静电场练习题

班级_________姓名__________学号__________得分_________

1 边长为a正方体中心放置一个点电荷Q，则通过任一个正方体侧面的电通量为__ $\frac{Q}{6\varepsilon_0}$ __。

2 两无限大平行平面板带同种电荷,面密度分别为σ_1和σ_2，则两带电平面之间的电场强度 E 的大小为______ $\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2\varepsilon_0}$ ____________。

3 一个半径为 R 细圆环均匀带电，带电量为 q，则圆环的中心的电势为____ $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ ___。

4 一个半径为 R 的均匀带电球体，其电荷体密度为ρ（ρ>0）， 试求球体内外的电场强度分布。（应用电场的高斯定理）

解：以均匀带电球体的球心为球心，以 r 为半径做球形高斯面，则

$$E\cdot 4\pi r^2=\begin{cases}\dfrac{\rho\frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0}(r<R)\\[2ex]\dfrac{\rho\frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0}(r\ge R)\end{cases}\qquad \therefore E=\begin{cases}\dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0}(r<R)\\[2ex]\dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}(r\ge R)\end{cases}$$

5 两个带有等量异号电荷的无限长同轴圆柱面，内外半径分别为R_1和R_2，单位长度上的电荷分$\pm\lambda$，求距离轴线为r处的电场强度，其中：(1) $r<R_1$ (2) $R_1<r<R_2$ (3) $r>R_2$。

解：以圆柱面的轴线为轴线，以 r 为半径做圆柱形高斯面，则

$$E\cdot 2\pi rh=\begin{cases}0\quad (r<R_1)\\ \dfrac{\lambda h}{\varepsilon_0}\quad (R_1\le r<R_2)\\ 0\quad (r\ge R_2)\end{cases}\qquad \therefore E=\begin{cases}0\quad (r<R_1)\\ \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\quad (R_1\le r<R_2)\\ 0\quad (r\ge R_2)\end{cases}$$

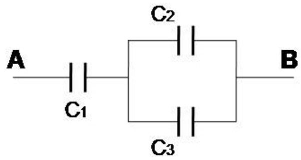
6 一个半径为 R、带电量为 Q 的均匀带电薄球壳。(1)试求球壳内外的电场强度分布；(2)球壳内外的电势为多少？（已知空间任意点到球壳中心的距离用 r 表示）

解：以均匀带电球体的球心为球心，以 r 为半径做球形高斯面，则

$$E\cdot 4\pi r^2=\begin{cases}0(r<R)\\ \dfrac{Q}{\varepsilon_0}(r\ge R)\end{cases}\qquad \therefore E=\begin{cases}0(r<R)\\ \dfrac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0}(r\ge R)\end{cases}$$

$$\therefore V=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\begin{cases}\int_r^R 0dl+\int_R^{\infty}\dfrac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0}dr=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}(r<R)\\ \int_r^{\infty}\dfrac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0}dr=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}(r\ge R)\end{cases}$$

7.三个电容器如下图所示连接，其中 $C_1=0.25\mu\text{F}$， $C_2=0.15\mu\text{F}$ $C_3=0.20\mu\text{F}$， C_1 上的电压为 50V。求 A、B 两点间的电压 U_{AB}。



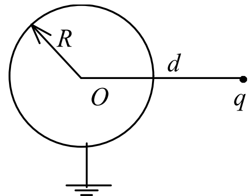
解：$C_{23}=C_2+C_3=0.35\mu F$

$$Q=C_1U_1=C_{23}U_{23}$$

$$\therefore U_{23}=\frac{C_1U_1}{C_{23}}=\frac{0.25\mu\times 50}{0.35\mu}=35.7V$$

$$\therefore U_{AB}=U_1+U_{23}=85.7V$$

8. 半径为 R 的金属球与地连接．在与球心 O 相距 d =2R 处有一带电量为 q 的点电荷．如图所示，设地的电势为零，则球上的感应电荷为__________。



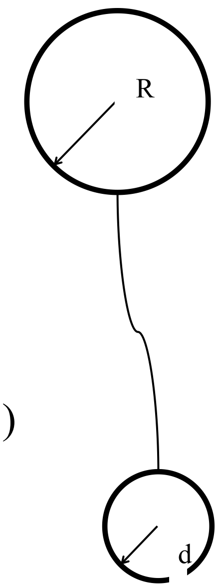
解：设金属球带电为 q'，此时，金属球带电不均匀，但是都带在金属球的表面，则金属球的电荷到球心的距离都为 R，因此金属球的电荷在球心处的电势为 $\dfrac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R}$。

而点电荷 q 在球心处的电势为 $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0(R+d)}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 3R}$

金属球接地，因此，球心处的总电势为 $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 3R}+\dfrac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R}=0$

所以 $q'=-\dfrac{q}{3}$

9.一个半径为 R 的金属球，电荷面密度为σ，
试分析：
（1）球面内、外任意点的电场强度与电势；
（2）若在很远的地方放一个半径为 d 的不带电金属球，
并用导线将两球连接，则两球带电的电荷面密度分别为多少？



