

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Кафедра СМЗ

«Динамика и управление полётом ракет и космических аппаратов»

Курсовая работа

за 7 семестр

по курсу

«Основы баллистики летательных аппаратов»

«Определение параметров программы управления средством
выведения при доставке полезного груза на орбиту искусственного
спутника Луны с её поверхности»

Москва 2025

Содержание

Постановка задачи	3
Решение краевых задач. Метод секущих	7
Методы поиска минимума функций множества переменных	10
Исходные данные	13
Порядок выполнения курсовой работы.....	13
Приложение.....	16

Цель работы: Освоение методов определения параметров программы управления средством выведения (СВ) при выведении полезного груза (ПГ) на целевую орбиту на примере решения задачи параметрической оптимизации программы управления вектором тяги двигательной установки (ДУ) при доставке ПГ с поверхности Луны на орбиту её искусственного спутника. Изучение влияния параметров программы управления вектором тяги на траекторию движения СВ.

Для достижения цели необходимо:

- разработать программно-математическое обеспечение, позволяющее определять программу управления вектором тяги ДУ СВ при компланарном выведении ПГ на орбиту искусственного спутника Луны (ИСЛ) с её поверхности, минимизирующую затраты компонентов топлива ДУ СВ;
- провести анализ влияния параметров программы управления вектором тяги ДУ на траекторию выведения ПГ и затраты компонентов топлива ДУ СВ.

Постановка задачи

Моделируется компланарное выведение ПГ с поверхности Луны на орбиту ИСЛ с заданными параметрами. Рассматривается схема выведения, содержащая пассивный участок. ДУ работает с момента старта t_0 до некоторого момента времени t_1 , после которого следует пассивный полёт средства выведения продолжительностью $\Delta t_{\text{пут}}$. В момент времени $t_2 = t_1 + \Delta t_{\text{пут}}$ производится повторный запуск ДУ, которая работает далее вплоть до достижения граничных условий – до выхода на целевую орбиту. Закон управления ориентацией вектора тяги ДУ задан, определения требуют его параметры, а также параметры циклограммы работы ДУ: t_1 , $\Delta t_{\text{пут}}$.

Выведение КА на орбиту ИСЛ рассматривается в стартовой системе координат с учетом следующих допущений:

- атмосфера на Луне отсутствует (аэродинамические возмущения не учитываются);
- гравитационное поле Луны – центральное;
- вращение Луны не учитывается;
- возмущения от действия гравитационных полей Земли и других планет не учитываются;
- Луна – сфера радиуса $R_M = 1738$ км;
- старт СВ осуществляется вертикально;
- система управления СВ считается идеальной, затраты массы компонентов топлива на программные развороты не учитываются;
- СВ рассматривается как материальная точка переменной массы.

Уравнения движения СВ в стартовой системе координат (Oxy) имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = \frac{P}{m} \cos \vartheta + g_x, \\ \frac{dV_y}{dt} = \frac{P}{m} \sin \vartheta + g_y, \\ \frac{dx}{dt} = V_x, \\ \frac{dy}{dt} = V_y, \\ \frac{dm}{dt} = -\beta, \end{cases} \quad (1)$$

где m – масса СВ, кг;

β – секундный расход топлива, кг/с;

ϑ – угол тангажа, рад;

$P = W_{ucm} \beta$ – тяга ДУ, Н;

W_{ucm} – эффективная скорость истечения топлива, м/с;

$$g_x = -\frac{\mu_M x}{[x^2 + (R_M + y)^2]^{3/2}},$$

$g_y = -\frac{\mu_M (R_M + y)}{[x^2 + (R_M + y)^2]^{3/2}}$ – проекции ускорения от гравитационного поля Луны на соответствующие оси стартовой системы координат, м/с²;

$R_M = 1738$ км – радиус Луны;

$\mu_M = 4,903 \cdot 10^3$ км³/с² – гравитационная постоянная Луны.

Ориентация вектора тяги ДУ в случае компланарного выведения определяется углом тангажа.

