Ткачев С.Б.
каф. Математического моделирования
МГТУ им. Н.Э. Баумана

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

ИУ5 — 4 семестр, 2015 г.

Семинар 12. МЕТОДЫ СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ОБХОДА ВЕРШИН ГРАФА

Важными задачами теории графов являются **задачи глобального анализа** как *неориентированных*, так и *ориентированных графов*. К этим задачам относятся, например, задачи поиска *циклов* или *контуров*, вычисление *длин путей* между парами *вершин*, перечисление *путей* с теми или иными свойствами и т.п.

Необходимо уметь обходить все вершины графа таким образом, чтобы каждая вершина была отмечена ровно один раз. Обычно такое „путешествие“ по графу сопровождается нумерацией вершин графа в том порядке, в котором они отмечаются, а также определенной „маркировкой“ *ребер* (или *дуг*) графа. Существуют две основные стратегии таких обходов: **поиск в глубину** и **поиск в ширину**.

12.1. Алгоритм поиска в в глубину в неориентированном и в ориентированном графе

Поиск в глубину в неориентированном графе

Граф задан списками смежности, собранными в массив лидеров.

При поиске вершины графа нумеруются в порядке их посещения. Номер вершины v графа, присваиваемый ей при поиске в глубину, обозначим $D[v]$ и будем называть D **-номером**.

В процессе обхода будем находить **фундаментальные циклы** графа.

Пусть в неориентированном графе $G = (V, E)$ произвольно фиксирован **максимальный остовный лес**. Для связного графа это будет максимальное остовное дерево. Множество его ребер обозначим T. Все ребра из T назовем **древесными**, а ребра исходного графа G, не принадлежащие T, — **обратными**.

Любой цикл графа G, содержащий только одно обратное ребро, назовем фундаментальным.

Максимальный остовный лес, находимый с помощью алгоритма поиска в глубину, называют **остовным лесом поиска в глубину** или **глубинным остовным лесом**.
Классификация ребер зависит от хода работы алгоритма, который определяется стартовой вершиной и расположением вершин в списках смежности.
Для организации работы алгоритма поиска в глубину используется способ хранения данных, называемый **стеком**.
Элементы в стеке упорядочиваются в порядке поступления. В стек можно добавлять новые элементы и из него можно извлекать элементы. При этом доступен только последний добавленный элемент — **вершина стека**.
В алгоритме поиска в глубину используется стек вершин.

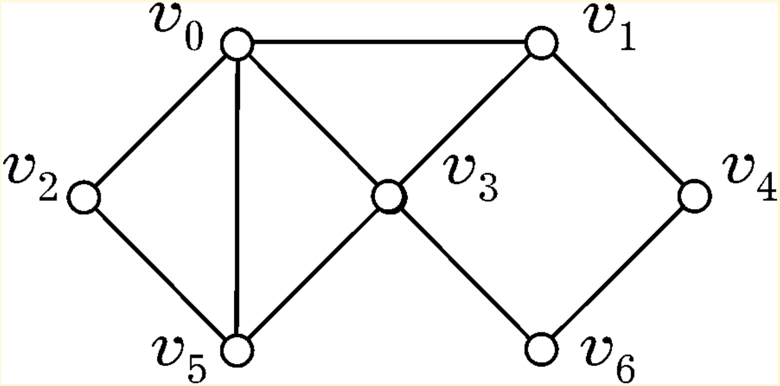


Рис. 1

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (V_1, V_2, V_3, V_5)$
$V_1 \longrightarrow (V_0, V_3, V_4)$
$V_2 \longrightarrow (V_0, V_5)$
$V_3 \longrightarrow (V_0, V_1, V_5, V_6)$
$V_4 \longrightarrow (V_1, V_6)$
$V_5 \longrightarrow (V_0, V_2, V_3)$
$V_6 \longrightarrow (V_3, V_4)$

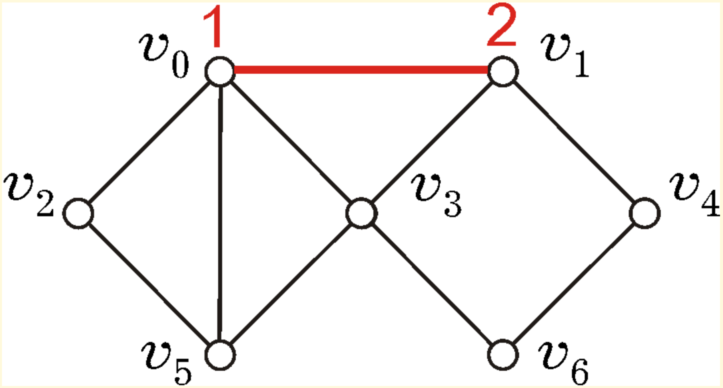


Рис. 2

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V_1}, V_2, V_3, V_5)$
$V_1 \longrightarrow (V_0, V_3, V_4)$
$V_2 \longrightarrow (V_0, V_5)$
$V_3 \longrightarrow (V_0, V_1, V_5, V_6)$
$V_4 \longrightarrow (V_1, V_6)$
$V_5 \longrightarrow (V_0, V_2, V_3)$
$V_6 \longrightarrow (V_3, V_4)$

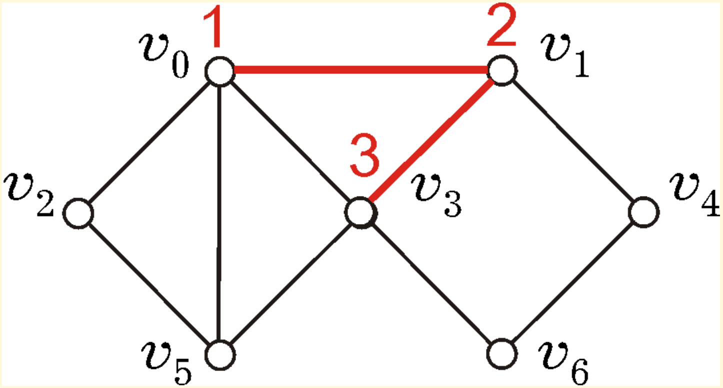


Рис. 3

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V_1}, V_2, V_3, V_5)$
$V_1 \longrightarrow (\cancel{V_0}, \cancel{V_3}, V_4)$
$V_2 \longrightarrow (V_0, V_5)$
$V_3 \longrightarrow (V_0, V_1, V_5, V_6)$
$V_4 \longrightarrow (V_1, V_6)$
$V_5 \longrightarrow (V_0, V_2, V_3)$
$V_6 \longrightarrow (V_3, V_4)$

v_0
v_1

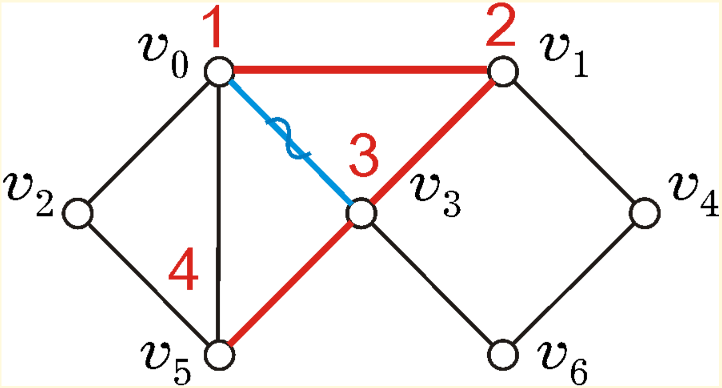


Рис. 4

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V}_1, V_2, \cancel{V}_3, V_5)$

