

模拟试题一

模拟试题一参考答案二维码

一、 选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 设 A, B 为事件, 且 $A \subset B$, 则下列式子一定正确的是().
A. $P(A \cup B) = P(A)$ B. $P(BA) = P(A)$
C. $P(AB) = P(B)$ D. $P(A - B) = P(A) - P(B)$
2. 设 A, B 为对立事件, $0 < P(B) < 1$, 则下列概率值为 1 的是().
A. $P(\bar{A} | \bar{B})$ B. $P(B | A)$ C. $P(\bar{A} | B)$ D. $P(AB)$
3. 设 $f(x)$ 是随机变量 X 的概率密度, 则一定成立的是().
A. $f(x)$ 定义域为 $[0, 1]$ B. $f(x)$ 非负
C. $f(x)$ 的值域为 $[0, 1]$ D. $f(x)$ 连续
4. 设 $P\{X \leq 1, Y \leq 1\} = \frac{4}{9}$, $P\{X \leq 1\} = P\{Y \leq 1\} = \frac{5}{9}$, 则 $P\{\min\{X, Y\} \leq 1\} = ()$.
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{20}{81}$ D. $\frac{1}{3}$
5. 设随机变量 (X, Y) 满足方差 $D(X + Y) = D(X - Y)$, 则必有().
A. X 与 Y 独立 B. X 与 Y 不相关
C. X 与 Y 不独立 D. $D(X) = 0$ 或 $D(Y) = 0$
6. 设 $X \sim N(\mu, 1)$, 则满足 $P\{X > 2\} = P\{X \leq 2\}$ 的参数 $\mu = ()$.
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
7. 容量为 $n=1$ 的样本 X_1 来自总体 $X \sim B(1, p)$, 其中参数 $0 < p < 1$, 则().
A. X_1 是 p 的无偏估计量 B. X_1 是 p 的有偏估计量
C. X_1^2 是 p^2 的无偏估计量 D. X_1^2 是 p 的有偏估计量
8. 在假设检验中, 显著性水平 α 用来控制().
A. 犯“弃真”错误的概率 B. 犯“纳伪”错误的概率
C. 不犯“弃真”错误的概率 D. 不犯“纳伪”错误的概率

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 设 X 的概率密度为 $p(x)$ ，则 $Y=2X+1$ 的概率密度 $p_Y(y)=$ _____.
2. 设 A, B 是两个随机事件, $P(A)=0.7, P(A-B)=0.3$, 则事件“ A, B 同时发生”的对立事件的概率为_____.
3. 设随机变量 X 的期望 $E(X)=3$, 方差 $D(X)=5$, 则期望 $E[(X+4)^2]=$ _____.
4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, $X \sim N(1, 2), Y \sim N(0, 1)$, 则随机变量 $Z = 2X - 4Y + 3$ 的方差为_____.
5. 设随机变量 X 的数学期望 $E(X)=75$, 方差 $D(X)=5$, 用切比雪夫不等式估计得 $P\{|X-75| \geq \varepsilon\} \leq 0.05$, 则 $\varepsilon =$ _____.
6. 设 X_1, X_2 是来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 若 $CX_1 - 2X_2$ 是 μ 的一个无偏估计, 则常数 $C =$ _____.

三、实验解读应用题（每空 2 分，共 24 分）

（一）用一个仪表测量某一物理量 9 次，为了求测量方差 σ^2 的 0.95 的单侧置信上限，由所得数据得到右表的实验结果．本实验用到的样本函数为 1，由实验结果知 σ^2 的置信水平为 0.95 的单侧置信上限为 2_____.

置信水平	0.95
样本容量	9
样本均值	56.32
样本方差	0.0484
单侧置信下限	0.024968865
单侧置信上限	0.141694645
区间估计	
估计下限	0.022082123
估计上限	0.177636618

(二) 设机床加工的轴直径服从正态分布, 现从甲、乙两台机床加工的轴中分别抽取若干个测其直径, 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 检验两台机床加工的轴直径的精度是否有明显差异. 检验的原假设为 H_0 : 3, 得到如右表的实验结果. 由于检验的 P-value = 4, 因此, 5.

F-检验 双样本方差分析		
	甲	乙
平均	19.925	20.14285714
方差	0.21642857	0.272857143
观测值	8	7
df	7	6
F	0.79319372	
P(F<=f) 单尾	0.38039466	
F 单尾临界	0.25866737	

(三) 进行农业实验, 选择四个不同品种的小麦其三块试验田, 每块试验田分成四块面积相等的小块, 各种植一个品种的小麦, 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 检验小麦品种及实验田对收获量是否有显著影响. 由试验得到如下的方差分析表, 表中的丢失的 $F_A =$ 6, 由于检验的 P-value = 7, 所以, 小麦品种对收获量的影响 8 (是否显著).

方差分析						
差异源	SS	df	MS	F	P-value	F crit
品种 A	78	3	26		0.013364	4.757063
试验田 B	14	2	7	2.333333	0.177979	5.143253
误差	18	6	3			
总计	110	11				

(四) 随机调查 10 个城市居民的家庭平均收入 x 与电器用电支出 Y 情况得数据, 得到如下表的回归分析表, 由此可知求电器用电支出 Y 与家庭平均收入 x 之间的线性回归方程为 9, 由于检验的 P-value = 10, 所以, 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 线性回归关系 11 (是否显著), 当 $x=25$ 时, 电器用电支出的点估计值 12.

	Coefficients	标准误差	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	-1.425424	0.2142448	-6.653247	0.0001603	-1.919473	-0.931374
收入	0.1231638	0.0077491	15.894001	2.458E-07	0.1052944	0.1410332

四、应用题 (每小题 5 分, 共 10 分)

1. 两个箱子中都有 10 个球, 其中第一箱中 4 个白球, 6 个红球, 第二箱中 6 个白球, 4 个红球, 现从第一箱中任取 2 个球放入第二箱中, 再从第二箱中任取 1 个球, 求从第二箱中取的球为白球的概率.

2. 某车间用一台包装机包装葡萄糖，每包的重量 $X \sim N(\mu, 0.015^2)$ ，在包装机正常工作情况下，其均值为 0.5 kg. 某天开工后为检验包装机是否正常，随机地抽取它所包装的 9 袋葡萄糖，得样本均值 $\bar{x} = 0.5112$ 在显著性水平 0.05 下，问包装机工作是否正常？

(查表 $Z_{0.05} = 1.645$, $Z_{0.025} = 1.96$)

五、综合计算题（每问 3 分，共 24 分）

1. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$p(x, y) = \begin{cases} A, & 0 < x < 2, |y| < x \\ 0, & \text{其他} \end{cases}.$$

(1) 验证常数 $A = 1/4$; (2) 求概率 $P\{X > 1/2\}$; (3) 求 X 的边缘概率密度 $p_X(x)$;

(4) $E(X^3)$.

2. 总体 X 的概率密度函数为 $p(x) = \begin{cases} \sqrt{\theta} x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $\theta > 0$ 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 是

来自该总体的一个样本. (1) 求 X 的数学期望 $E(X)$; (2) 求参数 θ 的矩估计; (3) 求关于参数 θ 的似然函数; (4) 求参数 θ 最大似然估计.