



Aprende más

Ecuaciones lineales

La importancia de las ecuaciones se ve reflejada a lo largo de la historia del hombre, el cual ha diseñado modelos que le permiten plasmar la realidad para facilitar el proceso de solución de problemas con los que se enfrenta cotidianamente. Uno de los modelos matemáticos más antiguos son las ecuaciones, cuya palabra proviene del latín *aequatio*, que significa igualdad, involucrando al menos una cantidad desconocida (incógnita). Los primeros escritos sobre estas expresiones se dan en Grecia, con Ahmes en el año 1650 a. n. e. Los babilonios resolvían problemas que involucraban ecuaciones, existen escritos con diversos problemas, ejemplo de uno de ellos es: “Un montón y un séptimo es igual a veinticuatro” es un problema encontrado en el papiro de Rhind, la mejor fuente de información sobre el desarrollo de la matemática egipcia que se tiene hasta el momento, es un papiro de unos 6 m de largo y 33 cm de ancho que contiene 87 problemas junto con su resolución acerca de cuestiones aritméticas básicas, ecuaciones y trigonometría básica, se dice que fue escrito aproximadamente en el año 1650 a.n.e.



Figura 6.2. Papiro Matemático de Rhind.

Hagamos uso del lenguaje algebraico como un lenguaje más corto y práctico, que nos permita representar una situación, manipularla y darle solución. Retomemos el problema: “Un montón y un séptimo es igual a veinticuatro” y hagamos su traducción:

Un montón, cantidad desconocida que representaremos por: x y un séptimo, de ese mismo montón, o sea:

$$\frac{1}{7}x \text{ es igual a veinticuatro, es decir } x + \frac{1}{7}x = 24$$

Hemos formado una ecuación, una expresión algebraica que representa la relación de igualdad entre cantidades o magnitudes, en donde algún valor es desconocido, en este caso “el montón”.

Modelemos a través de una ecuación el siguiente problema:

El Sr. Juan es productor de café y tiene que recoger alrededor de 4 mil cerezas para producir un kilogramo de café, si logró recolectar en promedio unas 21 mil cerezas en esta temporada ¿Cuántos kilogramos de café producirá?

En esta ocasión, la cantidad desconocida es el número de kilogramos de café a producir, representemos dicha cantidad por: k se sabe que se necesitan 4000 cerezas para producir un kilogramo, o sea: $4000k$ y se recolectaron 21000 cerezas:

$$4000k = 21000$$

El grado de una ecuación se determina con el exponente más grande de la incógnita o incógnitas de una igualdad; de acuerdo a su grado y número de incógnitas, las ecuaciones reciben un nombre específico.

Tabla 1.

Denominación de una ecuación según el grado y número de incógnitas		
Ecuación	Descripción	Nombre
$-3x + 8 = 9$	Ecuación de grado uno con una incógnita.	Ecuación lineal
$x^2 + 3x = 9$	Ecuación de grado dos con una incógnita.	Ecuación cuadrática
$x - 7y = 9$	Ecuación de grado uno con dos incógnitas	Ecuación lineal con 2 incógnitas
$x^3 - 8 = 0$	Ecuación de grado tres con una incógnita.	Ecuación cúbica
$x - 5y + z = 4$	Ecuación de grado uno con 3 incógnitas.	Ecuación lineal con 3 incógnitas



Ecuación: igualdad de expresiones algebraicas que contienen por lo menos una incógnita.

Incógnita: cantidad desconocida que es preciso determinar en una ecuación o problema, se representa a través de letras.

Bloque VI

Resuelves ecuaciones lineales I



Aplica lo aprendido



Actividad 1

Instrucciones: Lee con atención los tres planteamientos y responde a lo se te solicita en cada caso. Al concluir, comparte con tus compañeros las soluciones obtenidas y escucha las opiniones de ellos.

1. Las siguientes ecuaciones representan una relación entre cantidades, observa y completa lo siguiente:

Situación	Ecuación	Grado	Nombre
El volumen de un prisma rectangular	$x^3 + 2x = 9$
	
El costo de un producto	$y = 3000 + 20x$
	
La cantidad total de alimento de tres tipos distintos	$x + 9y + 9z = 80$
	
El área de un terreno cuadrangular	$x^2 = 36$
	
El costo de la electricidad por x kilowatts consumidos	$C = .7x + 10.5$
	

2. Relaciona la ecuación lineal de una sola incógnita que sirva como modelo matemático para representar los siguientes problemas, escribe la letra del problema dentro del paréntesis, según corresponda:
- a) Jorge produjo 8 toneladas de café más que Carlos y entre ambos produjeron en total 30 toneladas. ¿Cuál es la cantidad de toneladas que produjo Carlos? () $3c + 9 = 105$
- b) Luis, Jorge y Carlos son tres hermanos, Luis es mayor que Jorge un año, mientras que Jorge es mayor que Carlos cuatro años. ¿Cuál es la edad de Carlos, si se sabe que sus tres edades suman 105? () $7c = 5320$
- c) Carlos vendió café durante tres días, cada día ganó la mitad de lo que gana el día anterior. ¿Cuánto ganó el primer día si su ganancia total fue \$1330? () $2c + 8 = 30$
3. Identifica la ecuación de grado uno con una incógnita que representa el triple de la edad de Juan menos la edad de su hermano de 18 años es igual a 9.

a) $x^3 - 18 = 9$

b) $3x - 18 = 9$

c) $9 = 18 - 3x$



Para verificar los logros obtenidos en esta actividad y realizar tu autoevaluación consulta el anexo de respuestas.



Los procedimientos y operaciones para llegar a la solución de estos ejercicios formarán parte de tu problemario.



Aprende más

Solución de ecuaciones lineales o de grado uno con una incógnita

En esta sección se estudiarán las ecuaciones lineales con una incógnita, en las cuales el exponente de la incógnita es uno, por ello se llaman también ecuaciones de

Bloque VI

Resuelves ecuaciones lineales I

grado uno. La forma general en que siempre se puede escribir una ecuación lineal con una incógnita es:

$$ax + b = 0, \text{ donde } a \text{ es diferente de } 0$$

Para llegar a la forma general se utilizan las operaciones algebraicas básicas y las propiedades aditivas y multiplicativas de los números reales.

Propiedad aditiva. Dados a , b y c tres números reales, tal que $a = b$, entonces: $a + c = b + c$. Es decir, en una igualdad al sumar una determinada cantidad en ambos miembros, la igualdad se mantendrá.

Propiedad multiplicativa. Dados a , b y c tres números reales, tal que $a = b$, entonces: $(a)(c) = (b)(c)$. Es decir, en una igualdad al multiplicar una determinada cantidad en ambos miembros, la igualdad se mantendrá.

Dada una ecuación es importante encontrar el valor de la incógnita a través de un proceso de solución. El procedimiento sustenta su metodología en las propiedades de los números reales tales como el inverso aditivo (la resta) y multiplicativo (la división) de los números.

Las diferentes formas en las que se encuentran este tipo de ecuaciones son:

- La incógnita solo se encuentra en un solo lado de la igualdad: $-3x + 9 = 12$
- La incógnita se encuentra en ambos lados de la igualdad: $3x - 9 = 9x + 9$
- La incógnita se encuentra en una fracción: $2 = \frac{3x - 9}{4x - 6}$

Tomando en cuenta el tipo de ecuación y las operaciones opuestas se tienen los siguientes métodos de solución.

La incógnita solo se encuentra en un solo lado de la igualdad

Para ejemplificar este método resolvamos la ecuación: $5x - 30 = -45$. El proceso de despeje es el siguiente:

1. Aplicar propiedad aditiva, sumando 30 en ambos miembros de la igualdad. Se realizan las respectivas sumas.

$$\begin{aligned} 5x - 30 + 30 &= -45 + 30 \\ 5x &= -45 + 30 \\ 5x &= -15 \end{aligned}$$

2. Aplicar propiedad multiplicativa, multiplicando por un quinto (equivalente a dividir entre 5) ambos miembros de la igualdad. Se realizan las respectivas divisiones.

$$\frac{5}{5}x = \frac{-15}{5}$$

$$x = \frac{-15}{5} = -3$$

3. Se tiene la solución

$$x = -3$$

4. Se comprueba, para ello se sustituye el valor encontrado en la ecuación inicial y si satisface la igualdad entonces el valor encontrado es el correcto

$$5(-3) - 30 = -45$$

$$-15 - 30 = -45$$

$$-45 = -45$$

La incógnita solo se encuentra en un lado o miembro de la igualdad

Como ejemplo resolvamos la ecuación $4x - 9 = 2x + 18$. El proceso de solución es el siguiente:

1. Colocar del lado izquierdo de la igualdad, a la incógnita y del lado derecho los valores numéricos, con operaciones opuestas.

$$4x - 9 = 2x + 18$$

$$4x - 2x = 18 + 9$$

2. Reducir términos semejantes.

$$2x = 27$$

3. **Trasponer** los términos con operación opuesta. Se tiene la solución.

$$x = \frac{27}{2} = 13.5$$

4. Se comprueba, para ello se sustituye el valor encontrado en la ecuación inicial y si satisface la igualdad entonces el valor encontrado es el correcto.

$$4(13.5) - 9 = 2(13.5) + 18$$

$$54 - 9 = 27 + 18$$

$$45 = 45$$



Trasponer: mover de lugar un elemento de la igualdad, hacia el lado contrario.

La incógnita se encuentra en una fracción

Resolvamos la ecuación: $\frac{2}{3} = \frac{3x-6}{-x+3}$. El proceso de despeje es el siguiente:

Bloque VI

Resuelves ecuaciones lineales I

1. Subir los términos de los denominadores a través de las operaciones opuestas.

$$\frac{2}{3} = \frac{3x-6}{-x+3}$$

2. Se realizan operaciones y se reducen, colocando todas las incógnitas del lado izquierdo de la igualdad y a la derecha los valores numéricos, (con operaciones opuestas +,-).

$$2(-x+3) = 3(3x-6) \\ -2x+6 = 9x-18$$

3. Se reducen términos semejantes

$$-2x-9x = -18-6 \\ -11x = -24$$

4. Se quitan los términos que faltan para despejar a x, con operación opuesta. Se tiene la solución.

$$x = \frac{-24}{-11} = 2.18 \\ x = 2.18$$

Para comprobar, se sustituye el valor de x en la ecuación inicial.

$$\frac{2}{3} = \frac{3(2.18)-6}{-2.18+3} \\ 0.66 \approx 0.66$$



Aplica lo aprendido



Actividad 2

Instrucciones: Realiza en tu libreta las operaciones necesarias para resolver lo solicitado en los ejercicios 1 y 2. Finalmente en una plenaria, presenta las respuestas al grupo y escucha sus opiniones.