$V_1 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_3, V_4)$

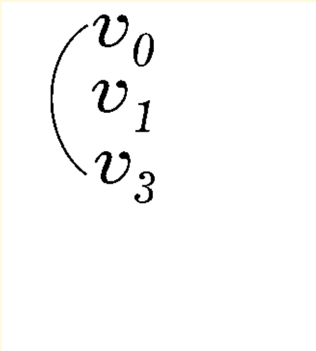
$V_2 \longrightarrow (V_0, V_5)$

$V_3 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_1, \cancel{V}_5, V_6)$

$V_4 \longrightarrow (V_1, V_6)$

$V_5 \longrightarrow (V_0, V_2, V_3)$

$V_6 \longrightarrow (V_3, V_4)$



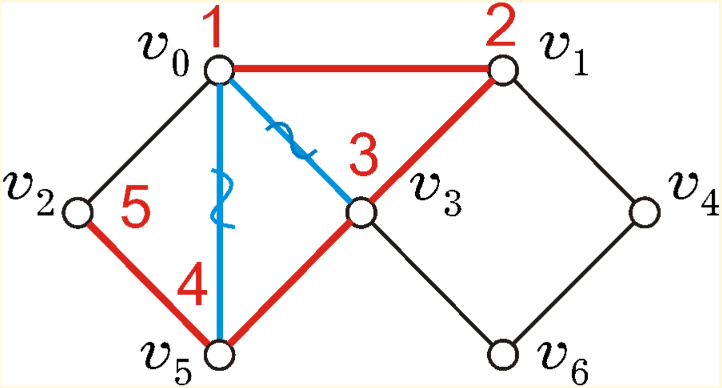
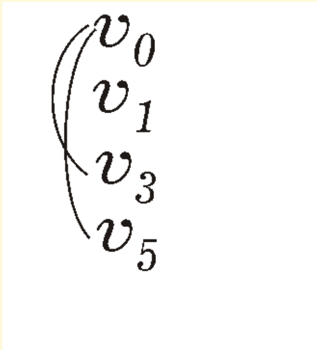


Рис. 5

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V}_1,\ \cancel{V}_2,\ \cancel{V}_3,\ \cancel{V}_5)$
$V_1 \longrightarrow (\cancel{V}_0,\ \cancel{V}_3, V_4)$
$V_2 \longrightarrow (V_0, V_5)$
$V_3 \longrightarrow (\cancel{V}_0,\ \cancel{V}_1,\ \cancel{V}_5, V_6)$
$V_4 \longrightarrow (V_1, V_6)$
$V_5 \longrightarrow (\cancel{V}_0,\ \cancel{V}_2,\ \cancel{V}_3)$
$V_6 \longrightarrow (V_3, V_4)$



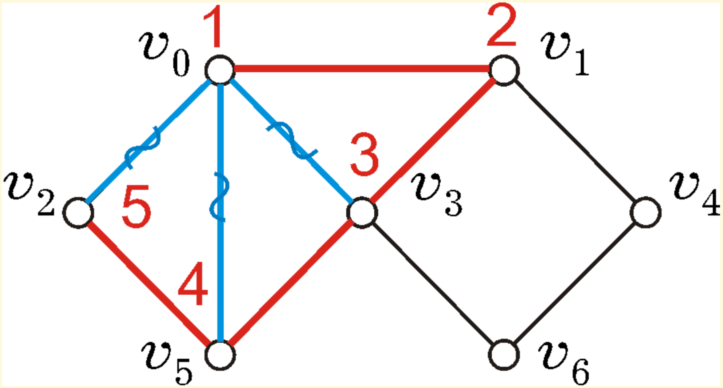


Рис. 6

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V}_1, \cancel{V}_2, \cancel{V}_3, \cancel{V}_5)$

$V_1 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_3, V_4)$

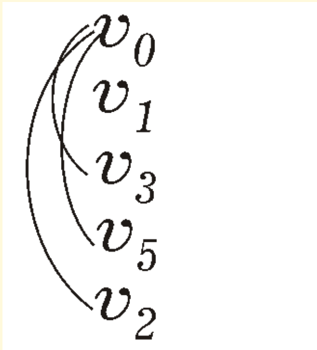
$V_2 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_5)$

$V_3 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_1, \cancel{V}_5, V_6)$

$V_4 \longrightarrow (V_1, V_6)$

$V_5 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_2, \cancel{V}_3)$

$V_6 \longrightarrow (V_3, V_4)$



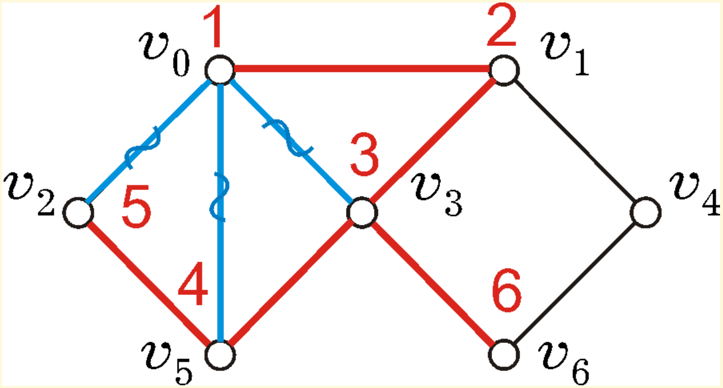
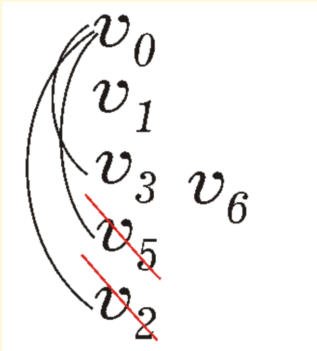


Рис. 7

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V}_1, \cancel{V}_2, \cancel{V}_3, \cancel{V}_5)$
$V_1 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_3, V_4)$
$V_2 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_5)$
$V_3 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_1, \cancel{V}_5, \cancel{V}_6)$
$V_4 \longrightarrow (V_1, V_6)$
$V_5 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_2, \cancel{V}_3)$
$V_6 \longrightarrow (V_3, V_4)$



