

МІНІСТЕРСТВО НАУКИ І ОСВІТИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»
Кафедра систем штучного інтелекту

Звіт

До розрахункової роботи

З дисципліни :

Дискретна Математика

Виконав:

Студент групи КН-113

Сташишин Р. О.

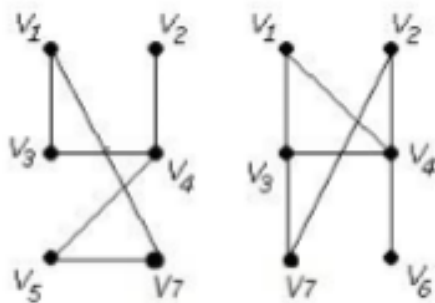
Викладач:

Мельникова.Н.І

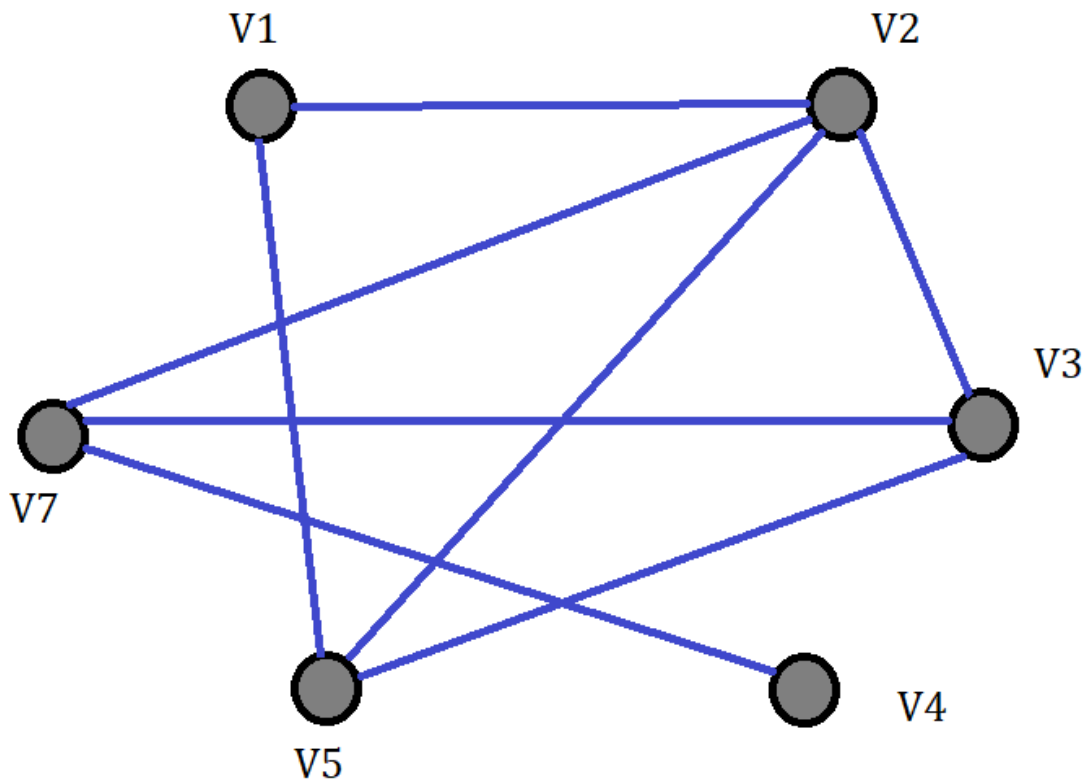
Завдання № 1

Виконати наступні операції над графами: 1) знайти доповнення до першого графу, 2) об'єднання графів, 3) кільцеву сумму G_1 та G_2 (G_1+G_2), 4) розмножити вершину у другому графі, 5) виділити підграф A - що складається з 3-х вершин в G_1 6) добуток графів.

