

Ley de enfriamiento de Newton

Diana C. Camargo, Diego A. Campos, Carlos A. Cruz

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias. Departamento de física.

13 de Octubre de 2022

Resumen

Se estudió la ley de enfriamiento de Newton con los sensores térmicos PT100 y termistor $10k\Omega$ enfriándolos desde el punto de ebullición del agua hasta una temperatura ambiente aproximada de $(20 \pm 1)^\circ C$, donde se utilizaron 2 cuerpos a temperatura ambiente: aire y agua. Se encontró que la temperatura de los sensores para ambos casos disminuye exponencialmente con un tiempo característico τ aproximadamente de 40s para el enfriamiento en agua y 33s para el enfriamiento en aire. También se realizó el enfriamiento de un termómetro de mercurio utilizando las mismas temperaturas iniciales y finales y se encontró que el tiempo característico de enfriamiento al enfriarse en agua fue $\tau = (16 \pm 1)s$, por otro lado cuando se enfrió el termómetro en el aire se enfrió con un tiempo característico de enfriamiento de $\tau = (220 \pm 20)s$

1. Introducción

Cuando la diferencia de temperaturas entre un cuerpo y su medio ambiente no es demasiado grande, el calor transferido en la unidad de tiempo hacia el cuerpo o desde el cuerpo por conducción, convección y radiación es aproximadamente proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y el medio externo.

$$\frac{dQ}{dt} = \alpha S(T - T_a) \quad (1)$$

Donde α es el coeficiente de intercambio de calor y S es el área del cuerpo. Si la temperatura T del cuerpo es mayor que la temperatura del medio ambiente T_a , el cuerpo pierde una cantidad de calor dQ en el intervalo de tiempo comprendido entre t y $t + dt$, disminuyendo su temperatura T en dT .

$$dQ = mcdT \quad (2)$$

donde $m = \rho V$ es la masa del cuerpo (ρ es la densidad y V es el volumen), y c el calor específico. La ecuación que nos da la variación de la temperatura T del cuerpo en función del tiempo es

$$\rho V c \frac{dT}{dt} = -\alpha S(T - T_a) \quad (3)$$

o bien,

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a) \quad (4)$$

Integrando esta ecuación con la condición inicial de que en el instante $t = 0$, la temperatura del cuerpo es T_0 ^[1].

$$\ln(T - T_a) = -kt + \ln(T_0 - T_a) \quad (5)$$

Despejando T :

$$T = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt} \quad (6)$$

Donde

$$\tau = k^{-1} \quad (7)$$

Es el “tiempo característico” del enfriamiento y se mide en unidades de segundos^[2].

1.1. Discusión preguntas

- Analíticamente se puede determinar k en función del tiempo y de la temperatura inicial y final

$$k = \frac{1}{t} \ln \left(\frac{T_0 - T_a}{T - T_a} \right) \quad (8)$$

Por tanto, si se enfría un cuerpo durante un intervalo de tiempo breve y se toman los datos de temperatura en función del tiempo se puede determinar la temperatura inicial y final (en este intervalo corto de tiempo) y con esto determinar como es k . Una vez hecho esto se pueden reemplazar las constantes conocidas en la ecuación 6 y así obtener una expresión para conocer la temperatura del objeto que se enfría en cualquier instante de tiempo.

- En el caso de una paloma el termómetro tiene el tamaño idóneo para ponerse en una posición (bajo el ala por ejemplo) tal que el total de su superficie este en contacto con el cuerpo de la paloma. De esta manera la paloma transfiere calor al termómetro correctamente para poder determinar su temperatura. Por otro lado, para el caso de un mosquito su cuerpo es muy pequeño para poder cubrir toda la superficie del termómetro de manera siempre que siempre va a haber una porción del termómetro que este en contacto con el aire, siendo esto una situación en la que 3 cuerpos están en contacto e intercambiando calor mutuamente por lo que en principio no es posible determinar la temperatura del mosquito de esta forma.
- Como la disminución de temperatura es mas rápida entre mayor sea la diferencia de temperaturas entre dos cuerpos, en un principio, cuando la diferencia entre la temperatura de la habitación y el cortado sea mayor este último se enfriará mas rápido. Sin embargo al transcurrir el tiempo la diferencia de temperatura sería menor y la velocidad de enfriamiento del cortado también, si en ese momento se agrega la leche (a temperatura ambiente) la diferencia de temperatura es nuevamente grande y el café continua enfriándose más rápidamente que en el primer caso. Por tanto aquel que agregue primero la leche se tomará el cortado más caliente

