

技術者リテラシー I (機械工学科) —— 第3回 小テスト 解答

学籍番号:

名前:

問題. 関数 $f(x) = \frac{2}{3}\sin^3 x + \frac{3}{2}\cos^2 x - 2\sin x - 1$ の $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ における最大値・最小値を求めたい. 次の問に答えよ.

(1) 次の①から⑤に当てはまるものを答えよ.

$t = \sin x$ とおいて $f(x)$ を t の式に置き換えよう. ただし, **文字の置き換えを行うときは, 置き換えた文字の範囲を求めることが非常に重要である.** 考える範囲は $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ なので, t の範囲は ① (不等式) である.

三角関数の公式から $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ であった. したがって, $f(x)$ は t を用いて ② (数式) と表せる.

② を t で微分すると ③ (数式) である. 方程式 ③ = 0 を ① の範囲で解くと $t =$ ④ (値), したがって $x =$ ⑤ (値) である.

(2) 関数 $f(x)$ の増減表を書け.

(3) 関数 $f(x)$ のグラフの概形を描き, $f(x)$ の $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ における最大値・最小値を求めよ.

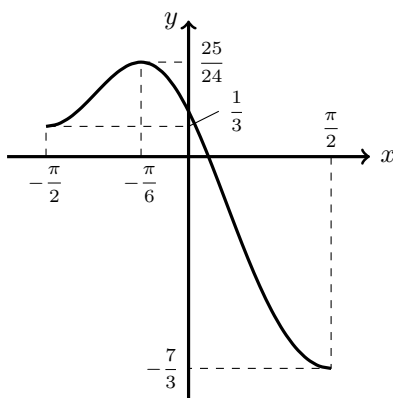
解答. (10 点満点, (1) は各 1 点, (2) は 2 点, (3) は 3 点)

(1) ① $-1 \leq t \leq 1$, ② $\frac{2}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 - 2t + \frac{1}{2}$, ③ $2t^2 - 3t - 2$, ④ $-\frac{1}{2}$, ⑤ $-\frac{\pi}{6}$.

(2) 増減表は次の通りである.

x	$-\frac{\pi}{2}$	\cdots	$-\frac{\pi}{6}$	\cdots	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	\nearrow	$\frac{25}{24}$	\searrow	$-\frac{7}{3}$

(3) グラフの概形は下図である. したがって, $x = -\frac{\pi}{6}$ で最大値 $\frac{25}{24}$, $x = \frac{\pi}{2}$ で最小値 $-\frac{7}{3}$ である.



解説・総評

難しかったのでしょうか...出来ている人とそうでない人の二極化が激しかったです. (1) の②, ③は文章を読めば出ている情報と多項式の微分さえできれば解けるというサービス問題でした. この2問だけでもとりあえず解いてほしかったです. 計算ミスは仕方ありません. 次回以降気をつけましょう. (2) は, 増減表の意味がわかってない人が大半のように感じます. 「 $f(x)$ の増減が $f'(x)$ の符号で決まる」ということを考えれば(覚えれば), $f'(x)$ の行に矢印を書いたり $f(x)$ の行に符号を書いたりすることはないはずですが. また, 今回の符号の決め方は t を用いても答えられます. ただし, x と t の関係(今回で言う $t = \sin x$)に気をつけましょう. (3) は(2)を正確に答えられれば解けますし, 逆に(2)の計算が少し異なると結果が全く異なってしまうので, 点数が結びついてしまうという点で少し残酷だったかもしれません. しかし, 基本的な問題ですのでしっかり復習するように.