2014—2015 学年第一学期(B 卷)

年级_____专业__________学号__________姓名_____________任课教师_________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

(注意: 本试卷共 8 大题，3 大张，满分 100 分．考试时间为 120 分钟.除填空题外要求写出解题过程，否则不予计分)

备用数据： $\Phi(1.645)=0.95,\ \ \Phi(1)=0.8413,\ \ \Phi(2)=0.9772,$

$t_{0.975}(9)=2.2622, \chi^2_{0.025}(9)=2.7004, \chi^2_{0.975}(9)=19.0228$.

一. 填空题(每空 2 分, 共 20 分)

1. 已知 $P(A)=P(B)=P(C)=0.25, P(AB)=0, P(AC)=P(BC)=\dfrac{1}{16}$. 则

   $P(A\cup B)=$________，$P(A\cup B\cup C)=$_________，$P(\overline{B}\,\overline{C})=$____________.

2. 一个口袋中有一个球，它可能是白球，也可能是黑球，记 $A=\{\quad\}$，现在再往口袋中加入一个白球，然后从口袋里任意取出一球，则取到的球为白球的概率为________；如果已知取到的球为白球，则此条件下 A 事件发生的条件概率为___________.

3. 随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{8}x^2, 0<x<2\\ 0, \quad\quad 其它\end{cases}$, 则 $P(X>1)=$_________，$E(X)=$___________, $D(X)=$_____________.

4. 设 X_1, X_2, X_3 是取自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本, 且

   $P\left(c\sigma^2\le\sum_{i=1}^{3}(X_i-\mu)^2\le d\sigma^2\right)=0.90$, $P\left(\sum_{i=1}^{3}(X_i-\mu)^2\le c\sigma^2\right)=0.02$.

则 $c=$___________, $d=$____________.(答案用分位数形式表示.)

二、(10 分)设随机变量 X 服从正态分布 $N(0,4)$，若 $P(|X|\le c)=0.9$. 求概率 $P(X<c)$ 和常数 c 的值.

三、(10 分)设随机变量 X 与 Y 的相关系数为 0.5, $D(X)=D(Y)=1$, $U=2X+3, V=4X+Y$.

求 U 和 V 的协方差 $\operatorname{cov}(U,V)$ 和相关系数 $\rho(U,V)$.

四、 (14 分) 假设离散型随机变量 X 只取-1，0 和 1, 随机变量 Y 只取 0 和 1，且满足

$P(X=-1,Y=0)=P(X=0,Y=0)=P(X=0,Y=1)=P(X=1,Y=0)=0.25$.

(1) 分别求 X 和 Y 的边缘概率函数；(2) 求随机变量 $Z=\max(X,Y)$ 的概率函数；

(3) 求概率 $P(X=Y)$ 和 X Y 的协方差 $\operatorname{cov}(X,Y)$.

五、(12 分) 设连续型随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{3}{2}x, 0<x<1 \quad |y|<x\\ 0,\end{cases},$$

(1) 分别求 X 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 和 Y 的边缘密度函数 $f_Y(y)$；

(2) 求概率 $P(X+Y\le 1)$.

六.(10 分) 设某生产线上组装一件产品所需的时间 X (单位: 分钟) 服从参数为 λ 的指数分布，且 $E(X)=10$ (分钟) . 假设各件产品所需的组装时间是相互独立的且服从与 X 相同的分布. (1) 求参数 λ 的值; (2) 试用中心极限定理求组装 100 件产品所需的时间在 15 小时到 20 小时之间的概率的近似值.

七、(10 分)　假设某种材料的抗压强度 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，现从中随机抽取容量为 10 的样本，测定它们的强度得到 $x_1,x_2,\cdots,x_{10}$，并由此算出其样本均值为 $\overline{x}=460$，$\sum_{i=1}^{10}\left(x_i-\overline{x}\right)^2=10000$．分别求这种材料的平均抗压强度 μ 和方差 σ^2 的置信水平 0.95 的双侧置信区间.（结果请保留三位小数）

八.(14 分)设总体 X 的密度函数为

$$f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\theta}e^{-\frac{x-6}{2\theta}}, x>6;\\ 0, \quad \text{▯▯▯}\end{cases}$$

其中 $\theta>0$，θ 未知。$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自这个总体的简单随机样本。

（1）分别求 θ 的矩估计量和极大似然估计量;

（2）问：θ 的极大似然估计是否为 θ 的无偏估计？请说明理由.