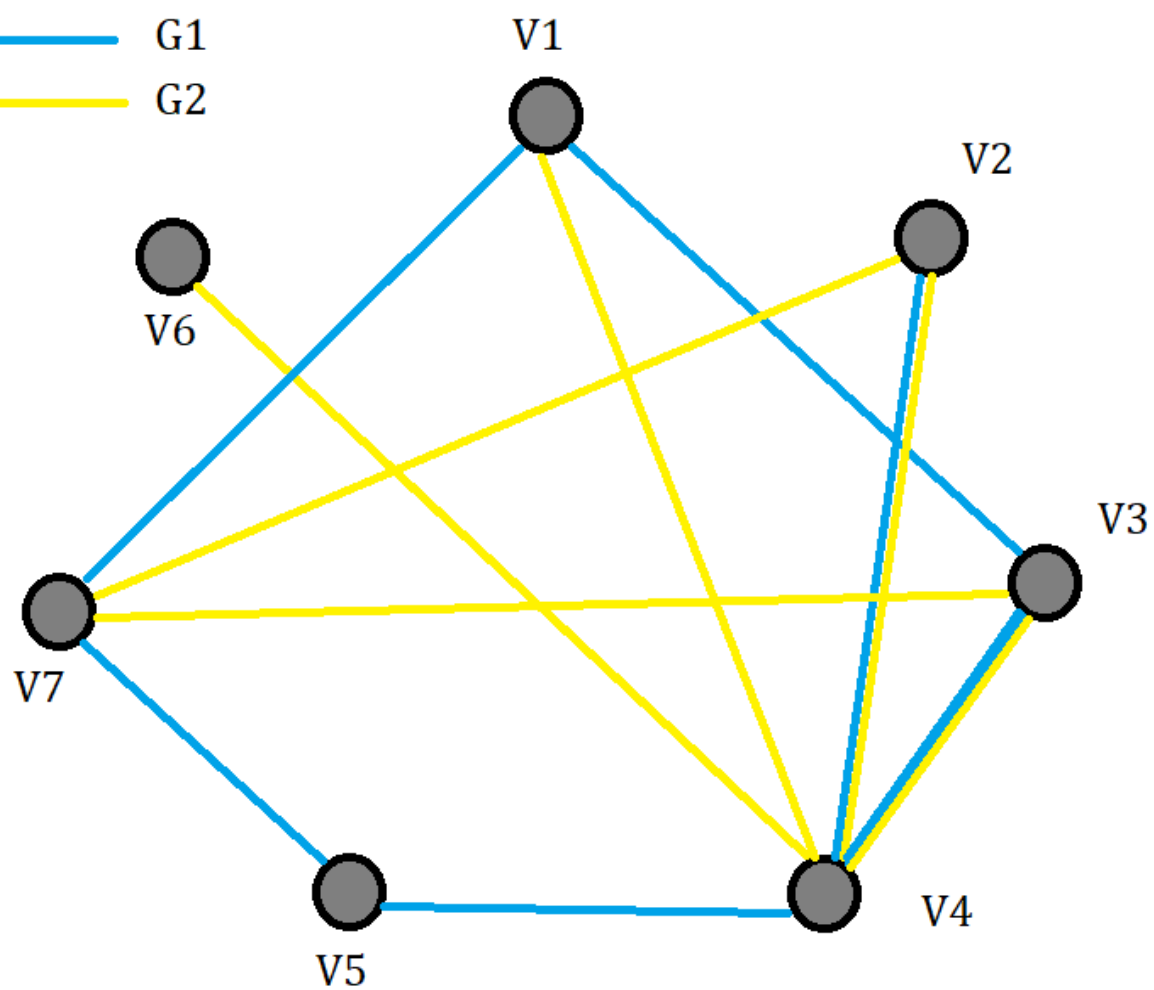
17)



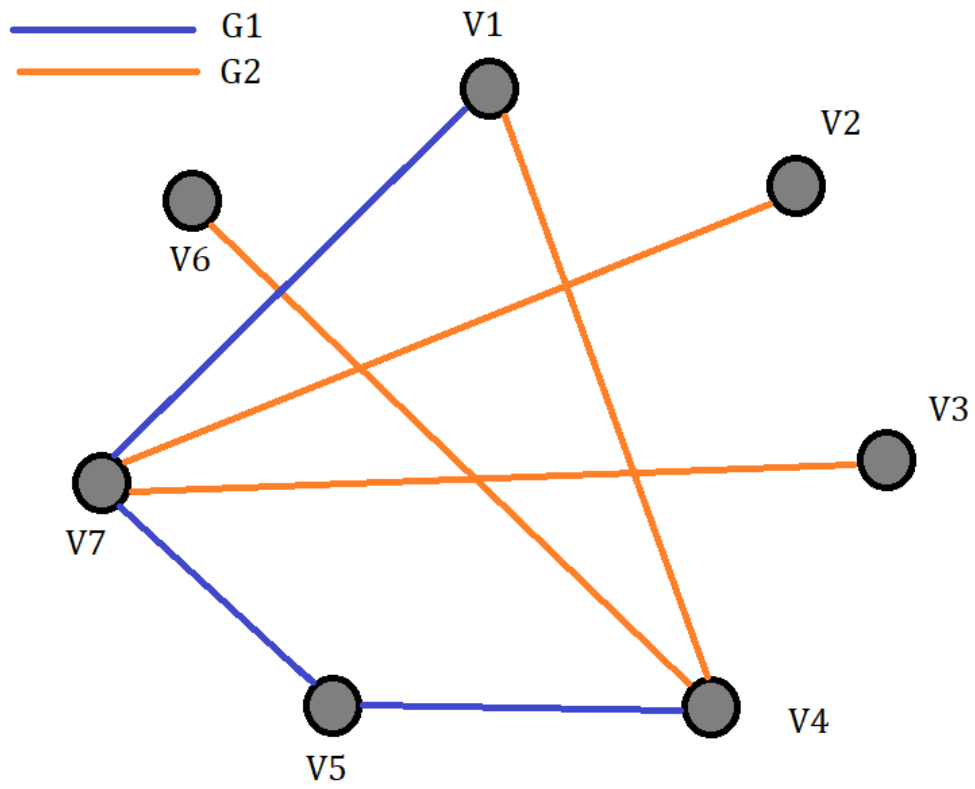
1) Доповнення до графа це створення графа який має ті ж вершини але ребра які відсутні на графі G_1