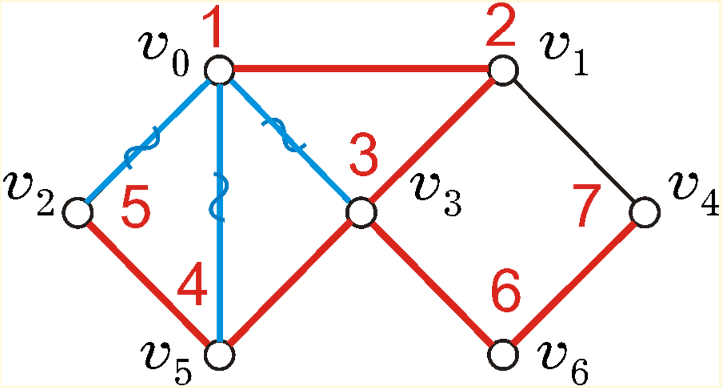


Рис. 8

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V}_1, \cancel{V}_2, \cancel{V}_3, \cancel{V}_5)$

$V_1 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_3, V_4)$

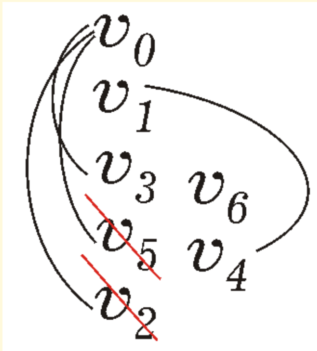
$V_2 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_5)$

$V_3 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_1, \cancel{V}_5, \cancel{V}_6)$

$V_4 \longrightarrow (V_1, V_6)$

$V_5 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_2, \cancel{V}_3)$

$V_6 \longrightarrow (\cancel{V}_3, \cancel{V}_4)$



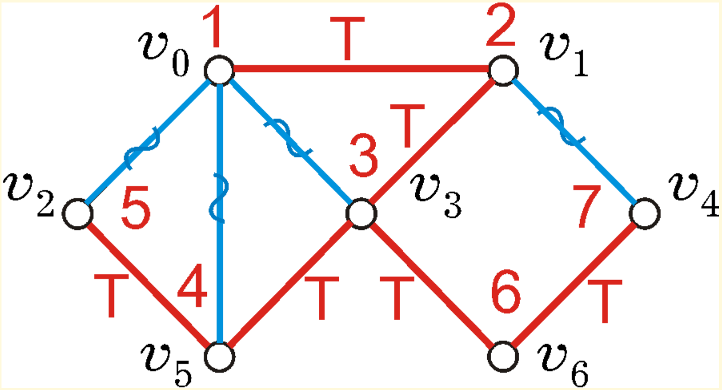
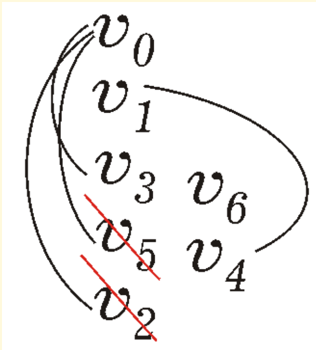


Рис. 9

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V}_1, \cancel{V}_2, \cancel{V}_3, \cancel{V}_5)$
$V_1 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_3, \cancel{V}_4)$
$V_2 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_5)$
$V_3 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_1, \cancel{V}_5, \cancel{V}_6)$
$V_4 \longrightarrow (\cancel{V}_1, \cancel{V}_6)$
$V_5 \longrightarrow (\cancel{V}_0, \cancel{V}_2, \cancel{V}_3)$
$V_6 \longrightarrow (\cancel{V}_3, \cancel{V}_4)$



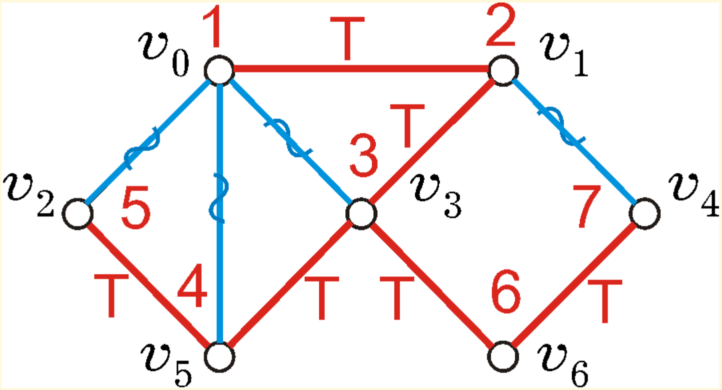
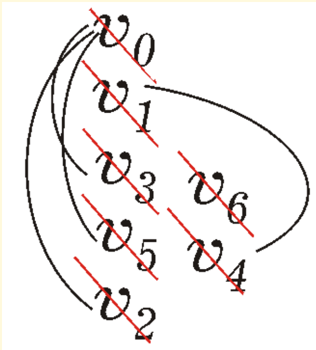


Рис. 10

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V}_1,\ \cancel{V}_2,\ \cancel{V}_3,\ \cancel{V}_5)$
$V_1 \longrightarrow (\cancel{V}_0,\ \cancel{V}_3,\ \cancel{V}_4)$
$V_2 \longrightarrow (\cancel{V}_0,\ \cancel{V}_5)$
$V_3 \longrightarrow (\cancel{V}_0,\ \cancel{V}_1,\ \cancel{V}_5,\ \cancel{V}_6)$
$V_4 \longrightarrow (\cancel{V}_1,\ \cancel{V}_6)$
$V_5 \longrightarrow (\cancel{V}_0,\ \cancel{V}_2,\ \cancel{V}_3)$
$V_6 \longrightarrow (\cancel{V}_3,\ \cancel{V}_4)$



В ориентированном графе вершинам также присваиваются D-номера. Но классификация дуг при поиске в глубину в ориентированном графе сложнее по сравнению с аналогичной классификацией ребер при поиске в глубину в неориентированном графе. Различают четыре класса дуг:

1) **древесные дуги** — каждая такая *дуга ведет* от *отца* к *сыну* в глубинном остовном лесу;

2) **прямые дуги** — каждая такая дуга ведет от *подлинного предка* к *подлинному потомку* (но не от отца к сыну) в глубинном остовном лесу;

3) **обратные дуги** — от *потомков* к *предкам* (включая все петли);

4) **поперечные дуги** — все дуги, не являющиеся ни древесными, ни прямыми, ни обратными.

В результате работы алгоритма будут получены множества $Tree$ — древесных дуг, $Back$ — обратных дуг, $Forward$ — прямых дуг, C — поперечных дуг и массив D, содержащий D-номера вершин.

В процессе работы алгоритма по сравнению с алгоритмом поиска в глубину в неориентированном графе имеется ряд особенностей. Так, если очередная вершина w, извлеченная из списка смежности текущей вершины v, новая, то дуга (v, w) является древесной.
Если вершина w не новая $(w \notin V_0)$, то дуга (v, w) будет либо прямой, либо обратной, либо поперечной.
Если D-номер вершины v строго меньше D-номера вершины w ($D[v] < D[w]$), то дуга (v, w) является прямой.
Если D-номер вершины v не меньше D-номера вершины w ($D[v] \geq D[w]$), необходимо проверить, есть ли в стеке $STACK$ вершина w. Если вершина w находится в стеке, то дуга (v, w) является обратной.Если вершины w в стеке нет, то дуга является поперечной.
Если стек пуст, но не все вершины ориентированного графа обработаны, поиск продолжают из любой необработанной вершины.
В случае ориентированного графа поиск контуров на базе поиска в глубину существенно сложнее.
Ориентированный граф является бесконтурным тогда и только тогда, когда при поиске в глубину от некоторой начальной вершины множество обратных дуг оказывается пустым.