Закон изменения угла тангажа на активных участках траектории при условии осуществления вертикального старта СВ имеет вид (2).

$$\vartheta = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, & t \leq t_B; \\ \frac{\pi}{2} + \dot{\vartheta}_1 \cdot (t - t_B), & t_B < t \leq t_1; \\ \vartheta_2, & t_2 \leq t \leq t_k, \end{cases} \quad (2)$$

где t_ε – продолжительность вертикального участка, с;

t_1 – время начала пассивного участка траектории (выключения ДУ), с;

$t_2 = t_1 + \Delta t_{ПУТ}$ – время начала второго активного участка траектории (повторного включения ДУ), с;

t_κ – время достижения целевой орбиты, с;

$\dot{\vartheta}_1 = \frac{d\vartheta_1}{dt} = const$ – угловая скорость изменения угла тангажа на первом активном участке траектории, рад/с;

$\vartheta_2 = const$ – угол тангажа на втором активном участке траектории, рад.

Начальные условия на левом конце траектории (при $t = t_0$):

$$x(t_0) = 0, y(t_0) = 0, V_x(t_0) = 0, V_y(t_0) = 0, m(t_0) = m_0. \quad (3)$$

Целевая орбита ИСЛ задается *граничными условиями* (4) на правом конце траектории выведения (при $t = t_\kappa$).

$$|\bar{r}(t_\kappa)| \equiv R_{ИСЛ} = R_M + h_{ИСЛ}, |\bar{V}(t_\kappa)| \equiv V_{ИСЛ} = \sqrt{\frac{\mu_M}{R_{ИСЛ}}}, (\bar{r}, \bar{V})(t_\kappa) = 0 \Leftrightarrow \theta(t_\kappa) = 0, \quad (4)$$

где $r = \sqrt{x^2 + (y + R_M)^2}$ – радиус-вектор, проведенный из центра Луны;

$h_{ИСЛ}$ – высота круговой орбиты ИСЛ;

$$\theta = \arcsin \left(\frac{(\bar{r}, \bar{V})}{|\bar{r}| \cdot |\bar{V}|} \right) \text{ – угол наклона траектории к местному горизонту.}$$

Продолжительность вертикального участка t_κ считается заданной. Параметры закона управления вектором тяги $\dot{\vartheta}_1, \vartheta_2, t_1, \Delta t_{\text{пут}}$, а также продолжительность полёта t_κ подлежат определению. Поскольку количество граничных условий на правом конце (4) меньше, чем количество параметров, подлежащих определению, то поставленная задача может иметь множество решений, среди которых требуется определить наилучшее по заданному критерию. Таким образом, можно сформулировать следующую *задачу параметрической оптимизации*:

Необходимо определить такие параметры закона управления ориентацией вектора тяги на активных участках и параметры циклограммы работы ДУ $\dot{\vartheta}_1, \vartheta_2, t_1, \Delta t_{\text{пут}}$, а также продолжительность полёта t_κ , чтобы, при заданных начальных условиях движения (3), на правом конце траектории выведения было обеспечено выполнение условий (4) при минимальном возможном расходе компонентов топлива ДУ СВ. Т.е. выбор наилучшего решения производится исходя из критерия качества (5).

$$\Delta m_T = (m(t_0) - m(t_\kappa)) \rightarrow \min. \quad (5)$$

Рабочий запас компонентов топлива ДУ СВ может варьироваться в некотором диапазоне, что, при учёте заданной начальной массы СВ на поверхности Луны, означает возможность увеличения массы доставляемого на орбиту ИСЛ полезного груза за счёт сокращения массы заправки

компонентами топлива, потребными на осуществление выведения. Предельная возможная масса рабочего запаса топлива задана ($\Delta m_{T_{\max}}$).

Так как поставленная задача требует выполнения некоторого набора граничных условий на правом конце траектории, ее можно отнести к классу задач условной оптимизации. Однако, в рамках курсовой работы производится декомпозиция поставленной задачи: она сводится к задаче *безусловной оптимизации*, включающей в себя в качестве составной части *краевую задачу*.

