

### 第十三章 狭义相对论

1 一艘宇宙飞船船身固有长度  $l_0 = 60\text{m}$ ，相对于地面以  $u = 0.6c$  的速度从一座观测站的上空飞过。试求：(1) 观测站测得飞船的船身通过观测站的时间间隔；(2) 宇航员测得船身通过观测站的时间间隔。

解：(1)  $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$   
 $= 60 \times \sqrt{1 - 0.6^2}$   
 $= 48\text{m}$

(2)  $\Delta t = \frac{l}{u} = \frac{48}{0.6c} = 2.667 \times 10^{-7}\text{s}$   
 $\Delta t' = \frac{l_0}{u} = \frac{60}{0.6c} = 3.33 \times 10^{-7}\text{s}$

2 假设外星人是存在的，他们的老家在距离地球 1600 光年的某一恒星系。在公元 18 年，外星人访问地球后返回老家，乘坐的是速度为  $0.8c$  的飞船，如果有一个地球观测组织在持续观测外星人的飞船，试问

- (1) 地球观测者观测外星人的飞船飞回其老家需要几年？
- (2) 外星人的寿命假设为 1000 年，则外星人能否活着返回老家？
- (3) 外星人在飞船中测得的地球到他的老家的距离是多少？
- (4) 如果外星人想在今年再次访问地球，则外星人的飞船至少需要多快才行？

解：(1)  $\Delta t = \frac{S}{u} = \frac{1600 \text{ l.y.}}{0.8c} = 2000 \text{ y (year)}$

(2)  $\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$   
 $= 2000 \times \sqrt{1 - 0.8^2}$   
 $= 1200 \text{ y} > 1000 \text{ y}$   
 不能活着返回老家。

(3)  $l' = l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$   
 $= 1600 \times 0.6 = 960 \text{ l.y.}$

(4) 删掉不叙

方法二：长度收缩  $l' = l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$

$$\Delta t' = \frac{l'}{u} = \frac{1600 \times \sqrt{1 - 0.8^2}}{0.8c} = 1200 \text{ y}$$

3 1000m 的高空大气层中产生了一个  $\pi$  介子，以速度  $v = 0.8c$  飞向地球，假定该  $\pi$  介子在其自身的静止参照系中的寿命等于其平均寿命  $2.4 \times 10^{-6}\text{s}$ ，试分别从下面两个角度，即 (1) 地面上的观测者和 (2)  $\pi$  介子静止参考系中的观测者来判断该  $\pi$  介子能否到达地球表面。

解：(1) 地面上观测： $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{2.4 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - 0.8^2}} = 4 \times 10^{-6}\text{s}$

$$d = u \times \Delta t = 0.8c \times 4 \times 10^{-6} = 960\text{m} < 1000\text{m}$$

不能到达。

(2)  $\pi$  介子参考系： $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = 1000 \times \sqrt{1 - 0.8^2} = 600\text{m}$

$$\Delta t' = \frac{l}{v} = \frac{600}{0.8c} = 2.5 \times 10^{-6}\text{s} > 2.4 \times 10^{-6}\text{s}$$

不能到达。

相对论化为动能. (动能定理)  $E_k = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-0.6^2}} c^2 - m_0c^2 =$

4 把一个静止质量为  $m_0$  的电子, 从静止加速到  $0.6c$ , 需对它做功  $0.25m_0c^2$ 。  
( $c$  表示真空中的光速)

5 狭义相对论中, 一静止质量为  $m_0$  的质点, 当它以速度  $v$  作匀速直线运动时, 其动能表达式为  $E_k = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} c^2 - m_0c^2$ 。

6 某核电站年发电量为 100 亿度, 它等于  $3.6 \times 10^{16}$  J 的能量, 如果这是由核材料的全部静止能转化产生的, 则需要消耗的核材料的质量为  $0.4 \text{ kg}$ 。

7 宇宙飞船相对地面以速度  $v$  作匀速直线飞行, 某一时刻飞船头部的宇航员向飞船尾部发出一个光讯号, 经过  $\Delta t$  (飞船上的钟) 时间后, 被尾部的接收器收到, 则由此可知飞船的固有长度为  $c \cdot \Delta t$ 。

8 边长为  $a$  的正方形薄板静止于惯性系  $S$  的  $xOy$  平面内, 且两边分别与  $x, y$  轴平行, 今有惯性系  $S'$  以  $0.8c$  的速度相对于  $S$  系沿  $x$  轴作匀速直线运动, 则从  $S'$  系测得薄板的面积为  $0.6a^2$ 。

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{100}{\gamma} = t_2' - t_1'$$

$$x_2 - x_1 = \frac{x_2' + ut_2'}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x_1' + ut_1'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$= \frac{x_2' - x_1' + u(t_2' - t_1')}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{100 + 0.8c \times \frac{100}{\gamma}}{\sqrt{1-0.6^2}} = 200 \text{ m}$$

9 一宇宙飞船相对于地面以  $0.6c$  的速度飞行, 一光脉冲从船尾传到船头, 飞船上的观察者测得飞船长为 100m, 地球上的观察者测得脉冲从船尾发出和到达船头两个事件的空间间隔为  $200 \text{ m}$ 。

10 设某微观粒子的总能量是它的静止能量的  $k$  倍, 则其运动速度的大小为 (以  $c$  表示真空中的光速)

(A)  $\frac{c}{k-1}$  (B)  $\frac{c}{k} \sqrt{k^2-1}$  (C)  $\frac{c}{k} \sqrt{1-k^2}$  (D)  $\frac{c}{k+1} \sqrt{k(k+2)}$

$$mc^2 = k m_0 c^2$$

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = k m_0$$

$$v = \frac{\sqrt{k^2-1}}{k} \cdot c$$

11 两个婴儿分别在相距  $2.0 \times 10^3 \text{ m}$  的  $A, B$  两所医院里同时出生。若一宇宙飞船沿两医院的连线方向由  $A$  向  $B$  飞行时, 测得  $A, B$  两所医院为  $1.0 \times 10^3 \text{ m}$ 。问: 在宇航员看来, 两个婴儿是同时出生的吗?

解:

$$\Delta x' = \Delta x \cdot \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

$$1.0 \times 10^3 = 2.0 \times 10^3 \cdot \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

$$u = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{u \Delta x}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{-\frac{u \Delta x}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$= -2 \times \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} c \times 2.0 \times 10^3}{c^2}$$

$$= -1.15 \times 10^{-5} \text{ s}$$

$S$  同时不同地,  $S'$  不同时。

(“-”表示B医院以婴儿先生)。