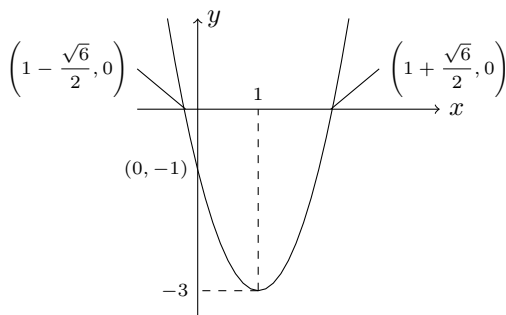


技術者リテラシー I (機械工学科) —— 第2回 2023/10/4 略解

問題 1.

- (1) $y = 2(x-1)^2 - 3$ より, 軸は直線 $x = 1$, 頂点は $(1, -3)$. 交点の座標はグラフにある.



- (2) (1) より $1 - \frac{\sqrt{6}}{2} \leq x \leq 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$.

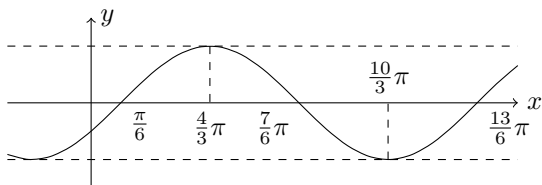
- (3) (i) $-3 \leq y \leq 5$.

- (ii) $y \leq -3$.

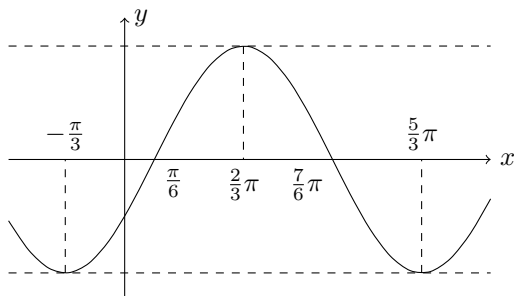
- (iii) $y \geq -3$.

問題 2.

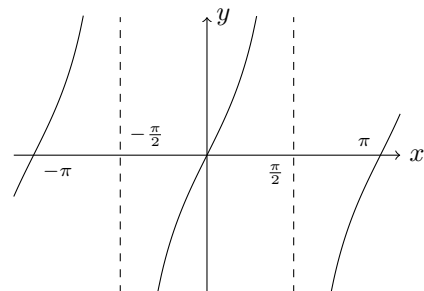
- (1) 以下の図.



- (2) 以下の図.



- (3) 以下の図.



- (4) $-1 \leq \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1$ より, $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \neq 1$ を解けば十分. $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$ を解くと $x = \frac{2}{3}\pi + 2n\pi$ (n は整数). よって $x \neq \frac{2}{3}\pi + 2n\pi$ (n は整数).

- (5) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) > -\frac{1}{2}$ と同値であり, これを解くと

$$-\frac{2}{3}\pi + 2n\pi < x + \frac{\pi}{3} < \frac{2}{3}\pi + 2n\pi \quad (n \text{ は整数}).$$

$$\text{よって } (2n-1)\pi < x < \frac{\pi}{3} + 2n\pi \quad (n \text{ は整数}).$$

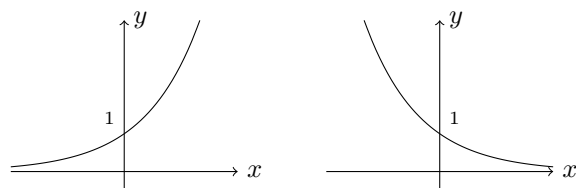
- (6) 三角関数の合成より $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ と同値であり, これを解くと

$$\frac{\pi}{4} + 2n\pi \leq x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{3}{4}\pi + 2n\pi \quad (n \text{ は整数}).$$

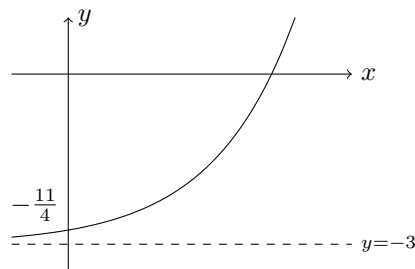
$$\text{よって } \frac{7}{12}\pi + 2n\pi \leq x \leq \frac{13}{12}\pi + 2n\pi \quad (n \text{ は整数}).$$

問題 3.

- (1) 左が $y = 2^x$, 右が $y = 2^{-x}$ のグラフである.



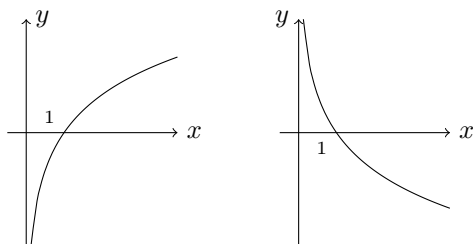
- (2) 以下の図.