При постановке *краевой задачи* количество граничных условий на правом конце траектории, как известно, должно соответствовать количеству искомых параметров управления. Так как время выведения t_k не задано, одно из условий (4) может быть выбрано для его определения – в качестве параметра останова численного интегрирования траектории движения. Таким образом, необходимо сформулировать краевую задачу размерности $m = 2$, где в качестве граничных условий выступают два оставшихся условия из (4). Для этого среди неизвестных параметров закона управления ($\dot{\vartheta}_1, \vartheta_2, t_1, \Delta t_{\text{пут}}$) необходимо задать два параметра, которые будут обеспечивать выполнение этих краевых условий. Два оставшихся «свободных» параметра выбираются таким образом, чтобы обеспечить выполнение критерия (5).

Важно отметить, что выбор параметра останова численного интегрирования и «свободных» параметров управления для задачи параметрической оптимизации требует предварительного анализа задачи и может повлиять на успешность и простоту её решения.

Интегрирование системы дифференциальных уравнений движения при решении задачи произвести методом Рунге-Кутта 4-го порядка с шагом Δt . Предусмотреть смену шага интегрирования для корректной обработки точек циклограммы не кратных по времени основному шагу интегрирования Δt : t_1, t_2, t_k . Для решения краевой задачи применить метод секущих или модификацию метода Ньютона с использованием формул численного дифференцирования. Выбор метода параметрической оптимизации не детерминирован, осуществляется студентом самостоятельно. Отчёт по курсовой работе должен содержать краткое описание метода оптимизации, применённого студентом.

Решение краевых задач. Метод секущих

Поставленную краевую задачу можно свести к решению системы нелинейных уравнений вида:

$$\Delta \bar{F}(\bar{U}) = 0, \quad (6)$$

где $\bar{U} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]^T$ – вектор-столбец искомых параметров краевой задачи;

$$\Delta \bar{F}(\bar{U}) = [\Delta f_1 \ \Delta f_2 \ \dots \ \Delta f_m]^T$$
 – вектор-столбец невязок граничных условий.

Рассмотрим один из наиболее известных градиентных методов решения нелинейных уравнений и их систем – метод Ньютона (метод касательных) и его модификацию – метод секущих.

1. Метод Ньютона (метод касательных) для итерационного решения нелинейного уравнения

Предположим, что требуется определить корень нелинейного уравнения:

$$f(u) = 0. \quad (7)$$

Пусть на некотором отрезке $[a,b]$ существует единственный корень уравнения (7) $u = u^*$, а также непрерывная, отличная от нуля производная $f'(u)$.

Пусть $u^0 \in [a,b]$ – начальное приближение к корню u^* . Построим в точке с координатами $(u^0, f(u^0))$ касательную к графику функции $f(u)$. За следующее приближение u^1 к корню уравнения (7) примем точку пересечения данной касательной с осью абсцисс (рисунок 1). Аналогично получается приближение u^2 – как точка пересечения оси абсцисс с касательной, проведенной к точке графика с координатами $(u^1, f(u^1))$. Продолжая этот процесс, получим последовательность $u^0, u^1, u^2, \dots, u^i, \dots, u^n$ приближений к u^* . Данная последовательность будет сходиться к корню u^* , в случае принадлежности начального приближения u^0 области сходимости.

Исходя из уравнения касательной, можно записать:

$$f(u^i) + f'(u^i) \cdot (u^{i+1} - u^i) = 0.$$

Выражая из данной формулы значение u^{i+1} , получаем итерационную формулу метода Ньютона:

