1、（4分）设 A,B 为两个随机事件，若 $P(AB)=0.25$，$P(B)=0.3$，$P(A\cup B)=0.6$，则

$P(A-B)$=__________，$P(A|\overline{B})$=__________.

2、（4分）设随机变量 $X\sim N(4,16)$，则 $Y=|X-4|$ 的概率密度为

$$f_Y(y)=\begin{cases} \\ \end{cases}$$

______________________.

3、（4分）设随机变量 X 服从自由度为2的 χ^2 分布，用 $\chi^2_\alpha(2)$ 表示自由度为2的 χ^2 分布的 α 分位数，且 $P(x<X<y)=0.95, P(X>y)=0.02$. 则 $x=$______________，$y=$__________.（请用 X 所服从的分布的分位数表示）.

4、（4分）设 $X_1,X_2,\cdots,X_8$ 是取自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，$Y_1=\frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}X_i$，$Y_2=\frac{1}{4}\sum_{i=5}^{8}X_i$

$S^2=\frac{1}{3}\sum_{i=5}^{8}(X_i-Y_2)^2$，$S=\sqrt{S^2}$，则 $\frac{\sqrt{2}(Y_1-Y_2)}{S}$ 服从自由度为________的_______分布.

二、（10分） 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 X 服从正态分布 $N(2,4)$，Y 服从参数为0.5的指数分布 $E(0.5)$，求方差 $D(XY)$ 和协方差 $\mathrm{cov}(X+Y,X-Y)$.

三、（12分）设某同学的手机在一天内收到短信数服从参数为 λ 的泊松分布 $P(\lambda)$，每个短信是否为垃圾短信与其到达时间独立，也与其他短信是否为垃圾短信相互独立. 如果假设每个短信是垃圾短信的概率为 p.

(1)如果已知该同学的手机一天内收到了 n 条短信，求其中恰有 k 条垃圾短信的概率.（$0\le k\le n$）.

(2)求该同学的手机一天内收到 k 条垃圾短信的概率.（$k=0,1,2,\cdots\cdots$）.

四、（14分）假设离散型随机变量 X_1 与 X_2 都只取-1和1，且满足

$P(X_1=-1)=0.5$，$P(X_2=-1|X_1=-1)=P(X_2=1|X_1=1)=\frac{1}{3}$.

（1）求 (X_1,X_2) 的联合概率函数；（2）求概率 $P(X_1+X_2=0)$；

（3）分别求 X_1 与 X_2 的协方差和相关系数 $Cov(X_1,X_2),\rho(X_1,X_2)$.

五、（16分）设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} ax^2y, & x^2<y<1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$$

(1) 求常数 a；　　(2) 分别求 X 和 Y 的边缘密度函数；

(3) 求概率 $P(X\le 0, Y\le 1)$；　（4）求概率 $P(X\le Y)$.

六、（10分）某城市每次交通堵塞造成的平均损失为15万元，损失的标准差是3万元. 假设各次堵塞造成的损失是相互独立的，且服从相同的分布. 如果今天该城市发生了100次交通堵塞，试用中心极限定理求今天该城市由于交通堵塞造成的损失在1440万元到1530万元之间的概率 .

七、（8分）设某工厂生产的化纤强度 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，长期以来其标准差 $\sigma=0.85$，现从该厂生产的产品中抽取了25个样品，测定其强度，并由此算出样本均值为 $\bar{x}=2.25$，试求 μ 的置信水平0.95的双侧置信区间。（结果保留四位小数）

八、（14分）设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本，X 的概率密度函数为

$$f(x,\theta)=\begin{cases} 3\theta^3x^{-4}, & x\ge\theta \\ 0, & 其他 \end{cases}$$

，其中 $\theta>0$. θ 未知.

（1）求 θ 的矩估计 $\tilde{\theta}$ 和极大似然估计 $\hat{\theta}$；

（2）问：θ 的矩估计 $\tilde{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计？请说明理由.

（3）问：θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计？请说明理由.