1. Coloca en el paréntesis la letra de la ecuación correspondiente para hacerle corresponder con su solución:

a) $4 = \frac{-5x+8}{2x-6}$

() $x = -5$

b) $\frac{3}{2} = \frac{-7x+9}{3x}$

c) $10x - 4 = 12x + 6$

d) $2x - 8 = 5$

e) $\frac{1}{2} = \frac{3x}{5x-8}$

() $x = 3$

() $x = \frac{13}{2}$

() $x = -8$

() $x = 6$

() $x = \frac{32}{13}$

() $x = \frac{18}{23}$

2. A través de una ecuación lineal con una incógnita plantea los siguientes problemas, resuelve las ecuaciones y comprueba tu solución.
- a) Jorge produjo 8 toneladas de café más que Carlos y entre ambos produjeron en total 30 toneladas. ¿Cuál es la cantidad de toneladas que produjo Carlos?
- b) Luis, Jorge y Carlos son tres hermanos, Luis es mayor que Jorge un año, mientras que Jorge es mayor que Carlos cuatro años. ¿Cuáles son las edades de Luis, Jorge y Carlos, si se sabe que sus tres edades suman 105?
- c) Carlos vendió café durante tres días, cada día ganó la mitad de lo que ganó el día anterior. ¿Cuánto ganó el primer día si su ganancia total fue \$1330?
- d) Si un recolector de café ganó esta quincena \$120 más de lo que ganó su amigo y la suma de ambos sueldos es \$4380 ¿Cuánto ganó cada uno?
- e) De un bulto de café, la señora Lupita ha vendido la cuarta parte a Lolita y 15 kg. a la señora Sofía, después de estas dos ventas le quedan en el bulto 45 kg. ¿Cuántos kg. de café tenía el bulto al inicio?



Para verificar los logros obtenidos en esta actividad y realizar tu autoevaluación consulta el anexo de respuestas.



Los procedimientos y operaciones para llegar a la solución de estos ejercicios formarán parte de tu problemario.



Aprende más

Representación gráfica de una ecuación lineal

La clave para poder representar gráficamente una ecuación lineal es considerar la relación existente entre dos variables, de tal forma que una de ellas depende de la otra. La interpretación de una ecuación como una función nos permitirá comprender este tipo de relaciones.

¿Es lo mismo ecuación que función? Una primera diferencia, muy importante, es la época de origen de ambas nociones; mientras que el concepto de ecuación se utiliza desde al menos 300 años aC y estudiado por los griegos en ese tiempo, la noción matemática de función empezó a desarrollarse en el siglo XIV tomando como base las ideas de medición y representación gráfica de las variaciones de ciertas magnitudes como la temperatura en los cuerpos y la velocidad de un móvil.

Estudiar de manera global el comportamiento de un fenómeno considerando todas sus posibles variaciones es la finalidad principal del uso de funciones; en cambio, las ecuaciones se aplican de forma local para describir o calcular la dimensión de una magnitud en un instante determinado.

La variabilidad es el concepto que logró romper el enfoque estático de la matemática, para mostrarte esto de manera sencilla analicemos la siguiente noticia publicada el 03 de abril de 2013 en los periódicos del D.F.: “Este miércoles aumentan las tarifas del transporte público en el D.F., la tarifa de micros, autobuses y metrobús aumentarán un peso, mientras que el banderazo de taxi libre será de \$8.74 y \$1.07 más por cada 250 metros o 45 segundos”.

Centrémonos en el kilometraje, suponiendo que el tráfico es fluido (algo prácticamente imposible en el D.F. durante las horas pico) ¿Cuánto cobrará un taxista por cada kilómetro de viaje? En efecto, \$4.28 ($1.07 \times 4 = 4.28$).

Si tenemos \$100, ¿qué distancia podría recorrer en este tipo de taxis? Para responder esta pregunta, consideremos x para representar la incógnita, la distancia recorrida. Así la ecuación que modela el problema es: $4.28x + 8.74 = 100$. Luego:

$$x = \frac{100 - 8.74}{4.28} = 21.32$$

Es decir, con \$100 se podrían recorrer 21.32 kilómetros.

Lo que hicimos fue plantear y resolver una ecuación lineal con una incógnita, pensando sólo en la posibilidad de tener \$100. Ahora, pensemos en la variabilidad de la cantidad de dinero que necesitan las personas usuarias de este tipo de taxis para recorrer: 5, 10, 15 y 20 km

En la ecuación: $4.28x + 8.74 = 100$ habría que sustituir x por cada uno de los kilometrajes para obtener el monto a pagar por cada cliente, ya no será 100, el costo de cada viaje será distinto, será una variable que representaremos por y , de tal manera que:

$$4.28x + 8.74 = y$$

A continuación se muestran los valores de y correspondientes a 5, 10, 15 y 20 km.

$$\begin{array}{l} \text{Kilometraje} \rightarrow x \\ \text{Costo} \rightarrow y \end{array} \quad 4.28x + 8.74 = y$$

$x = 5$	$x = 10$	$x = 15$	$x = 20$
$y = 4.28x + 8.74$	$y = 4.28x + 8.74$	$y = 4.28x + 8.74$	$y = 4.28x + 8.74$
$y = 4.28(5) + 8.74$	$y = 4.28(10) + 8.74$	$y = 4.28(15) + 8.74$	$y = 4.28(20) + 8.74$
$y = 30.14$	$y = 51.54$	$y = 72.84$	$y = 94.34$

Observa que lo hecho anteriormente consistió en sustituir los valores de x y calcular los de y a través de la función dada. A este proceso se le conoce como tabulación y con él podremos obtener el gráfico en el plano cartesiano ubicando las parejas de valores de distancia y costo:

Tabla 2.

Kilometraje x (km)	Costo y (\$)
5	30.14
10	51.54
15	72.84
20	94.34

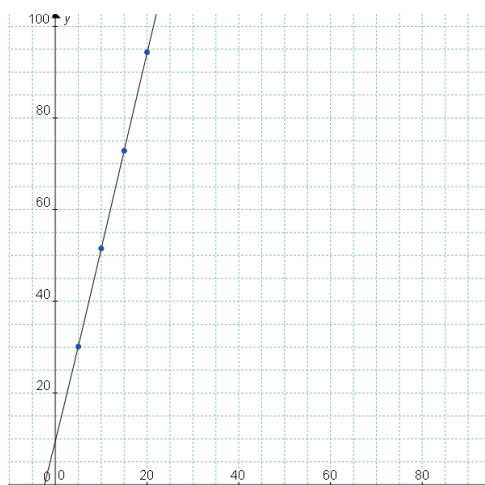


Figura 6.3.

Las funciones lineales tienen la forma $f(x) = ax + b$.

Donde $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ es la razón de cambio y $b \rightarrow (0, b)$ la intersección con el eje y .

Para graficar cualquier función lineal, el proceso a seguir es:

Primer paso. Despejar y (variable dependiente) en términos de x (variable independiente)

Segundo paso. Realizar una tabla para la función lineal, dando algunos valores a x y realizar operaciones para encontrar el valor de y .

Tercer paso. Ubicar los puntos (x, y) de la tabla en el plano cartesiano y unirlos.

La gráfica de una función lineal puede utilizarse para resolver ecuaciones lineales que le correspondan a ella.

Ejemplo: Si consideramos que un productor de café siembra las cerezas de este grano y sabe que en promedio se producen 11500 kg por hectárea, con esta información contesta la siguiente pregunta, ¿cuántos hectáreas debe plantar de cereza de café para cubrir un pedido de 60 mil kilogramos, si se ha asociado con su compadre que ya tiene en existencia 2500 kg?

Solución:

Si x representa el número de hectáreas necesarias a cultivar de cereza para surtir el pedido, la expresión que representa el problema es:

$$11500x + 2500 = 60000$$

Para resolver esta ecuación a través del gráfico de la función, hacemos lo siguiente:

Expresamos y (número de kg recolectados de cereza) en términos de x :

$$11500x + 2500 - 60000 = 0$$

$$11500x - 57500 = y$$

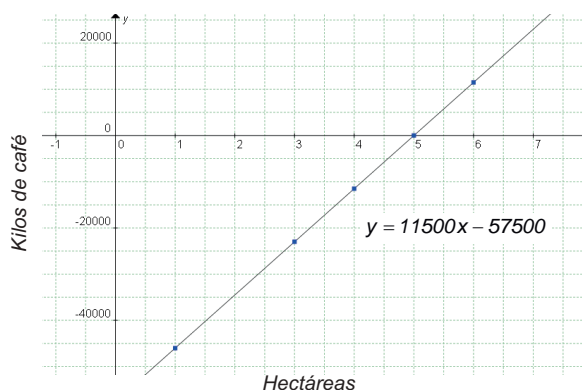


Figura 6.4

Tabulamos la función:

x (hectáreas)	y (kg)	(x, y)
1	-46000	(1, -46000)
3	-23000	(3, -23000)
4	-11500	(4, -11500)
5	0	(5, 0)
6	11500	(6, 11500)

Resolviendo la ecuación por método algebraico obtenemos la misma solución:

$$11500x + 2500 = 60000$$

$$11500x = 57500$$

$$x = \frac{57500}{11500} \quad x = 5$$

En la tabla y la gráfica, observa que la solución es $x = 5$ hectáreas, es decir, en 5 hectáreas se producirán $5(11500) = 57500$ kg de café más los 2500 kg del compadre dan un total de 60000 kg, justamente los solicitados en el pedido correspondiente.



Aplica lo aprendido



Actividad 3

Hemos estudiado la relación entre una ecuación y una función lineal, en los siguientes ejercicios y problemas te proponemos consolidar el dominio de dicha relación.

Instrucciones: Lee con detenimiento los enunciados del 1 al 4 realizando en tu libreta las operaciones necesarias para resolver lo que se solicita en cada caso.

1. Sergio, es un recolector de café, ha sido contratado por jornadas de 10 horas de trabajo diarias, por este tiempo la paga que le ofrecen es de \$80. Si trabaja horas extras se las pagaran a razón de \$20 cada una.

Con la información anterior, llena la tabla siguiente:

Horas extras trabajadas al día: x	0	1	2	3	4	5	6	7
Pago por día: y $y = 80 + 20x$								

Bloque VI

Resuelves ecuaciones lineales I

Grafica en el siguiente plano cartesiano las coordenadas determinadas en la tabla anterior de horas extras trabajadas al día contra la paga diaria.



Figura 6.5.