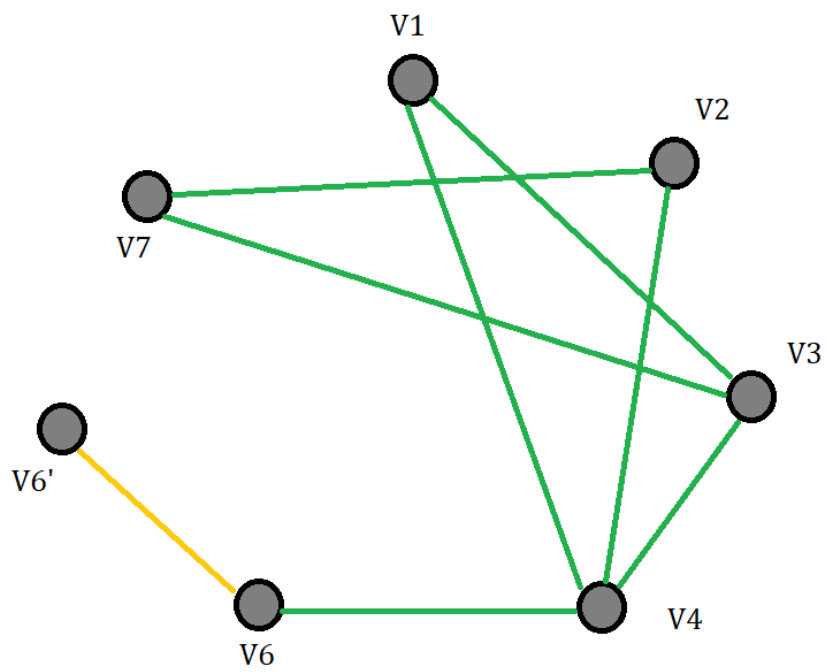
2)Об'єднання графів це всі вершини графа G1 і G2 і вершини які були в G1 і G2. І все це об'єднуємо в 1 граф



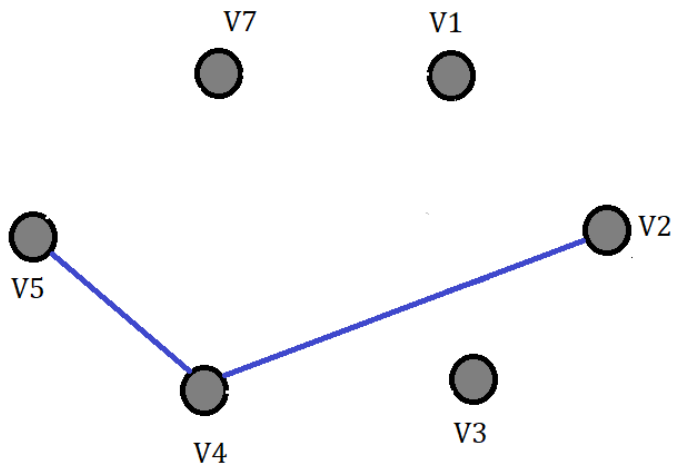
3) Кільцева Сума



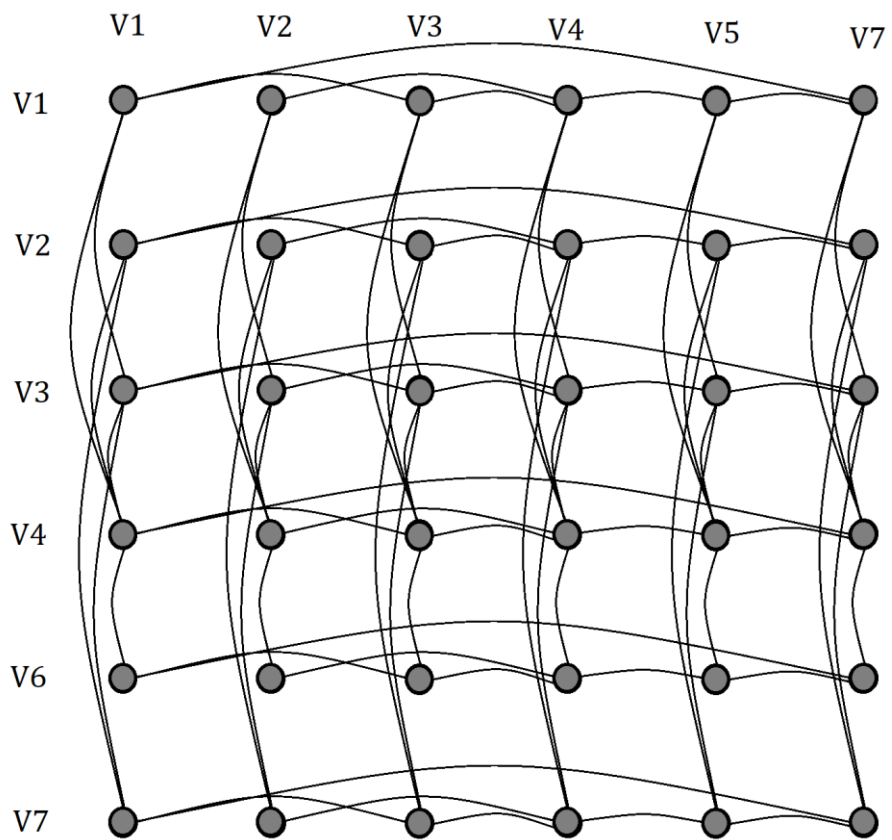
4) Розмноження вершини



5) Виділити підграф А що складається з 3-ох вершин G1

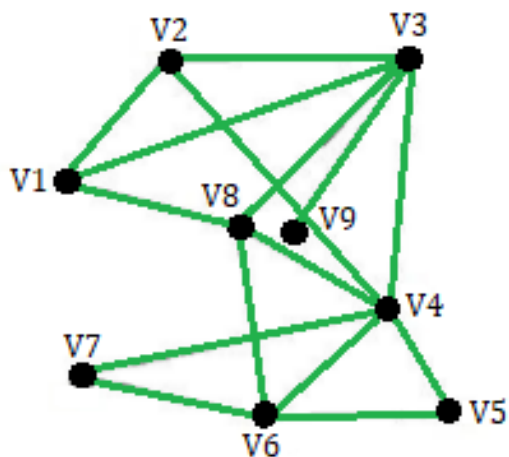


6) Добуток графів



Завдання № 2
Скласти таблицю суміжності для орграфа.