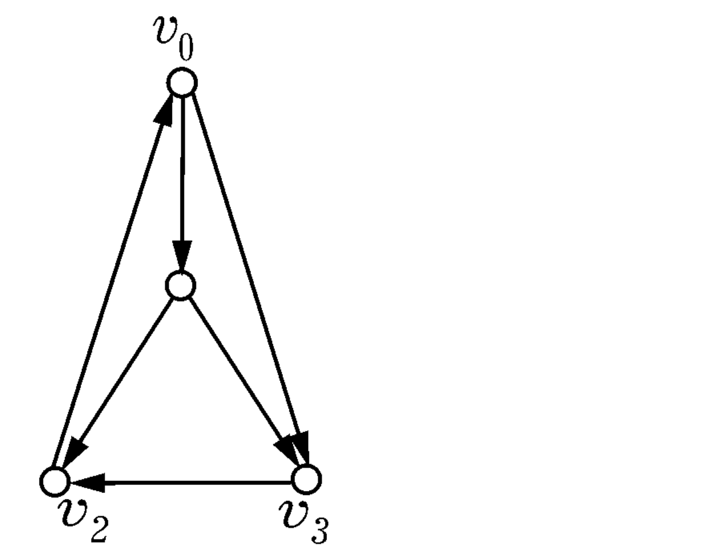


Рис. 11

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (V_1, V_3)$

$V_1 \longrightarrow (V_2, V_3)$

$V_2 \longrightarrow (V_0)$

$V_3 \longrightarrow (V_2)$

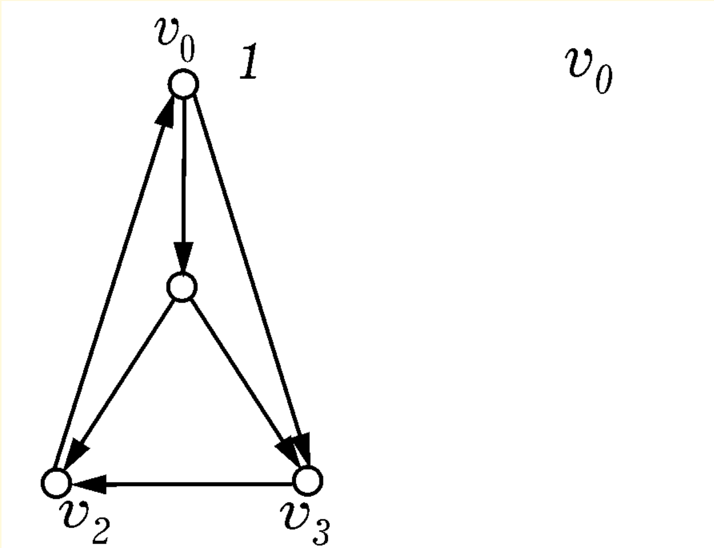


Рис. 12

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (V_1, V_3)$
$V_1 \longrightarrow (V_2, V_3)$
$V_2 \longrightarrow (V_0)$
$V_3 \longrightarrow (V_2)$

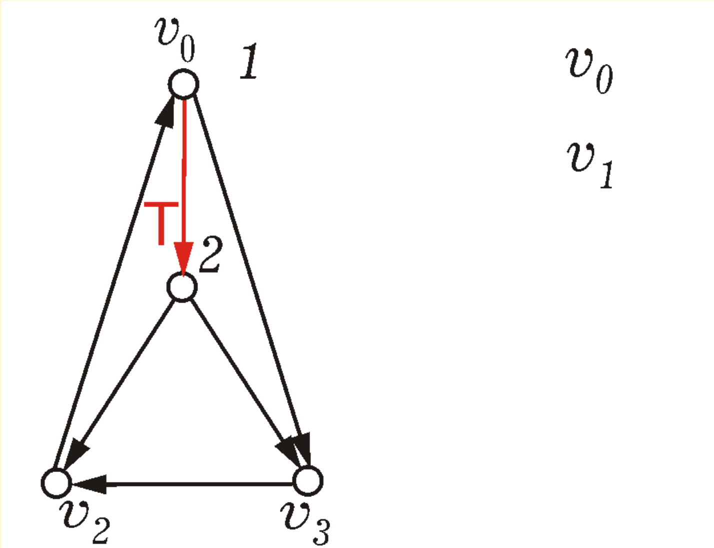


Рис. 13

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V_1}, V_3)$
$V_1 \longrightarrow (V_2, V_3)$
$V_2 \longrightarrow (V_0)$
$V_3 \longrightarrow (V_2)$

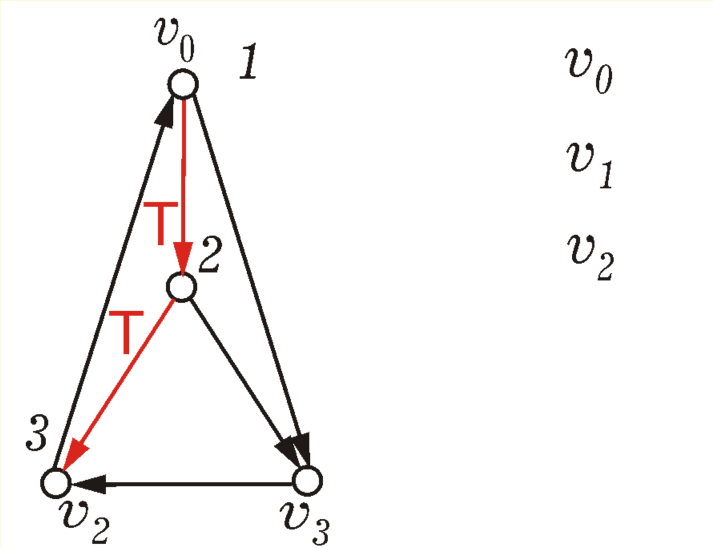


Рис. 14

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V_1}, V_3)$
$V_1 \longrightarrow (\cancel{V_2}, V_3)$
$V_2 \longrightarrow (V_0)$
$V_3 \longrightarrow (V_2)$