$$u^{i+1} = u^i - \frac{f(u^i)}{f'(u^i)}. \quad (8)$$

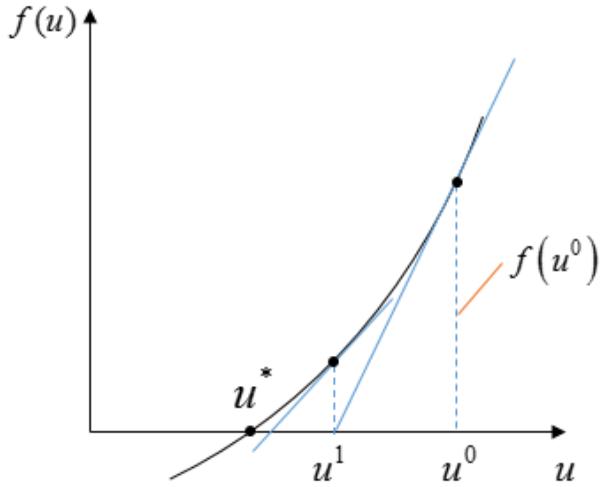


Рисунок 1 – Геометрическая интерпретация итерационного метода Ньютона

2. Модификация метода Ньютона – метод секущих для итерационного решения нелинейного уравнения

Метод секущих предполагает численную аппроксимацию производной $f'(u^i)$ разделенной разностью. Соответствующая замена в формуле (8) приводит к следующей итерационной формуле:

$$u^{i+1} = u^i - \frac{u^{i-1} - u^i}{f(u^{i-1}) - f(u^i)} f(u^i). \quad (9)$$

Необходимо отметить, что данный метод является двухшаговым, т.к. для нахождения $(i+1)$ -го приближения требуется знание значений функции $f(u)$ в двух предыдущих точках: u^i, u^{i-1} .

3. Метод секущих для итерационного решения системы нелинейных уравнений

Пусть необходимо решить систему нелинейных уравнений, содержащую m неизвестных, вида:

$$\begin{cases} f_1(u_1, u_2, \dots, u_m) = 0, \\ f_2(u_1, u_2, \dots, u_m) = 0, \\ \dots \\ f_m(u_1, u_2, \dots, u_m) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

В отличие от случая решения систем алгебраических линейных уравнений, использование прямых методов решения для систем нелинейных уравнений невозможно. В общем случае весьма сложно выяснить, имеет ли система (10) решения и сколько их.

Обозначим решение системы (10) $\bar{U}^* = [u_1^* \ u_2^* \ \dots \ u_m^*]^T$. Для его поиска необходимо применение итерационного метода, позволяющего на некоторой n -й итерации определить решение системы в заданной точностью ε : $\|\bar{U}^n - \bar{U}^*\| < \varepsilon$.

Аналогично рассуждениям в п.1, предположим, что, исходя из начального приближения \bar{U}^0 к решению \bar{U}^* , построены приближения $\bar{U}^0, \bar{U}^1, \bar{U}^2, \dots, \bar{U}^i, \dots, \bar{U}^n$. Каждую из функций в системе (10) можно заменить на линейный член её разложения в ряд Тейлора в точке \bar{U}^i :

$$f_j(\bar{U}) \approx f_j(\bar{U}^i) + \sum_{q=1}^m \frac{\partial f_j}{\partial u_q}(\bar{U}^i)(u_q - u_q^i), \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

В результате система (10) на каждой итерации i преобразуется к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которая запишется в матричном виде как:

$$\bar{F}(\bar{U}^i) + J(\bar{U}^i) \cdot (\bar{U} - \bar{U}^i) = 0, \quad (11)$$

$$\text{где } J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_m}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial u_m} \end{bmatrix} \text{ - матрица Якоби.}$$

Предположим, что матрица Якоби невырожденная, т.е. существует матрица J^{-1} . Тогда система (11) имеет единственное решение, которое принимается за очередное приближение \bar{U}^{i+1} к \bar{U}^* . Аналогично (9), получаем расчетную итерационную формулу:

$$\bar{U}^{i+1} = \bar{U}^i + J^{-1}(\bar{U}^i)(-\bar{F}(\bar{U}^i)). \quad (12)$$

Если производные в матрице Якоби заменить конечно-разностными отношениями, аналогично рассмотренным п.2, то придем к обобщению метода секущих для систем нелинейных уравнений.