Observa la tabla y la gráfica anterior para contestar las siguientes preguntas:

- Si Sergio desea ganar en un día \$200, ¿cuántas horas deberá trabajar ese día?
 - ¿Cuántas horas extra máximas podría trabajar Sergio en un día? Recuerda que una persona necesita mínimo de 6 horas para descansar.
 - La paga de Sergio de un día fue de \$160, ¿cuántas horas extras trabajó dicho día?
2. Los siguientes dos problemas resuélvelos a través del gráfico correspondiente y también utilizando el procedimiento algebraico:
- Si el productor de café tiene que sembrar un total de 5 hectáreas y tiene sembrado 2500 árboles, ¿cuántos árboles le restan por sembrar, si por cada hectárea se siembran 2000 árboles?
 - Si ahora tiene sembrado 3800 árboles y por cada hectárea en promedio se siembran 1950 árboles, la ecuación resultante es $1950x + 3800 = 9750$, ¿cuántas hectáreas faltan por sembrar? y ¿cuántos árboles se plantarían?

3. Observa el siguiente gráfico que representa la depreciación mensual del valor comercial de una computadora usada las 24 horas del día en una empresa para contestar las siguientes preguntas:

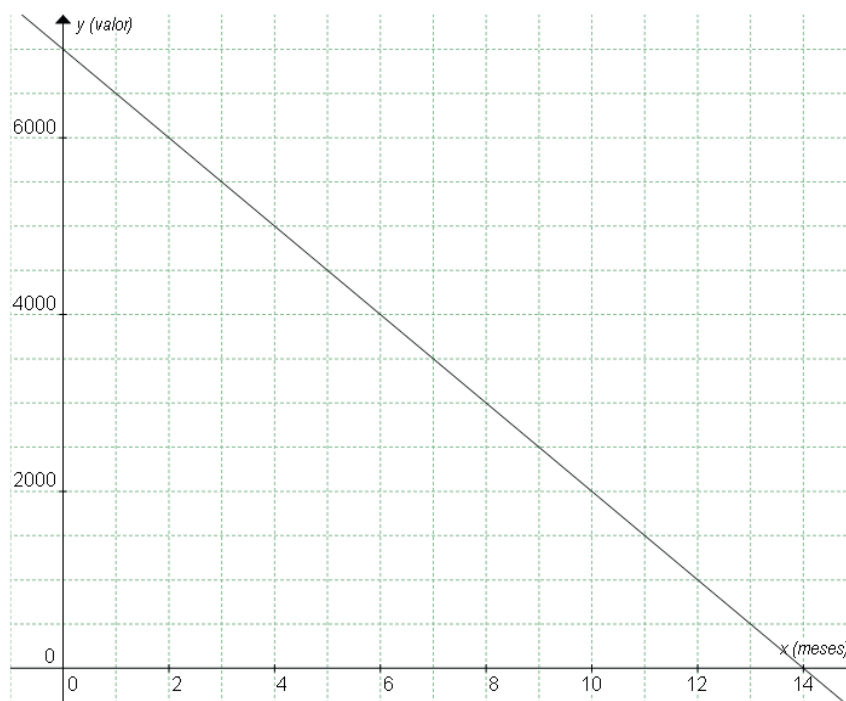


Figura 6.6.

- ¿Cuál es el valor comercial de la computadora cuando esta nueva?
- ¿Cuánto se deprecia mensualmente la computadora?
- Determina la función que relaciona el valor comercial como una variable dependiente del tiempo medido en meses.
- ¿Cuál es el valor comercial cuando han transcurrido seis meses?
- Si el valor comercial de la computadora es sólo de \$2000, ¿cuántos meses ha estado en uso?



Para verificar los logros obtenidos en esta actividad y realizar tu autoevaluación consulta el anexo de respuestas.



Los procedimientos y operaciones para llegar a la solución de estos ejercicios formarán parte de tu problemario.



Reflexionemos sobre la actividad ¿De qué te das cuenta?

El “gasolinazo” en México significa que cada mes el precio de las gasolinas aumentan de manera proporcional ¿Te has preguntado porque se lleva a cabo este incremento? y ¿tiene relación este fenómeno con el manejo de ecuaciones y gráfico de funciones lineales? Para dar respuesta a las preguntas observa la figura 6.7 y anota en las líneas siguientes tus conclusiones sobre ello.



Figura 6.7. Precios de la gasolina por mes.



Los procedimientos y operaciones para llegar a la solución de estos ejercicios formarán parte de tu problemario.



Actividad 4

Producto de aprendizaje: tríptico comercial

Son folletos que tienen la finalidad de informar respecto de un tema en particular, normalmente son de tamaño carta y se doblan en tres partes iguales.

Instrucciones:

- Con ayuda de su profesor (a) integren equipos de tres integrantes con la finalidad de trabajar colaborativamente en la elaboración de un tríptico comercial.
- El tema a abordar es el del café, pueden seleccionar cualquier aspecto interesante y positivo que sea de su interés, mismo que sirva para destacar las propiedades de este grano.
- El tríptico deberá contener el resultado de la investigación que realices respecto a la producción y consumo del café en nuestro país, con la intención de promoverlo de manera atractiva para el lector.
- Deberán utilizar al menos tres ecuaciones y tres gráficos de funciones lineales que representen de manera aproximada algunas partes del proceso de cultivo o de producción o la venta de este grano.
- Los gráficos deberán estar vinculados con la representación de del aspecto que hayan decidido abordar.
- La información escrita en el tríptico debe tener en todo momento la intención de promover el consumo de café y, sobre todo enfatizando que el producido en México mantiene un buen reconocimiento internacional desde hace ya algunas décadas.
- El material sugerido es: hojas de tamaño carta, fuentes de información, y una computadora con algún programa graficador. En caso de no contar con una computadora, puedes realizar tus gráficos de manera manual.
- Preparen su tríptico comercial para ser expuesto a todos sus compañeros de grupo y, posteriormente, entregarlo a su profesor(a) para su correspondiente evaluación.

Recomendaciones para la elaboración del tríptico:

- Cuiden que la información de su tríptico este referenciada, incluyan las fuentes de información consultadas.
- Busquen que el diseño del folleto no quede “cargado” de información, deberán lograr el equilibrio entre texto e ilustraciones.
- El ingenio y creatividad para enaltecer las propiedades del café y utilizar ecuaciones y funciones lineales serán el punto central a evaluar.



Actividad 5

Producto de aprendizaje: elaboración de tu problemario

Esta actividad consiste en conformar tu problemario con los problemas y ejercicios que resolviste de manera individual o grupal en las tres actividades presentadas y en la actividad de reflexión, a lo largo del bloque.

En tu libreta o cuaderno que hayas destinado para este producto de aprendizaje, colocarás cada uno de los ejercicios que se te indicaron que formarían parte del problemario, sólo asegúrate antes de colocarlos que los procedimientos y resultados sean correctos. Te sugerimos que el resultado final de cada ejercicio o problema lo puedas resaltar con una tinta de color diferente al color utilizado en el procedimiento.

Te invitamos a consultar la lista de cotejo que se encuentra en la sección de evaluación que se encuentra enseguida, para que consideres los criterios de evaluación que debes cubrir.

Lista de cotejo para evaluar el producto de aprendizaje: tríptico comercial

Criterios	Indicadores	Sí cumple	No cumple	Observaciones
Presentación	Información fundamentada.			
	Utiliza un sistema de referencia, por ejemplo APA, para citar tres fuentes de información consultadas.			
Presentación	Material tamaño carta dividido en tres partes iguales.			
	Formato atractivo tanto de texto, como de imágenes y gráficos.			
	Creatividad en la elaboración del tríptico comercial.			
	Escritura clara de la información, ecuaciones y gráficos.			
Dominio Conceptual y Procedimental	Identifica la relación entre ecuaciones, funciones y tema cafetalero.			
	Presenta en el tríptico al menos tres ecuaciones y gráfica de funciones lineales			
	Demuestra de forma precisa y coherente que las soluciones de las ecuaciones lineales sirven para resolver una problemática real respecto de la producción o comercialización del café.			
Actitudes	Presenta el trabajo con orden y limpieza			
	Trabaja de forma colaborativa.			
	Muestra respeto al compartir y escuchar ideas.			
	Respeto las opiniones de otros.			
Total de puntos		13		

Bloque VI

Resuelves ecuaciones lineales I

Si en la lista de cotejo lograste los **13 puntos**, considera tu resultado como **Excelente**, y si lograste **10 a 12 puntos** es **Bien**, de **7 a 9** es **Regular** y si tus respuestas correctas fueron **menos de 7** considera tu desempeño como **No suficiente**, lo que exige que atiendas tus áreas de oportunidad.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos previos en función de las respuestas correctas que tuviste?	Excelente	
	Bien	
	Regular	
	No suficiente	

Lista de cotejo para evaluar el producto de aprendizaje: problemario

Criterios	Indicadores	Sí cumple	No cumple	Observaciones
Presentación	Presenta carátula con los datos de: nombre de la escuela, estudiante, asignatura, bloque, título del problemario, semestre, grupo, fecha.			
	Actividades: orden y limpieza. El planteamiento de la actividad a tinta. Proceso de solución a lápiz.			
	Presenta índice.			
Planteamiento de ecuaciones	Identifica correctamente el tipo de ecuación a utilizar.			
Procedimientos	Utiliza el método solicitado.			
	Escribe todos los pasos.			
Solución	Comprueba las soluciones obtenidas.			
	Las interpreta de acuerdo al contexto.			

Gráfico de funciones	Realiza tabulaciones obteniendo correctamente al menos tres coordenadas			
	Localiza en el plano cartesiano coordenadas de puntos para formar líneas rectas.			
Actitud	Trabaja de forma colaborativa.			
	Escucha con respeto las opiniones de los demás.			
	Sigue con atención instrucciones y las interpreta.			
Total de puntos		13		

Si en la lista de cotejo lograste los **12 a 13 puntos** considera tu resultado como **Excelente** y si lograste **10 a 12 puntos** es **Bien**, de **7 a 9** es **Regular** y si tus respuestas correctas fueron **menos de 7** considera tu desempeño como **No suficiente**, lo que exige que atiendas tus áreas de oportunidad.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos previos en función de las respuestas correctas que tuviste?	Excelente	
	Bien	
	Regular	
	No suficiente	

Registro del avance

Competencias genéricas y disciplinares del bloque VI

Instrucciones: Al concluir el bloque registra el nivel de avance que lograste en el desarrollo de las competencias genéricas y disciplinares. Utiliza la siguiente escala:

A = Alto (Desarrollada)

M = Medio (Está en vía de desarrollo)

B = Bajo (No la he desarrollado)

Competencias genéricas	Atributos	Nivel de avance
4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.	Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.	
5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.	Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.	
	Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.	
7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.	Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimiento.	
	Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.	
8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.	Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.	
	Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.	

