

2013—2014 学年第二学期（B 卷）

| | | | | | | | | |
|----|----|----|---|---|----|---|------|----|
| 年级 | 专业 | 学号 | | | 姓名 | | 任课教师 | |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 总分 |
| 得分 | | | | | | | | |

（注意：本试卷共 7 大题，3 大张，满分 100 分。考试时间为 120 分钟。除填空题外要求写出解题过程，否则不予计分）

备用数据：

$t_{0.975}(15)=2.1315, \chi^2_{0.025}(15)=6.262, \chi^2_{0.975}(15)=27.488.$

一. 填空题(共 18 分，每空 2 分)

1. 设 $P(A)=0.4, P(B)=0.3, P(AB)=0.2$ ，则 $P(\overline{A\overline{B}})=$ _____, $P(A\cup B)=$ _____, $P(A|\overline{B})=$ _____。
- 2.设某手机一天收到 8 个短信，每个短信是垃圾短信的概率为 0.2，用 X 表示这天该手机收到的垃圾短信总数，则 $P(X\geq 2)=$ _____， $E(X)=$ _____。 $D(X)=$ _____。
3. 设 X_1, X_2, \cdots, X_n 是取自总体 X 的简单随机样本，且 X 服从参数为 λ 的指数分布，则 $E(\overline{X})=$ _____，
 $D(\overline{X})=$ _____。 $E(S^2)=$ _____。

二.（12 分）小李早上 7:30 从家里出发去参加 8:30 开始的毕业论文答辩，根据以往的经验：他骑自行车去时迟到的概率是 0.05, 他乘公交车去时迟到的概率是 0.30. 小李选择骑自行车的概率是 0.99，他选择乘公交车的概率是 0.01.

- (1) 求小李当天迟到的概率；
- (2)如果已知当天小李迟到了, 求他是骑自行车去的概率。
- .

三.（12 分）设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} A+Be^{-x}, & x\geq 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad \text{其中 } A, B \text{ 为实常数。}$$

求（1） A, B 的值；（2）概率 $P(\ln 3 < X < \ln 5)$ 。

四.（12 分）设随机变量 X 服从区间 $[-1, 1]$ 上的均匀分布。

记随机变量 $g(X)=\begin{cases} e^X, & X>0 \\ 0, & X\leq 0 \end{cases}$ 。

求 $E[g(X)], D[g(X)]$ 。

五.（18 分）设随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为 $f(x, y)=\begin{cases} \frac{3}{2}x, & 0<x<1 \text{ 且 } |y|<x \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,

- (1) 分别求 X 和 Y 的边缘密度函数；
- (2) 问： X, Y 是否相互独立？请说明理由；
- (3) 求 $Z=X^2+1$ 的密度函数；
- (4) 求概率 $P(X+Y\leq 1)$ 。

六.（12 分）已知有某厂生产的一大批袋装糖果。现从中随机抽取了 16 袋，称其重量，得到数据 x_1, \dots, x_{16} （单位：克）。并由此算出 $\bar{x}=503.7500, s=6.2022$ 。设袋装糖果的重量服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 。

（结果保留三位小数）

- (1) 求 μ 的置信水平为 0.95 的双侧置信区间；
- (2) 求 σ 的置信水平为 0.95 的双侧置信区间。

七. (16 分) 设 $X_1, X_2 \cdots, X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本， X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} \frac{x}{\theta^2}e^{-x^2/(2\theta^2)}, & x\geq 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad \text{其中 } \theta>0 \text{ 未知。}$$

- (1) 求 θ 的极大似然估计量；（2）求 θ^2 的极大似然估计量；
- (3) 问：（2）中求得的 θ^2 的极大似然估计量是否为 θ^2 的无偏估计量？请说明理由；