Вместо (11) часто решают эквивалентную СЛАУ относительно поправки к вектору искомых параметров $\Delta \bar{U}^i$:

$$J(\bar{U}^i) \Delta \bar{U}^i = -\bar{F}(\bar{U}^i),$$

а затем полагают:

$$\bar{U}^{i+1} = \bar{U}^i + \Delta \bar{U}^i.$$

Методы поиска минимума функций множества переменных

Пусть требуется найти минимум некоторой функции $g(\bar{X})$, где $\bar{X} = [x_1 \dots x_k]^T$ – вектор оптимизируемых параметров.

Обозначим решение задачи $\bar{X}^* = [x_1^* \ x_2^* \ \dots \ x_k^*]^T$, а искомый минимум функции – $g_{min} = g(\bar{X}^*)$. Для его поиска необходимо применение итерационной процедуры, позволяющей на некоторой n -й итерации определить аргументы функции, отвечающие её минимуму, с заданной точностью ε_{extr} : $|\nabla g(\bar{X}^n)| < \varepsilon_{extr}$, где $\nabla g(\bar{X}^n) = \left[\frac{\partial g(\bar{X}^n)}{\partial x_1} \ \frac{\partial g(\bar{X}^n)}{\partial x_2} \ \dots \ \frac{\partial g(\bar{X}^n)}{\partial x_k} \right]^T$ – вектор градиента функции в точке \bar{X}^n .

Для дальнейшего математического описания методов поиска минимума функции $g(\bar{X})$ введём следующие обозначения:

$$H = \nabla^2 g(\bar{X}^n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 g(\bar{X}^n)}{\partial x_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 g(\bar{X}^n)}{\partial x_1 \partial x_k} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 g(\bar{X}^n)}{\partial x_k \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 g(\bar{X}^n)}{\partial x_k^2} \end{bmatrix} \quad - \text{матрица Гессе (матрица вторых частных производных) для функции } g(\bar{X});$$

α – числовой коэффициент.

1. Метод градиентного спуска и его модификации

Группа методов градиентного спуска основана на итерационном изменении аргумента функции \bar{X} в направлении наискорейшего убывания функции – противоположном её градиенту в соответствующей точке. Простейшая итерационная формула имеет вид (13).

$$\bar{X}^{i+1} = \bar{X}^i - \nabla g(\bar{X}^i). \quad (13)$$

Применение формулы (13) не гарантирует выполнения условия $g(\bar{X}^{i+1}) < g(\bar{X}^i)$. Для обеспечения убывания функции $g(\bar{X})$ на каждой последующей итерации метода вводится числовой коэффициент перед градиентом α , называемый длинной шага. Итерационная формула имеет вид (14).

$$\bar{X}^{i+1} = \bar{X}^i - \alpha_i \nabla g(\bar{X}^i). \quad (14)$$

Подход к выбору длины шага α_i определяет модификацию метода Ньютона. Так, например, шаг может быть постоянным ($\alpha_i = \alpha = const$) или же выбираться из условия (15), т.е. посредством решения внутренней одномерной задачи оптимизации. В последнем случае модификация метода носит название наискорейшего спуска.

$$\alpha_i = \arg \min_{\alpha} \left(g(\bar{X}^i - \alpha \nabla g(\bar{X}^i)) \right). \quad (15)$$

Рассматриваемая в курсовой работе задача требует численной аппроксимации элементов вектора градиента $\nabla g(\bar{X}^i)$ с помощью разделённых разностей.

2. Метод Ньютона (для поиска минимума функции) и его модификации

Метод Ньютона для поиска минимума функции основан на квадратичной аппроксимации $g(\bar{X})$ в окрестности точки \bar{X}^i . Соответствующую итерационную формулу можно получить, если заменить в методе касательных поиск «нуля» функции поиском «нуля» её первой производной. Так, для функции одной переменной $g(x)$ по аналогии с формулой (8) получим:

$$x^{i+1} = x^i - \frac{g'(x^i)}{g''(x^i)}. \quad (16)$$

Для функции нескольких переменных $g(\bar{X}^i)$ формулу (16) можно обобщить следующим образом:

$$\bar{X}^{i+1} = \bar{X}^i - (\nabla^2 g(\bar{X}^i))^{-1} \nabla g(\bar{X}^i). \quad (17)$$

