# 同济大学课程考核试卷(A 卷)
# 2010—2011 学年第二学期

命题教师签名：　　　　　　　　　　审核教师签名：

课号：122011　　　课名：**概率论与数理统计**　　　考试考查：**考试**

此卷选为：期中考试( )、期终考试(√)、重考( )试卷

年级_____专业__________学号__________姓名_____________任课教师__________

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | | |

**(注意: 本试卷共 8 大题，3 大张，满分 100 分. 考试时间为 120 分钟. 除填空题和选择题外要求写出解题过程，否则不予计分)**

备用数据：

$\Phi(0.833)=0.80$，$\Phi(1.645)=0.95$，$t_{0.95}(9)=1.8331, \chi^2_{0.05}(9)=3.325, \chi^2_{0.95}(9)=16.919$.

一、填空题(共 18 分，每小题 6 分)

1、 已知 $P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(B|A)=0.8$，则 $P(AB)$=________，$P(A\overline{B})$=________，

$P(A\bigcup B)$=________.

2、 设随机变量 $X$ 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}5x^4, 0<x<1\\ 0, 其它\end{cases}$，则使得 $P(X>a)=P(X<a)$ 成立的常数 $a=$_______，$Y=-2\ln X$ 的密度函数为 $f_Y(y)=$________________.

3、 设 $X_1, X_2\cdots, X_n$ 相互独立且服从相同的分布，$E(X_1)=1, D(X_1)=3, \overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则由切比雪夫不等式可得 $P(|\overline{X}-1|\ge 1)\le$__________，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ 以概率收敛于________.

二、选择题(12 分，每小题 4 分，将答案填在( ) 内 )

1、对于任意二个随机事件 $A,B$，则下列选项中必定成立的是　　( )

(A) 若 $AB=\phi$，则事件 $A$ 和事件 $B$ 相互独立 ；

(B) 若 $P(AB)=0$，则事件 $A$ 与事件 $B$ 互不相容 ；

(C) 若 $P(A)=0$，则事件 $A$ 和事件 $B$ 相互独立 ；

(D) 若 $AB\ne\phi$，则事件 $A$ 和事件 $B$ 不相互独立 .

2、对于任意二个随机事件 $A,B$，其中 $P(A)\ne 0, P(A)\ne 1$，则下列选项中必定成立的是 ( )

(A) $P(B|A)=P(B|\overline{A})$ 是 $A,B$ 独立的充分必要条件；

(B) $P(B|A)=P(B|\overline{A})$ 是 $A,B$ 独立的充分条件非必要条件；

(C) $P(B|A)=P(B|\overline{A})$ 是 $A,B$ 独立的必要条件非充分条件；

(D) $P(B|A)=P(B|\overline{A})$ 是 $A,B$ 独立的既非充分条件也非必要条件.

3、设随机变量 $X$ 的概率密度函数为 $f(x)=e^{-2|x|}, -\infty<x<\infty$，则 $X$ 的分布函数是( )

(A) $F(x)=\begin{cases}0.5e^{2x}, x<0\\ 1, x\ge 0\end{cases}$；　(B) $F(x)=\begin{cases}0.5e^{2x}, x<0\\ 1-0.5e^{-2x}, x\ge 0\end{cases}$；

(C) $F(x)=\begin{cases}1-0.5e^{-2x}, x<0\\ 1, x\ge 0\end{cases}$；　(D) $F(x)=\begin{cases}0.5e^{2x}, x<0\\ 1-0.5e^{-2x}, 1>x\ge 0\\ 1, x\ge 1\end{cases}$.

三、(10 分)在某外贸公司出口罐头的索赔事件中，有 50%是质量问题引起的，有 30%是数量短缺问题引起的，有 20%是包装问题引起.又已知在质量问题引起的索赔事件中经协商解决的占 40%，数量短缺引起的索赔事件中经协商解决的占 60%，包装问题引起的索赔事件中经协商解决的占 75%.现在该公司遇到一出口罐头的索赔事件.　(1)求该索赔事件经协商解决的概率;(2)若已知该索赔事件最终经协商解决，求该索赔事件不是由于质量问题引起的概率.

四、(12 分)设随机变量 $X$ 的概率函数为 $P(X=-1)=P(X=1)=0.25$， $P(X=0)=0.5$，随机变量 $Y$ 服从 $B\left(1,\dfrac{1}{3}\right)$，且 $P(XY=0)=1$.

(1)求 $(X,Y)$ 的联合概率函数；　　(2)求 $E(XY)$ 和 $\operatorname{cov}(X,Y)$；

(3)问： $X,Y$ 是否相互独立？ $X,Y$ 是否不相关？请说明理由.

五、(14 分)设随机变量 $(X,Y)$ 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} k(6-x-y), & 0<x<2,\quad 0<y<4; \\ 0, & \text{□ □} \end{cases}$$

(1)求常数 $k$；　　(2)分别求 $X,Y$ 的边缘密度函数；

(3)问： $X,Y$ 是否相互独立？请说明理由；　　(4)求 $P\left(X+Y\le 4\right)$ .

六、(10 分)设某出租汽车公司有 3600 辆出租车，每辆车明年需大修的概率为 0.36.各辆车每年是否需要大修是相互独立的.记 $X$ 表示明年该公司需大修的车辆数.求概率 $P(1272 < X \le 1320)$ 的近似值.（要求用中心极限定理求解）

七、(10 分)设某厂生产的运动饮料的体积 $X$（单位: 毫升）服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，现随机抽取 10 瓶这种饮料，测得其体积 $x_1,x_2,\cdots,x_{10}$（单位：毫升），并由此算出 $\sum_{i=1}^{10} x_i = 6000, \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 3600144$，分别求 $\mu$ 和 $\sigma^2$ 的置信水平 0.90 的双侧置信区间.

八、(14 分)设 $X_1,X_2\cdots,X_n$ 是取自总体 $X$ 的容量为 $n$ 的样本, $X$ 的密度函数为

$$f(x;\lambda)=\begin{cases}\dfrac{1}{\lambda}e^{-\frac{1}{\lambda}(x-2)}, x\ge 2\\ 0, x<2\end{cases}$$ ，这里 $\lambda>0$ 为未知参数.

(1)分别求 $\lambda$ 的矩估计量和极大似然估计量;

(2)问：$\lambda$ 的极大似然估计量 $\hat{\lambda}$ 是否为 $\lambda$ 的无偏估计量？请说明理由.