17)

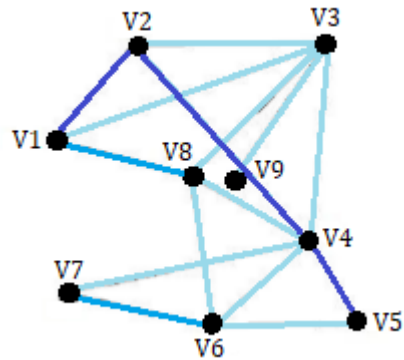


Матриця суміжності

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9
V1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
V2	1	0	1	1	0	0	0	0	0
V3	1	1	0	1	0	0	0	1	1
V4	0	1	1	0	1	1	1	1	0
V5	0	0	0	1	0	1	0	0	0
V6	0	0	0	1	1	0	1	1	0
V7	0	0	0	1	0	1	0	0	0
V8	1	0	1	1	0	1	0	0	0
V9	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Завдання № 3

Для графа з другого завдання знайти діаметр.



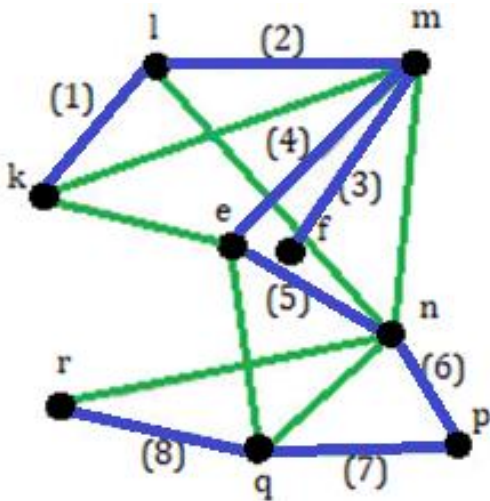
Діаметр графа з завдання №2

Діаметр графа = (5 -> 4 -> 2 -> 1)

Діаметр = 3

Завдання № 4

Для графа з другого завдання виконати обхід дерева вглиб (варіант закінчується на непарне число)

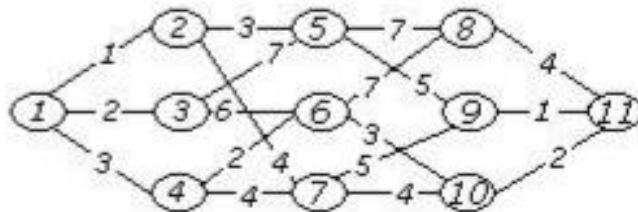


Вершина	DFS номер	Вміст стеку
k	1	k
l	2	kl
m	3	klm
f	4	klmf
_	_	klm
e	5	klme
n	6	klmen
p	7	klmenp
q	8	klmenpq
r	9	klmenpqr
_	_	klmenpq
_	_	klmenp
_	_	klmen
_	_	klme
_	_	klm
_	_	kl
_	_	k
_	_	∅

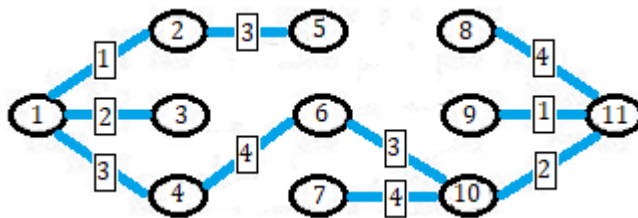
Завдання № 5

Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.

17)



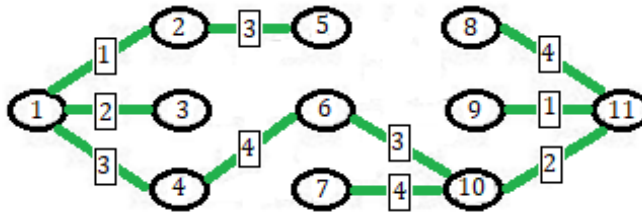
1)Краскала



$$V(G) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 9, 8, 7\}$$

$$E(G) = \{(1,2); (1,3); (1,4); (2,5); (4,6); (6,10); (10,11); (11,9); (11,8); (10,7)\}$$

2) Прима



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1)	0	1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
2)	0	1	2	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
3)	0	1	2	3	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
4)	0	1	2	3	∞	2	∞	∞	∞	∞	∞
5)	0	1	2	3	3	2	∞	∞	∞	∞	∞
6)	0	1	2	3	3	2	∞	∞	∞	3	∞
7)	0	1	2	3	3	2	∞	∞	∞	3	2
8)	0	1	2	3	3	1	4	∞	1	3	2
9)	0	1	2	3	3	1	4	∞	1	3	2
10)	0	1	2	3	3	1	4	4	1	3	2

Завдання № 6

Розв'язати задачу комівояжера для повного 8-ми вершинного графа методом «іди у найближчий», матриця вагів якого має вигляд:

17)