Competencias disciplinares	Nivel de avance
Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.	
Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.	
Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.	
Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.	

Cuando concluyas la tabla preséntala a tu profesor y valoren los avances registrados.



Bloque VII

Resuelves ecuaciones lineales II



Introducción

El hombre ha enfrentado desde sus inicios una serie de dificultades relacionadas con su vida, como su alimentación, vestido, sustento, traslado, por mencionar algunas, por lo cual ha buscado estrategias que le permitan representar la realidad de lo que vive, en una expresión algebraica fácil de manipular, para poder darle solución.

El álgebra es la rama de las matemáticas encargada de traducir el lenguaje común de los problemas en una ecuación o un sistema de ecuaciones y proporciona diversos métodos para resolverlos. Los **babilonios** fueron unas de las primeras civilizaciones en plantear sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, por ejemplo, para hallar la longitud del largo y del ancho de terrenos, dado su perímetro y área. La simbología para el problema es a través de un sistema de ecuaciones, con los términos que se muestran en el siguiente ejemplo:

$$\frac{1}{4} \text{anchura} + \text{longitud} = 7 \text{ manos}$$
$$\text{longitud} + \text{anchura} = 10 \text{ manos}$$



Babilonia: fue una antigua ciudad de la Baja Mesopotamia. Ganó su independencia durante la Edad Oscura, tras lo cual se convirtió en capital de un vasto imperio bajo el mandato de Hammurabi (siglo XVIII aC). Desde entonces se convirtió en un gran centro político, religioso y cultural.

Los métodos de solución de estos sistemas en sus inicios fueron a través del tanteo sistemático, basándose en la prueba y error, es decir dándole valores a las incógnitas hasta llegar a encontrar los números que cumplieran con la igualdad (Collete, 1985).

Sin embargo, estos sistemas de ecuaciones no son solo propios de épocas pasadas, en la actualidad siguen vigentes, se encuentran inmersos en la vida cotidiana, ejemplo de ello se muestra en la siguiente situación.

El gasto en trasportación que Iván realiza para ir a la escuela, durante dos semanas se describe a continuación:

En la primera semana toma 5 veces la ruta 1 y 7 veces la ruta 2 generándole un gasto de \$ 89.50. En la segunda semana toma 7 veces la ruta 1 y 6 veces la ruta 2, teniendo un gasto de \$ 93.00. Para que Iván conozca el precio del pasaje de cada ruta deberá plantear dos expresiones algebraicas denominadas ecuaciones con dos incógnitas. En donde los costos del pasaje de la ruta 1 y ruta 2 se representan

por las incógnitas x , y las cuales son iguales al gasto por semana. Las ecuaciones que se generan son las siguientes:

$$\text{Ruta 1} \rightarrow 5x + 7y = 89.50$$

$$\text{Ruta 2} \rightarrow 7x + 6y = 93.00$$

Las dos expresiones algebraicas forman un conjunto de ecuaciones llamado sistema. El resolver el sistema permitirá descubrir el costo del pasaje de cada ruta de transporte.

El objetivo de este bloque VII es conocer la estructura de los sistemas de ecuaciones lineales de 2 incógnitas por 2 ecuaciones (2×2), sus elementos así como los métodos para resolverlos.

¿Qué competencias desarrollarás?

Competencias genéricas	Atributos
4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.</i>
5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.</i> • <i>Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.</i>
7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimiento</i> • <i>Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana</i>
8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.</i> • <i>Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.</i>

Competencias disciplinares

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

¿Con qué propósito?

Identificas cantidades o magnitudes en su contexto y las representas a través de un sistema de ecuaciones lineales, dando significado al concepto de incógnitas y el aprendizaje de los distintos métodos de solución, desarrollando la habilidad de observación, análisis y resolución de problemas.

¿Qué aprenderás y cómo?

Contenidos curriculares	Descripción	Metodología
Conceptuales	<ul style="list-style-type: none"> • Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. • Clasificación según su solución. • Métodos de solución: determinantes, reducción, igualación y sustitución. • Su representación gráfica. • Solución de los sistemas lineales por método gráfico. • Solución de Problemas aplicando sistema de ecuaciones lineales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Representa la relación entre cantidades a través de un sistema de ecuaciones lineales. • Conoce y aplica los distintos métodos de solución de los sistemas de ecuaciones lineales. • Resuelve problemas contextualizados. • Construye y deduce la importancia del gráfico de un sistema de ecuaciones lineales.

Procedimentales	<ul style="list-style-type: none"> Deduce y resuelve un sistema de ecuaciones lineales, aplicando los métodos de solución para resolver situaciones de la vida cotidiana. 	<ul style="list-style-type: none"> Realiza ejercicios. Resuelve problemas contextualizados y analiza los resultados obtenidos. Observa e interpreta gráficas.
Actitudinales	<ul style="list-style-type: none"> Valora la importancia del trabajo con orden y limpieza. Comparte sus ideas y acepta las de sus compañeros. Identifica el alcance del trabajo colaborativo. 	<ul style="list-style-type: none"> Elaboración y exposición de actividades y trabajos de manera ordenada y con limpieza. Expresa sus ideas y acepta con respeto las de sus compañeros.

¿Qué tiempo vas a emplear?

El tiempo necesario para cumplir el propósito de este bloque son ocho horas, es conveniente utilizar cuatro horas para la comprensión temática y cuatro horas para la realización de las actividades y el desarrollo del proyecto final.

Evaluación del aprendizaje: productos

Durante este bloque obtendrás los siguientes productos de aprendizaje que pondrán de manifiesto el desarrollo de tus competencias:

- Portafolio de evidencias
- Cartel tutorial

Portafolio de evidencias. Lo podrás hacer en una libreta o en un cuaderno, que utilices para realizar las gráficas, procedimientos y operaciones que te permitan llegar a soluciones de los problemas que se te presenten en las actividades de este bloque. Estos deben mostrar un orden y limpieza.

Cartel tutorial. En equipos de trabajo, elaborarán unos carteles donde expliquen el planteamiento de un problema de la vida real a través de un sistema de ecuaciones 2×2 . Deberán empezar por la identificación y definición de variables involucradas en el problema siguiendo con la construcción de las dos ecuaciones que formaran el sistema y el procedimiento con al menos dos métodos de solución para resolver el sistema de ecuaciones.



Para iniciar, reflexiona

Retomando el ejemplo de la introducción: el gasto en trasportación que Iván realiza durante dos semanas, se describe a continuación:



Figura 7.1.

En la primera semana toma 5 veces la ruta 1 y 7 veces la ruta 2 generándole un gasto de \$ 89.50. En la segunda semana toma 7 veces la ruta 1 y 6 veces la ruta 2, teniendo un gasto de \$ 93.00. Para que Iván conozca el precio del pasaje de cada ruta deberá plantear dos expresiones algebraicas denominadas ecuaciones con dos incógnitas. En donde los costos del pasaje de la ruta 1 y ruta 2 se representan por las incógnitas x , y las cuales son iguales al gasto por semana. Las ecuaciones que se generan son las siguientes:

$$\text{Ruta 1} \rightarrow 5x + 7y = 89.50$$

$$\text{Ruta 2} \rightarrow 7x + 6y = 93.00$$

¿Cómo resolver este problema? Retoma lo aprendido en los módulos anteriores y complementa la siguiente tabla.

Instrucciones: Sustituye cada valor de x , y de y en cada ecuación; este es un primer acercamiento a la solución del problema.

x	y	$5x + 7y$	$7x + 6y$
4	5.5	$5(\underline{\quad}) + 7(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$	$7(\underline{\quad}) + 6(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$
5	6.5	$5(\underline{\quad}) + 7(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$	$7(\underline{\quad}) + 6(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$
6	7.5	$5(\underline{\quad}) + 7(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$	$7(\underline{\quad}) + 6(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$
7	8.5	$5(\underline{\quad}) + 7(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$	$7(\underline{\quad}) + 6(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$
5	6.0	$5(\underline{\quad}) + 7(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$	$7(\underline{\quad}) + 6(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$
6	8.5	$5(\underline{\quad}) + 7(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$	$7(\underline{\quad}) + 6(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$
7	9.9	$5(\underline{\quad}) + 7(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$	$7(\underline{\quad}) + 6(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$
6	8.0	$5(\underline{\quad}) + 7(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$	$7(\underline{\quad}) + 6(\underline{\quad}) = \underline{\quad}$

Una vez completa la tabla contesta las siguientes preguntas:

¿Qué valores de x y de y sustituidos en $5x + 7y$, dan como resultado 89.50?

$x =$ $y =$

¿Qué valores de x y de y sustituidos en $7x + 6y$, dan como resultado 93.00?

$x =$ $y =$

¿Estos valores que representan para Iván?

Si observas el proceso para encontrar la solución del sistema de ecuaciones es largo y con muchas operaciones. Se te invita a conocer el tema sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y desarrolles la habilidad de resolver problemas a través de este tipo de sistemas de manera breve y concreta.



¿Con qué conocimientos cuentas?

Evaluación diagnóstica

Para lograr las competencias de este bloque, es importante identificar las fortalezas y debilidades de los conocimientos adquiridos en tu educación secundaria y los bloques anteriores.

Instrucciones: Lee cuidadosamente, determina lo que se te pide en cada caso. No olvides, escribir en tu libreta los procesos de solución de manera ordenada y con limpieza.

1. En los siguientes enunciados identifica cuál es la variable independiente y dependiente y escríbelo en la línea.
 - a) El pago de la luz y el consumo de kilowatts/hora.
 - b) El gasto en el pasaje y el número de combis por tomar.
 - c) La producción total de leche por semana y los litros diarios.

Bloque VII

Resuelves ecuaciones lineales II

2. Si Pedro va a la tienda y pagó con un billete de \$ 1000 del cual le dieron de cambio \$ 40 y compró refrescos que cuestan \$ 24 cada uno, ¿cuántos refrescos compró?

Para este problema contesta las siguientes preguntas:

- a) ¿Quién es la variable dependiente e independiente?

.....

- b) Si x representa el número de refrescos ¿qué ecuación representa esta situación?

.....