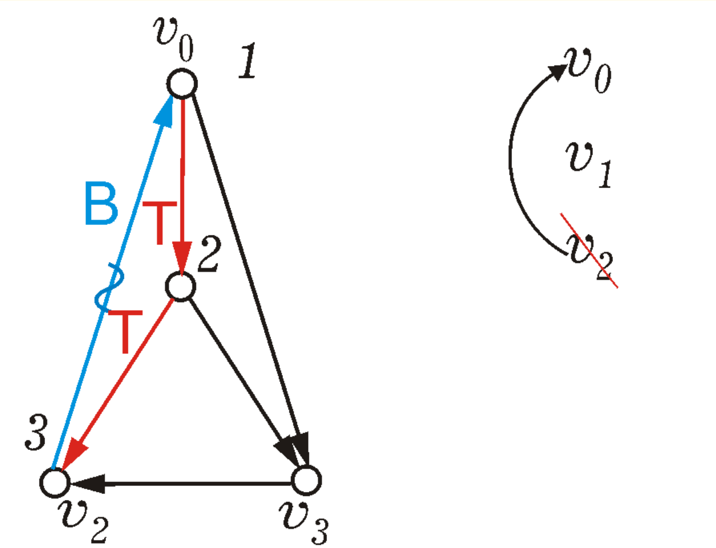


Рис. 15

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V}_1, V_3)$
$V_1 \longrightarrow (\cancel{V}_2, V_3)$
$V_2 \longrightarrow (\cancel{V}_0)$
$V_3 \longrightarrow (V_2)$

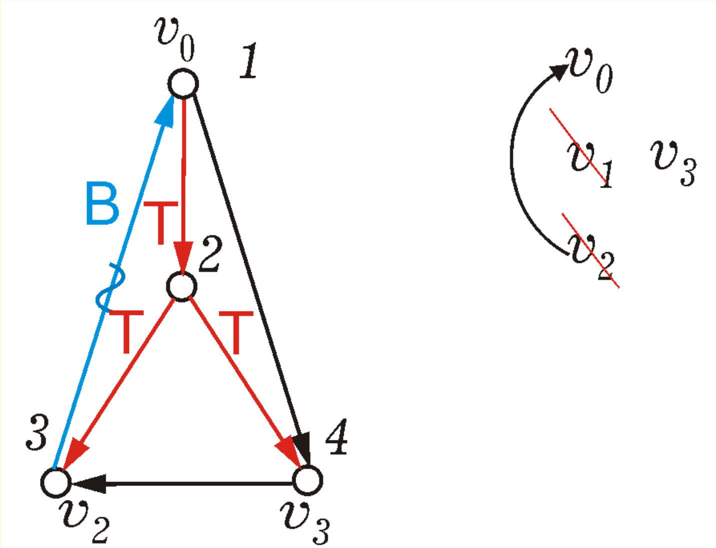


Рис. 16

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V_1}, V_3)$
$V_1 \longrightarrow (\cancel{V_2}, \cancel{V_3})$
$V_2 \longrightarrow (\cancel{V_0})$
$V_3 \longrightarrow (V_2)$

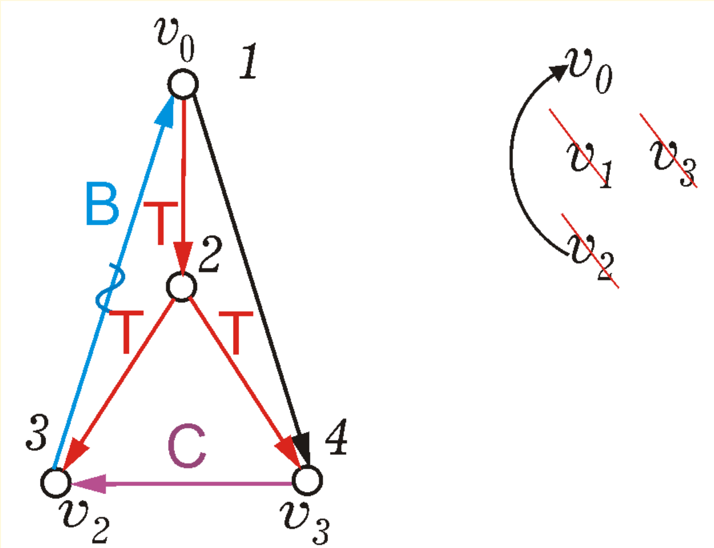


Рис. 17

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V_1}, V_3)$
$V_1 \longrightarrow (\cancel{V_2}, \cancel{V_3})$
$V_2 \longrightarrow (\cancel{V_0})$
$V_3 \longrightarrow (\cancel{V_2})$

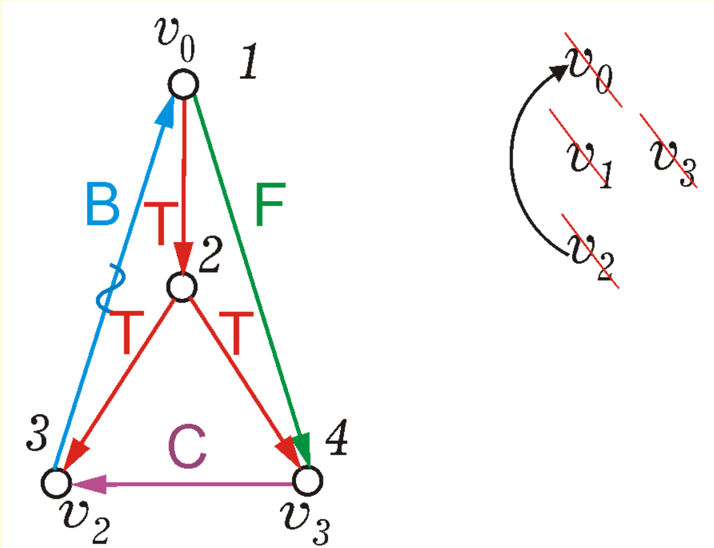


Рис. 18

Списки смежности

$V_0 \longrightarrow (\cancel{V_1},\ \cancel{V_3})$

$V_1 \longrightarrow (\cancel{V_2},\ \cancel{V_3})$

$V_2 \longrightarrow (\cancel{V_0})$

$V_3 \longrightarrow (\cancel{V_2})$

Задача Выполнить поиск в глубину в ориентированном графе из вершины V1. Записать списки смежности. Вершины в списке смежности расположить в порядке возрастания номеров. Привести протокол работы алгоритма, указать D-номера вершин. Построить глубинное остовное дерево.

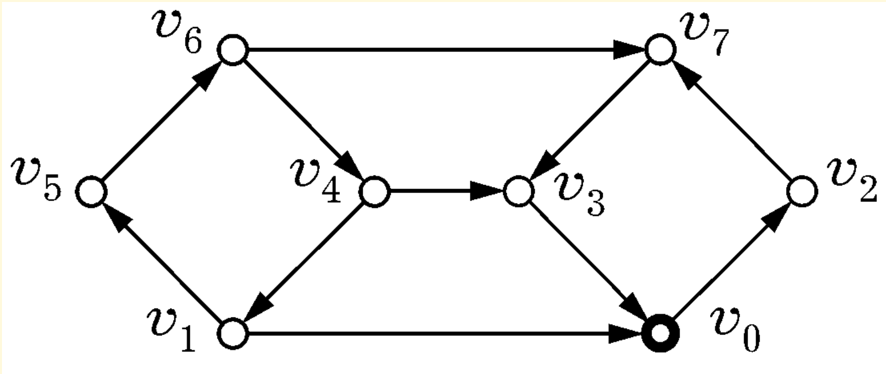


Рис. 19

12.2. Алгоритм поиска в ширину в ориентированном графе

Вход. Граф $G = (V, E)$, заданный списками смежности; v_0 — начальная вершина (не обязательно первый элемент массива лидеров).
Выход. Массив M меток вершин, где каждая метка равна длине пути от v_0 до v.