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	∞	6	6	6	1	3	1	3
2	6	∞	5	5	1	6	1	5
3	6	5	∞	7	7	7	7	5
4	6	5	7	∞	6	5	1	2
5	1	1	7	6	∞	6	6	6
6	3	6	7	5	6	∞	1	2
7	1	1	7	1	6	1	∞	2
8	3	5	5	2	6	2	2	∞

1. Вихідна вершина 1:

1 -> 5 -> 2 -> 7 -> 4 -> 8 -> 6 -> 3 -> 1

Довжина шляху = 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 7 + 6 = 21

2. Вихідна вершина 2:

2 -> 5 -> 1 -> 7 -> 4 -> 8 -> 6 -> 3 -> 2

Довжина шляху = 3 + 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 5 + 7 = 27

3. Вихідна вершина 3:

3 -> 4 -> 5 -> 7 -> 6 -> 8 -> 1 -> 2 -> 3

Довжина шляху = 4 + 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 5 + 7 = 28

4. Вихідна вершина 4: 4 -> 5 -> 7 -> 6 -> 8 -> 3 -> 1 -> 2 -> 4

Довжина шляху = 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 5 + 5 + 3 = 25

5. Вихідна вершина 5:

5 -> 4 -> 8 -> 6 -> 7 -> 3 -> 1 -> 2 -> 5

Довжина шляху = 1 + 1 + 3 + 2 + 4 + 5 + 5 + 3 = 24

6. Вихідна вершина 6:

6 -> 7 -> 5 -> 4 -> 8 -> 1 -> 2 -> 3 -> 6

Довжина шляху = 2 + 1 + 1 + 1 + 5 + 5 + 7 + 6 = 28

7. Вихідна вершина 7:

7 -> 5 -> 4 -> 8 -> 6 -> 2 -> 1 -> 3 -> 7

Довжина шляху = 1 + 1 + 1 + 3 + 5 + 5 + 5 + 4 = 25

8. Вихідна точка 8

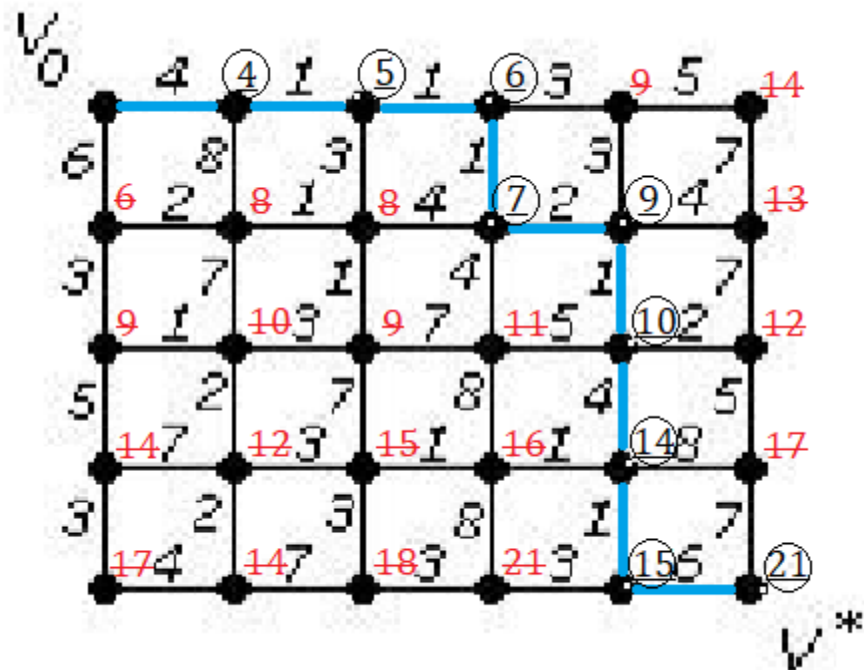
8 -> 4 -> 7 -> 1 -> 5 -> 2 -> 3 -> 6 -> 8

Довжина шляху = 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 5 + 7 + 2 = 20

Найоптимальніший варіант № 8 = 20 ...

Завдання № 7

За допомогою алгоритму Дейкстри знайти найкоротший шлях у графі між парою вершин V_0 і V^* .

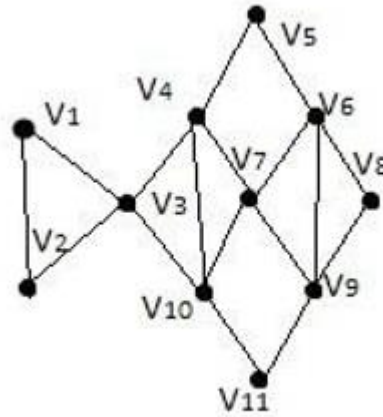


Завдання № 8

Знайти ейлеровий цикл в ейлеровому графі двома методами:

а) Флері;

б) елементарних циклів.



а) $V3 \Rightarrow V1 \Rightarrow V2 \Rightarrow V3 \Rightarrow V4 \Rightarrow V5 \Rightarrow V6 \Rightarrow V7 \Rightarrow V4 \Rightarrow V10 \Rightarrow V7 \Rightarrow V9 \Rightarrow V6 \Rightarrow V8 \Rightarrow V9 \Rightarrow V11 \Rightarrow V10$;

б) 3 - 1 - 2 - 3; 3 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5; 3 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7; 3 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 4 - 10;
3 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 4 - 10 - 7 - 9; 3 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 4 - 10 - 7 - 9 - 6 - 8;
3 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 4 - 10 - 7 - 9 - 6 - 8 - 9 - 11 - 10;

Завдання №9

Спростити формули (привести їх до скороченої ДНФ).