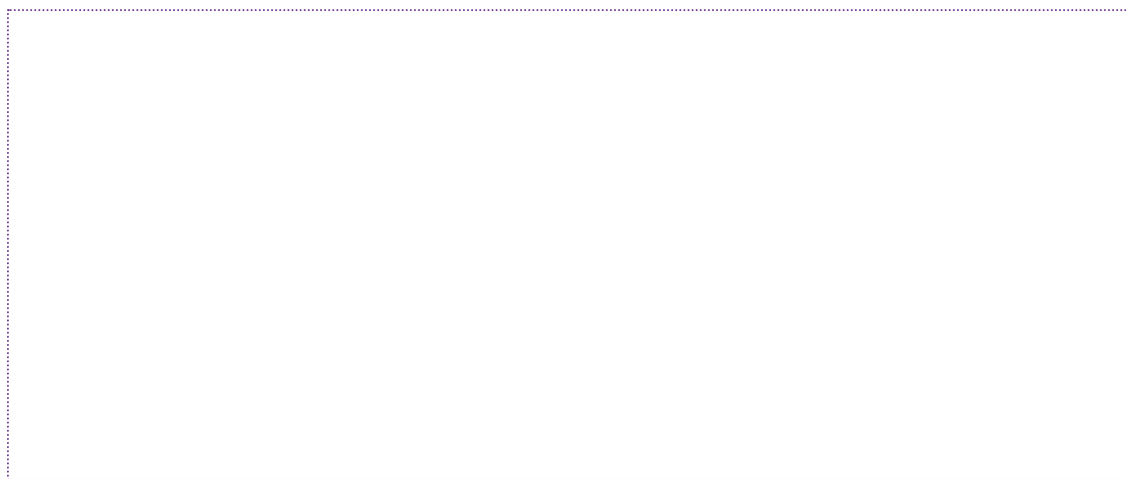
- c) ¿Qué tipo de ecuación resultó?

.....

- d) Encuentra el valor de x

.....

- e) Realiza la tabla de la ecuación, para valores de x : 10, 20, 30, 40, 50. Posteriormente dibuja el gráfico. Utiliza el espacio del recuadro siguiente:



- f) ¿Qué valor tiene la intersección de la gráfica con el eje x , y qué representa para el problema?

.....

3. Para los siguientes terrenos donde se desconocen algunos elementos encuentra el total de metros cuadrados de pasto que se necesitan para cubrirlos, si ambos tienen el mismo perímetro.

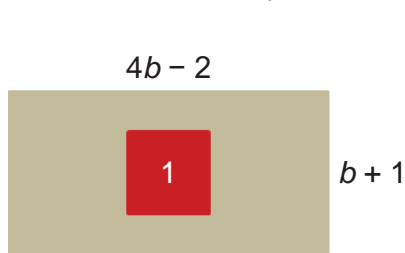


Figura 7.2.

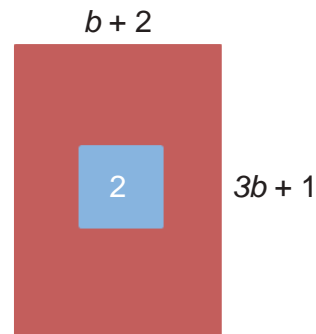


Figura 7.3.

$P =$

$P =$

¿Qué tipo de ecuación se tiene?

Resolviendo el valor de b es:

La medida del terreno 1 es: terreno 2:

¿Cuántos metros cuadrados de pasto se requieren para cubrir cada terreno?
.....



Para verificar los logros obtenidos en esta actividad y realizar tu autoevaluación consulta el anexo de respuestas.



Guarda el desarrollo y solución de esta actividad en tu portafolio de evidencias.

Observa los puntos que se te otorgan por cada sección de la evaluación, si obtuviste **16 a 12 puntos** considera tu resultado como **Bien**, de **11 a 7** como **Regular** y si fueron **menos de 7** considera tu desempeño como **No suficiente**, lo que exige que refuerces tus conocimientos previos.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos previos en función de las respuestas correctas que tuviste?	Bien	
	Regular	
	No suficiente	

Ahora que ya te has dado cuenta de tus fortalezas y oportunidades de aprendizaje. Refuerza tus conocimientos consultando los siguientes conceptos: Aritmética, áreas de figuras geométricas, operaciones con expresiones algebraicas, ley de signos, propiedades de los números reales y solución de ecuaciones lineales.



Aprende más

Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Las tostadas son un emblemático símbolo de la comida Mexicana, platillo típico poblano; el cual puede ser de pollo, carne de res, queso o tinga. Para los equipos de la escuela resulta una actividad de festejo después de cada partido ir a comer unas ricas tostadas.



Figura 7.4.



Figura 7.5.

El equipo de futbol compró 6 tostadas y 8 refrescos por \$108 y el equipo de básquet pagó \$146.5 por 8 tostadas y 11 refrescos. El equipo de la porra llegó más tarde y pregunto a los integrantes de los equipos ¿Cuál es precio de cada tostada y de cada refresco? Como respuesta sólo recibió la información anterior, halla el precio individual tanto de las tostadas como de los refrescos. La solución se plantea a continuación.

Sea t precio de la tostada y r el precio del refresco:

Gasto del equipo de futbol $\rightarrow \$ 6t + 8r = 108$

Gasto del equipo de básquet $\rightarrow \$ 8t + 11r = 146.5$

Por lo consiguiente, se tiene el sistema:
$$\begin{cases} 6t + 8r = 108 \\ 8t + 11r = 146.5 \end{cases}$$

A la agrupación de dos ecuaciones de grado uno con dos incógnitas se le llama *sistema lineal de dos por dos* (2×2). Cuya forma general es:

$$\begin{cases} Ax + By = C \\ Dx + Ey = F \end{cases}$$

Donde las incógnitas son x y y son las variables desconocidas y los coeficientes de la ecuación son A , B , C , D , E y F .

Esto permite concluir que del problema del costo de las tostadas y refresco, resulta un sistema de ecuaciones lineales de dos por dos.

Otros ejemplos de sistemas lineales 2×2 :

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ 2x + 3y = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 5y = 36 \\ -3x + y = 15 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - 4y = 12 \end{cases}$$

Para hallar las posibles soluciones del sistema lineal 2×2 que resultó del problema de las tostadas y otros que resulten de distintas situaciones de la vida cotidiana, se cuenta con diversos métodos de solución, el primero de ellos es el de Determinantes.

Método de determinantes

Para describir el método, es importante expresar al sistema como un arreglo matricial y el cálculo de los determinantes. Para ello, retomando el sistema:

$$\begin{cases} 6t + 8r = 108 \\ 8t + 11r = 146.5 \end{cases} \quad \text{La representación matricial aumentada} \quad \left[\begin{array}{cc|c} 6t & 8r & 108 \\ 8t & 11r & 146.5 \end{array} \right]$$

El *arreglo matricial* es una organización rectangular de 2 renglones por 2 columnas de cantidades tomadas de los coeficientes de cada ecuación del sistema.

$$\begin{cases} Ax + By = C \\ Dx + Ey = F \end{cases} \rightarrow \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{Renglones}} \\ \left[\begin{array}{cc|c} A & B & C \\ D & E & F \end{array} \right] \\ \xrightarrow{\text{Columnas}} \end{array}$$

El *determinante* es el arreglo rectangular de números de la forma:

$$\begin{array}{cc} a & b \\ c & d \end{array}$$

El cual se representa por $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \det$ y se define como $ad - bc$.

Para encontrar las soluciones es preciso el cálculo de tres determinantes:

El *determinante principal* se obtiene con los coeficientes de las incógnitas:

$$\det_p = \begin{vmatrix} A & B \\ D & E \end{vmatrix} = AE - DB$$

Para el *determinante auxiliar en x*, se intercambia la columna de los coeficientes de la variable x por en los términos constantes del sistema:

$$\det_x = \begin{vmatrix} C & B \\ F & E \end{vmatrix} = CE - FB$$

Por último, el *determinante auxiliar en y*, se reemplazan los coeficientes de la variable y, por los valores constantes del sistema:

$$\det_y = \begin{vmatrix} A & C \\ D & F \end{vmatrix} = AF - DC$$

Por consiguiente:

$$\det_t = \begin{vmatrix} 108 & 8 \\ 146.5 & 11 \end{vmatrix} = 108(11) - 146.5(8) = 16$$

$$\det_r = \begin{vmatrix} 6 & 108 \\ 8 & 146.5 \end{vmatrix} = 6(146.5) - 8(108) = 15$$

El determinante principal, auxiliar en x y en y, permiten encontrar la solución del sistema de ecuaciones. Así, se tiene que las soluciones para t y r están dadas por los siguientes cocientes.

$$t = \frac{\det_t}{\det_p} = \frac{16}{2} = 8$$

$$r = \frac{\det_r}{\det_p} = \frac{15}{2} = 7.5$$

Lo anterior representa \$8 el precio de la tostada y \$7.5 el precio del refresco.

El siguiente procedimiento sintetiza el método de *determinantes*, dado un sistema lineal de 2×2 :

$$\begin{cases} Ax + By = C \\ Dx + Ey = F \end{cases}$$

Procedimiento de solución:

1. Calcular los determinantes.

$$\det_p = \begin{vmatrix} A & B \\ D & E \end{vmatrix} = AE - DB$$

$$\det_x = \begin{vmatrix} C & B \\ F & E \end{vmatrix} = CE - FB$$

$$\det_y = \begin{vmatrix} A & C \\ D & F \end{vmatrix} = AF - DC$$

2. Obtener el valor para x dividiendo el determinante en x entre el principal.

$$x = \frac{\det_x}{\det_p}$$

3. Se encuentra la solución para y, realizando la división del determinante de y entre el principal.

$$y = \frac{\det_y}{\det_p}$$

4. Comprobar soluciones.

Otro método para resolver estos sistemas de ecuaciones, es el de reducción que enseguida se explica.

Método de reducción

Si ahora, se tiene que las chicas de porras pidieron 5 huevos preparados y 9 jugos, junto con unos compañeros de escuela que pidieron 3 huevos y 7 jugos, las porristas y sus compañeros pagaron \$119 y \$81, respectivamente. ¿Cuál es el costo del huevo y del jugo?

Bloque VII


Resuelves ecuaciones lineales II

Si x representa el costo del huevo preparado y y el precio del jugo, se plantea el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 5x + 9y = 119 \\ 3x + 7y = 81 \end{cases}$$

Para resolverlo por reducción se siguen los siguientes pasos:

1. Se multiplican las ecuaciones, por un valor de tal forma que se elimine alguna de las incógnitas.


$$\begin{cases} (-3)(5x + 9y = 119) \\ (5)(3x + 7y = 81) \end{cases}$$

2. Se suman ambas ecuaciones

$$\begin{cases} -15x - 27y = -357 \\ 15x + 35y = 405 \end{cases}$$

$$8y = 48$$

3. Se despeja la incógnita y se encuentra su valor.

$$y = \frac{48}{8} = 6$$

4. Esta cantidad se sustituyen en cualquiera de las dos ecuaciones

$$5x + 9(6) = 119$$

$$5x + 54 = 119$$

5. Se despeja la otra incógnita, para hallar su valor.

$$x = \frac{119 - 54}{5} = 13$$

6. Se comprueba.

$$x = 13$$

Así, el costo del huevo es de \$13 y el jugo de \$6.



