Ringkasan Materi

Satuan/besaran

$1 \text{ km} = 10^3 \text{m}$

$1 \text{ m} = 10^2 \text{cm}$

$1 \text{ mili satuan} = 10^{-3} \text{ satuan, misal 1 mas(milliarcseconds atau m'')} = 10^{-3}''$

$1\ \mu \text{ satuan} = 10^{-6} \text{ satuan}, \mu = \text{mikro, misal } 1\ \mu\text{s} = 10^{-6}\text{s}$

$1 \text{ n satuan} = 10^{-9} \text{ satuan, n} = \text{nano . Misal 1 nm} = 10^{-9}\text{m}$

$1 \text{ Å} = 10\text{nm} = 10^{-10}\text{m}, \text{Å} = \text{Angstrom. Misal } 5500\text{Å} = 5500 \times 10^{-10}\text{m}$

$1 \text{ k satuan} = 10^3 \text{satuan, k} = \text{kilo}$

$1 \text{ M satuan} = 10^6 \text{satuan, M} = \text{mega. Misal 5 Mly} = 5 \times 10^6 \text{ly}$

$1 \text{ G satuan} = 10^9 \text{satuan, G} = \text{giga. Misal 1,2 Gpc} = 1{,}2 \times 10^9 \text{pc}$

1° = 60’ = 3600”

$1 \text{ radian} = \frac{180°}{\pi} \simeq 57{,}3° \simeq 206265''$

$1 \text{ sa} = 1 \text{ au} = 1{,}4959787 \times 10^{11}\text{m} \simeq 1{,}496 \times 10^{11}\text{m}$, sa = satuan astronomi, dalam bahasa Inggris yakni au (astronomical unit)

$1 \text{ tc} = 1 \text{ ly} = 1 \times c \times 365{,}25 \times 24 \times 3600 = 9{,}46 \times 10^{15}\text{m}$, tc = tahun cahaya, dalam bahasa Inggris yakni ly (light year)

$1 \text{ pc} = 3{,}26 \text{ ly} = 3{,}086 \times 10^{16} \text{ m} \simeq 206265 \text{ sa}$

Data dan Konstanta dalam Astronomi

Konstanta Gravitasi (G) = $6{,}673 \times 10^{-11}$ N kg^{-2} m^2

Konstanta Stefan-Boltzmann (σ) = $5{,}67 \times 10^{-8}$ W/m^2/K^4

Konstanta Planck (h) = $6{,}626 \times 10^{-34}$ J s

Konstanta Wien = $2{,}898 \times 10^{-3}$ m K

Konstanta Boltzmann (k_B) = $1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K

Kecepatan cahaya (c) = 299792458 m/s

Massa Matahari ($M_\odot$) = $1{,}989 \times 10^{30}$ kg

Radius Matahari ($R_\odot$) = $6{,}96 \times 10^8$ m

Massa Bumi ($M_\oplus$) = $5{,}97 \times 10^{24}$ kg

Radius Bumi ($R_\oplus$) = 6378 km (di ekuator)

Pendekatan Sudut Kecil

$\sin\alpha \approx \tan\alpha \approx \alpha$ (radian)

Dengan sudut α << 10°

Contoh :

$\sin 0{,}5° = \ldots\ldots?$

$\sin 0{,}5° \approx 0{,}5° \times \frac{\pi}{180°}$ rad

$\sin 0{,}5° \approx \frac{\pi}{360°}$ rad

$\sin 0{,}5° \approx 0{,}008726$ rad

Tidak percaya? Cobalah pada kalkulator scientific sin 0,5° = berapa radian.

Paralaks

$\tan p = \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{d}}$

Keterangan :
p = sudut paralaks (° atau ‘ atau “)
a = jarak 2 pengamat (satuan jarak)
d = jarak benda yang diamati (satuan jarak)

Kemudian rumus di atas dapat disederhanakan menjadi :

$p \approx \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{d}}$

Keterangan :
p = sudut paralaks (“)
a = jarak orbit (sa)
d = jarak ke suatu objek (pc)

Sudut paralaks terkadang disimbolkan dengan $\boldsymbol{\pi}$

Contoh soal :

1. Suatu bintang berjarak 5,8pc dari matahari. Berapakah sudut paralaks bintang tersebut jika dilihat dari Bumi dan Jupiter? Diketahui jarak orbit Bumi dan Jupiter secara berturut adalah 1 sa dan 5,2 sa.
   Jawab :
   $p = \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{d}}$
   $p_{\mathrm{Bumi}} = \frac{1}{5{,}8}$
   $p_{\mathrm{Bumi}} = 0{,}172''$

maka sudut paralaks bintang tersebut yang dilihat dari Bumi sebesar 0,172"

$$p_{\text{Jupiter}} = \frac{5{,}2}{5{,}8}$$
$$p_{\text{Jupiter}} = 0{,}896''$$

maka sudut paralaks bintang tersebut yang dilihat dari Jupiter sebesar 0,896"

2. Terdapat beberapa astronom yang sedang mengamati suatu objek angkasa. Astronom tersebut dibagi menjadi 2 kelompok, kelompok pertama berada di kutub utara dan lainnya di kutub selatan. Benda yang diamati tersebut memiliki sudut paralaks sebesar 0,2°. Berapakah jarak dari benda tersebut? Diketahui radius Bumi pada kutub yakni 6357 km.
   Jawab :
   p = 0,2°
   jarak antara 2 kelompok tersebut merupakan diameter dari Bumi.

$$\tan p = \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{d}}$$
$$\tan 0{,}2° = \frac{\mathrm{R}_\oplus}{\mathrm{d}}$$
$$\tan 0{,}2° = \frac{6357\ \mathrm{km}}{\mathrm{d}}$$
$$\mathrm{d} = \frac{6357\ \mathrm{km}}{\tan 0{,}2°}$$
$$\mathrm{d} = 1{,}82 \times 10^6\ \mathrm{km}$$