Также как и метод градиентного спуска, метод Ньютона имеет различные модификации, использующие понятие шага спуска и отличающиеся алгоритмами определения его величины. Общая итерационная формула подобных модификаций имеет вид (18).

$$\bar{X}^{i+1} = \bar{X}^i - \alpha_i (\nabla^2 g(\bar{X}^i))^{-1} \nabla g(\bar{X}^i). \quad (18)$$

Рассматриваемая в курсовой работе задача требует численной аппроксимации элементов матрицы Гессе $H = \nabla^2 g(\bar{X}^i)$ с помощью разделённых разностей.

3. Комбинация метода спуска и метода Ньютона

Методы группы градиентного спуска демонстрируют надёжность, но могут потребовать большого количества итераций. Ньютоновские методы демонстрируют высокую скорость сходимости при хорошем начальном приближении, но также могут являться неустойчивыми при удалённости начального приближения от искомого экстремума или расходиться в случае отсутствия положительной определённости матрицы Гессе. Комбинирование рассмотренных в п. 1 и п. 2 методов позволяет объединить их достоинства, во многом нивелировав недостатки.

В данном пункте описан один из вариантов построения комбинированного итерационного алгоритма, заимствующий идею, реализованную в алгоритме Левенберга-Марквардта, разработанного для решения нелинейной задачи наименьших квадратов. В англоязычной

литературе данный алгоритм известен под названием «демпфированный (ограниченный) метод Ньютона» («damped Newton method»).

Введём обозначения:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ — единичная матрица порядка } k;$$

$C_1, C_2 = const$ — числовые коэффициенты, подчиняющиеся условиям: $C_1 \in [0, 1]$, $C_2 > 1$.

Итерационная формула алгоритма имеет вид (19).

$$\bar{X}^{i+1} = \bar{X}^i - (H_i + \alpha_i I)^{-1} \nabla g(\bar{X}^i). \quad (19)$$

Итерационный алгоритм требует задания некоего начального приближения \bar{X}_0 , а также начального значения коэффициента α_0 , и на i -й итерации состоит в следующем:

1. Производится расчёт значения минимизируемой функции $g(\bar{X}^i)$ и ее градиента $\nabla g(\bar{X}^i)$. Если $|\nabla g(\bar{X}^i)| < \varepsilon_{extr}$, то принимается, что $\bar{X}^* = \bar{X}^i$, $g_{min} = g(\bar{X}^i)$. В противном случае осуществляется переход к п.2 алгоритма.
2. Рассчитываются элементы матрицы Гессе функции g в точке \bar{X}^i : $H_i = H(g(\bar{X}^i))$.
3. Определяется следующее приближение к решению по формуле (19).
4. Рассчитывается значение функции в точке $g(\bar{X}^{i+1})$. Если $g(\bar{X}^{i+1}) < g(\bar{X}^i)$, то назначается $\alpha_{i+1} = C_1 \alpha_i$ и производится переход к п.1 алгоритма. В противном случае принимается $\alpha_i = C_2 \alpha_i$ и повторно выполняется п.3.

Начальное значение α_0 рекомендуется задать сравнительно большим, например порядка 10^2 .

Между коэффициентами C_1, C_2 возможно установить соотношение: $C_2 = \frac{1}{C_1}$.

Исходные данные

P_j	=	_____ Н	тяга СВ ($j = 1, 2$);
W_{ucm}	=	_____ м/с	эффективная скорость истечения топлива;
m_0	=	3000 кг	начальная масса СВ;
$\Delta m_{T_{max}}$	=	1525 кг	предельная масса рабочего запаса топлива ДУ СВ;
$m_{конст}$	=	615 кг	масса конструкции СВ;
t_e	=	14 с	продолжительность вертикального участка выведения;
Δt	=	0,1 с	шаг интегрирования.