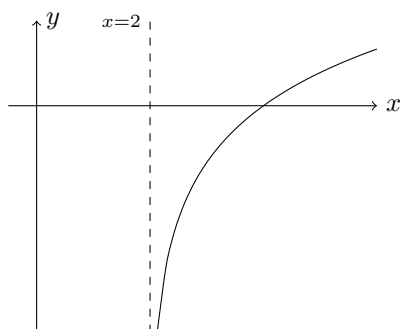
- (3) (i) $3^{-x} \leq 3^{-3} \iff -x \leq -3 \iff x \geq 3.$
(ii) $5^{2x-6} < 5^3 \iff 2x-6 < 3 \iff x < \frac{9}{2}$
(iii) $2^{6x-2} \geq 2^{\frac{5}{2}} \iff 6x-2 \geq \frac{5}{2} \iff x \geq \frac{3}{4}.$

問題 4.

- (1) 左が $y = \log_3 x$, 右が $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ のグラフである.



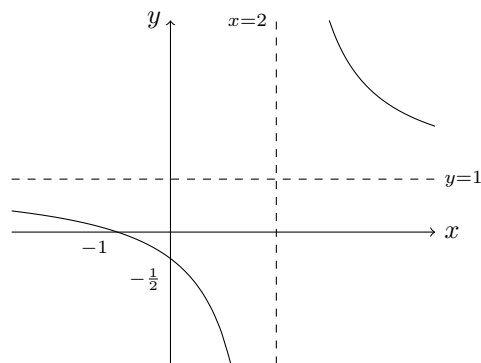
- (2) 以下の図.



- (3) (i) 真数条件より $x > \frac{1}{3}$. 与えられた不等式を解くと $3x-1 \leq 16 \iff x \leq \frac{17}{3}$. よって $\frac{1}{3} < x \leq \frac{17}{3}$.
(ii) 真数条件より $x < 3$. 与えられた不等式を解くと $-x+3 \leq 4 \iff x \geq -1$. よって $-1 \leq x < 3$.
(iii) 真数条件より $x > \frac{2}{3}$. 与えられた不等式を解くと $3x-2 > 9 \iff x > \frac{11}{3}$. よって $x > \frac{11}{3}$.

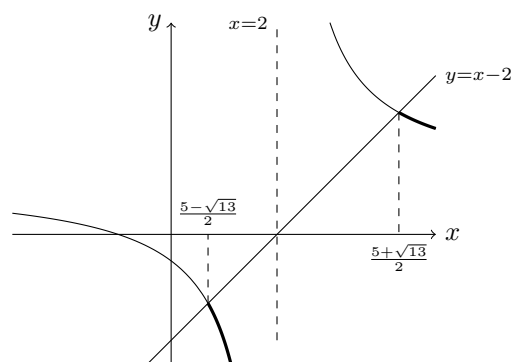
問題 5.

- (1) 以下の図.

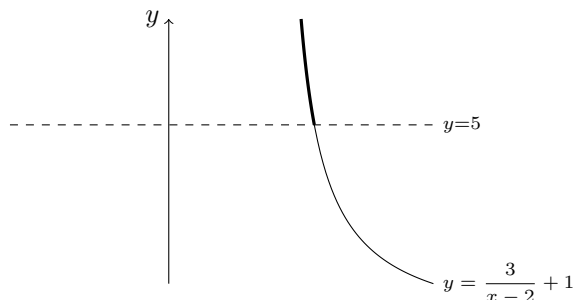


- (2) $\frac{3}{x-2} + 1 = x-2$ を解くと $x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$. よって下のグラフより

$$\frac{5 - \sqrt{13}}{2} \leq x < 2, \quad x \geq \frac{5 + \sqrt{13}}{2}.$$

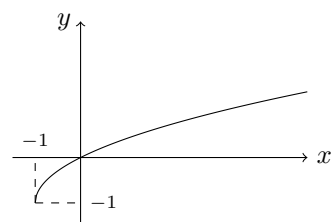


- (3) $5 = \frac{3}{x-2} + 1$ を解くと $x = \frac{11}{4}$. よって下のグラフより $2 < x \leq \frac{11}{4}$.

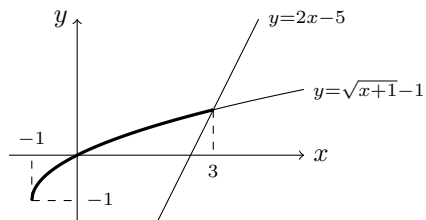


問題 6.

- (1) 以下の図.



- (2) $y = \sqrt{x+1} - 1$ と $y = 2x - 5$ の交点を考える. 連立すると $\sqrt{x+1} = 2x - 4$ となるが, 左辺は 0 以上なので $2x - 4 \geq 0$, つまり $x \geq 2$. 方程式を 2 乗して解くと, $x = 3, \frac{5}{4}$. $x \geq 2$ より $x = 3$. よって下のグラフより $-1 \leq x < 3$.



- (3) $y = \sqrt{|x+1|} - 1$ のグラフは $y = \sqrt{x+1} - 1$ のグラフを直線 $x = 1$ に関して対称なグラフを付け加えたものである. よって (2) より $x < 3$