2. Dispositivo experimental y procedimiento

2.1. Circuito

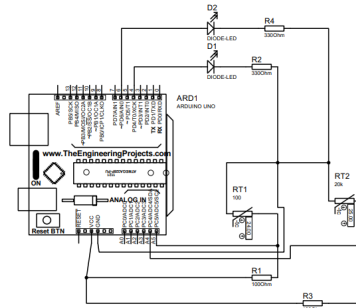


Figura 1: Circuito usado para el experimento

2.2. Materiales

Para el experimento se usaron los siguientes materiales:

- Multímetro
- 2 Recipientes de agua
- Termómetro de mercurio
- Arduino UNO
- Sensor PT100
- Termistor $10k\Omega$
- Resistencias de

2.3. Procedimiento

2.3.1. Enfriamiento de los sensores

Newton/codigos/CaracterizationCode.ino

```
1 #define pt A5
2 #define term A4
3
4
5 void setup() {
6   pinMode(6, OUTPUT);
7   digitalWrite(6, HIGH);
8
9   pinMode(4, OUTPUT);
10  digitalWrite(4, HIGH);
11  Serial.begin(9600);
12 }
13
14 float time()
15 {
16   return (millis() / 1000.0);
17 }
18
19 void loop() {
20   Serial.println(time());
21   Serial.print("\t");
22   Serial.print(analogRead(pt));
23   Serial.print("\t");
24   Serial.print(analogRead(term));
25   Serial.print("\n");
26   delay(500);
27 }
```

Primero se prepararon 2 recipientes: el primero con agua hirviendo y el segundo con agua a temperatura ambiente. Después se introdujo el sensor PT100 y el termistor $10k\Omega$ en el agua hirviendo el tiempo necesario para que alcanzara el equilibrio térmico. A continuación se retiraron los sensores y se introdujeron rápidamente en contacto con el agua a temperatura ambiente para tomar los datos, con la ayuda de arduino UNO (ver Figura 1), de la temperatura mientras alcanza el equilibrio con el agua a temperatura ambiente. Una vez tomados los datos anteriores se introdujeron ambos sensores en el agua hirviendo y cuando alcanzaron el equilibrio térmico se retiraron y se pusieron en contacto con el ambiente repentinamente, tomando así los datos de enfriamiento cuando los sensores estaban en contacto con el aire.

2.3.2. Enfriamiento de termómetro de mercurio

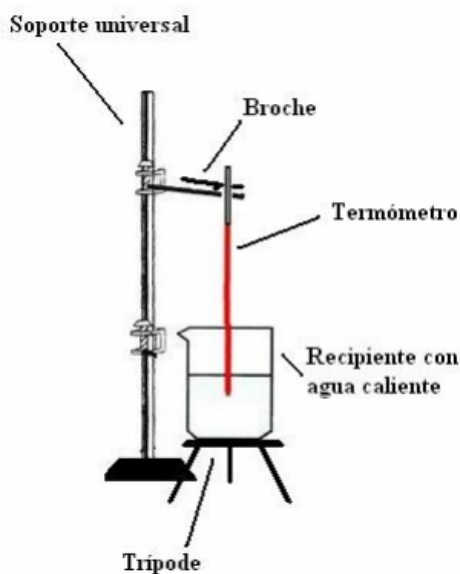


Figura 2: Montaje usado para tomar los datos de enfriamiento del agua

Se hizo el procedimiento análogo con un termómetro de mercurio (ver Figura 2) pasando de agua hirviendo a un recipiente con agua a temperatura ambiente y con la ayuda de un teléfono celular se grabó el descenso de la temperatura del termómetro y se tomaron los datos del mismo. Posteriormente se introdujo nuevamente en agua hirviendo el termómetro de mercurio y una vez alcanzado el equilibrio térmico se introdujo en un calorímetro con agua a temperatura ambiente (tanto el agua del recipiente como el agua del calorímetro) y se tomaron los datos del descenso de la temperatura nuevamente con el apoyo del teléfono celular

3. Resultados y análisis

3.1. Termómetro de mercurio

Al seguir los pasos descritos en el experimento obtuvimos los siguientes resultados:

3.1.1. Enfriamiento en agua

En este experimento se contó con tan solo un tiempo de grabación de 40 segundos, y debido a la calidad del vídeo, solo se obtuvieron los datos de bajada entre $75^{\circ}C$ y $25^{\circ}C$.

