2014—2015 学年第二学期（A 卷）

年级_____专业____________________学号__________姓名_____________任课教师______________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

（注意：本试卷共 8 大题，3 大张，满分 100 分．考试时间为 120 分钟．除填空题外要求写出解题过程，否则不予计分）

备用数据：

$t_{0.975}(8)=2.306$，$\Phi(2)=0.9545, \Phi(1.96)=0.95$ ．

一．填空题(共 18 分)

1.（6 分）设 $P(A)=0.25, P(B|A)=\frac{1}{3}, P(A|B)=0.5$，则 A,B 都发生的概率= ________，A,B 中至少有一个发生的概率= ________，条件概率 $P(B|\overline{A})=$ ________.

2.（6 分）设电流强度 I（单位：安培）是一个随机变量，I 服从区间 $[10,12]$ 上的均匀分布，若此电流通过 2 欧姆的电阻时，在其上消耗的功率为 $W=2I^2$，则 W 的概率密度函数为

$f_W(w)=\{$

____

3.（6 分）假设某产品的寿命 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，总体的均值和方差都未知，为估计总体均值，现随机抽查了 9 只该产品，得到寿命数据为 $x_1,\ldots,x_9$，并由此算出 $\sum_{i=1}^{9}x_i=45, \sum_{i=1}^{9}x_i^2=225.32$，则样本方差 $s^2=$ _______，μ 的置信水平 0.95 的双侧置信区间为___________________.（答案请保留三位小数）

二．（10 分）将两信息分别编码 A 和 B 传送出去，接收站接收信号时，A 被误收为 B 的概率为 0.04，而 B 被误收为 A 的概率为 0.05．传送信息 A 和 B 的比例为 2:1.

（1）求接收站接收到信号为 A 的概率；

（2）如果已知接收站接收到信号为 A，求原发信号是 A 的概率.

三．（12 分）设离散型随机变量 X,Y 均只取 0，1 这两个值．$P(X=0,Y=0)=0.2, P(X=1,Y=1)=0.3$，且随机事件 $\{X=1\}$ 与 $\{X+Y=1\}$ 相互独立.

(1) 求 (X,Y) 的联合概率函数；(2) 分别求 X,Y 的边缘概率函数；

(3) 求 $Z=X^2+Y^2$ 的概率函数和协方差 $\mathrm{cov}(X,Z)$.

四．（10 分）设随机变量 X 与 Y 相互独立且都服从参数为 $\ln 2$ 的指数分布．记 $U=\max(X,Y), V=\min(X,Y)$.

(1) 分别求随机变量 U 的概率密度函数和随机变量 V 的概率密度函数；

（2）求概率 $P(U\le 1, V\ge 0.5)$.

五．（14 分）设随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}0.25e^{-0.5x}, 0<y<x;\\ 0, \text{其他}\end{cases}$$

(1) 分别求 X,Y 的边缘密度函数；（2）问：X,Y 是否相互独立？请说明理由；

（3）求条件概率密度函数 $f_{Y|X}(y|x)$，其中 $x>0$；(4) 求 $E(X),E(Y),\mathrm{cov}(X,Y)$.

六．（10 分）小王自主创业，开了一家蛋糕店，店内有 A,B,C 三种蛋糕出售，A,B,C 三种蛋糕的售价分别为 5 元，10 元，12 元．顾客购买 A,B,C 三种蛋糕的概率分别为 0.2，0.3，0.5．假设今天共有 700 位顾客，每位顾客各买了一个蛋糕，且各位顾客的消费是相互独立的．用中心极限定理求小王今天的营业额在 7000 元至 7140 元之间的概率的近似值.

七．(10 分) 假设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,500)$，总体 Y 服从正态分布 $N(\mu,625)$，现从这两个总体中各独立抽取了样本容量为 5 的样本 $X_1,\cdots,X_5,Y_1,\cdots,Y_5$，即合样本 $X_1,\cdots,X_5,Y_1,\cdots,Y_5$ 相互独立.

(1) 求随机变量 $\overline{X}-\overline{Y}$ 的概率密度函数，其中 $\overline{X},\overline{Y}$ 分别为两个正态总体的样本均值;

(2) 求概率 $P(\overline{X}-\overline{Y}\le 30)$.

八．(16 分) 设 $X_1,X_2\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本，$n\ge 2$，X 的概率密度函数为

$$f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{\theta}{x^2}, x\ge\theta\\ 0,□□\end{cases}$$ ，其中 θ 未知，$\theta>0$ ．

（1） 求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$；

（2） 问：θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计量？请说明理由；