0. Очередь Q положить пустой $(Q := \varnothing)$. Все вершины пометить как недостижимые из вершины v_0, присваивая элементам массива M значение $+\infty$ $(M[v_i] := +\infty$, $i = \overline{1,\ N}$).
Стартовую вершину v_0 пометить номером 0, т.е. длину пути от стартовой вершины v_0 до самой себя положить равной 0 ($M[v_0] := 0$). Поместить вершину v_0 в очередь Q. Перейти на шаг **1**.
1. Если очередь Q не пуста $(Q \neq \varnothing)$, то из „головы“ очереди извлечь (с удалением из очереди) вершину u и перейти на шаг **2**. Если очередь пуста, перейти на шаг **3**.
2. Если список смежности $L(u)$ вершины u пуст, вернуться на шаг **1**.
Если список смежности $L(u)$ вершины u не пуст, для каждой вершины w из списка смежности, где $M[w] = +\infty$, т.е. вершины, которую еще не посещали, положить длину пути из стартовой вершины v_0 до вершины w равной длине пути от v_0 до вершины u плюс одна дуга $(M[w] := M[u] + 1)$, т.е. отметить вершину w и поместить ее в очередь Q. После просмотра всех вершин списка смежности $L(u)$ вернуться на шаг **1**.
3. Распечатать массив M. Закончить работу.

Алгоритм поиска в ширину может быть дополнен процедурой „обратного хода“, определяющей номера вершин, лежащих на кратчайшем пути из вершины v_0 в данную вершину u.

Для этого необходимо завести массив PR размера $|V|$, каждый элемент $PR[w]$ которого содержит номер той вершины, из которой был осуществлен переход в вершину w при ее пометке.

Если вершина w находится в списке смежности $L(u)$ вершины u, заполнение элемента массива $PR[w]$ происходит при изменении метки вершины w $M[w]$ с $+\infty$ на единицу. При этом в элементе $PR[w]$ сохраняется номер вершины u $(PR[w] := u)$. Для начальной вершины $PR[v_0]$ можно положить равным 0, в предположении, что начальная вершина v_0 имеет номер 0 и остальные вершины пронумерованы от 1 до N.

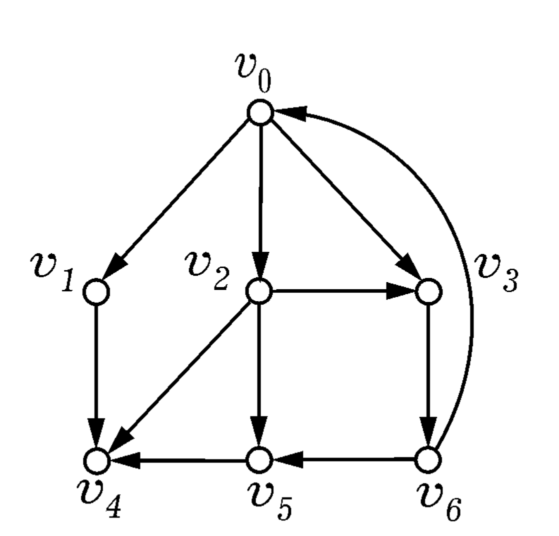


Рис. 20

	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
1.	0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Списки смежности

$v_0 \longrightarrow (v_1, v_2, v_3)$
$v_1 \longrightarrow (v_4)$
$v_2 \longrightarrow (v_4, v_5, v_3)$
$v_3 \longrightarrow (v_6)$
$v_4 \longrightarrow ()$
$v_5 \longrightarrow (v_4)$
$v_6 \longrightarrow (v_5, v_0)$

$Q = \{v_0\}$
$PR(v_0) = \varnothing$

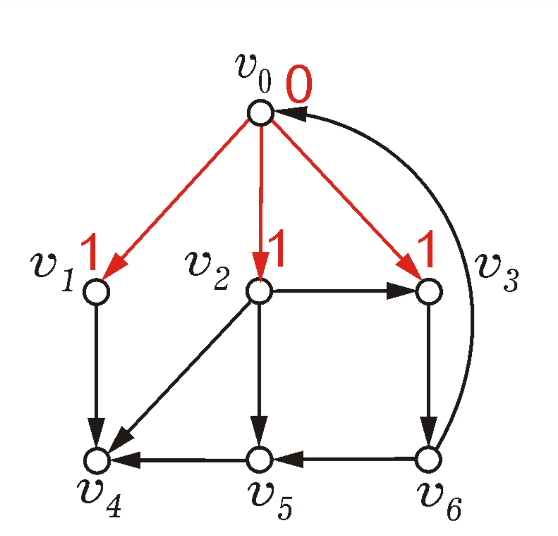


Рис. 21

Списки смежности

$v_0 \longrightarrow (v_1, v_2, v_3)$
$v_1 \longrightarrow (v_4)$
$v_2 \longrightarrow (v_4, v_5, v_3)$
$v_3 \longrightarrow (v_6)$
$v_4 \longrightarrow ()$
$v_5 \longrightarrow (v_4)$
$v_6 \longrightarrow (v_5, v_0)$

	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
1.	0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
2.	0	1	1	1	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$

$$Q = \{\cancel{v_0}, v_1, v_2, v_3\}$$
$$PR(v_0) = \varnothing, PR(v_1) = v_0, PR(v_2) = v_0,$$
$$PR(v_3) = v_0$$

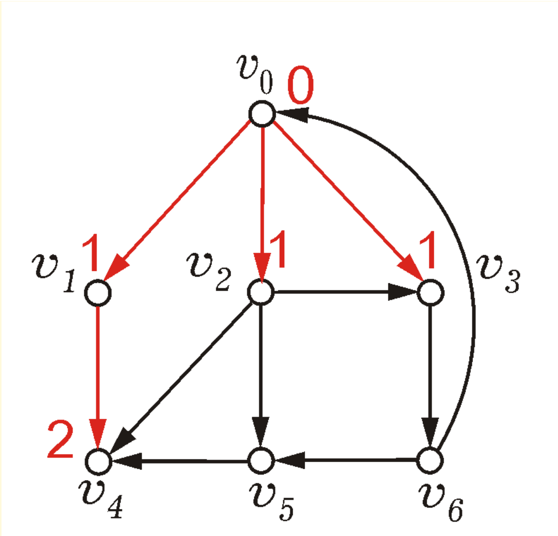


Рис. 22

Списки смежности

$v_0 \longrightarrow (v_1, v_2, v_3)$

$v_1 \longrightarrow (v_4)$

$v_2 \longrightarrow (v_4, v_5, v_3)$

$v_3 \longrightarrow (v_6)$

$v_4 \longrightarrow ()$

$v_5 \longrightarrow (v_4)$

$v_6 \longrightarrow (v_5, v_0)$

	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
1.	0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
2.	0	1	1	1	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
3.	0	1	1	1	2	$+\infty$	$+\infty$