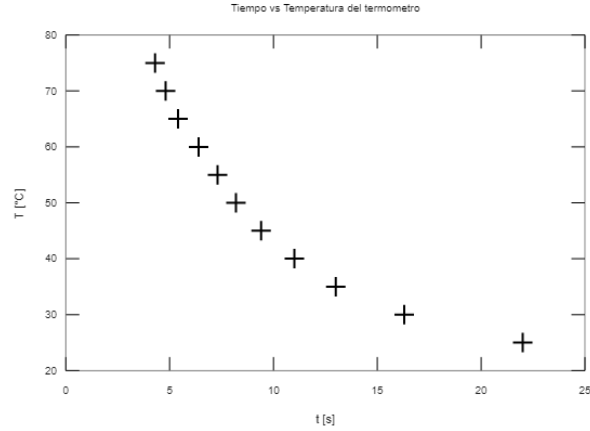


Figura 3: Datos de enfriamiento del termómetro de mercurio en agua a temperatura ambiente.

Como podemos ver, la gráfica 3 presenta un comportamiento exponencial, por lo que realizando el debido tratamiento de datos podemos obtener que su comportamiento se puede caracterizar como (ver Figura 6):

$$T(t) = [(89 \pm 2)^\circ\text{C}]e^{(-0,063 \pm 0,005)1/s \cdot t} \quad (9)$$

Con un coeficiente $R^2 = 0,95$. Esto que nos indica que es útil para estimar el comportamiento del termómetro de mercurio en el tiempo.

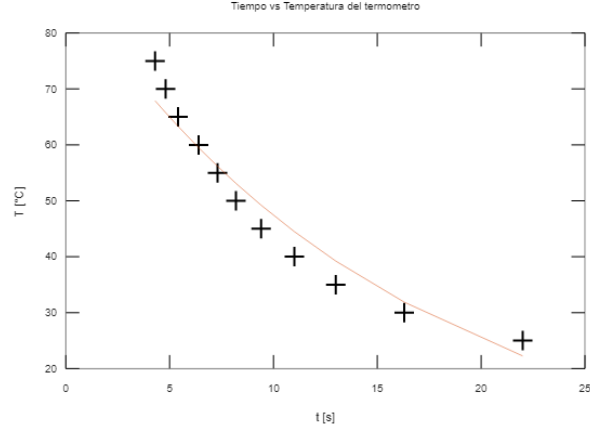


Figura 4: Datos sobre ecuación de comportamiento

De la ecuación 9 se obtiene que el tiempo característico de enfriamiento del termómetro de mercurio cuando está en contacto con agua a temperatura ambiente es $\tau = (16 \pm 1)s$.

3.1.2. Enfriamiento en aire

En este experimento se contó con un tiempo de grabación de 4 minutos y 48 segundos, y debido a la calidad del vídeo, solo se obtuvieron los datos de bajada entre 65°C y 20°C .

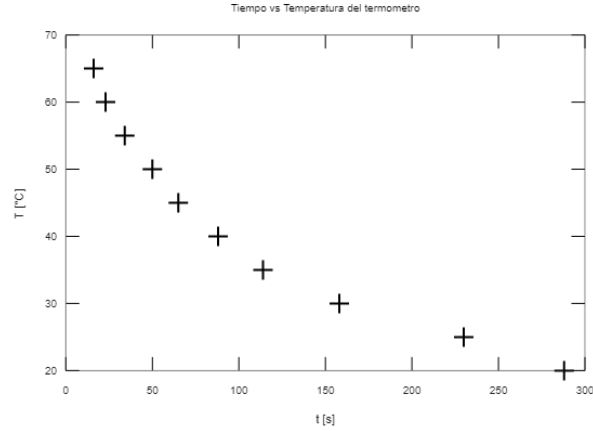


Figura 5: Datos de enfriamiento del termómetro de mercurio en aire a temperatura ambiente.

Como podemos ver, la gráfica 5 presenta un comportamiento exponencial, por lo que realizando el debido tratamiento de datos podemos obtener que su comportamiento se puede caracterizar como:

$$T(t) = [(62 \pm 1)^\circ\text{C}]e^{(-0,0042 \pm 0,0003)1/s \cdot t} \quad (10)$$

Con un coeficiente $R^2 = 0,966$. De la ecuación 10 se obtuvo que el tiempo característico de enfriamiento es $\tau = (220 \pm 20)s$.

