Коновалов Илья ПУЗ-355

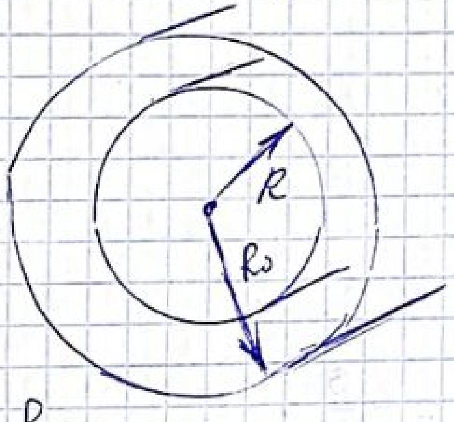
Домашнее задание по физике

3-й семестр

Вариант 7.

Задача: Проводник с током, равномерно распределённым по его поперечному сечению и имеющему плотность j, имеет форму трубки, внешний и внутренний радиусы которой равны R_0 и R соответственно. Магнитная проницаемость меняется по закону $\mu = f(r)$. Построить графически распределения модулей векторов магнитного поля B и напряженности магнитного поля H, а также модуля намагниченности J в зависимости от r в интервале от R до R_0. Определить поверхностную плотность токов намагничивания $i'_н$ на внутренней и внешней поверхностях трубки и распределение объёмной плотности токов намагничивания $i'_{об}(r)$

$$\mu = f(r) = \frac{R_0^n + R^n - r^n}{R^n}; \quad \frac{R_0}{R} = \frac{3}{2}; \quad n = 1 \Rightarrow \mu = \frac{R_0 + R - r}{R}$$



Решение:

Напр-ть поля выч-м по т. о циркуляции вдоль контура,

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j}\, dS \Rightarrow H \cdot 2\pi r = j(\pi r^2 - \pi R^2)$$

$$H(r) = \frac{j(r^2 - R^2)}{2r} = \frac{jr}{2} - \frac{jR^2}{2r}, \text{ где } r \in (R, R_0)$$

т.к. $R_0 = \frac{3R}{2} \Rightarrow \mu = \frac{\frac{5}{2}R - r}{R}$

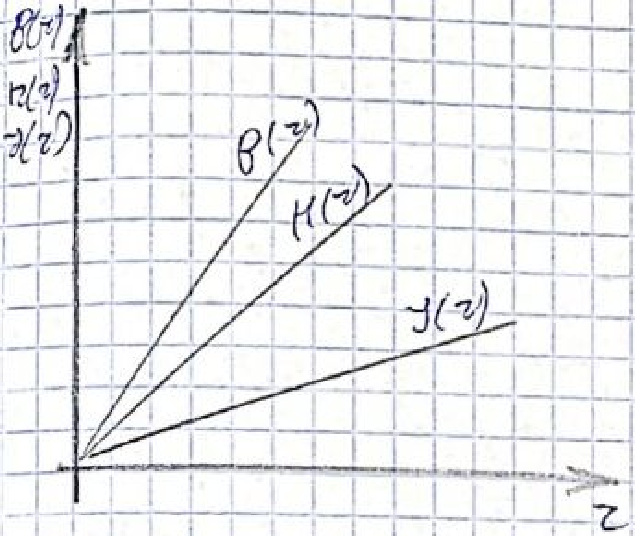
среде; $i_{пов}$ - лин. плотн. пов. тока намагничивания.

Расм. внешн. цил. пов-ть S' раздел. радиусом $R_0 = \frac{3R}{2}$

среда 1 - магнетик, среда 2 - вакуум.

$J_{2t} = 0$, т.к. $\vec{J}_2 = \chi \vec{H}$, $\chi = 0 \Rightarrow (i_{пов}) = -J_{1t}$; $r = \frac{3}{2} R$

$$J_1 = J\left(\frac{3}{2}R\right) = j\frac{\left(\frac{9}{4}R^2 - R^2\right)\left(\frac{3}{2}R - \frac{3}{2}R\right)}{2Rr} = 0 \Rightarrow (i_{пов}) = 0$$



Вычислим B:

$$B=\mu\mu_0 H \Rightarrow B=\frac{\mu_0 j(r^2-R^2)(\frac{5}{2}R-r)}{2r\cdot R}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow B(r)=\frac{\mu_0 j(r^2-R^2)(\frac{5}{2}R-r)}{2Rr}$$

Намагниченность материала проводника:

$$J=\chi H=(\mu-1)H=\frac{j(r^2-R^2)}{2r}\cdot\left(\frac{\frac{5R}{2}-r}{R}-1\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow J(r)=j\frac{(r^2-R^2)(1,5R-r)}{2Rr}$$

Плотность тока намагниченности:

$$\vec{j_n}=rot(\vec{J})$$

Представим это выражение в цилиндрических координатах, учитывая осевую симметрию:

$$\vec{j_n}=\frac{1}{r}\frac{\partial(rJ)}{\partial r}$$

Подставим $J(r)$ в выражение:

$$\vec{j_n}=\frac{j(5rR-3r^2+R^2)}{3Rr}$$

$$j_n'(R)=\frac{j(3R^2-3R^2+R^2)}{2R^2}=\frac{j}{2}$$

$$j_n'(R_0)=j_n'(\tfrac{3}{2}R)=\frac{j(\frac{9}{2}R^2-\frac{27}{4}R^2+R^2)}{3R^2}=-\frac{5}{12}j.$$

Для определения пов. тока намагничивания используем теорему о циркуляции $\vec{J}$ в интегральной форме:

$$\oint_L(\vec{J},d\vec{l})=J'$$

Исп. следствие из теоремы $J_{2\tau}-J_{1\tau}=(i'_{пов})$, где

$J_{2\tau}$ и $J_{1\tau}$ – уг-е компонента вектора $\vec{J}$ в первой и второй