操作的数组， B 是历史版本和数组， t 是当前时间。令 $C = B - At$ ，维护 A, C 就能维护出 B 了，而 A, C 都只需要区间加。放到这个题上用 CDQ 分治即可。

6 P8987

本题比较 Educational，它给我们指出一种考虑每个元素“是否被某种意义上操作过”而分开维护的思想。

“被操作过一次”之后，可能元素之间就会存在单调性或其它性质了。

注意到本题中，如果 a_i 没有初值，则它一定一直都是单调不降的。但如果会出现 i 被 \min 操作影响了， $i+1$ 又没被影响的情况，肯定会破坏“单调不降”的性质。不过反证一下就知道这样的状况不会出现。

所以如果我们每次操作能快速知道哪些 a_i 被影响了，就用两个数据结构分别维护被影响的和没被影响的即可。

怎么知道 a_i 第一次被影响在何时呢？若操作 j 是 1 操作，之前有 b_j 次操作 2， $a_i + ib_j \geq v_j$ 就说明 a_i 被影响了。相当于， i 在 $\leq j$ 的时刻是否被影响，就是 $\min_{v_j - ib_j} \leq a_i$ 是否成立。可持久化李超线段树记下来所有版本的 $\min_{v_j - ib_j}$ ，二分时间即可。

7 CF1140F

注意一个连通块会被变成完全二分图。

8 QOJ5098

本题有两种做法。

8.1 线段树分治

考虑不带修。设 L_i 表示 i 之前最后一个和 i 相同的。则答案中以 i 为右端点的区间，左端点至少是 $\max_{1 \leq j \leq i} L_j + 1$ 。设 l_i 是 L 前缀最大值，则 l 单调，所以可以二分分界点。

带上修了，把修改变成加入新限制 (i, L_i) ，那 l 也很容易维护了。

8.2 带 log pushup 线段树

考虑直接支持修改 L ，不维护 l 了。

设函数 $f(l', p)$ 表示在线段树上 p 结点之前加一个 l' ，这时答案是多少。这个函数就是“带 log pushup 线段树”可以胜任的。