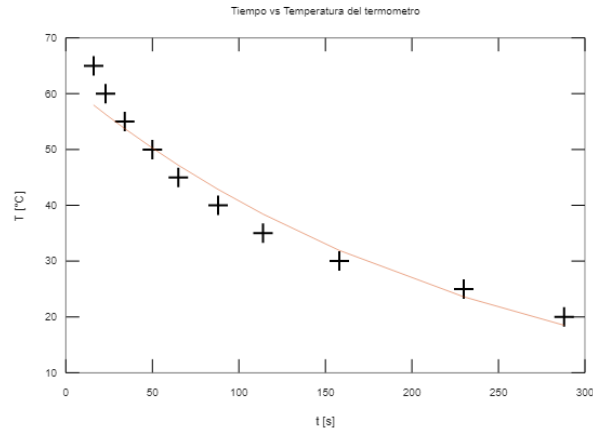


Figura 6: Datos sobre ecuación de comportamiento

3.2. Sensor de temperatura PT100

Al hacer la respectiva conversión de bits a resistencia y con base en esta el cálculo de temperatura, se obtiene al graficar los respectivos datos de temperatura en función del tiempo las siguientes gráficas (ver Figura 7) a las cuales se les ha hecho un ajuste exponencial,

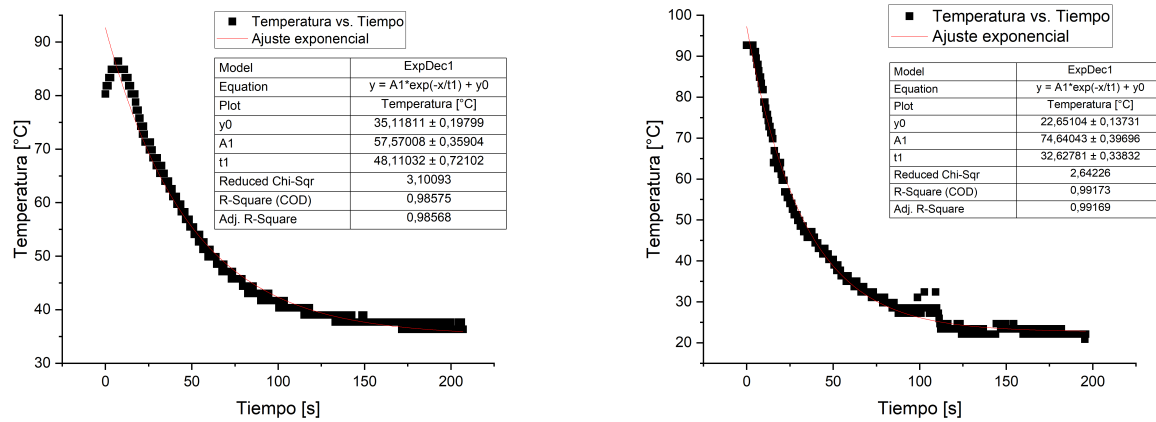


Figura 7: Ajuste exponencial de la temperatura en función del tiempo del sensor PT100. A la izquierda se encuentra la gráfica cuyos datos asociados corresponden a la medición de temperatura de los sensores en contacto con aire. A la derecha se encuentra la gráfica cuyos datos asociados corresponden a la medición de temperatura de los sensores en contacto con el agua a temperatura ambiente.

Así, se obtiene que los valores para el tiempo característico del enfriamiento τ de acuerdo a la ecuación 7 está dada por, $\tau = (48,1 \pm 0,7)s$ para la gráfica de la izquierda y $\tau = (32,6 \pm 0,3)s$ para la gráfica de la derecha, obteniendo así que el tiempo característico de enfriamiento es 32 % mayor en aire que en agua y por tanto la precisión del sensor PT100 puede variar considerablemente de acuerdo al medio donde se mide la temperatura.