Aplica lo aprendido



Actividad 1

Instrucciones: Resuelve los siguientes problemas. Posteriormente presenta los procedimientos y soluciones a tus compañeros, atendiendo sus opiniones.

1. La diferencia de las edades de Pedro y Luis es 12 años y el doble de su suma es igual a 156, ¿qué edad tiene cada uno? Si p es la edad de Pedro y l la edad de Luis, encuentra el sistema y resuelve por el método de determinantes.
2. Se tienen \$1,130 en 178 monedas de 10 y de 5. ¿Cuántas monedas de 10 y 5 son? Representa a x número de monedas de 10 y y el número de monedas de 5 (utiliza el método de determinantes).
3. Todos los días un estudiante camina y trota para ir a la escuela. Camina en promedio 5 km/h y trota 9 km/h. Si la distancia de la casa a la escuela es 8 km y su recorrido lo realiza en una hora ¿Qué distancia recorre el estudiante corriendo y caminando? (Usa el método de reducción).
4. Un alumno realizó una evaluación de 50 preguntas. Cada respuesta correcta vale 2 puntos. Por cada respuesta incorrecta o no respondida se le quitan un punto; si obtuvo 64 puntos, ¿cuántas respuestas contestó bien? ¿Cuántas preguntas contestó mal o no respondió? (Utiliza el método de determinantes).
5. Si se van variando el número de preguntas y la puntuación en algunas evaluaciones como las del problema anterior, se generan los siguientes sistemas de ecuaciones, resuelve cada uno de ellos por el método que más se te facilite.

$$a) \begin{cases} x + y = 80 \\ 1.5x - 0.5y = 60 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x + 2y = 40 \\ 2.5x - y = 22 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y = 60 \\ 2x - 0.5y = 85 \end{cases}$$



Para verificar los logros obtenidos en esta actividad y realizar tu autoevaluación consulta el anexo de respuestas.



Guarda el desarrollo y solución de esta actividad en tu portafolio de evidencias.



Aprende más

Método de igualación

Las chalupas son otro antojito típico poblano, que es parte de la alimentación mexicana. La familia Ruiz y la familia Pérez fueron a cenar chalupas con doña Lolita.



Figura 7.6.

La primera familia pidió 8 órdenes de chalupas y 4 tazas de café pagando \$128. La segunda familia solicitó 10 órdenes de chalupas y 6 tazas de café pagando \$168. Al vecino de ambas familias le recomiendan las chalupas de doña Lolita, comentándole la información anterior pero no le dicen el precio unitario ¿Cuánto cuesta cada chalupa y cada taza de café? La solución es la siguiente:

Si x representa el costo de las chalupas y y el costo del café, esta situación tiene como representación el siguiente sistema de ecuaciones lineales de 2×2 .

$$\begin{cases} 8x + 4y = 128 \\ 10x + 6y = 168 \end{cases}$$

Para hallar el valor de x y y , te presento otro método que se conoce como *igualación*. Los pasos a seguir son los siguientes:

1. Se despejan de cada ecuación la incógnita que tu elijas, en este caso fue y .

$$8x + 4y = 128$$

$$4y = 128 - 8x$$

$$y = \frac{128 - 8x}{4} = 32 - 2x$$

$$10x + 6y = 168$$

$$y = \frac{168 - 10x}{6} = 28 - 5/3x$$

2. Se igualan ambos despejes.

$$32 - 2x = 28 - 5/3x$$

3. Se realizan las operaciones necesarias para despejar la incógnita que se tiene.

$$32 - 2x = 28 - 5/3x$$

$$1/3x = 32 - 28$$

$$x = 4(3) = 12$$

4. Se sustituye este valor en alguno de los dos primeros despejes, para hallar el valor de la segunda incógnita.

$$y = 32 - 2x$$

$$y = 32 - 2(12) = 32 - 24 = 8$$

$$y = 8$$

Con lo anterior es posible contestar al vecino de las dos familias, *el costo de la orden de chalupas es de \$12.00 y el café de \$8.00.*

Otro proceso de solución de sistemas de ecuaciones lineales es el descrito a continuación.

Método de sustitución

La leche es un alimento importante en nuestra alimentación. Según el periódico “El Sol de México” anunció que nuestro país ocupa el séptimo lugar mundial en producción de leche (García, 2013).

La granja de don Raúl realiza cada hora un envasado de 100 litros de leche en dos presentaciones, de 1.5 litros y de 2.5 litros, si en total llenan 52 botellas, ¿cuántas botellas de cada capacidad tienen?

Si x representa el número de botellas de 1.5 l y y el número de botellas de 2.5 l, el problema se modela con el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 52 \\ 1.5x + 2.5y = 100 \end{cases}$$



Figura 7.7.

El proceso de solución por sustitución es el siguiente:

1. Se despeja cualquiera de las incógnitas de alguna de las dos ecuaciones.

$$x + y = 52$$

$$y = 52 - x$$

2. Se sustituye este valor en la segunda ecuación.

$$1.5x + 2.5(52 - x) = 100$$

Bloque VII

Resuelves ecuaciones lineales II

3. Se realizan operaciones y se despeja la segunda incógnita.

$$1.5x + 130 - 2.5x = 100$$

$$-x + 130 = 100$$

$$x = 130 - 100 = 30$$

4. Se sustituye este valor en el primer despeje, para encontrar el segundo valor desconocido.

$$y = 52 - x = 52 - 30 = 22$$

Se concluye el proceso

$$x = 30 \quad y = 22$$

Por lo tanto, el número de botellas de 1.5 litros es 30 y de 2.5 litros son 22. Comprobando esto se tiene $30 + 22 = 52$ y que $1.5(30) + 2.5(22) = 45 + 55 = 100$, se cumple las dos condiciones de problema.

El último de los métodos a estudiar en este bloque, para resolver sistema de ecuaciones lineales 2×2 es el siguiente.

Método gráfico

Recordar del bloque VI que es posible graficar una ecuación lineal en el plano cartesiano, para el caso de sistemas lineales 2×2 se graficarán ambas ecuaciones, obteniendo como resultando el trazo de dos rectas. Para realizar el gráfico de cada una de las ecuaciones del sistema, es necesario:

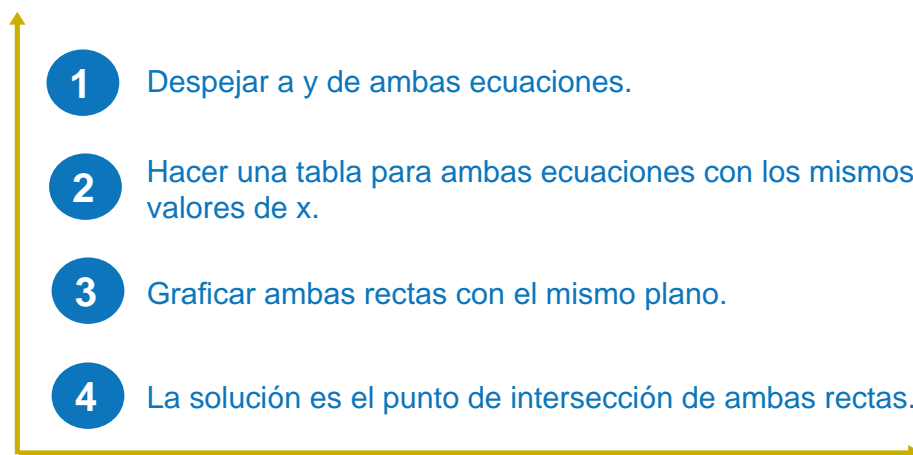


Figura 7.8.

Es importante tomar en cuenta que hay una clasificación para los sistemas lineales 2×2 , según el tipo de solución.



Figura 7.9.

Así, retomando el sistema de la leche:

$$\begin{cases} x + y = 52 \\ 1.5x + 2.5y = 100 \end{cases}$$

Para resolverlo por el método gráfico, se procede como sigue:

Despejando $y \rightarrow y = 52 - x$ y $y = 40 - 0.6x$

Tabulando y graficando:

x	$y = 52 - x$	$y = 40 - 0.6x$
10	42	34
15	37	31
20	32	28
25	27	25
30	22	22
35	17	19
40	12	16

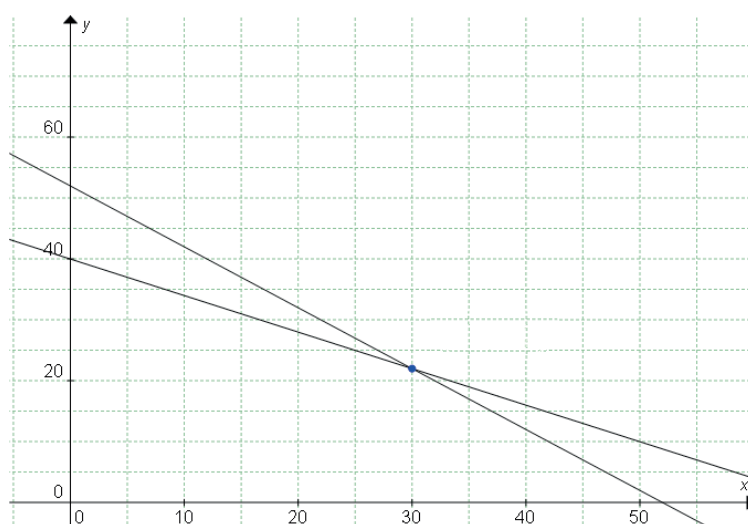


Figura 7.10.