Diameter Sudut dan Radius Sudut

$$\sin \delta = \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{d}}$$

Keterangan :
δ = Diameter sudut (satuan ° atau ‘ atau “)
D = Diameter linier benda (satuan jarak)
d = jarak benda (satuan jarak)
Apabila δ teramat kecil, rumus dapat disederhanakan menjadi :

$$\delta = \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{d}}$$

δ = Diameter sudut (radian)
D = Diameter linier benda (satuan jarak)
d = jarak benda (satuan jarak)

$$\sin \alpha = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{d}} \quad \rightarrow \ \alpha = \frac{\delta}{2}$$

$$\sin \frac{\delta}{2} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{d}}$$

Keterangan :
α = Radius sudut (° atau ‘ atau “)
R = Radius atau jari-jari linier benda (satuan jarak)
d = jarak benda (satuan jarak)

Apabila α teramat kecil, rumus dapat disederhanakan menjadi :
$$\alpha = \frac{\delta}{2} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{d}}$$
Keterangan :
α = Radius sudut (radian)
δ = Diameter sudut (radian)
R = Radius linier benda (satuan jarak)
d = jarak benda (satuan jarak)

Contoh soal :

1. Radius Matahari yakni $6{,}96 \times 10^8$ meter, diketahui pula diameter sudut matahari yang teramati pada suatu objek angkasa yakni 5’. Berapakah jarak antara benda tersebut dan matahari?
   Jawab :
   $\mathrm{R}_\odot = 6{,}96 \times 10^8 \mathrm{m}$
   δ = 5’
   $$\sin\delta = \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{d}}$$
   $$\sin 5' = \frac{2\mathrm{R}}{\mathrm{d}}$$
   $$\sin 5' = \frac{2 \times 6{,}96 \times 10^8 \mathrm{m}}{\mathrm{d}}$$
   $$\mathrm{d} = \frac{2 \times 6{,}96 \times 10^8 \mathrm{m}}{\sin 5'}$$
   $\mathrm{d} = 9{,}57 \times 10^{11} \mathrm{m}$

Gaya Gravitasi, Percepatan Gravitasi, Energi Potensial Gravitasi

1. **Gaya Gravitasi**
   $$\mathrm{F_g} = \frac{\mathrm{Gm_1m_2}}{\mathrm{r^2}} = \frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r^2}}$$
   Keterangan :
   $\mathrm{F_g}$ = Gaya gravitasi (N)
   G = konstanta gravitasi universal
   $\mathrm{m_1}$ atau M = Massa benda 1 (kg)
   $\mathrm{m_2}$ atau m = Massa benda 2 (kg)
   r = jarak antara 2 benda (m)

2. **Percepatan Gravitasi**
   $$g = \frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r^2}}$$

Keterangan :
g = percepatan gravitasi (m/s²)
G = konstanta gravitasi universal
r = jarak dari suatu tempat ke pusat/inti benda (m)

3. **Energi Potensial Gravitasi**

$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$

Keterangan :
E_p = Energi potensial gravitasi (J)
G = konstanta gravitasi universal
M = massa benda 1 (kg)
m = massa benda 2 (kg)
r = jarak antara 2 benda (m)

Energi Potensial Gravitasi Bintang :
Jika benda tersebut dianggap bola pejal, misalkan bintang, maka rumus energi potensial gravitasi akan menjadi :

$$E_p = -\frac{3}{5} \times \frac{GM^2}{R^2}$$

E_p = Energi potensial gravitasi bintang (J)
G = konstanta gravitasi universal
M = massa bintang (kg)
R = jari-jari bintang (m)

Gaya Sentripetal

$$F_s = m\omega^2 r, \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{v}{r} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$F_s = m\left(\frac{v}{r}\right)^2 r$$

$$F_s = \frac{mv^2}{r}$$

atau

$$F_s = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = m(2\pi f)^2 r$$

$$F_s = \frac{4\pi^2 mr}{T^2} = 4\pi^2 f mr$$

Keterangan :
F_s = Gaya sentripetal (N)
m = massa (kg)
v = kecepatan (m/s)
r = jarak (m)
T = periode (s)
f = frekuensi (Hz atau 1/s)

Hukum Kepler 3

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

Untuk Hukum Kepler 3 yang diaplikasikan pada satelit, terkadang terdapat jarak ketinggian satelit tersebut yang diukur dari permukaan planet. Maka rumus Hukum Kepler 3 akan menjadi :

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}\,, \quad \text{dengan } a = R_{planet} + h$$

$$\frac{\left(R_{planet} + h\right)^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

Keterangan :

R_{planet} = Radius planet (meter)

h = ketinggian benda diukur dari permukaan planet (meter)
a = setengah sumbu panjang orbit (meter)
T = periode orbit (sekon)
G = konstanta gravitasi universal $(6{,}673 \times 10^{-11}\ \mathrm{N\ kg^{-2}\ m^2})$
M = massa (kilogram)

Penyederhanaan :

$$\frac{a^3}{T^2} = M$$

catatan :

a dalam satuan astronomi (sa/au)
T dalam satuan tahun
M dalam satuan massa matahari
Jika masih dalam 1 sistem surya

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{konstan}$$

$$\frac{(a_1)^3}{(T_1)^2} = \frac{(a_2)^3}{(T_2)^2}$$

a_1 dan a_2 dalam satuan yang sama, misal : sa dengan sa

T_1 dan T_2 dalam satuan yang sama, misal : hari dengan hari

Contoh soal :

1. Suatu satelit yang berada pada ketinggian 500km dari permukaan Bumi. Berapakah periode dari satelit tersebut untuk mengitari Bumi?

