电磁学部分练习题

班级：__________姓名：__________学号：__________

1 边长为a正方体中心放置一个点电荷Q，则通过任一个正方体侧面的电通量为 $\frac{Q}{6\varepsilon_0}$ 。

2 两无限大平行平面板带同种电荷,面密度分别为σ_1和σ_2，则两带电平面之间的电场强度 E 的大小为 $\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2\varepsilon_0}$ 。

3 一个半径为 R 细圆环均匀带电，带电量为 q，则圆环的中心的电势为 $\frac{q}{4\varepsilon_0\pi R}$ 。

4 一个半径为 R 的均匀带电球体，其电荷体密度为ρ（ρ>0），试求球体内外的电场强度分布。(应用电场的高斯定理)

解：由高斯定理：$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q$ 可得.

(1) 当 $r<R$ 时. $\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\cdot\frac{4}{3}\pi r^3$

$$E=\frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$$

(2) 当 $r>R$ 时. $E\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3$

$$E=\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$$

5 两个带有等量异号电荷的无限长同轴圆柱面，内外半径分别为R_1和R_2，单位长度上的电荷分$\pm\lambda$，求距离轴线为r处的电场强度，其中：(1) $r<R_1$ (2) $R_1<r<R_2$ (3) $r>R_2$。

解：由高斯定理 $\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q$ 可得.

(1) 当 $r<R_1$. $\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\cdot 2\pi r h = 0$

$$E=0$$

(2) 当 $R_1<r<R_2$. $E\cdot 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

(3) 当 $r>R_2$, $E\cdot 2\pi r h = \frac{1}{\varepsilon_0}(\lambda-\lambda)h = 0$

$$E=0$$

6 一个半径为 R、带电量为 Q 的均匀带电薄球壳。(1)试求球壳内外的电场强度分布；(2)球壳内外的电势为多少？(已知空间任意点到球壳中心的距离用r表示)

解：(1). 由高斯定理 $\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q$ 可得.

当 $r<R$. $E\cdot 4\pi r^2 = 0$

$$E_1=0$$

当 $r>R$. $E\cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$$E_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

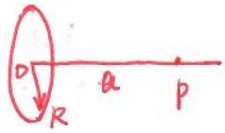
(2) 当 $r<R$.

$$V=\int_r^R \vec{E}_1 dr + \int_R^\infty \vec{E}_2\cdot dr = 0+\int_R^\infty \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

当 $r>R$.

$$V=\int_r^\infty \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

7 一圆盘半径$R=3.00\times10^{-2}\,\mathrm{m}$，圆盘均匀带电，电荷面密度$\sigma=2.00\times10^{-5}\,\mathrm{C\cdot m^{-2}}$，求其轴线上离盘心 30.0cm 处的电场强度与电势。



解：电场.

$$E=\int_0^R \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\sigma\cdot 2\pi r\cdot dr}{(r^2+a^2)}\cdot\frac{a}{(r^2+a^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$=\frac{\sigma a}{2\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{\sqrt{a^2+R^2}}\right)$$

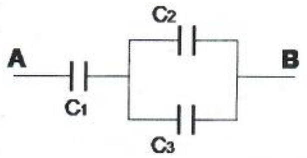
$$=5.65\times10^3\ \mathrm{V/m}$$

$$V=\int_0^R \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\sigma\cdot 2\pi r dr}{(r^2+a^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{a^2+R^2}-a\right)$$

$$=1.695\times10^3\ \mathrm{V}.$$

8 三个电容器如下图所示连接，其中$C_1 = 0.25\mu F$，$C_2 = 0.15\mu F$ $C_3 = 0.20\mu F$，C_1上的电压为50V。求A、B两点间的电压U_{AB}。

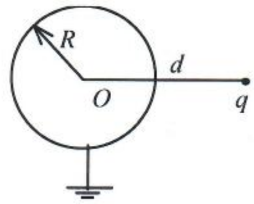


$C_{23} = C_2 + C_3 = 0.35\ \mu F.$

$C_1 U_1 = C_{23} U_{23}.\quad \therefore U_{23} = \frac{C_1}{C_{23}} U_1$

$\therefore U_{AB} = U_1 + U_{23} = 50 + \frac{0.25}{0.35} \times 50 = 85.7\text{V}$