Bloque VII

Resuelves ecuaciones lineales II

Para este caso el sistema resulto compatible tiene una solución, pero ¿cuándo es que un sistema es incompatible? Obsérvese el siguiente caso.

$$\begin{cases} 2y - 6x = 4 \\ y - 3x = 6 \end{cases} \quad \text{despejando y} \quad \begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

x	y = 3x + 6	y = 3x + 2
-3	-3	-7
-1	3	-1
0	6	2
2	12	8
4	18	14

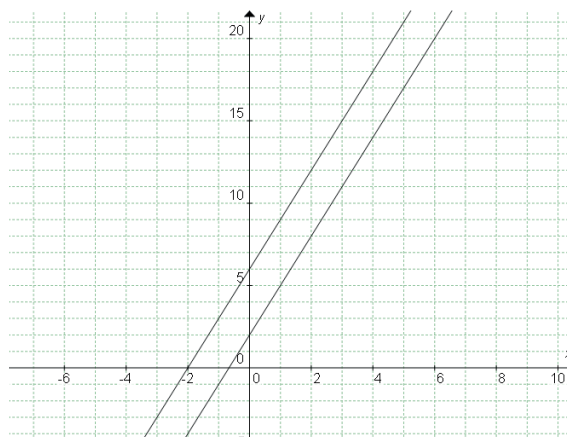


Figura 7.11.

Se observa en la gráfica que las rectas son paralelas y que no hay un punto en el que se intersectan, lo que permite concluir que el sistema es incompatible, es decir, no tiene solución.

Otra situación que se puede tener al resolver un sistema de ecuaciones lineales, es que las soluciones sean indeterminadas, ejemplo de ello es las soluciones del siguiente sistema:

$$\begin{cases} 4x - 2y = 5 \\ 8x - 4y = 10 \end{cases} \quad \text{despejando y} \quad \begin{cases} y = 2x - 2.5 \\ y = 2x - 2.5 \end{cases}$$

x	y = 2x - 2.5	y = 2x - 2
-2	-6.5	-6.5
-1	-4.5	-4.5
0	-2.5	-2.5
3	3.5	3.5
5	7.5	7.5

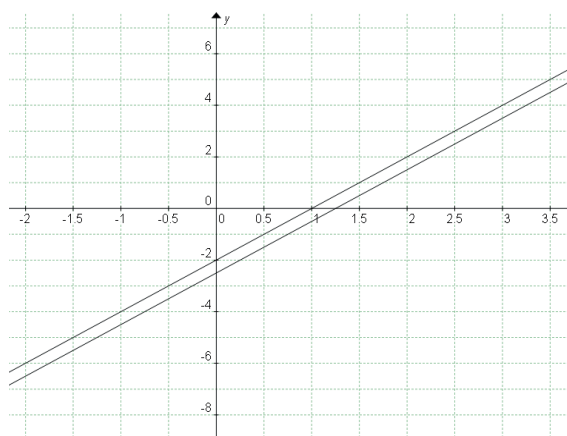


Figura 7.12.

Es claro que las dos ecuaciones son equivalentes, y por tanto, los valores coinciden en todos sus puntos y en la gráfica una recta queda sobre la otra, indicando esto que tiene un número infinito de soluciones.



Aplica lo aprendido



Actividad 2

Instrucciones: Lee y aplica lo aprendido, para resolver las siguientes problemáticas. Recuerda realizar el proceso con limpieza y orden.

1. Aplicando el método de sustitución encuentra el valor de la cantidad desconocida para cada problema.
 - a) Un granjero tiene conejos y gallinas si cuenta las cabezas son 60, y si cuenta las patas son 190 patas, ¿cuántos conejos y gallinas tiene?
 - b) Un productor de huevo empaca 1110 huevos en paquetes de 12 y 18 huevos, si se rompen 6 a la hora de empacar, ¿cuántos paquetes de cada cantidad tiene, si en total son 80 paquetes?
 - c) Si el doble de la edad de Julia y la de su hermana suman 50 años y la diferencia es de 4 años, ¿qué edad tiene Julia y su hermana?
2. Si la cantidad de conejos y gallinas van variando se producen las siguientes ecuaciones, resuélvelas con el método que más te acomode.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \begin{cases} 2x + 2y = 180 \\ 2x + 4y = 240 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x + y = 50 \\ 4x + 8y = 268 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 75 \\ 2x + 4y = 440 \end{cases}
 \end{array}$$

3. Utilizando el método gráfico resuelve los siguientes problemas:

- a) En un cine, 10 entradas de adulto y 9 de niño cuestan \$512 y 17 de niño y 15 de adulto \$831. ¿Qué precio tiene la entrada de adulto y de niño?

Bloque VII

Resuelves ecuaciones lineales II

- b) Una tienda pagó al proveedor de huevos \$ 822 por 27 cajas de huevo de 12 y 18 huevos cada paquete, si el costo del paquete de 12 cuesta \$ 26 y el de 18 cuesta \$ 34, ¿cuántas cajas de cada cantidad compró?
- c) Para el problema anterior realizar un diagrama que muestre paso a paso como se resolvió.



Para verificar los logros obtenidos en esta actividad y realizar tu autoevaluación consulta el anexo de respuestas.



Guarda el desarrollo y solución de esta actividad en tu portafolio de evidencias.



Reflexionemos sobre la actividad

¿De qué te das cuenta?

¿Cómo se aplican los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas en tu comunidad o población? Escribe de manera coherente y breve una aplicación.



Guarda el desarrollo y solución de esta actividad en tu portafolio de evidencias.



Aplica lo aprendido



Actividad 3

Producto de aprendizaje: cartel tutorial

Esta actividad movilizará los saberes aprendidos en el bloque, al proponer un problema de tu contexto y explicar a través de un cartel la manera de plantearlo a través de un sistema 2×2 y determinar su solución con los métodos estudiados.

Instrucciones:

- Elaborarán en equipo de tres integrantes un cartel para presentar un problema de la vida cotidiana, su representación a través de un sistema de ecuaciones, el proceso de solución de dicho sistema y la comprobación del mismo.
- Presenten un problema que se pueda modelar a través de un sistema 2×2 .
- En hojas de su cuaderno hagan el bosquejo del planteamiento del problema investigado, seleccionen el método (de acuerdo a su preferencia) y encuentren la solución, para ello deberán desarrollar el procedimiento de solución hasta llegar a la comprobación correspondiente.
- En seguida reflexionen como deberán interpretar y verificar las dos soluciones obtenidas en función del contexto al que pertenezca el problema.
- Una vez hecho el bosquejo, consigan los materiales para realizar el cartel (se trata de un cartel atractivo y original que lo pueden hacer con cartulinas o en pliegos de papel bond). También necesitas un pizarrón, o unas hoja de papel bond para rota folios para llevar a cabo tus explicaciones del procedimiento de solución del sistema.
- Distribuyan las funciones a cada uno de los integrantes del equipo y realicen su cartel.
- Consideren que el cartel será mostrado a sus compañeros y entregado a su profesor(a) para su correspondiente evaluación.

Bloque VII

Resuelves ecuaciones lineales II

Recomendaciones:

“Los tutoriales son sistemas instructivos de autoaprendizaje que pretenden simular al maestro y muestran al usuario el desarrollo de algún procedimiento o los pasos para realizar determinada actividad”. Incluyen cuatro partes:

- *Parte introductoria:* se presenta los aspectos del tema para centrar la atención de los participantes.
- *Parte de orientación inicial:* se da a conocer lo aprendido de las sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- *Parte de aplicación:* se presenta ejemplos de los modelos matemáticos.
- *Parte de retroalimentación:* se presenta una recapitulación del tema tratado. (Galvis, 1992).

Consideren como tiempo mínimo 10 minutos y máximo 15 minutos, busquen que su proceso explicativo de principio a fin sea ágil, concreto y sin interrupciones.

Agrega ilustraciones del problema a resolver y que la resolución de su video sea óptima, asegurándote que lo puedas mostrar a tus compañeros.



Guarda el desarrollo y solución de esta actividad en tu portafolio de evidencias.



Actividad 4

Producto de aprendizaje: integrar tu portafolio de evidencias

Esta actividad consiste en Integrar tu portafolio de evidencias con los problemas y ejercicios que resolviste de manera individual o grupal en las seis actividades presentadas a lo largo del bloque.

En tu libreta o cuaderno que hayas destinado para este producto de aprendizaje, colocarás cada uno de los ejercicios que se te indicaron que formarían parte del portafolio de evidencias, sólo asegúrate antes de colocarlos que los procedimientos y resultados sean correctos.

Te sugerimos que el resultado final de cada ejercicio o problema lo puedas resaltar con una tinta de color diferente al color utilizado en el procedimiento.

Te invitamos a consultar la lista de cotejo que se encuentra en la sección de evaluación que se encuentra enseguida, para que consideres los criterios de evaluación que debes cubrir.

Para entregar tu portafolio de evidencias a tu Profesor, es importante que mantengas limpieza y orden, además coloca una carátula al inicio con tus datos (nombre de la escuela, asignatura, bloque, leyenda: Portafolio de evidencias, nombre del estudiante, semestre, grupo y fecha de entrega) y un índice.

Bloque VII

Resuelves ecuaciones lineales II

Lista de cotejo para evaluar el producto de aprendizaje: cartel tutorial

Criterios	Indicadores	Sí cumple	No cumple	Observaciones
Contenido	Realizaron la investigación adecuada del problema a resolver.			
	Identificaron clara y adecuadamente las incógnitas.			
	Obtuvieron correctamente el sistema 2×2 .			
	Resolvieron correctamente el sistema.			
Presentación	Mostraron el cartel con símbolos e imágenes visibles claramente.			
	Cumplieron con las cuatro partes del cartel tutorial			
	En la parte de aplicación del cartel se presenta: Problema, planteamiento, resolución y comprobación.			
Dominio conceptual y procedimental	Identificaron el tipo de problema como uno que se puede representar a través de un sistema 2×2 .			
	Modelaron el problema a través de un sistema 2×2 .			
	La explicación verbal y escrita del método de solución seleccionado corresponde a lo estudiado en el bloque.			
Actitud	Presentaron trabajos con orden, limpieza.			
	Trabajan de forma colaborativa.			
	Respetan las opiniones de otros.			
	Siguen con atención instrucciones y las interpreta.			
Total de puntos		14		

Si en la lista de cotejo lograste los **12 a 14 puntos** considera tu resultado como

Excelente y si lograste **9 a 11 puntos** es **Bien**, de **6 a 8** es **Regular** y si tus respuestas correctas fueron **menos de 6** considera tu desempeño como **No suficiente**, lo que exige que atiendas tus áreas de oportunidad.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos previos en función de las respuestas correctas que tuviste?	Excelente	
	Bien	
	Regular	
	No suficiente	

Lista de cotejo para evaluar el producto de aprendizaje: portafolio de evidencias

Criterios	Indicadores	Sí cumple	No cumple	Observaciones
Presentación	Utiliza portada (nombre de la escuela, nombre de la asignatura, título: Portafolio de evidencias, nombre del estudiante y fecha de entrega.			
	El portafolio es entregado elaborado a mano, con limpieza y legibilidad.			
	Identifica las diferentes secciones del portafolio y se desglosan indicando número de ejercicios y de actividad.			
	Presenta orden en los procedimientos.			
	Presenta índice.			
Documentos de evidencias	Evaluación diagnóstica sin error.			
	Actividades 1,2 y 3 sin error			
	Actividad de reflexión.			
Actitud	Comparte sus ideas y acepta las de sus compañeros.			
	Valora la importancia del orden y limpieza en los trabajos.			
	Realizó sus trabajos de forma colaborativa.			
Total de puntos		10		

Bloque VII

Resuelves ecuaciones lineales II

Si en la lista de cotejo lograste los **10 puntos** considera tu resultado como **Excelente** y si lograste **8 a 9 puntos** es **Bien**, de **6 a 7** es **Regular** y si tus respuestas correctas fueron **menos de 6** considera tu desempeño como **No suficiente**, lo que exige que atiendas tus áreas de oportunidad.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos previos en función de las respuestas correctas que tuviste?	Excelente	
	Bien	
	Regular	
	No suficiente	

Registro del avance

Competencias genéricas y disciplinares del bloque VII

Instrucciones: Al concluir el bloque registra el nivel de avance que lograste en el desarrollo de las competencias genéricas y disciplinares. Utiliza la siguiente escala:

A = Alto (Desarrollada)

M = Medio (Está en vía de desarrollo)

B = Bajo (No la he desarrollado)

Competencias genéricas	Atributos	Nivel de avance
4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.	Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.	
5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.	Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.	
	Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.	
7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.	Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimiento.	
	Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.	
8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.	Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.	
	Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.	