Jawab :
$h = 500\text{km}$
$\mathrm{R}_{\oplus} = 6378\text{km}$
$\mathrm{M}_{\oplus} = 5{,}97 \times 10^{24}\text{kg}$

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$
$$\frac{(R_{\oplus} + h)^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$
$$\frac{(6378 \times 10^3\text{m} + 500 \times 10^3\text{m})^3}{T^2} = \frac{6{,}673 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{4\pi^2}$$
$$T^2 = \frac{(6878 \times 10^3)^3 \times 4\pi^2}{6{,}673 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}$$
$$T^2 = 3{,}2244 \times 10^7$$
$$T = \sqrt{3{,}2244 \times 10^7}$$
$$T = 5678{,}38\text{ s} = 94{,}4\text{ menit} = 1{,}577\text{ jam}$$

2. Suatu bintang diketahui memiliki beberapa planet yang mengorbitnya. Diketahui salah satu planet yang mengorbit bintang tersebut memiliki periode orbit 3,2 tahun dan jarak orbit sekitar 4 sa. Berapakah massa bintang yang diorbit planet-planet tersebut dalam kilogram?
   Jawab :
   T = 3,2 tahun
   a = 4 sa

$$\frac{a^3}{T^2} = M$$
$$M = \frac{4^3}{3{,}2^2}$$
$$M = 6{,}25\ M_{\odot}$$
$$M = 6{,}25 \times 1{,}989 \times 10^{30}\text{kg}$$
$$M = 1{,}243 \times 10^{31}\text{kg}$$

Jarak aphelion dan perihelion

$$r_{aph} = a(1 + e)$$

$$r_{peri} = a(1 - e)$$

Ket. :

a = jarak setengah sumbu panjang (jarak semi mayor) / jarak rata-rata
e = eksentrisitas orbit
r_{aph} = jarak terjauh

r_{peri} = jarak terdekat

Kecepatan orbit lingkaran (e = 0)

$$v = \omega \times a, \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{v}{r}$$

$$v = \frac{2\pi}{T} \times a$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{a}}$$

Kecepatan orbit elips (0 < e < 1)

$$v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

Kecepatan orbit parabola (e = 1) dan kecepatan lepas

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Kecepatan orbit hiperbola (e > 1)

$$v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r} + \frac{1}{a}\right)}$$

Keterangan :

v = kecepatan (m/s)
T = periode orbit (s)
a = jarak setengah sumbu panjang (panjang semi mayor) / jarak orbit rata-rata
r = jarak benda tersebut dari benda yang diorbitnya
G = konstanta gravitasi universal $(6,673 \times 10^{-11}$ N kg^{-2} m$^{2})$
M = massa benda yang diorbit (kg)
e = eksentrisitas orbit

Contoh soal :

1. Sebuah komet mengorbit matahari dengan eksentrisitas 0,7 dan periode orbit 15 tahun. Diketahui bahwa komet tersebut sedang berada pada jarak terjauhnya. Berapakah kecepatan komet tersebut pada saat dititik terjauhnya tersebut?
   Jawab :
   e = 0,7
   T = 15 tahun

   Karena mengorbit matahari, maka menggunakan rumus : $a^3 = T^2$ untuk mencari a

   $$a^3 = T^2$$
   $$a = \sqrt[3]{T^2}$$
   $$a = \sqrt[3]{15^2}$$
   $$a = 6{,}082 \text{ sa}$$

   $$r_{aph} = a(1+e)$$
   $$r_{aph} = 6{,}082(1+0{,}7)$$
   $$r_{aph} = 10{,}34 \text{ sa}$$

   $$v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$
   $$v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r_{aph}} - \frac{1}{a}\right)}$$
   $$v = \sqrt{\frac{6{,}673 \times 10^{-11} \times 1{,}989 \times 10^{30}}{1{,}496 \times 10^{11}}\left(\frac{2}{10{,}34} - \frac{1}{6{,}082}\right)}$$
   $$v = 8{,}788 \text{ m/s}$$

Hukum Wien

$$T_{eff} \times \lambda_{maks} = C$$

T_{eff} = Temperatur efektif benda (Kelvin)

λ_{maks} = panjang gelombang maksimum dari benda tersebut (meter)

C = konstanta Wien ($2{,}898 \times 10^{-3}$ m K)

Contoh soal :

1. Misalkan tubuh kita dianggap sebagai benda hitam yang memancarkan radiasi, dengan suhu tubuh sekitar 36°C, berapakah panjang gelombang maksimum yang dihasilkan oleh diri kita?

Jawab :
T = 36°C
T = 36 + 273,15 K
T = 309,15 K

$T \times \lambda = 2{,}898 \times 10^{-3}$

$\lambda = \frac{2{,}898 \times 10^{-3}}{T}$

$\lambda = \frac{2{,}898 \times 10^{-3}}{309{,}15}$

$\lambda = 9{,}374 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}$

$\lambda = 9{,}374\ \mu\mathrm{m}$

Hukum Stefan-Boltzmann

$P = A\,\sigma\,T^4$

Keterangan :

P = Daya yang dipancarkan (watt atau J/s)
A = Luas permukaan benda (m^2)
σ = Konstanta Stefan-Boltzmann ($5{,}67 \times 10^{-8}\ \mathrm{J\,s^{-1}m^{-2}K^{-4}}$)
T = temperatur benda (K)

Luminositas dan Fluks

Luminositas adalah energi yang dikeluarkan oleh suatu benda (dalam astronomi kebanyakan adalah bintang) tiap satuan waktu (detik). Rumus luminositas sama seperti hukum Stefan-Boltzmann, yakni :

$L = A\,\sigma\,T^4$

Jika benda tersebut berbentuk bola, maka $A = 4\pi R^2$

$L = 4\pi R^2\,\sigma\,T^4$

Keterangan :
L = luminositas (watt atau J/s)
A = luas permukaan benda (m^2)
σ = Konstanta Stefan-Boltzmann ($5{,}67 \times 10^{-8}\ \mathrm{J\,s^{-1}m^{-2}K^{-4}}$)
R = radius benda (m)
T = temperatur benda (K)

Fluks merupakan besarnya energi yang dipancarkan oleh suatu benda, tiap satuan waktu dan tiap satuan luas.