解：(1)以金属球的球心为球心，以 r 为半径做球形高斯面，则

$$E\cdot 4\pi r^2=\begin{cases}0(r<R)\\ \dfrac{\sigma 4\pi R^2}{\varepsilon_0}(r\geq R)\end{cases}\qquad \therefore E=\begin{cases}0(r<R)\\ \dfrac{\sigma R^2}{r^2\varepsilon_0}(r\geq R)\end{cases}$$

$$\therefore V=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\begin{cases}\int_r^R 0dl+\int_R^{\infty}\dfrac{\sigma R^2}{r^2\varepsilon_0}dr=\dfrac{\sigma R}{\varepsilon_0}(r<R)\\ \int_r^{\infty}\dfrac{\sigma R^2}{r^2\varepsilon_0}dr=\dfrac{\sigma R^2}{r\ \varepsilon_0}(r\geq R)\end{cases}$$

(2)用导线将两球连接，则两球电势相等。两球离的很远，可以认为两球的电场相互不影响。

设半径为 R 的金属球球的电荷面密度为σ_1,半径为 d 的金属球球的电荷面密度为σ_2，则

$$\frac{\sigma_1 R}{\varepsilon_0}=\frac{\sigma_2 d}{\varepsilon_0},\text{且}\sigma_1 4\pi R^2+\sigma_2 4\pi d^2=\sigma 4\pi R^2$$

$$\therefore \sigma_1=\frac{\sigma Rd}{d^2+Rd},\sigma_2=\frac{\sigma R^2}{d^2+Rd}$$

10.有两个半径分别为R_1、R_2的同心球壳，带电分别为Q_1、Q_2，试求空间电场分布。

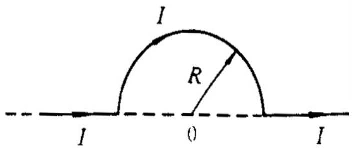
解：以同心球壳的球心为球心，以 r 为半径做球形高斯面，则

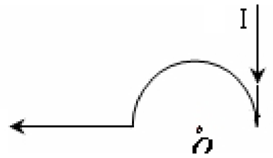
$$E\cdot 4\pi r^2=\begin{cases}0\quad (r<R_1)\\ \dfrac{Q_1}{\varepsilon_0}\quad (R_1\leq r<R_2)\\ \dfrac{Q_1+Q_2}{\varepsilon_0}\quad (r\geq R_2)\end{cases}\therefore E=\begin{cases}0\quad (r<R_1)\\ \dfrac{Q_1}{4\pi r^2\varepsilon_0}\quad (R_1\leq r<R_2)\\ \dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi r^2\varepsilon_0}\quad (r\geq R_2)\end{cases}$$

稳恒磁场-电磁感应练习题

班级________姓名_________学号_________得分________

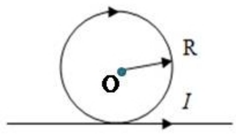
1 一无限长通电导线分别弯曲成如图所示形状，半圆形部分半径为 R，导线电流为 I ，则 O 点的磁感强度大小为





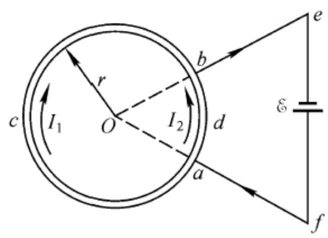
___ $\dfrac{\mu_0 I}{4R}$ ___， ___ $\dfrac{\mu_0 I}{4R}-\dfrac{\mu_0 I}{4\pi R}$ ___。

2 在真空中，一长通电直导线与一圆形导线如图所示，电流均为 I，相切处彼此绝缘，则圆心 O 点的磁感强度大小为



_____ $\dfrac{\mu_0 I}{2R}-\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$ _______。

3 如图所示，有两根导线沿半径方向接触铜环的 a、b 两点，并与很远处的电源相接,铁环的半径为 R。求环中心 O 的磁感强度。



解：圆环分成 acb 和 adb 两段，两段的电压相等，所以

$I_1 R_{acb}=I_2 R_{adb}$。单位长度导线电阻相同，因此 $I_1 l_{acb}=I_2 l_{adb}$

也就是 $I_1\theta_{acb}=I_2\theta_{adb}$ 。

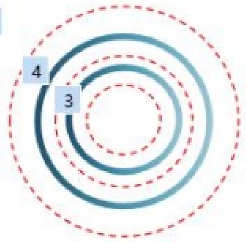
而两段弧形导线在圆心处的磁场分别为 $\dfrac{\mu_0 I_1}{2R}\cdot\dfrac{\theta_{acb}}{2\pi},\dfrac{\mu_0 I_2}{2R}\cdot\dfrac{\theta_{adb}}{2\pi}$，因此大小相等但是方向相反，所以环中心 O 的磁感强度为零。

