

问题1：牧场缩小 (reduce)

题意

给定 N 个点，最多删除 3 个，求围住所有点的四边平行于坐标轴的最小矩形面积。

思路

考虑枚举点进行删除，但是点的数量太多，三个点的组合数量非常庞大，所以这样做效率太低。

仔细思考不难发现，只有删除边界上的点才能真正减小矩形面积，所以我们可以先求出四条边界，枚举时只考虑删除边界上的点。

边界上的点也有可能比较多，但是因为最多只能删除 3 个点，所以当一条边界上的点数超过 3 时，就不必考虑了，这样可以确保考虑删除的点数不超过 12。更进一步，我们可以直接枚举要删除的边界，一次性将边界上的点全部删除。

注意，每次进行删除后都要重新计算边界，所以最好采用搜索来实现。

复杂度

时间

边界数量为常数 4，删除三次的方案数为常数 $4^3 = 64$ ，每次计算边界 $O(N)$ ，总共 $O(N)$ 。

空间

记录点 $O(N)$ 。

问题2：钻石收藏家 (diamond)

题意

给定 N 个数，要求选出两个不相交的子集，每个子集内数都相差不超过 K ，求选出的数的最大数量。

思路

先考虑只选一个子集的情况，由于集合内数相差不超过 K ，所以最优答案肯定是选出连续的一段数。因此我们可以先对数进行排序，然后枚举左边界，再相应的移动右边界，记录长度最大的段。

现在考虑选出两个子集，那么两个子集也必然都是连续的一段数，由于两个子集不相交，所以必然存在一个分界线将两个子集隔开。因此我们可以考虑枚举这个分界线，这样，左边和右边都变成了取一个子集的问题。

为了避免反复对左右两边进行求解，我们可以分别预处理出取一个子集时，前缀区间和后缀区间的答案，这样就可以直接计算答案了。

复杂度

时间

排序 $O(N \log N)$ 。

枚举前缀区间并记录答案 $O(N)$ 。

枚举后缀区间并计算答案 $O(N)$ 。

总时间复杂度为 $O(N \log N)$ 。

空间

记录前缀区间答案 $O(N)$ 。

问题3：关闭农场（closing）

题意

给定一张图，逐个将所有点删除，求每次删掉一个点后，剩余的点是否是连通的。

思路

由于点和边的数量都很少，所以每删一个点，我们都对图进行一次遍历校验即可。

每次校验时，找到图中任意尚未删除的点，然后求出该点所属连通块的大小，如果等于剩余点数，则说明是连通的，否则是不连通的。

复杂度

时间

删点次数 $O(N)$ ，遍历图 $O(N + M)$ ，总共 $O(N(N + M))$ 。

空间

记录图 $O(N + M)$ 。