Fluks dapat dilambangkan dengan F maupun E.

$$F = \frac{L}{A}$$

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

Keterangan :
F = fluks (watt/m^2)
L = luminositas benda (watt)
A = luas permukaan sebaran radiasi (bola) [m^2]
d = jarak (m)

Sistem magnitudo
Magnitudo semu (yang terlihat dari Bumi)

$$m_1 - m_2 = -2{,}5 \log\left(\frac{E_1}{E_2}\right) + A$$

$$E = \frac{L}{A} = \frac{L}{4\pi d^2}$$

Ket. :
m = magnitudo semu (mag)
E = energi yang dipancarkan tiap satuan waktu dan tiap satuan luas (watt/m^2)

Magnitudo mutlak (diukur pada jarak 10pc)

$$M_1 - M_2 = -2{,}5 \log\left(\frac{L_1}{L_2}\right) + A$$

Ket. :
M = magnitudo mutlak (mag)
L = luminositas benda (satuan Watt)

Modulus jarak (selisih antara magnitudo semu dan mutlak)

$$m - M = -5 + 5 \log d + A$$

A = R × E(B-V)

A = α × d

Ket. :
m = magnitudo semu (mag)
M = magnitudo mutlak (mag)
d = jarak (pc)
A = ekstingsi (mag)
R = konstanta ekstingsi (pada galaksi Bimasakti R = 3,2)
α = koefisien ekstingsi (biasanya memiliki satuan mag/kpc)

d = jarak (menyesuaikan satuan koefisien ekstingsi)
E(B-V) = Ekses warna
NB. Jika ekstingsi diabaikan, A = 0

Hukum Radiasi Planck

$$B(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \times \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$$

$$B(v, T) = \frac{2hv^3}{c^2} \times \frac{1}{e^{\frac{hv}{k_B T}} - 1}$$

Keterangan :

$B =$ Intensitas radiasi benda
$\lambda =$ panjang gelombang (m)
$T =$ temperatur (K)
$h =$ konstanta Planck ($6{,}626 \times 10^{-34}\ J\ s$)
$c =$ kecepatan cahaya
$e =$ bilangan Euler
$k_B =$ konstanta Boltzmann ($1{,}38 \times 10^{-8}$ J/K)

Resolusi sudut

Resolusi sudut merupakan kemampuan sebuah perangkat untuk mengenali secara detil dari suatu objek. Apabila terdapat 2 benda memiliki diameter sudut yang lebih kecil dari resolusi sudut, maka benda tersebut tidak dapat dilihat secara terpisah.

$$\alpha = \frac{1{,}22 \times \lambda}{D} \text{ (satuan } \alpha \text{ dalam radian)}$$

$$\alpha = \frac{1{,}22 \times 206265 \times \lambda}{D} \text{ (satuan } \alpha \text{ dalam detik busur)}$$

Ket. :

α = resolusi sudut

λ = panjang gelombang (meter)

D = diameter objektif (meter)

Contoh soal :

1. Terdapat sebuah sistem bintang ganda yang berjarak 2 pc, di mana kedua bintang tersebut terpisah jarak sekitar $1{,}7 \times 10^7$ m. Kemudian kita mengamati sistem bintang ganda tersebut dengan teleskop yang diameter objektifnya 2m. Apakah sistem bintang ganda tersebut dapat dilihat secara terpisah oleh teleskop tersebut?

Jawab :

$\delta = \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{d}}$

$\delta = \frac{1{,}7 \times 10^{7}\mathrm{m}}{2 \times 3{,}086 \times 10^{16}\mathrm{m}}$

$\delta = 2{,}75 \times 10^{-10}$ rad

$\alpha = \frac{1{,}22 \times \lambda}{\mathrm{D}}$

$\alpha = \frac{1{,}22 \times 5500\text{Å}}{2\ \mathrm{m}}$,

$\lambda = 5500\text{Å},$ karena diasumsikan dilihat menggunakan mata

$\alpha = \frac{1{,}22 \times 5500 \times 10^{-10}\mathrm{m}}{2\mathrm{m}}$

$\alpha = 3{,}355 \times 10^{-7}$ rad

Dapat dilihat bahwa diameter sudut (δ) lebih kecil daripada resolusi sudut (α), maka kedua bintang tersebut akan terlihat menyatu jika dilihat menggunakan teleskop tersebut.

Sistem Bintang Ganda atau Dua Benda (binary system)

1. **Pusat Massa**

$\mathrm{m}_1 \times \mathrm{a}_1 = \mathrm{m}_2 \times \mathrm{a}_2$

$\mathrm{m}_1 \times v_1 = \mathrm{m}_2 \times v_2$

$\mathrm{a} = \mathrm{a}_1 + \mathrm{a}_2$

$v = v_1 + v_2$

Contoh Soal :

1) Jupiter merupakan planet terbesar di Tata Surya kita, massa Jupiter yakni $1{,}898 \times 10^{27}$ kg dengan radius orbit yang dianggap lingkaran dari matahari yakni 5,2 sa. Apabila massa matahari $1{,}989 \times 10^{30}$ kg, berapakah jarak matahari ke pusat massa?