17. $x\bar{y} \vee \bar{x}\bar{z} \vee yz$

Напишіть алгоритм

60. Обхід графа вглиб та вшир.

61. Прима знаходження найменшого остову.

62. Краскала знаходження найменшого остову.

63. Дейкстра знаходження найкоротшого ланцюга між парою вершин.

64. «Іди в найближчий» для розв'язання задачі комівояжера.

65. Флері та елементарних циклів знаходження ейлерового ланцюга в ейлеровому графі.

1.Обхід вглиб

```
#include <iostream>

using namespace std;

const int n = 9;

int i, j;

bool* visited = new bool[n];

int graph[n][n] =
{
{0,1,0,0,0,0,1,1,1},
{1,0,1,0,0,0,0,1,0},
{0,1,0,1,0,1,0,1,0},
{0,0,1,0,1,0,1,0,0},
{0,0,0,1,0,1,0,1,0},
{0,0,1,0,1,0,0,1,0},
{1,0,0,1,0,0,0,1,0},
{1,1,1,0,1,1,1,0,0},
{1,0,0,0,0,0,0,0,0}
};

void DFS(int st)
{
    int r;

    cout << st + 1 << " ";
```

```

visited[st] = true;
for (r = 0; r <= n; r++)
    if ((graph[st][r] != 0) && (!visited[r]))
        DFS(r);
}

int main()
{
    int start;

    cout << "Matrix: " << endl;
    for (i = 0; i < n; i++)
    {
        visited[i] = false;
        for (j = 0; j < n; j++)
            cout << " " << graph[i][j];
        cout << endl;
    }

    cout << "Start edge >> "; cin >> start;

    bool* vis = new bool[n];

    cout << "Path: ";

    DFS(start - 1);

    delete[] visited;

    system("pause>>void");
}

```

Результат.

```

Matrix:
0 1 0 0 0 0 1 1 1
1 0 1 0 0 0 0 1 0
0 1 0 1 0 1 0 1 0
0 0 1 0 1 0 1 0 0
0 0 0 1 0 1 0 1 0
0 0 1 0 1 0 0 1 0
0 0 1 0 1 0 0 1 0
1 0 0 1 0 0 0 1 0
1 1 1 0 1 1 1 0 0
1 0 0 0 0 0 0 0 0
Start edge >> 3
Path: 3 2 1 7 4 5 6 8 10 9
Process returned 0 (0x0)   execution time : 21.962 s
Press any key to continue.

```

Алгоритм Прима

```
#include <iostream>
#include <iomanip>
using namespace std;

void output(int size, int** adjacencyarr)
{
    cout << " ";
    for (int i = 0; i < size; i++)
    {
        cout << setw(3) << i + 1;
    } for (int i = 0; i < size; i++)
    { cout << endl << setw(3) << i + 1;
        for (int j = 0; j < i; j++)
        { cout << setw(3) << adjacencyarr[j][i];
            cout << " -";
        } for (int j = i + 1; j < size; j++)
        { cout << setw(3) << adjacencyarr[i][j]; }
    }
}

int main()
{ int size;
    cout << "Enter amount of vertices ";
    cin >> size;
    int** adjacencyarr = new int* [size];
    bool* vertex = new bool[size];
    cout << "Enter adjacency matrix \n";
    cout << " ";
    for (int i = 0; i < size; i++)
```

```

{ cout << setw(3) << i + 1;

adjacencyarr[i] = new int[size];

vertex[i] = 0; }

vertex[0] = 1;

cout << endl; for (int i = 0; i < size; i++) { cout << setw(2) << i + 1; for (int j = 0; j < i; j++) { cout << setw(3)
<< adjacencyarr[j][i]; } cout << " -"; for (int j = i + 1; j < size; j++) { cin >> adjacencyarr[i][j]; } } cout <<
endl; int min, minI, minJ; for (int n = 0; n < size - 1; n++) { min = 100, minI = 0, minJ = 0; for (int i = 0; i <
size; i++) { for (int j = i + 1; j < size; j++) { if (adjacencyarr[i][j] < min && adjacencyarr[i][j] != 0 && vertex[i]
!= vertex[j]) {

min = adjacencyarr[i][j]; minI = i, minJ = j; } } } vertex[minI] = 1; vertex[minJ] = 1; cout << n + 1
<< ")\nected " << minI + 1 << "- " << minJ + 1 << endl; } }

```

Результат.

```

Enter amount of vertices 11
Enter adjacency matrix
  1  2  3  4  5  6  7  8  9 10 11
1  -  1  2  3  0  0  0  0  0  0  0
2  1  -  0  0  3  0  4  0  0  0  0
3  2  0  -  0  7  6  0  0  0  0  0
4  3  0  0  -  0  2  4  0  0  0  0
5  0  3  7  0  -  0  0  7  5  0  0
6  0  0  6  2  0  -  0  7  0  3  0
7  0  4  0  4  0  0  -  0  5  4  0
8  0  0  0  0  7  7  0  -  0  0  4
9  0  0  0  0  5  0  5  0  -  0  1
10 0  0  0  0  0  3  4  0  0  -  2
11 0  0  0  0  0  0  0  4  1  2  -
1)\nected 1-2
2)\nected 1-3
3)\nected 1-4
4)\nected 4-6