9 半径为R的金属球与地连接．在与球心O相距$d=2R$处有一带电量为q的点电荷．如图所示，设地的电势为零，则球上的感应电荷为$-\frac{R}{d}q$。

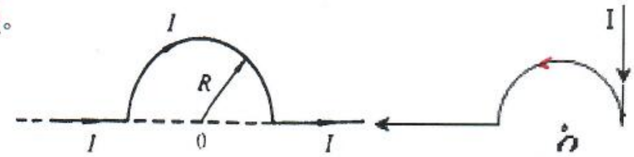


解：设感应电荷量为q_x，

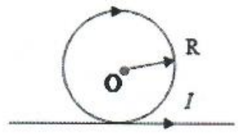
$V_0 = 0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_x}{R} + \frac{q}{d}\right)$

$\therefore q_x = -\frac{R}{d}q$

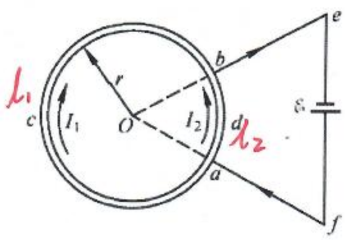
10 一无限长通电导线分别弯曲成如图所示形状，半圆形部分半径为R，导线电流为I，则O点的磁感强度大小为$\frac{\mu_0 I}{4R}$，$\frac{\mu_0 I}{4R} - \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$。



11 在真空中，一长通电直导线与一圆形导线如图所示，电流均为I，相切处彼此绝缘，则圆心O点的磁感强度大小为$\frac{\mu_0 I}{2R} - \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$。



11 如图所示，有两根导线沿半径方向接触铜环的a、b两点，并与很远处的电源相接，铁环的半径为R。求环中心O的磁感强度。



解：be. af 延半径方向，故在O处产生的磁场为0.

ef 离O很远，忽略不计.

$\therefore B_0 = \frac{\mu_0 I_1}{2R} \cdot \frac{l_1}{2\pi R} - \frac{\mu_0 I_2}{2R} \cdot \frac{l_2}{2\pi R}$ $\quad \therefore B_0 = 0$

又$\because l_1, l_2$处于并联状态.

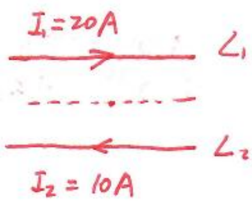
故 $I_1 l_1 = I_2 l_2$.

12 在真空中，有两根互相平行的无限长直导线L_1和L_2，相距0.1m，通有方向相反的电流，$I_1 = 20A$，$I_2 = 10A$。则两导线中轴线上的磁感应强度大小为$1.2 \times 10^{-4}\ T$。

$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$

$= 2 \times 10^{-7} \times \left(\frac{20}{0.05} + \frac{10}{0.05}\right)$

$= 1.2 \times 10^{-4}\ T$



13 一载流无限长直圆筒，内半径为a，外半径为b，传导电流为I，电流沿轴线方向在直圆筒中流动并均匀地分布在筒的横截面上。求空间各区域中磁感应强度分布。（应用安培环路定理）

解：由安培环路定理 $\oint B\cdot dl=\mu_0\sum I$ 可得.

当 $r<a$ 时. $B\cdot 2\pi r=0$ $\quad B=0$

当 $a<r<b$ 时. $B\cdot 2\pi r=\mu_0\frac{I}{\pi(b^2-a^2)}\cdot\pi(r^2-a^2)$

$$B=\frac{\mu_0 I(r^2-a^2)}{2\pi r(b^2-a^2)}$$

当 $r>b$ 时. $B\cdot 2\pi r=\mu_0 I$

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

14 两无限长平行直导线之间的距离为 d，各自通有电流为 I_1 和 I_2，且电流的流向相同，则两导线上每单位长度所受的相互吸引力为 $\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$。

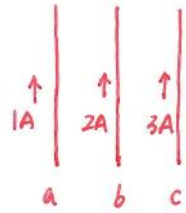
15 在同一个平面上依次有 a、b、c 三根等距离平行放置的长直导线，通有同方向的电流依次为 1A、2A、3A，它们所受安培力的大小依次为 F_a、F_b、F_c，则 $F_a:F_b:F_c=$ 7:8:15。

$F_a=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}+\frac{\mu_0 I_1\cdot I_3}{2\pi\cdot 2d}$ $\quad F_c=\frac{\mu_0 I_1 I_3}{2\pi\cdot 2d}+\frac{\mu_0 I_2 I_3}{2\pi d}$

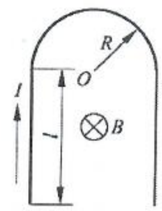
$=\frac{\mu_0}{2\pi d}(2+\frac{3}{2})$ $\quad =\frac{\mu_0}{2\pi d}(\frac{3}{2}+6)$