Diketahui :

Massa matahari = $1{,}989 \times 10^{30}$ kg

Massa Jupiter = $1{,}898 \times 10^{27}$ kg

Jarak Jupiter ke matahari = 5,2 sa

Ditanya :

1. Jarak matahari ke pusat massa.

Jawab :

a. $\mathrm{m}_\odot \times \mathrm{a}_\odot = \mathrm{m}_\mathrm{J} \times \mathrm{a}_\mathrm{J}$

$1{,}989 \times 10^{30} \times \mathrm{a}_\odot = 1{,}898 \times 10^{27} \times \mathrm{a}(1 - \mathrm{a}_\odot)$

$1{,}989 \times 10^{30} \times \mathrm{a}_\odot = 1{,}898 \times 10^{27} \times 5{,}2\ (1 - \mathrm{a}_\odot)$

$$1{,}989 \times 10^{30} \times \mathrm{a}_{\odot} = 1{,}898 \times 10^{27} \times 5{,}2 - 5{,}2\mathrm{a}_{\odot}$$
$$\mathrm{a}_{\odot} + 5{,}2\mathrm{a}_{\odot} = \frac{1{,}898 \times 10^{27} \times 5{,}2}{1{,}989 \times 10^{30}}$$
$$6{,}2\mathrm{a}_{\odot} = 4{,}962 \times 10^{-3}\mathrm{sa}$$
$$\mathrm{a}_{\odot} = 8 \times 10^{-4}\mathrm{sa} = 119.730{,}466\ \mathrm{km}$$

Kecepatan Gas

Kecepatan rms(root mean square) / akar rata-rata kuadrat :

$$v_{\mathrm{rms}} = \sqrt{\frac{3\mathrm{k_B T}}{\mathrm{m}}}$$

Kecepatan most probably (paling mungkin terjadi) :

$$v = \sqrt{\frac{2\mathrm{k_B T}}{\mathrm{m}}}$$

Kecepatan rata-rata (average) :

$$v_{\mathrm{avg}} = \sqrt{\frac{8\mathrm{k_B T}}{\pi \mathrm{m}}}$$

Keterangan :
$\mathrm{k_B}$ = konstanta Boltzmann ($1{,}38 \times 10^{-23}$ J K^{-1})
T = temperatur gas (K)
m = massa atom gas (kg)

Deret Atom Hidrogen

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{\mathrm{n}^2} - \frac{1}{\mathrm{m}^2}\right)$$

R_H = konstanta Rydberg untuk atom Hidrogen ($1{,}097 \times 10^7 \mathrm{m}^{-1}$)
λ = panjang gelombang (m)
n = lintasan yang dituju
m = lintasan asal

Untuk deret Lyman (daerah ultraviolet), n = 1
Lyman-α, m = 2
Lyman-β, m = 3
Lyman-γ, m = 4, dst.

Untuk deret Balmer (daerah visual/cahaya tampak), n = 2
Balmer-α, m = 3
Balmer-β, m = 4
Balmer-γ, m = 5, dst.

Untuk deret Paschen (daerah inframerah I), n = 3
Untuk deret Bracket (daerah inframerah II), n = 4
Untuk deret Pfund (daerah inframerah III), n = 5

Contoh Soal :

1. Panjang gelombang terpendek dan terpanjang untuk deret Balmer adalah .... nm dan .... nm.
   Petunjuk : $R_H = 1{,}097 \times 10^7 \mathrm{m}^{-1}$ (Soal KSP Astronomi 2020)
   Jawab :
   $$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{\mathrm{n}^2} - \frac{1}{\mathrm{m}^2}\right)$$

   Untuk panjang gelombang terpendek (λ_{minimum}), m = ∞. Sehingga :
   $$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2}\right), \quad \rightarrow \frac{1}{\infty} = 0$$
   $$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{4} - 0\right)$$
   $$\frac{1}{\lambda} = 1{,}097 \times 10^7 \left(\frac{1}{4}\right)$$
   $$\frac{1}{\lambda} = 2{,}7425 \times 10^6$$
   $$\lambda = \frac{1}{2{,}7425 \times 10^6}$$
   $$\lambda = 3{,}646 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}$$
   $$\lambda = 3{,}646 \times 10^{-9} \times 10^2\ \mathrm{m}$$
   $$\lambda = 3{,}646 \times 10^2\ \mathrm{nm} = 364{,}6\ \mathrm{nm}$$

   Untuk panjang gelombang terpanjang ($\lambda_{\text{maksimum}}$), m = n + 1. Sehingga :
   $$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$$
   $$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right)$$
   $$\frac{1}{\lambda} = 1{,}097 \times 10^7 (0{,}1389)$$
   $$\frac{1}{\lambda} = 1{,}2537 \times 10^6$$
   $$\lambda = \frac{1}{1{,}2537 \times 10^6}$$
   $$\lambda = 6{,}5628 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}$$
   $$\lambda = 6{,}5628 \times 10^2 \times 10^{-9}\ \mathrm{m}$$
   $$\lambda = 6{,}5628 \times 10^2\ \mathrm{nm} = 656{,}28\ \mathrm{nm}$$

Redshift/Blueshift, Kecepatan Radial, Kecepatan Tangensial, dan Kecepatan Ruang

Redshift/Blueshift dan Kecepatan Radial

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\lambda}{\lambda_0} - 1$$

- Kecepatan radial non relativistik (v << c) / z << 0,1
  $$\frac{v_r}{c} = z$$
  $$c \times z = v_r$$

- Kecepatan radial relavistik (v mendekati c) / z ≥ 0,1
  $$z + 1 = \sqrt{\frac{c + v_r}{c - v_r}}$$
  Terdapat rumus singkat yakni :
  $$\frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} = \frac{v_r}{c}$$

Keterangan :
z = pergeseran
$\Delta\lambda$ = selisih panjang gelombang
λ = panjang gelombang yang teramati
λ_0 = panjang gelombang diam
v_r = kecepatan radial (m/s atau km/s)
c = kecepatan cahaya (3×10^8 m/s atau 3×10^5 km/s)
Apabila z atau v_r bernilai negatif, maka gerak benda tersebut mendekati kita/pengamat, peristiwa mendekatnya benda tersebut dinamakan blueshift (pergeseran biru).