3.3. Sensor de temperatura NTC10K -termistor

Al hacer la respectiva conversión de bits a resistencia y con base en esta el cálculo de temperatura, se obtiene al graficar los respectivos datos de temperatura en función del tiempo las siguientes gráficas (ver Figura 8) a las cuales se les ha hecho un ajuste exponencial,

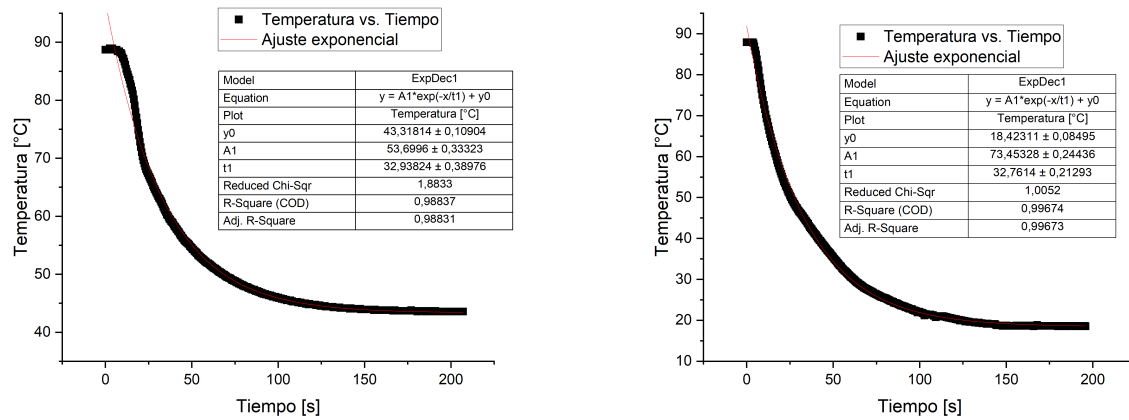


Figura 8: Ajuste exponencial de la temperatura en función del tiempo del sensor NTC10K. A la izquierda se encuentra la gráfica cuyos datos asociados corresponden a la medición de temperatura de los sensores en contacto con aire. A la derecha se encuentra la gráfica cuyos datos asociados corresponden a la medición de temperatura de los sensores en contacto con el agua a temperatura ambiente.

Así, se obtiene que los valores para el tiempo característico del enfriamiento τ de acuerdo a la ecuación 7 está dada por, $\tau = (32,9 \pm 0,4)s$ para la gráfica de la izquierda y $\tau = (32,8 \pm 0,2)s$ para la gráfica de la derecha, obteniendo que el tiempo característico de enfriamiento no cambió mucho y por tanto el sensor tiene una precisión considerablemente alta.

4. Conclusiones

En el caso del termómetro de mercurio y los dos sensores de temperatura usados se obtuvo que el comportamiento de la temperatura en función del tiempo se comportaba favorablemente de forma exponencial, como lo predecía la teoría. De manera que, para el termómetro PT100, los valores del tiempo característico de enfriamiento para los respectivos procesos (enfriamiento en aire y agua) fueron $\tau_1 = (48,1 \pm 0,7)s$ y $\tau_2 = (32,6 \pm 0,3)s$. La ecuación general de la temperatura en función del tiempo en ambos casos es $\Delta T = (57,6 \pm 0,4) \exp(\frac{t}{48,1 \pm 0,7}) + (35,1 \pm 0,2)$ y $\Delta T = (74,6 \pm 0,4) \exp(\frac{t}{32,6 \pm 0,3}) + (22,7 \pm 0,1)$ respectivamente. De manera análoga, se tienen obtienen los valores de τ para el caso del sensor NTC10K de los ajustes $\Delta T = (53,7 \pm 0,3) \exp(\frac{t}{32,9 \pm 0,4}) + (43,3 \pm 0,1)$ y $\Delta T = (73,5 \pm 0,2) \exp(\frac{t}{32,8 \pm 0,2}) + (18,42 \pm 0,08)$ obteniendo que el tiempo característico de enfriamiento en el aire y en el agua fueron respectivamente $\tau_1 = (32,9 \pm 0,4)s$ y $\tau_2 = (32,8 \pm 0,2)s$. Para el termómetro de mercurio, los valores a cada uno de los dos procesos fueron $\tau_1 = (16 \pm 1)s$ y $\tau_2 = (220 \pm 20)s$. La ecuación general en ambos casos es de $T = [(89 \pm 2)^\circ C]e^{(-0,063 \pm 0,005)t}$ y $T = [(62 \pm 1)^\circ C]e^{(-0,0042 \pm 0,0003)t}$. De los tiempos característicos de enfriamiento de los 2 sensor en 2 medios distintos se concluyo que el termistor $10k\Omega$ tiene una precisión significativamente mayor al sensor PT100.

Referencias

- [1] <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/estadistica/otros/enfriamiento/enfriamiento.htm>, Ley del enfriamiento de Newton. Consultado el 18 de Octubre 2022.
- [2] S. Gil y E. Rodríguez, Física re-Creativa, Cap. 4, Prentice-Hall, Buenos Aires, 2001.