```

Алгоритм краскала

```
#include <stdio.h> #include <iostream> #include <stdlib.h> using namespace std;
```

```

const int q = 11; int BuildTrees(int n, int A[q][q]); void DeleteDuplicates(int n, int A[q][q]); int
InDifferTrees(int n, int A[q][q], int first, int second); void AddToTheTree(int n, int A[q][q], int first, int
second);

```

```
int main() { setlocale(LC_ALL, "Ukrainian"); int A[11][11] = { 0, 1, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 3, 0, 4, 0,
0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 7, 6, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 2, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 7, 0, 0, 0, 0, 7, 5, 0, 0, 0, 0, 6, 2, 0, 0,
0, 7, 0, 3, 0, 0, 4, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 5, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 7, 7, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 5, 0, 5, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0,
0, 3, 4, 0, 0, 0, 2,
```

```
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 1, 2, 0 };
```

```
DeleteDuplicates(11, A); for (int i = 1; i <= 7; i++){ cout << "\nВузли з вагою: " << i << ": "; for (int j = 1; j
<= 11; j++){ for (int k = 1; k <= 11; k++){ if (A[j - 1][k - 1] == i){ cout << " " << j << "-" << k;; } } } }
cout << "\n";
```

```
int B[11][11]; BuildTrees(11, B); cout << "\n\nНове дерево: "; //вага 7 - максимальна вага for (int i = 1; i
<= 7; i++){ //перший вузол for (int j = 1; j <= 11; j++){ //другий вузол for (int k = 1; k <= 11; k++){ if
(A[j - 1][k - 1] == i && InDifferTrees(11, B, j, k)){ AddToTheTree(11, B, j, k); cout << " " << j << "-" << k;
} } } } return 0; }
```

```
void DeleteDuplicates(int n, int A[q][q]) { for (int i = 0; i < n; i++) { for (int j = 0; j < n; j++) { if (j < i) {
A[i][j] = 0; } } }
```

```
int BuildTrees(int n, int A[q][q]) { for (int i = 0; i < n; i++) { for (int j = 0; j < n; j++) { A[i][j] = 0; } } for (int i
= 0; i < n; i++) { A[i][i] = i + 1; } return A[n][n]; } //Перевірте відсортовані вузли та додайте до дерева
```

```
void AddToTheTree(int n, int A[q][q], int first, int second) { int scndLine; for (int i = 0; i < n; i++) { for (int j =
0; j < n; j++) { if (A[i][j] == second) { scndLine = i; } } } for (int i = 0; i < n; i++) { for (int j = 0; j < n; j++) {
if (A[i][j] == first) {
for (int k = 0; k < n; k++) { if (A[scndLine][k]) { A[i][k] = A[scndLine][k]; A[scndLine][k] = 0; } } }
} } }
```

```
int InDifferTrees(int n, int A[q][q], int first, int second){ int temp1, temp2; //Лінія for (int i = 0; i < n; i++){
temp1 = 0; temp2 = 0; //перший елемент for (int j = 0; j < n; j++){ if (A[i][j] == first){ temp1 = 1; } }
//другий елемент for (int k = 0; k < n; k++){ if (A[i][k] == second){ temp2 = 1; } } if (temp1 &&
temp2){ return 0; } } return 1; }
```


алгоритм дейкстри

```
#define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS #include <iostream> #include <fstream> #include <locale> using
namespace std;

int main() { ifstream fin("MyFile.txt"); setlocale(LC_ALL, "Ukrainian"); int versh, rebro; fin >> versh >>
    rebro; const int SIZE = 30; int matr[SIZE][SIZE]; // матриця зв'язків int dist[SIZE]; // мінімальна
    відстань int visit[SIZE]; // чи відвідані вершни int dis, top, min; int start_index = 0;

for (int i = 0; i < versh; i++){ // Ініціалізація матриці зв'язків dist[i] = 99999; visit[i] = 0; for (int j = 0;
j < versh; j++){ matr[i][j] = 0; matr[j][i] = 0; } } for (int i = 0; i < rebro; i++) { int v1, v2, dis; fin >> v1
    >> v2 >> dis; matr[v1 - 1][v2 - 1] = dis; matr[v2 - 1][v1 - 1] = dis; } cout << "Алгоритм Дейкстра\n";

dist[0] = 0; do { top = 99999; min = 99999; for (int i = 0; i < versh; i++){ if (visit[i] == 0 && dist[i] <
    min){ min = dist[i]; top = i;
    } } if (top != 99999){ for (int i = 0; i < versh; i++){ if (matr[top][i] > 0){ dis = min + matr[top][i];
        if (dis < dist[i]){ dist[i] = dis; } } } visit[top] = 1; } } while (top < 99999);

int end = versh - 1; int waga = dist[end]; int way[30]; way[0] = versh - 1; int k = 1; while (end != 0){ for
    (int i = 0; i < versh; i++){ if (matr[end][i] > 0){ if (dist[i] == waga - matr[end][i]){ waga = dist[i];
    way[k] = i; end = i; k++; } } } } cout << "\nНайменший шлях з V0 в V29: "; for (int i = k; i > 0; i--)
    ){ if (i - 1 > 0) cout << way[i - 1] << " -> "; else cout << way[i - 1]; } cout << "\n\nДовжина відстані: "
    << dist[versh - 1] << endl;
```