Bloque VII

Resuelves ecuaciones lineales II

Competencias disciplinares	Nivel de avance
Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.	
Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.	
Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.	
Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.	

Cuando concluyas la tabla preséntala a tu profesor y valoren los avances registrados.

Bloque VIII

Resuelves ecuaciones lineales II



Introducción

En el bloque anterior analizamos problemas que se resolvían con un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. La posibilidad de incógnitas de una ecuación lineal según los requerimientos de un problema puede aumentar, de una y dos que se han trabajado en los bloques anteriores, es posible encontrarse con tres cantidades desconocidas, por ejemplo cuando Lupita va a la tienda a comprar papas, refresco y una torta pagando \$48.00, si se representa al precio de papas como x , al precio del refresco con y y z para el precio de la torta la situación se plasma en la ecuación lineal $x + y + z = 48$. Pero, si en la tienda se encuentra a su amigo Juan el cual compra una torta y un refresco por \$37.00, que se simboliza por $y + z = 37$ y su primo Sergio compra dos refrescos y dos bolsas de papas pagando \$46.00, $2x + 2y = 46$; de estas situaciones puede surgir la pregunta ¿Cuánto cuesta cada bolsa de papas, la torta y el refresco? Estas situaciones forman un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, x , y , z . Para dar respuesta a la pregunta es necesario resolver el sistema de ecuaciones lineales 3×3 obtenido de la traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico. Al igual que como en la solución de sistemas lineales con dos incógnitas, es posible encontrar el valor de las variables desconocidas a través de métodos algebraicos y gráficos.

En este bloque VIII, el objetivo es el estudio de los sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas, sus procesos de solución algebraicos y gráficos en la aplicación de problemas o situaciones de la vida cotidiana.

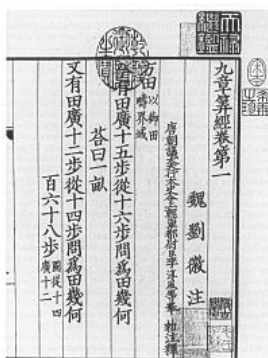
Los primeros sistemas de ecuaciones lineales de 3×3 aparecen en los siglos III y IV aC. con los matemáticos chinos quienes continuaron el pensamiento lineal de los babilonios. Ejemplo de ello es que en el tratado sobre el arte matemático publicado en la dinastía Han, aparece un sistema lineal y su método de solución conocido como la regla "fan-chen" o el método de eliminación. El problema que dio origen a un sistema de 3×3 es:

“Hay tres clases de granos: tres gavillas (montones) de primera clase, dos de segunda y una de la tercera hacen 39 medidas; dos de la primera, tres de la segunda y una de la tercera hacen 34 medidas; y una de la primera, dos de la segunda y tres de la tercera hacen 26 medidas. ¿Cuántas medidas de granos están contenidas en una gavilla de cada clase?”

Este problema originó el sistema de ecuaciones lineales de tres incógnitas, (x, y, z) :

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 39 \\ 2x + 3y + z = 34 \\ x + 2y + 3z = 26 \end{cases}$$

El arte matemático, obra de nueve capítulos, fue compuesta por el científico Chuan Tsanom en el año 152 aC, posteriormente en el siglo XVII la obra fue consultada por Gauss, quien más tarde propuso el método que hasta hoy lleva su nombre: método de Gauss, para dar solución a sistemas lineales de n incógnitas y m ecuaciones. (Collette, 1985).



8.1. El arte matemático.

¿Qué competencias desarrollarás?

Competencias genéricas	Atributos
4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.	<ul style="list-style-type: none"> Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.	<ul style="list-style-type: none"> Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo cómo cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo. Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.
7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.	<ul style="list-style-type: none"> Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimiento. Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.

Continúa...

8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.

- *Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.*
- *Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.*

Competencias disciplinares

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

¿Con qué propósito?

Identificas cantidades o magnitudes de la vida cotidiana y las representas a través de un sistema de ecuaciones lineal con tres incógnitas y aplica un método para resolver el sistema e interpreta los resultados obtenidos.

¿Qué aprenderás y cómo?

Contenidos curriculares	Descripción	Metodología
Conceptuales	<ul style="list-style-type: none"> • Sistema de Ecuación lineales con tres incógnitas: <ul style="list-style-type: none"> - Estructura - Métodos Determinantes, suma y resta, sustitución y gráfico. - Representación gráfica. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce cantidades que se relacionan entre sí, las cuales se representan por sistema de ecuaciones lineales 3×3. • Analiza y comprende los procesos de solución. • Resuelve problemas contextualizados, haciendo uso de sistemas de ecuaciones lineales.

Procedimentales	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza el concepto de sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas para representar situaciones de la vida cotidiana y aplica métodos de solución, para posteriormente realizar su representación gráfica y el análisis del mismo. 	<ul style="list-style-type: none"> Realiza ejercicios. Resuelve problemas contextualizados y analiza los resultados obtenidos. Observa e interpreta gráficas.
Actitudinales	<ul style="list-style-type: none"> Valora la importancia del trabajo con orden y limpieza. Comparte su ideas y acepta las de sus compañeros. Identifica el alcance del trabajo colaborativo. 	<ul style="list-style-type: none"> Exposición de actividades y trabajos de manera ordenada y con limpieza. Expresa su ideas y acepta con respeto las d sus compañeros.

¿Qué tiempo vas a emplear?

El tiempo necesario para cumplir el propósito de este bloque es aproximadamente ocho horas, es conveniente utilizar cuatro horas para la comprensión temática y cuatro horas para la realización de las actividades y el desarrollo de la maqueta 3D.

Evaluación del aprendizaje: productos

Durante este bloque obtendrás los siguientes productos de aprendizaje que pondrán de manifiesto el desarrollo de tus competencias:

- Problemario
- Maqueta 3D

Problemario. Lo elaborarás trabajando tanto en tu libro como en tu libreta con la resolución de problemas y ejercicios de manera individual y grupal. Al termino del bloque, integrarás tu problemario con las tres actividades que hallas realizado a lo largo del bloque, consulta la lista de cotejo que está ubicada al final del bloque, para tener idea clara de los criterios de evaluación que debes cubrir para entregarlo a tu profesor.

Maqueta 3D. Este proyecto consiste en diseñar una maqueta para representar un espacio tridimensional, como uno de los cuartos de tu casa, donde puedas localizar objetos a partir de sus coordenadas de tres entradas (x , y , z).



Para iniciar, reflexiona

¿Cómo ayudar a Lupita, Iván y Sergio para hallar el costo de las papas, el refresco y la torta? Dado que la situación problemática inicial tiene una simbología matemática a través de:

$$\begin{cases} x + y + z = 48 \\ y + z = 37 \\ 2x + 2y = 46 \end{cases}$$

Instrucciones: Para dar solución al sistema utiliza los elementos como las operaciones básicas suma y producto, para ir probando los valores de x , y , z hasta encontrar el que cumple las tres ecuaciones.

x	y	z	$x + y + z$	$y + z$	$x + y$
11	20	12
10	20	11
11	25	11
11	25	12
10	25	13
11	25	10

De tus operaciones ¿cuáles son los valores para x , y , z que cumplen con las tres ecuaciones? ¿Fue posible encontrar la solución al sistema? Efectúa las operaciones y procesos en tu cuaderno, coloca tu respuesta a continuación:

.....

.....

.....



Para verificar los logros obtenidos en esta actividad y realizar tu autoevaluación consulta el anexo de respuestas.



Los procedimientos y operaciones para llegar a la solución de estos ejercicios formarán parte de tu problemario.



¿Con qué conocimientos cuentas?

Evaluación diagnóstica

Para lograr las competencias de este bloque, es importante identificar las fortalezas y oportunidades de aprendizaje que posees, como resultado de tus conocimientos y habilidades adquiridas en tu educación secundaria y los bloques anteriores.

Instrucción: Lee cuidadosamente, analiza y determina lo que se te pide en cada caso. Recuerda escribir en tu libreta los procesos de solución de manera ordenada y con limpieza.

1. Escribe 3 ejemplos de sistemas de ecuaciones lineales 2×2 , los cuales cumplan con: uno compatible, otro que sean incompatible y uno indeterminado. (3 puntos)
2. De la pregunta anterior, escribe con tus propias palabras que significa cada uno de los tres tipos de sistemas de ecuaciones 2×2 . (3 puntos)
3. El perímetro del terreno de Ulises es igual a 100 metros y el de Toño 112 metros, la siguientes figuras muestran los valores de las dimensiones de cada terreno.



Figura 8.2.



Figura 8.3.

Tomando en cuenta la información anterior, contesta las siguientes preguntas:

- a) ¿Qué representa x y y ?
- b) Determina la expresión algebraica que representa el perímetro de cada terreno
¿Qué relación encuentras entre las expresiones obtenidas?
- c) ¿Cómo se llama al sistema formado por esas expresiones?
- d) ¿Qué tipo de métodos puedes aplicar para resolver el problema?
- e) ¿Cuál es el valor de y y x ? ¿Qué método usaste para resolver el sistema?