Kecepatan Tangensial

$$v_t = 4{,}74 \times \mu \times d$$

$$v_t = 4{,}74 \times \frac{\mu}{p}$$

Keterangan :
v_t = kecepatan tangensial (km/s)
μ = gerak diri ("/tahun)
d = jarak (pc)
p = paralaks (")

Kecepatan Ruang

$$v = \sqrt{(v_r)^2 + (v_t)^2}$$

Keterangan :
v = kecepatan ruang (km s^{-1})
v_r = kecepatan radial (km s^{-1})
v_t = kecepatan tangensial (km s^{-1})

Contoh Soal :

1. Suatu bintang yang amat jauh dapat diamati oleh NASA, bintang tersebut terkenal dengan nama "Earendel Star", bintang tersebut memiliki pergeseran merah sebesar 6,2. Berapakah kecepatan radial dari bintang Earendel tersebut? Gunakan kecepatan cahaya = 3×10^5 km/s.
   Jawab :
   z = 6,2; karena z > 0,1 maka menggunakan rumus relativistik.

   $$\frac{(z+1)^2-1}{(z+1)^2+1}=\frac{v_\mathrm{r}}{\mathrm{c}}$$
   $$v_\mathrm{r}=\frac{(z+1)^2-1}{(z+1)^2+1}\times \mathrm{c}$$
   $$v_\mathrm{r}=\frac{(6{,}2+1)^2-1}{(6{,}2+1)^2+1}\times 3\times 10^5$$
   $$v_\mathrm{r}=288.645\ \mathrm{km/s}$$

2. Diketahui bintang yang diamati memiliki panjang gelombang diam sebesar 4861 Angstrom dan Δλ 5 Angstrom. Gerak diri bintang 1"/tahun dan jarak bintang 60 pc. Tentukan kecepatan ruang bintang tersebut. (Soal OSK Astronomi Thn 2023)
   Jawab :
   $\lambda_0 = 4861\text{Å}$
   $\Delta\lambda = 5\text{Å}$
   $\mu = 1''/\text{tahun}$
   $\mathrm{d} = 60\mathrm{pc}$

   Mencari kecepatan radial :
   $$v_\mathrm{r}=\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\times \mathrm{c}$$
   $$v_\mathrm{r}=\frac{5\ \text{Å}}{4861\ \text{Å}}\times 3\times 10^5\ \mathrm{km\ s^{-1}}$$
   $$v_\mathrm{r}=308{,}6\ \mathrm{km\ s^{-1}}$$

   Mencari kecepatan tangensial :
   $$v_\mathrm{t}=4{,}74\times\mu\times \mathrm{d}$$
   $$v_\mathrm{t}=4{,}74\times 1\times 60$$
   $$v_\mathrm{t}=284{,}4\ \mathrm{km\ s^{-1}}$$

   Menghitung kecepatan ruang :
   $$v=\sqrt{(v_\mathrm{r})^2+(v_\mathrm{t})^2}$$
   $$v=\sqrt{(308{,}6)^2+(284{,}4)^2}$$
   $$v=419{,}66\ \mathrm{km\ s^{-1}}$$

Hukum Hubble
$v = \mathrm{H_0}\times \mathrm{d}$
Keterangan :

v = kecepatan galaksi (km/s)
H_0 = konstanta Hubble (berkisar 69,3 km/s/Mpc)
d = jarak sesungguhnya/jarak yang benar (Mpc)

Untuk mencari umur galaksi atau alam semesta :

$$v = H_0 \times d, \quad \rightarrow \quad v = \frac{d}{t}$$
$$\frac{d}{t} = H_0 \times d$$
$$\frac{1}{t} = H_0$$
$$t = \frac{1}{H_0}$$

Contoh Soal :

1. Misalkan konstanta Hubble saat ini adalah 73 km/s/Mpc, berapakah umur alam semesta saat ini?
   Jawab :
   $H_0 = 73$ km/s/Mpc

   $$t = \frac{1}{H_0}$$
   $$t = \frac{1}{73\ \frac{km}{s}/Mpc}$$
   $$t = \frac{1 \times Mpc}{73 \frac{km}{s}}$$
   $$t = \frac{1 \times 10^6 \times 3{,}086 \times 10^{13}\ km \times s}{73\ km}$$
   $$t = 4{,}2274 \times 10^{17} s$$
   $$t = \frac{4{,}2274 \times 10^{17}}{3600 \times 24 \times 365{,}25}\ \text{tahun}$$
   $$t = 13{,}396 \times 10^9\ \text{tahun} = 13{,}396\ \text{milyar tahun}$$

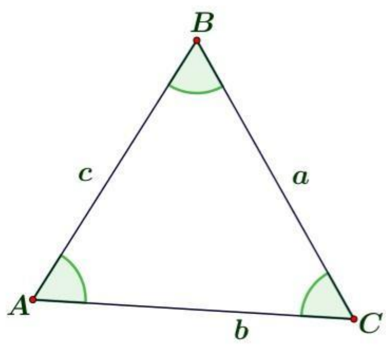
Aturan Trigonometri (sin dan cos)

Aturan Sinus

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Atau

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



Aturan Cosinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \times \cos B$$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \times \cos C$

