Tâche 2 – Couche physique ADS-B
Densité spectrale de puissance
Durée 2h
Projet TS229 – Année 2019/2020

Guillaume Ferré, Romain Tajan et Baptiste Laporte-Fauret

Pré-requis

La **tâche 1** est nécessaire pour réaliser cette tâche.

Objectifs

L'objectif de cette tâche est de mettre en pratique vos connaissances en traitement du signal et communications numériques afin de calculer une densité spectrale de puissance. Cela est effectué du point de vue théorique et via une implémentation Matlab.

Sous-tâches

Pour rappel, l'enveloppe complexe (i.e le signal bande de base) du signal envoyé s'écrit :

$$s_l(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} p_{b_k}(t - kT_s) \tag{1}$$

Sous-tâche 1 - ***Théorie*** - *Montrer que le signal émis, donné en équation* (1) *peut se réécrire sous la forme*

$$s_l(t) = 0.5 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k p(t - kT_s) \tag{2}$$

où

$$A_k = \begin{cases} 1, & si\ b_k = 0 \\ -1, & si\ b_k = 1 \end{cases}$$

et $p(t)$ est la forme d'onde biphase donnée dans la Figure 1.

Sous-tâche 2 - ***Théorie*** - *Calculer le moment d'ordre 1 du signal $s_l(t)$, $m_{s_l}(t) = E\left[s_l(t)\right]$ et montrer qu'il ne dépend pas de t (i.e. $m_{s_l}(t) = m_{s_l}$).*

Sous-tâche 3 - ***Théorie*** - *Calculer la fonction d'autocorrélation du signal $s_l(t)$: $R_{s_l}(t, \tau) = E\left[s_l(t) s_l^*(t + \tau)\right]$.*

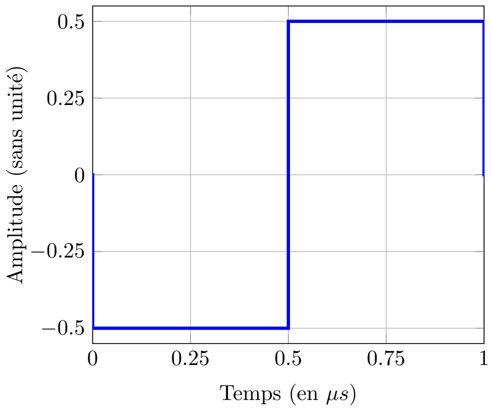

FIGURE 1 – Forme d'onde biphase $p(t)$, **cette impulsion est nulle en dehors de la partie présentée**.

Sous-tâche 4 - ***Théorie*** - *$s_l(t)$ est cyclo-stationnaire de période de cyclo-stationnarité T_s. Sa Densité Spectrale de Puissance (DSP) s'obtient alors en calculant la transformée de Fourier de l'autocorrélation moyennée du signal $s_l(t)$:*

$$\tilde{R}_{s_l}(\tau) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} R_{s_l}(t, \tau) dt$$

Calculer $\tilde{R}_{s_l}(\tau)$ et représenter graphiquement son allure.

Sous-tâche 5 - ***Théorie*** - *En déduire la DSP de $s_l(t)$:*

$$\Gamma_{s_l}(f) = \mathcal{F}\left(\tilde{R}_{s_l}(\tau)\right)$$

Exprimer cette DSP en fonction de T_s

Sous-tâche 6 - ***Matlab*** - *L'objectif de cette nouvelle implémentation Matlab et d'obtenir une estimation de la DSP de $s_l(t)$ en utilisant l'algorithme du périodogramme de Welch sans chevauchement et sans fenêtre de pondération. Cette estimation devra être comparée à l'expression analytique obtenue à la question précédente. Vous devez implémenter l'algorithme de Welch par vous-même et ne pas chercher à utiliser une fonction Matlab toute faite (exemple :* `pwelch.m`*).*

Repartir de votre code précédent afin d'implémenter le calcul de la DSP. Quelques modifications sont bien entendu nécessaires. Tout d'abord, les bits doivent désormais être générés aléatoirement suivant une loi discrète uniforme. Comme on ne s'intéresse qu'au calcul de la DSP de $s_l(t)$, ne conserver que les parties "ajout de bruit" et "récepteur".

Implémenter la fonction `Mon_Welch.m` *dont le prototype doit être :* `y=Mon_Welch(x,NFFT)` *où :*

- `x` *est le vecteur contenant les échantillons du signal pour lequel il faut calculer la DSP,*
- `NFFT` *représente le nombre de points sur lequel les FFT doivent être calculées,*
- `y` *est l'estimation de la DSP de* `x`*.*

Afin d'obtenir une estimation consistante de la DSP elle devra être obtenue en moyennant au minimum 100 FFT de $NFFT = 256$ points.

Vérification

Afficher sur une même figure les DSP de $s_l(t)$ obtenues analytiquement et expérimentalement. Ces dernières doivent se superposer. Si ce n'est pas le cas il vous appartient d'identifier la ou les raison(s) et de les corriger.

Validation

Faites valider votre travail par votre encadrant afin de passer à la tâche suivante.