$F_b=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}-\frac{\mu_0 I_2 I_3}{2\pi d}$ $\quad \therefore F_a:F_b:F_c=\frac{7}{2}:4:\frac{15}{2}$

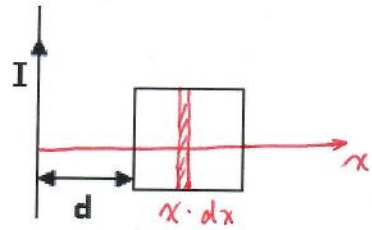
$=\frac{\mu_0}{2\pi d}(6-2)$ $\quad =7:8:15$



16 一通有电流 I 的导线，弯成如图所示的形状，放在磁感应强度为 B 的匀强磁场中，B 的方向垂直纸面向里。则此导线受到的安培力 F 为 $2BIR$。



17 一根无限长直导线，通以 I 的电流，有一边长为 d 的正方形线圈与导线处于同一平面内，导线与线圈一边相距为 d，如图所示。求：(1)通过线圈的磁通量；(2)若电流 I 按 $I=I_m\cos t$ 的规律变化，则线圈中的感应电动势为多少？



解、(1) $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$

$\phi=\int d\phi=\int B\cdot ds$

$=\int_d^{2d}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\cdot d\cdot dx=\frac{\mu_0 I d}{2\pi}\ln 2$

(2) $\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}$

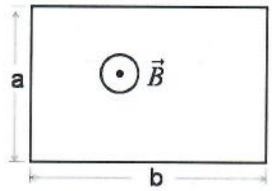
$=-\frac{\mu_0 d\ln 2}{2\pi}\cdot\frac{dI}{dt}$

$=(\frac{\mu_0 d I_m}{2\pi}\ln 2)\sin t$

17 如下图所示，一个长为a，宽为b的矩形线圈放在磁场B中，磁场变化规律为$B = B_0 \sin \omega t$，线圈平面与磁场垂直，则线圈内感应电动势的大小为 $-abwB_0\cos wt$ 。

$\phi = BS = abB_0\sin wt$

$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -abwB_0\cos wt$



18 匀强磁场 B 垂直与纸面向内，一个半径为 R 的圆形线圈在此磁场中变形成正方形线圈。若变形过程在一秒内完成，则线圈中的平均感生电动势的大小为 $B\cdot\pi R^2(1-\frac{\pi}{4})$ 。

$\bar{\varepsilon} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{B\Delta S}{\Delta t}$

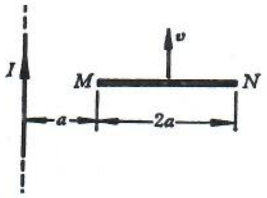
$= \frac{B\cdot[\pi R^2 - (\frac{2\pi R}{4})^2]}{1} = B\cdot\pi R^2(1-\frac{\pi}{4})$

19 一根长为 $2a$ 的细金属杆 MN 与载流长直导线共面，导线中通过的电流为 I，金属杆 M 端距导线距离为 a，如图所示，金属杆 MN 以速度 向上运动时，杆内产生的电动势为 $\frac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln 3$ 。

$\varepsilon = \int v\cdot B\cdot dl$

$= \int_a^{3a} v\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\cdot dx$

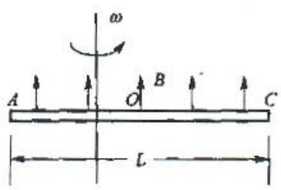
$= \frac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln 3$



20 如图所示，一长为 L 的导体棒以角速度 w 在匀强磁场 B 中绕过 O 点的竖直轴转动，若 OC=2L/3，则 AC 导体棒的电动势的大小等于 $\frac{1}{6}BwL^2$ 。

$\varepsilon = \frac{1}{2}Bw[(\frac{2}{3}L)^2 - (\frac{1}{3}L)^2]$

$= \frac{1}{6}BwL^2$



21 半径为 R 的无限长直载流密绕螺线管，管内磁场可视为均匀磁场，管外磁场可近似看作零．若通电电流均匀变化，使得磁感强度 B 随时间的变化率 dB/dt 为常量，且为正值，试求： 空间中由磁场变化激发的感生电场分布；

解：$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi}{dt}$

由于关轴对称，当 $r<R$ 时，$E\cdot 2\pi r = -\pi r^2\frac{dB}{dt}$

$E = -\frac{1}{2}r\cdot\frac{dB}{dt}$

当 $r>R$ 时，$E\cdot 2\pi r = -\pi R^2\frac{dB}{dt}$

$E = -\frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}$