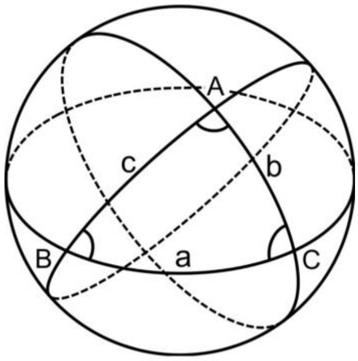
Segitiga Bola

Aturan Sinus

$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$

Atau

$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$



Aturan Cosinus

$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$

$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B$

$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$

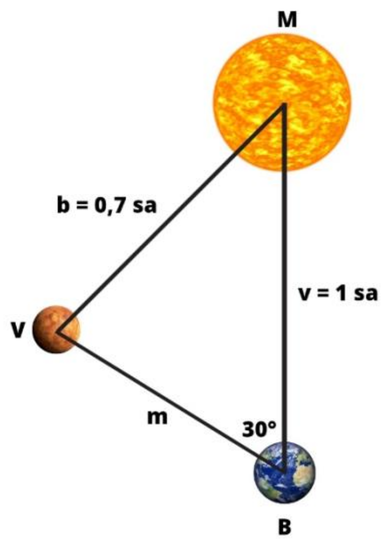
Perlu diketahui bahwa besarnya jumlah sudut dalam segitiga bola tidak lah 180°, namun lebih besar dari 180°

Contoh Soal Aturan Trigonometri dan Segitiga Bola

1. Diketahui bahwa sudut yang dibentuk oleh Matahari – Bumi – Venus adalah 30°. Apabila jarak Bumi – Matahari adalah 1 SA dan jarak Venus – Matahari adalah 0,7 SA. Berapakah jarak Bumi – Venus dalam SA?

   Diketahui :
   Bumi = sudut B, Venus = sudut V, dan Matahari = susut M.
   1) Bumi – Matahari = 1 SA. Merupakan jarak di depan sudut V, maka 1sa = v.
   2) Venus – Matahari = 0,7 SA. Merupakan jarak di depan sudut B, maka 0,7sa = b.
   3) Sudut Matahari – Bumi – Venus = 30°. Merupakan sudut B
   Ditanya : Jarak Bumi – Venus (m)

   Jawab :
   $\text{a} = 1 \text{ sa}$
   $\text{b} = 0{,}7 \text{ sa}$
   $\text{A} = 30°$



   $\text{b}^2 = \text{m}^2 + \text{v}^2 - 2\text{mv} \times \cos \text{B}$
   $0{,}7^2 = \text{m}^2 + 1^2 - 2\text{m} \times \cos 30°$
   $0{,}49 = \text{m}^2 + 1 - 2\text{m} \times 0{,}5\sqrt{3}$
   $0{,}49 = \text{m}^2 + 1 - 1\text{m}\sqrt{3}$
   $0 = \text{m}^2 - 1\text{m}\sqrt{3} + 1 - 0{,}49$
   $0 = \text{m}^2 - 1\text{m}\sqrt{3} + 0{,}51$
   $0 = \text{m}^2 - 1{,}732\text{m} + 0{,}51$

Menggunakan rumus abc untuk menyelesaikan persamaan kuadrat tersebut.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$m_{1,2} = \frac{-(-1{,}732) \pm \sqrt{(-1{,}732)^2 - 4(1)(0{,}51)}}{2(1)}$$

$$m_{1,2} = \frac{1{,}732 \pm \sqrt{3 - 2{,}04}}{2}$$

$$m_{1,2} = \frac{1{,}732 \pm \sqrt{0{,}96}}{2}$$

$$m_{1,2} = \frac{1{,}732 \pm 0{,}9798}{2}$$

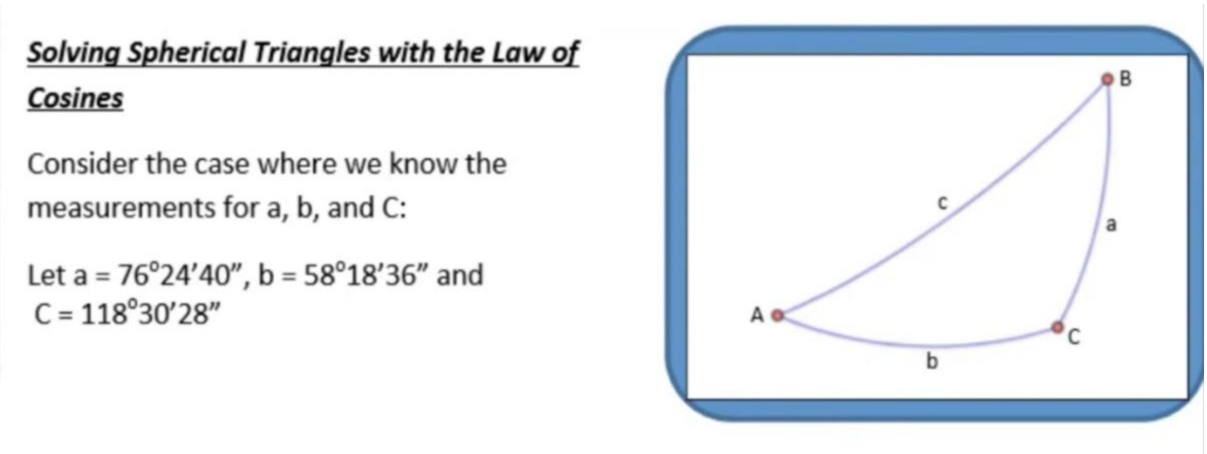
$$m_1 = \frac{1{,}732 + 0{,}9798}{2} \qquad m_2 = \frac{1{,}732 - 0{,}9798}{2}$$

$$m_1 = \frac{1{,}732 + 0{,}9798}{2} \qquad m_2 = \frac{1{,}732 - 0{,}9798}{2}$$

$$m_1 = 1{,}3559 \text{ sa} \qquad m_2 = 0{,}3761 \text{ sa}$$

Maka jarak Venus ke Bumi adalah 1,3559 sa atau 0,3761 sa.