Для каждого из вариантов значения тяги ДУ СВ $P_j, j = 1, 2$ заданы два значения высоты круговой целевой орбиты ИСЛ $h_{исл,j\ 1}, h_{исл,j\ 2}$.

Исходные данные приведены в приложении.

Порядок выполнения курсовой работы

1. Ознакомиться с математической моделью движения, методикой решения краевых задач и обзором методов решения задач оптимизации. Выбрать один из методов решения задачи оптимизации.
2. Разработать программно-математическое обеспечение (ПМО), реализующее интегрирование математической модели движения СВ, итерационный метод решения системы нелинейных уравнений краевой задачи, метод решения задачи параметрической оптимизации.
3. Провести решение задачи параметрической оптимизации с помощью разработанного ПМО: определить параметры закона управления вектором тяги ДУ, отвечающие программам выведения на заданные целевые орбиты ИСЛ (согласно варианту задания) и обеспечивающие минимальный расход компонентов топлива, для двух вариантов характеристик ДУ СВ. Решение должно быть получено с **точностью не хуже**: $|\bar{r}(t_e) - R_{исл}| < 10^{-3}$ м, $|\bar{V}(t_e) - V_{исл}| < 10^{-4}$ м/с, $|\theta(t_e)| < 10^{-5}$ град., $\varepsilon_{extr} < 10^{-2}$. Точность для выбранного параметра останова численного интегрирования должна быть повышена относительно соответствующей указанной в данном пункте.
В случае, если при решении задачи для заданных исходных данных не соблюдается условие $\Delta m_T \leq \Delta m_{T_{max}}$, необходимо определить предельную достижимую высоту круговой целевой орбиты, для которой выполняется $\Delta m_T = \Delta m_{T_{max}}$.
4. Проанализировать параметры полученных траекторий выведения ПГ на орбиты ИСЛ. Провести анализ влияния параметров закона управления вектором тяги ДУ на траекторию выведения ПГ и затраты компонентов топлива ДУ СВ.

5. Произвести с помощью разработанного ПМО численный расчет следующих производных:

$$\frac{\partial m_{\text{ПГ}}}{\partial m_{\text{конст}}}, \frac{\partial m_{\text{ПГ}}}{\partial w_{\text{уст}}},$$

где $m_{\text{ПГ}} = m(t_k) - m_{\text{конст}}$ – масса полезного груза.

При проведении расчётов учесть, что увеличение $m_{\text{конст}}$ приводит к увеличению начальной массы СВ m_0 . Произвести расчёт производных для высоты $h_{\text{исл2}}$ (см. приложение) и двух вариантов характеристик ДУ СВ.

6. Оформить отчет, который должен содержать:

- постановку задачи;
- описание разработанного ПМО и подхода к решению задачи:
 - указание граничного условия, выбранного в качестве параметра останова задачи, и принятой точности его достижения;
 - указание параметров управления, определяемых при решении краевой задачи, и «свободных» параметров управления;
 - указание метода решения СЛАУ, описание используемых методик расчета элементов матриц Якоби и (если она использовалась) Гессе: какие разделённые разности использовались, какие опорные точки выбирались для расчёта вторых производных;
- листинг программно-математического обеспечения – в приложении к курсовой работе;
- результаты решения параметрических задач оптимизации для двух рассматриваемых вариантов характеристик ДУ СВ;
- результаты расчета производных, полученных по итогам выполнения п. 5 задания;
- графики изменения затрат компонентов топлива ДУ СВ для выведения КА на заданную орбиту в зависимости от «свободных» параметров управления;
- результаты интегрирования полученных траекторий выведения в виде таблицы 1 и графиков функций $\theta(t)$, $\theta_c(t)$, $\vartheta(t)$, $\alpha(t)$, $V(t)$, $h(t)$, а также траектории движения в стартовой системе координат $y(x)$, где θ_c – угол наклона траектории к стартовому горизонту, α – угол атаки, φ – угловая дальность в системе координат, связанной с центром Луны;
- параметры полученных промежуточных орбит (формируемых по завершении первого активного участка траектории);
- выводы.

