技術者リテラシー I (機械工学科) ―― 第4回 小テスト 解答

学籍番号:

名前:

問題. 次の不定積分・定積分を求めよ.

(1)
$$\int (3x^4 - 2x^3 + 2) dx$$

(6)
$$\int_{-1}^{2} 4x^5 dx$$

$$(2) \int \frac{1}{\sqrt[6]{x}} dx$$

(7)
$$\int_0^5 x\sqrt{x} \ dx$$

(3)
$$\int \frac{x^2 + 2x + 3}{r^2} \, dx$$

(8)
$$\int_{1}^{3} \frac{3x^3 + 2x + 1}{x^3} \ dx$$

$$(4) \int (4\sin x - 3\cos x) \ dx$$

(9)
$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{5}{6}\pi} \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx$$

(5)
$$\int \tan^2 x \ dx$$

$$(10) \int_{-1}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{1}{1+x^2} \ dx$$

解答. (10 点満点, 各 1 点)

(1)
$$\frac{3}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^4 + 2x + C$$
.

(2)
$$\int x^{-\frac{1}{6}} dx = \frac{6}{5} x^{\frac{5}{6}} + C = \frac{6}{5} \sqrt[6]{x^5}.$$

(3)
$$\int \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right) dx = x + 2\log|x| - \frac{3}{x} + C.$$

$$(4) -4\cos x - 3\sin x + C.$$

(5)
$$\int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \, dx = \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} \, dx = \tan x - x + C.$$

(6)
$$\left[\frac{2}{3}x^6\right]_{-1}^2 = \frac{2}{3}(64-1) = 42.$$

(7)
$$\left[\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}\right]_0^5 = 10\sqrt{5}.$$

$$(8) \int_{1}^{3} \left(3 + \frac{2}{x^{2}} + \frac{1}{x^{3}} \right) dx = \left[3x - \frac{2}{x} - \frac{1}{2x^{2}} \right]_{1}^{3} = \left(9 - \frac{2}{3} - \frac{1}{18} \right) - \left(3 - 2 - \frac{1}{2} \right) = \frac{70}{9}.$$

$$(9) \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{5}{6}\pi} (1 - \sin x) \ dx = \left[x + \cos x \right]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{5}{6}\pi} = \left(\frac{5}{6}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3} + 1}{2}.$$

(10)
$$\left[\arctan x\right]_{-1}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{5}{12}\pi.$$

解説・総評 基本的な問題を 10 問集めました.「何も手がつかなかった…」という人は,とりあえずこの 10 間は解けるようになりましょう.また,皆さんの解答の中で個人的に気になったのは (10) でした.原始関数は $\arctan x$ であり,値域は $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ に制限しているので $\arctan(-1) = -\frac{\pi}{4}$ です. 全体的に計算ミス(または思い違い)がかなり目立ちましたが,落ち込む必要はありません.今後の授業でさらに計算

全体的に計算え、(または思い違い)がかなり目立ちましたが、落ち込む必要はありません。今後の授業でさらに計算練習を積みましょう。多少の計算ミスを減らすコツはあるのですが、気になる方は気兼ねなくぜひ授業中に質問してください。