2.



Ditanya : jarak sudut c?

Jawab :

$$\cos c = \cos a \times \cos b + \sin a \times \sin b \times \cos C$$

$$\cos c = \cos(76°24'40'') \cos(58°18'36'') + \sin(76°24'40'') \sin(58°18'36'') \cos(118°30'28'')$$

$$\cos c = -0{,}271322$$

$$c = \arccos(-0{,}271322)$$

$$c = 105{,}74295° = 105°44'35''$$

Menentukan Jarak Sudut 2 Benda pada Segitiga Bola
(jarak 2 kota hingga jarak 2 bintang)

Jarak Sudut 2 kota
Dengan menggunakan segitiga bola yang telah disederhanakan, kita dapat menentukan jarak sudut antara 2 kota.

$\cos \mathrm{d} = \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \Delta\lambda$
Keterangan :
$\mathrm{d} = \text{jarak sudut}$
$\varphi_1 = \text{lintang kota 1}$
$\varphi_2 = \text{lintang kota 2}$
$\Delta\lambda = \text{ selisih bujur}$

Jika kota tersebut berada di Bumi belahan utara (LU), maka φ bernilai positif (+). Dan sebaliknya.
Misalkan :
45°LU, maka $\varphi = 45°$
45°LS, maka $\varphi = -45°$

Untuk $\Delta\lambda$ sendiri :
Jika 2 kota tersebut berada pada bujur yang sama [bujur timur(BT) dengan bujur timur(BT) atau bujur barat(BB) dengan bujur barat(BB)], selisih bujur hanya tinggal mengurangi bujur yang lebih besar dengan yang lebih kecil.
Misalkan :
$\lambda_1 = 105°\mathrm{BT}$
$\lambda_2 = 75°\mathrm{BT}$
$\Delta\lambda = 105° - 75°$
$\Delta\lambda = 30°$

$\lambda_1 = 45°\mathrm{BB}$
$\lambda_2 = 80°\mathrm{BB}$
$\Delta\lambda = 80° - 45°$
$\Delta\lambda = 35°$

Apabila 2 kota tersebut berada pada bujur yang berbeda [bujur timur(BT) dengan bujur barat(BB)], maka salah satu bujur bernilai negatif.
Misalkan :
$\lambda_1 = 105°\mathrm{BT}$
$\lambda_2 = 25°\mathrm{BB}$

$\Delta\lambda = 105° - (-25°)$
$\Delta\lambda = 130°$
Atau
$\Delta\lambda = 25° - (-105°)$
$\Delta\lambda = 130°$

Untuk menentukan Jarak antara 2 kota, dapat dicari dengan :

$$\mathrm{s} = \frac{\mathrm{d}}{360°} \times 2\pi \mathrm{R}$$

Dengan :
s = jarak 2 kota [satuan mengikuti satuan jari-jari planet (km ataupun m)]
d = jarak sudut (°)
R = jari-jari planet (km atau m)

Contoh Soal :
Menara Eiffel (48°51’29”N, 2°17’40”E) merupakan menara terkenal di negara Perancis. Monas (6°10’31”S, 106°49’37”E) merupakan monumen nasional Indonesia yang terdapat di Provinsi DKI Jakarta. Berapakah jarak sudut antara menara Eiffel dan monas? Berapakah juga jarak kedua menara tersebut dalam km? Radius Bumi = 6378km
Jawab :
Menara Eiffel (48°51’29”N, 2°17’40”E)

$$\varphi_{\mathrm{E}} = 48°51'29''$$
$$\lambda_{\mathrm{E}} = 2°17'40''$$

Monas (6°10’31”S, 106°49’37”E)

$$\varphi_{\mathrm{M}} = -6°10'31''$$
$$\lambda_{\mathrm{M}} = 106°49'37''$$

$$\Delta\lambda = \lambda_{\mathrm{M}} - \lambda_{\mathrm{E}}$$
$$\Delta\lambda = 106°49'37'' - (2°17'40'')$$
$$\Delta\lambda = 104°31'57''$$

$$\cos \mathrm{d} = \sin \varphi_{\mathrm{E}} \sin \varphi_{\mathrm{M}} + \cos \varphi_{\mathrm{E}} \cos \varphi_{\mathrm{M}} \cos \Delta\lambda$$
$$\cos \mathrm{d} = \sin 48°51'29'' \sin -6°10'31'' + \cos 48°51'29'' \cos -6°10'31'' \cos 104°31'57''$$
$$\cos \mathrm{d} = -0{,}24514434$$
$$\mathrm{d} = \arccos(-0{,}24514434)$$
$$\mathrm{d} = 104{,}19°$$

Maka jarak sudut antara menara Eiffel dengan Monas adalah 55,8°.

Jarak 2 menara tersebut :

$$\mathrm{s} = \frac{\mathrm{d}}{360°} \times 2\pi \mathrm{R}_{\oplus}$$
$$\mathrm{s} = \frac{104{,}19°}{360°} \times 2\pi \times 6378 \text{ km}$$
$$\mathrm{s} = 0{,}2894167 \times 40.074{,}156 \text{ km}$$
$$\mathrm{s} = 11.598{,}13 \text{ km}$$

Maka jarak menara Eiffel dengan Monas adalah 11.598,13 km. Tidak percaya? Silakan buktikan di google maps atau google earth.