Таблица 1 – Результаты расчета траектории выведения на круговую орбиту ИСЛ с высотой $h = \dots$ км (при $P = \dots$ Н)

Приложение

Варианты исходных данных для курсовой работы 7 семестра 2025 г.

Таблица П.1

Группа СМЗ-71									
№ п/п	ФИО	W_{ucm} , м/с	P_1 , кН	P_2 , кН	числ 11, км	числ 12, км	числ 21, км	числ 22, км	№ вар
1	Аношкина Е.А.	3370	10,05	8,65	172	290	172	220	1
2	Будаков В.И.	3450	10,14	8,12	149	300	149	210	2
3	Ермолина А.А.	3505	9,54	8,13	150	271	150	198	3
4	Иванов А.С.	3491	9,85	8,52	153	283	153	187	4
5	Козырь Н.А.	3510	10,30	8,70	165	310	165	240	5
6	Кошелев М.А.	3480	10,20	8,50	160	315	160	199	6
7	Кучер А.С.	3360	10,29	8,15	152	319	152	205	7
8	Лаптова А.А.	3470	9,50	8,45	155	294	155	195	8
9	Мустафин А.Т.	3410	10,28	8,95	180	280	180	150	9
10	Пискунова А.А.	3425	10,15	8,45	152	289	152	190	10
11	Рассадин Д.М.	3365	10,32	8,67	190	314	190	235	11
12	Сороквашин А.В.	3410	9,71	8,18	151	303	151	204	12
13	Стратулат А.С.	3420	10,07	8,20	162	277	162	199	13
14	Тронина А.А.	3510	10,27	8,30	177	311	177	152	14
15	Трофимов С.А.	3400	9,97	8,36	165	289	165	202	15
16	Уткин М.С.	3450	10,24	8,49	158	305	158	195	16
17	Ходорченко И.П.	3490	9,96	8,28	162	285	162	205	17
18	Штруба Д.Д.	3475	10,05	8,70	170	295	170	235	18
Группа СМЗ-72									
1	Алимов А.М.	3500	10,00	8,35	160	270	160	220	19
2	Ахметов Е.С.	3380	9,99	8,27	155	273	155	210	20
3	Белокурова А.Д.	3515	9,50	8,16	163	265	163	207	21
4	Вольнов Н.В.	3375	9,72	8,25	153	302	153	200	22
5	Давлетшин Д.Р.	3445	10,15	8,12	150	300	150	210	23
6	Егоров Е.В.	3465	10,10	8,27	178	275	178	153	24
7	Журба Д.Л.	3395	10,16	8,40	158	302	158	193	25
8	Ковалёв А.О.	3420	10,08	8,20	160	269	160	210	26
9	Магомедов К.М.	3380	9,90	8,24	170	296	170	203	27
10	Морев Д.С.	3465	9,97	8,30	167	290	167	206	28
11	Нилков Е.В.	3350	9,85	8,50	153	288	153	189	29
12	Пирцул П.И.	3410	10,04	8,63	166	295	166	216	30
13	Приходько Е.Ю.	3485	10,28	8,95	180	281	180	155	31
14	Савченко Л.О.	3400	9,71	8,15	152	305	152	205	32
15	Сакевич С.С.	3390	9,95	8,20	175	300	175	215	33
16	Сапецкая А.А.	3440	10,07	8,42	165	308	165	201	34
17	Султанов Д.	3435	9,52	8,43	153	297	153	192	35
18	Терехов Е.Н.	3470	10,06	8,40	170	310	170	200	36
19	Тивтиева Е.В.	3370	10,30	8,16	150	318	150	200	37
20	Тукчурин Э.Р.	3440	10,15	8,42	155	300	155	190	38
21	Цумеров Т.Н.	3430	10,25	8,27	175	301	175	145	39
Группа СМЗИ-71									
1	Фан Ныы Тхань	3420	9,80	8,23	169	275	169	208	40
2	Чаг Куанг Даи	3390	9,90	8,20	150	282	150	201	41