$Q = \{\cancel{v_0}\ \cancel{v_1}, v_2, v_3, v_4\}$

$PR(v_0) = \varnothing, PR(v_1) = v_0, PR(v_2) = v_0,$

$PR(v_3) = v_0, PR(v_4) = v_1$

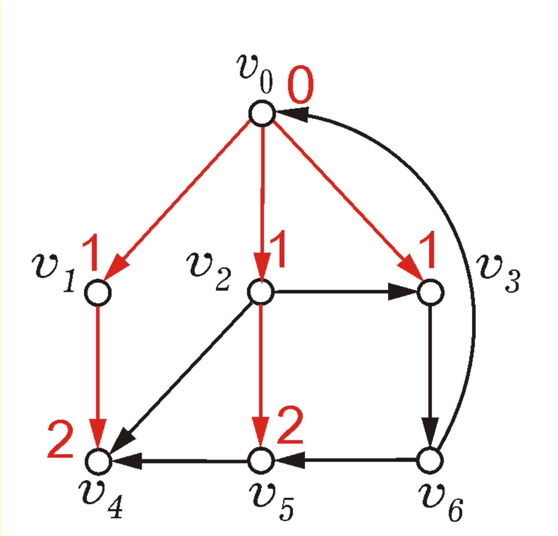


Рис. 23

Списки смежности

$v_0 \longrightarrow (v_1, v_2, v_3)$

$v_1 \longrightarrow (v_4)$

$v_2 \longrightarrow (v_4, v_5, v_3)$

$v_3 \longrightarrow (v_6)$

$v_4 \longrightarrow ()$

$v_5 \longrightarrow (v_4)$

$v_6 \longrightarrow (v_5, v_0)$

	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
1.	0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
2.	0	1	1	1	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
3.	0	1	1	1	2	$+\infty$	$+\infty$
4.	0	1	1	1	2	2	$+\infty$

$Q = \{\cancel{v_0}\ \cancel{v_1}\ \cancel{v_2}, v_3, v_4, v_5\}$
$PR(v_0) = \varnothing, PR(v_1) = v_0, PR(v_2) = v_0,$
$PR(v_3) = v_0, PR(v_4) = v_1, PR(v_5) = v_2$

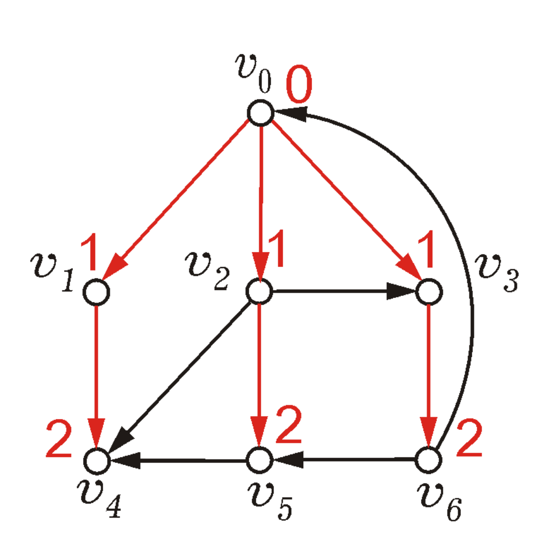


Рис. 24

Списки смежности

$v_0 \longrightarrow (v_1, v_2, v_3)$
$v_1 \longrightarrow (v_4)$
$v_2 \longrightarrow (v_4, v_5, v_3)$
$v_3 \longrightarrow (v_6)$
$v_4 \longrightarrow ()$
$v_5 \longrightarrow (v_4)$
$v_6 \longrightarrow (v_5, v_0)$

	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
1.	0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
2.	0	1	1	1	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
3.	0	1	1	1	2	$+\infty$	$+\infty$
4.	0	1	1	1	2	2	$+\infty$
5.	0	1	1	1	2	2	2

$Q = \{\cancel{v_0}\ \cancel{v_1}\ \cancel{v_2}\ \cancel{v_3}, v_4, v_5, v_6\}$
$PR(v_0) = \varnothing, PR(v_1) = v_0, PR(v_2) = v_0,$
$PR(v_3) = v_0, PR(v_4) = v_1, PR(v_5) = v_2,$
$PR(v_6) = v_3$

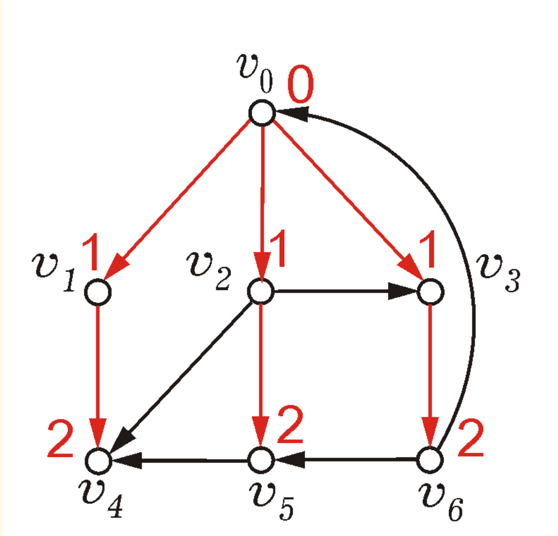


Рис. 25

Списки смежности

$v_0 \longrightarrow (v_1, v_2, v_3)$
$v_1 \longrightarrow (v_4)$
$v_2 \longrightarrow (v_4, v_5, v_3)$
$v_3 \longrightarrow (v_6)$
$v_4 \longrightarrow ()$
$v_5 \longrightarrow (v_4)$
$v_6 \longrightarrow (v_5, v_0)$

	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
1.	0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
2.	0	1	1	1	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
3.	0	1	1	1	2	$+\infty$	$+\infty$
4.	0	1	1	1	2	2	$+\infty$
5.	0	1	1	1	2	2	2

$Q = \{\cancel{v_0}\ \cancel{v_1}\ \cancel{v_2}\ \cancel{v_3}\ \cancel{v_4}\ \cancel{v_5}\ \cancel{v_6}\}$
$PR(v_0) = \varnothing, PR(v_1) = v_0, PR(v_2) = v_0,$
$PR(v_3) = v_0, PR(v_4) = v_1, PR(v_5) = v_2,$
$PR(v_6) = v_3$