4 在真空中，有两根互相平行的无限长直导线 L_1 和 L_2，相距 0.1m，通有方向相反的电流，$I_1=20\text{A}$ ，$I_2=10\text{A}$ 。则两导线中轴线上的磁感应强度大小为__________________。

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi R}+\frac{\mu_0 I_2}{2\pi R}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times20}{2\pi\times0.05}+\frac{4\pi\times10^{-7}\times10}{2\pi\times0.05}=1.2\times10^{-4}T$$

5一载流无限长直圆筒，内半径为a，外半径为b，传导电流为I，电流沿轴线方向在直圆筒中流动并均匀地分布在筒的横截面上。求空间各区域中磁感应强度分布。（应用安培环路定理）

解：做圆形回路L



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$$

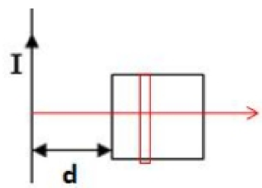
$$B\cdot 2\pi r = \begin{cases} 0 & (r<a) \\ \mu_0 I \dfrac{\pi(r^2-a^2)}{\pi(b^2-a^2)} & (a<r<b) \\ \mu_0 I & (r>b) \end{cases}$$

$$\therefore B = \begin{cases} 0 & (r<a) \\ \dfrac{\mu_0 I(r^2-a^2)}{2\pi r(b^2-a^2)} & (a<r<b) \\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} & (r>b) \end{cases}$$

6 两无限长平行直导线之间的距离为d，各自通有电流为I_1和I_2，且电流的流向相同，则两导线上每单位长度所受的相互吸引力为$\dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$。

7 在同一个平面上依次有a、b、c三根等距离平行放置的长直导线，通有同方向的电流依次为1A、2A、3A，它们所受安培力的大小依次为F_a、F_b、F_c，则$F_a:F_b:F_c$=__7:8:15____。

8 一根无限长直导线，通以I的电流，有一边长为d的正方形线圈与导线处于同一平面内，导线与线圈一边相距为d，如图所示。求：(1)通过线圈的磁通量；(2)若电流I按$I=I_m\cos t$的规律变化，则线圈中的感应电动势为多少？

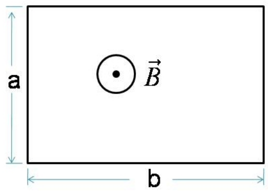


解：如图建立坐标x，在x处取一小条dx

$$\Phi_m = \int B ds = \int_d^{2d} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} d dx = \frac{\mu_0 I d}{2\pi}\ln 2$$

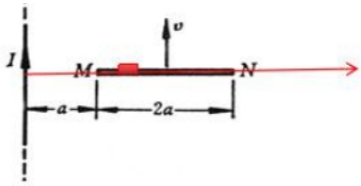
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{\mu_0 I_m d}{2\pi}\ln 2 \sin t$$

9 如下图所示，一个长为 a，宽为 b 的矩形线圈放在磁场 B 中，磁场变化规律为 $B = B_0 \sin \omega t$，线圈平面与磁场垂直，则线圈内感应电动势的大小为_____ $ab\omega B_0 \cos \omega t$ ___________。



10 匀强磁场 B 垂直与纸面向内，一个半径为 R 的圆形线圈在此磁场中变形成正方形线圈。若变形过程在一秒内完成，则线圈中的平均感生电动势的大小为 $\dfrac{B\pi R^2(\frac{\pi}{4}-1)}{4}$。

11 一根长为 $2a$ 的细金属杆 MN 与载流长直导线共面，导线中通过的电流为 I，金属杆 M 端距导线距离为 a，如图所示，金属杆 MN 以速度 向上运动时，杆内产生的电动势为____________。

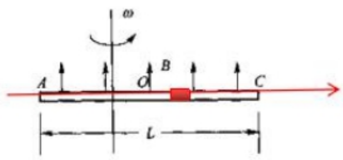


解：如图建立坐标x，在x处取一小条dx

$$\varepsilon = \int_a^{3a} vBdx = \int_0^{3a} v\frac{\mu_0 I}{2\pi x}dx = \frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln 3$$

N 端正极，M 端负极

13 如图所示，一长为 L 的导体棒以角速度 w 在匀强磁场 B 中绕过 O 点的竖直轴转动，若 OC=2L/3，则 AC 导体棒的电动势的大小等于_____________________。



解：如图建立坐标x，在x处取一小条dx

$$\varepsilon_{oc} = \int_0^{\frac{2}{3}L} vBdx = \int_0^{\frac{2}{3}L} \omega xBdx = \frac{2}{9}B\omega L^2$$

$$\varepsilon_{oa} = \int_0^{\frac{1}{3}L} vBdx = \int_0^{\frac{1}{3}L} \omega xBdx = \frac{1}{18}B\omega L^2$$

$$\varepsilon_{Ac} = \varepsilon_{Oc} - \varepsilon_{oa} = \frac{2}{9}B\omega L^2 - \frac{1}{18}B\omega L^2 = \frac{1}{6}B\omega L^2$$

方向：A低C高