Алгоритм комівояжера

```
#include <iostream> #include <stdio.h> #include <string> #include <fstream> using namespace std;
ifstream fin; string path = "MyFile1.txt";
```

```
struct mass{ int mas[9]; };
```

```
int** input() { int coun = 8; string str; str = "";
```

```
    fin.open(path); int** arr; arr = new int* [coun]; for (int i = 0; i < coun; i++) arr[i] = new
    int[coun]; for (int i = 0; i < coun; i++){ for (int j = 0; j < coun; j++) arr[i][j] = 0; } for (int i =
    0; i < coun; i++){ for (int j = i + 1; j < coun; j++){ getline(fin, str); arr[i][j] = atoi(str.c_str());
    arr[j][i] = atoi(str.c_str()); } } fin.close(); return arr; } bool compon(int* arr, int count){ int*
```

```

mas = new int[count]; for (int i = 0; i < count; i++){ mas[i] = count - i; } for (int i = 0; i < count; i++){

    if (mas[i] != arr[i]){ return true; } else{ continue; } } return false; } bool
povt(int* mas, int size){ bool k = true; for (int i = 0; i < size; i++){ for (int j = 0; j < size; j++){
if (mas[i] == mas[j] && i != j){ return false; } } } return true; } int way(int** mat,
int* arr){ int count = 0; for (int i = 0; i < 7; i++){ count += mat[arr[i] - 1][arr[i + 1] - 1]; } count
+= mat[arr[7] - 1][arr[0] - 1]; return count; } int main() { int const count = 8; int** arr; arr =
input(); int var = count - 1; bool k = true; int* mas = new int[count]; int* minmas = new int[9];
int min = 1000; int leng = 0; int m = 0; for (int i = 0; i < count; i++){ mas[i] = 1; minmas[i] = 1;
} while (compon(mas, count)){ while (mas[var] != count){ mas[var]++; if (povt(mas,
count)){ leng = way(arr, mas); for (int i = 0; i < count; i++){ cout << mas[i] << "-> ";
} cout << mas[0] << " (" << leng << ") "; cout << endl; if (leng < min){
min = leng; m = 1; } if (leng == min){ m++; } } }
while (mas[var] == count){ mas[var] = 1; var--; } mas[var]++; if (povt(mas,
count)){

    for (int i = 0; i < count; i++){ cout << mas[i] << "-> "; } cout << mas[0] << " (" <<
leng << ") "; cout << endl; leng = way(arr, mas); if (leng < min){ min = leng;
m = 1; } if (leng == min){ m++; } } var = count - 1; } for (int i = 0; i <
count; i++){ mas[i] = 1; minmas[i] = 1; } mass* rez = new mass[m]; int iter = 0; while
(compon(mas, count)){ while (mas[var] != count){ mas[var]++; if (povt(mas, count)){
leng = way(arr, mas); if (leng == min){ for (int i = 0; i < count; i++){
rez[iter].mas[i] = mas[i]; } rez[iter].mas[count] = mas[0]; iter++; } } }
while (mas[var] == count){ mas[var] = 1; var--; } mas[var]++; if
(povt(mas, count)){ leng = way(arr, mas); if (leng == min){ for (int i = 0; i < count;
i++){ rez[iter].mas[i] = mas[i]; } rez[iter].mas[count] = mas[0]; iter++;
} } } var = count - 1; } cout << "Ways: " << endl; for (int i = 0; i < iter - 1; i++){ for (int j = 0;
j <= count; j++){ if (j != 0){ cout << "-> "; } cout << rez[i].mas[j] << " ";
} cout << endl; } cout << "Minimal leng = " << min; return 0; }

```

Алгоритм флейри

```

#include<iostream> #include<vector> #define NODE 132 using namespace std; int graph[NODE][NODE] = {
    {0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0}, {0,0,1,0,0,1,1,1,0,0,0,0}, {0,1,0,1,1,0,1,0,0,0,0,0},
    {0,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0}, {0,0,1,0,0,1,0,0,0,0,1,1}, {0,1,0,1,1,0,0,0,0,1,1,1},
    {1,1,1,0,0,0,0,1,1,0,1,0}, {1,1,0,0,0,0,1,0,0,1,0,0}, {0,0,0,0,0,0,1,0,0,1,0,0},
    {0,0,0,0,0,1,0,1,1,0,1,0}, {0,0,0,0,1,1,1,0,0,1,0,0}, {0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0,0}, }; int
tempGraph[NODE][NODE]; int findStartVert(){ for(int i = 1; i<NODE; i++){ int deg = 0; for(int j =
0; j<NODE; j++){ if(tempGraph[i][j]) deg++; } if(deg % 2 != 0) return i; }
return 0; } bool isBridge(int u, int v){ int deg = 0; for(int i = 0; i<NODE; i++) if(tempGraph[v][i])
deg++; if(deg>1){ return false; }

return true; } int edgeCount(){ int count = 0; for(int i = 0; i<NODE; i++) for(int j = i; j<NODE; j++)
if(tempGraph[i][j]) count++; return count; } void fleuryAlgorithm(int start){ static int edge =
edgeCount(); for(int v = 0; v<NODE; v++){ if(tempGraph[start][v]){ //when (u,v) edge is presnt and
not forming bridge if(edge <= 1 || !isBridge(start, v)){ cout << start+1 << "--" << v+1 << " ";
tempGraph[start][v] = tempGraph[v][start] = 0; edge--; fleuryAlgorithm(v); }

```

```
} } } int main(){   for(int i = 0; i<NODE; i++)       for(int j = 0; j<NODE; j++)           tempGraph[i][j] =  
graph[i][j];   cout << "Euler Path Or Circuit: ";   fleuryAlgorithm(findStartVert()); }
```