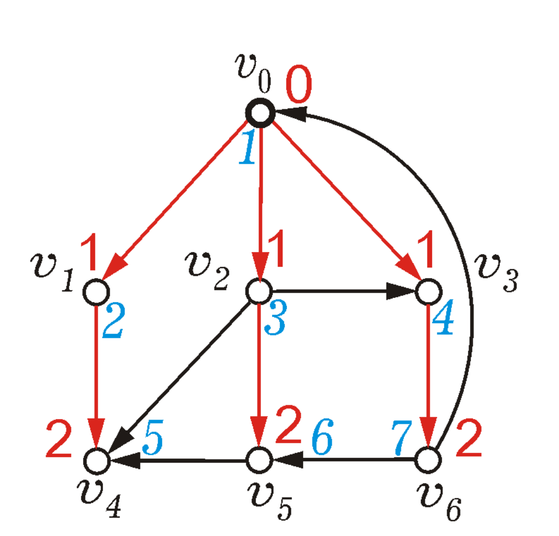


Рис. 26

Списки смежности

$v_0 \longrightarrow (v_1, v_2, v_3)$
$v_1 \longrightarrow (v_4)$
$v_2 \longrightarrow (v_4, v_5, v_3)$
$v_3 \longrightarrow (v_6)$
$v_4 \longrightarrow ()$
$v_5 \longrightarrow (v_4)$
$v_6 \longrightarrow (v_5, v_0)$

	v_0	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
1.	0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
2.	0	1	1	1	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
3.	0	1	1	1	2	$+\infty$	$+\infty$
4.	0	1	1	1	2	2	$+\infty$
5.	0	1	1	1	2	2	2

$Q = \varnothing$

$PR(v_0) = \varnothing, PR(v_1) = v_0, PR(v_2) = v_0,$
$PR(v_3) = v_0, PR(v_4) = v_1, PR(v_5) = v_2,$
$PR(v_6) = v_3$

Домашнее задание

Задача 1. Выполнить поиск в глубину в ориентированном графе из вершины v_1 . Записать списки смежности. Вершины в списке смежности расположить в порядке возрастания номеров. Привести протокол работы алгоритма, указать D-номера вершин. Построить глубинное остовное дерево.

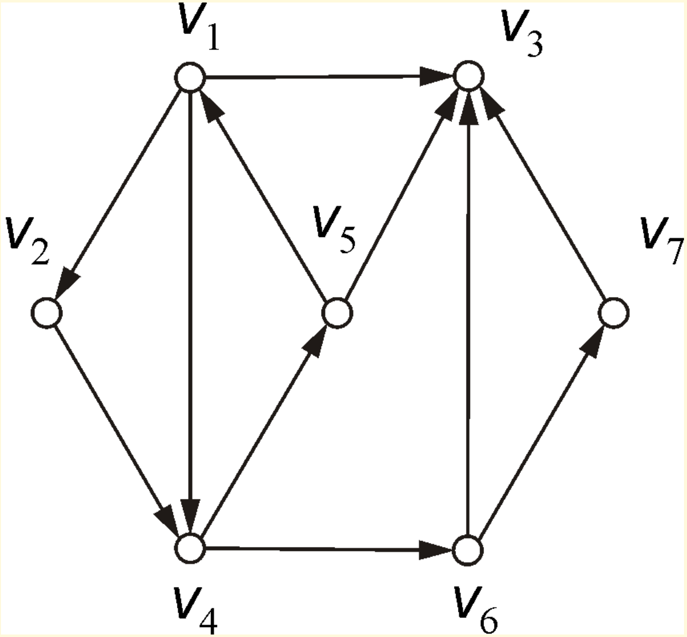


Рис. 27

Задача 2. Выполнить поиск в ширину в ориентированном графе из вершины v_1. Записать списки смежности. Привести протокол работы алгоритма (работу с очередью, изменения массива меток на каждом шаге). На графе указать номера вершин, присваиваемых им в соответствии с порядком посещения при работе алгоритма. Отметить на графе кратчайшие пути из стартовой вершины во все остальные, используя массив ”предков”, сформированный при работе алгоритма.

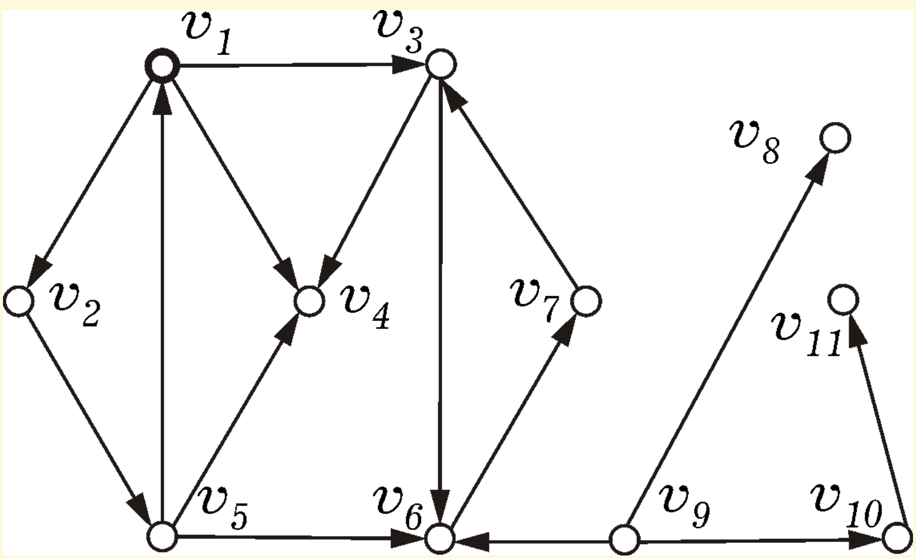


Рис. 28

Задача 3. Выполнить поиск в глубину в неориентированном графе из вершины v_1. Записать списки смежности. Вершины в списке смежности расположить в порядке возрастания номеров. Привести протокол работы алгоритма, указать D-номера вершин. Построить глубинное остовное дерево.

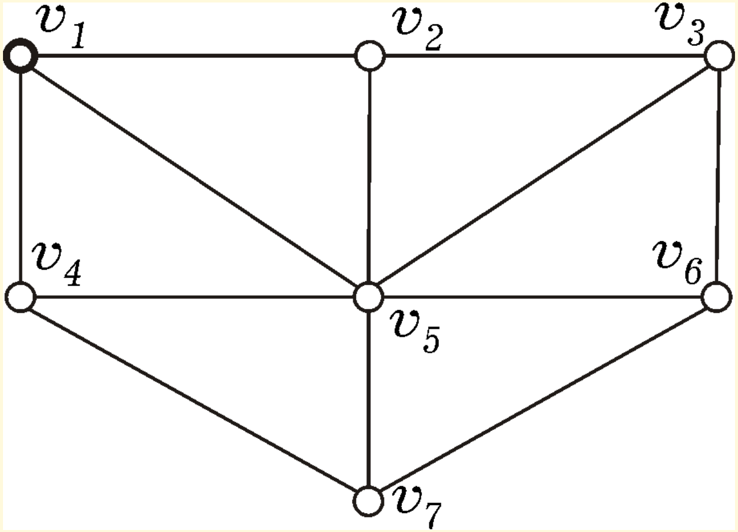


Рис. 29