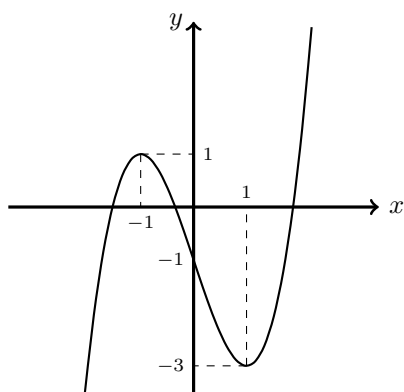


第5回リメディアル数学 (化学システム工学科) 2023/5/24 略解

問題 1.

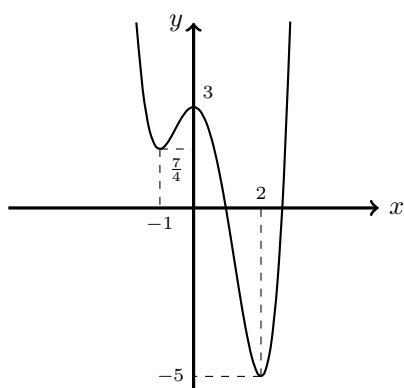
- (1) $y' = 3(x-1)(x+1)$ より, 増減表は以下のようになる. よって極大値は 1 ($x = -1$), 極小値は -3 ($x = 1$) である.

x	...	-1	...	1	...
y'	+	0	-	0	+
y	↗	1	↘	-3	↗



- (2) $y' = 3x(x-2)(x+1)$ より増減表は以下のようになる. よって, 極大値は 3 ($x = 3$), 極小値は $\frac{7}{4}$ ($x = -1$), -5 ($x = 2$) である.

x	...	-1	...	0	...	2	...
y'	-	0	+	0	-	0	+
y	↘	$\frac{7}{4}$	↗	3	↘	-5	↗

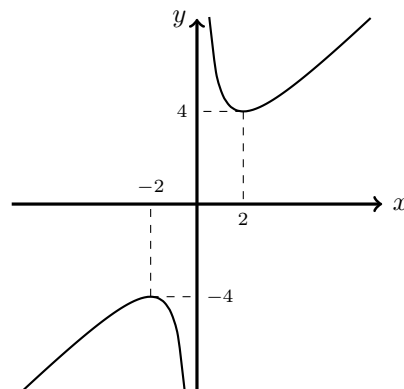


- (3) $y' = \frac{1}{x^2}(x-2)(x+2)$ であり, $x = 0$ における漸近挙動は

$$\lim_{x \rightarrow +0} \left(x + \frac{4}{x}\right) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow -0} \left(x + \frac{4}{x}\right) = -\infty$$

であることから増減表は以下のようになる. よって, 極大値は -4 ($x = -2$), 極小値は 4 ($x = 2$) である.

x	...	-2	...	0	...	2	...
y'	+	0	-		-	0	+
y	↗	-4	↘		↘	4	↗



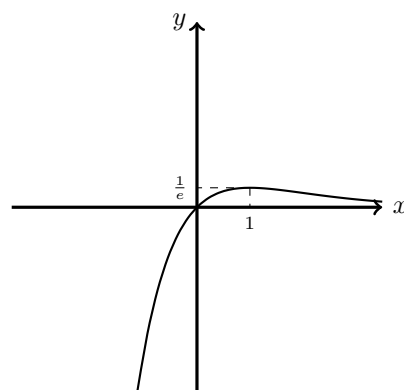
問題 2.

- (1) $y' = e^{-x}(1-x)$ であり, $+\infty, -\infty$ における漸近挙動は

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^{-x} = -\infty$$

であることから, 増減表は以下のようになる. よって, 最大値は $\frac{1}{e}$ ($x = 1$) であり, 最小値は存在しない.

x	$(-\infty)$...	1	...	$(+\infty)$
y'		+	0	-	
y	0	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0

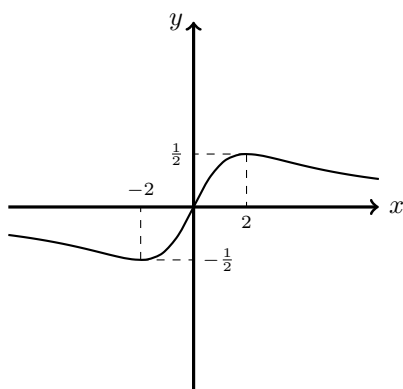


- (2) $y' = \frac{-2(x-2)(x+2)}{(x^2+4)^2}$ であり, $+\infty, -\infty$ における漸近挙動は

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x^2+4} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x^2+4} = 0$$

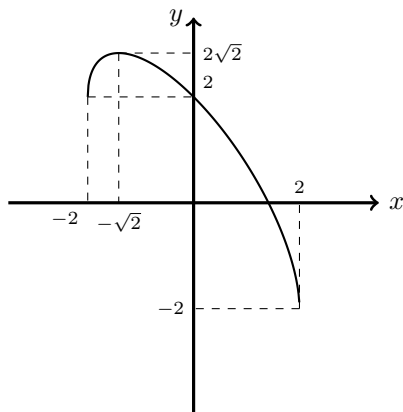
であることから, 増減表は以下ようになる. よって, 最大値は $\frac{1}{2}$ ($x=2$), 最小値は $-\frac{1}{2}$ ($x=-2$) である.

x	$(-\infty)$	\dots	-2	\dots	2	\dots	$(+\infty)$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	\searrow	$-\frac{1}{2}$	\nearrow	$\frac{1}{2}$	\searrow	0



- (3) $y' = -\frac{x}{\sqrt{4-x^2}} - 1$ より, 増減表は以下ようになる. よって, 最大値は $2\sqrt{2}$ ($x = -\sqrt{2}$), 最小値は -2 ($x=2$) である.

x	-2	\dots	$-\sqrt{2}$	\dots	2
y'		$+$	0	$-$	
y	2	\nearrow	$2\sqrt{2}$	\searrow	-2



問題 3.

(1) $|A| = 2 \cdot 7 - 4 \cdot 3 = 2, |B| = 4 \cdot 3 - 10 \cdot 5 = -38,$

$|C| = 2 \cdot (-6) - (-3) \cdot 4 = 0.$

(2) $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, B^{-1} = -\frac{1}{38} \begin{pmatrix} 3 & -10 \\ -5 & 4 \end{pmatrix},$
 C の逆行列は存在しない.

(3) $X = A^{-1}B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8 & 58 \\ -2 & -24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 29 \\ -1 & -12 \end{pmatrix},$
 $Y = BA^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 26 & -14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 13 & -7 \end{pmatrix}$

問題 4. $F = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ -1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$ である.

(1) 求める点は $F \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2\sqrt{3}+3}{2} \\ \frac{-2+3\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}.$

(2) (i) 求める点は $F \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix},$

$F \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}+4}{2} \\ \frac{-1+4\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$

(ii) 求める直線の方程式を $y = ax + b$ とおくと,

(i) より連立方程式

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}a + b \\ \frac{-1+4\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}+4}{2}a + b \end{cases}$$

を得る. これを解くと $a = \frac{-6+5\sqrt{3}}{3}, b = \frac{3-\sqrt{3}}{3}.$ よって求める直線の方程式は $y = \frac{-6+5\sqrt{3}}{3}x + \frac{3-\sqrt{3}}{3}.$