ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ ПО КУРСУ "ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА" ИУ 5, 2 курс, 4 семестр, 2015 г. Модуль 2.

Задача 1 (1 балл)

Для булевой функции f, заданной в таблице 1, с использованием карты Карно:

- а) найти сокращенную ДНФ; б) найти ядро функции;
- в) получить все тупиковые ДНФ и указать, какие из них являются кратчайшими и минимальными:
- г) для минимальных ДНФ изобразить на картах Карно ядро и соответствующие покрытия склейками.

Таблица 1

N варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0 0 0 0	1	1	0	1	$\frac{3}{1}$	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0 0 0 1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
0 0 1 0	1	1	1	1	1	0	1	$\frac{1}{1}$	1	0	1	1	1	0	1
0 0 1 1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
0 1 0 0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0 1 0 1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0 1 1 0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
0 1 1 1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
1000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1
1001	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
1010	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
1011	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0
1100	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
1101	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1110	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0
	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
1 1 1 1	1	1	0	1	U	1	1	U	U	1	U	1	1	U	_ +
1 1 1 1 N варианта	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
								_	_						
N варианта	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
N варианта 0 0 0 0	16 1	17 1	18 1	19 1	20	21	22	23	24	25 1	26 1	27 0	28	29	30
N варианта 0 0 0 0 0 0 1	16 1 1	17 1 0	18 1 0	19 1 1	20 0 0	21 1 1	22 1 1	23 1 0	24 1 0	25 1 0	26 1 0	27 0 1	28 0 1	29 1 1	30 1 1
N варианта 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0	16 1 1 1	17 1 0 1	18 1 0 1	19 1 1 1	20 0 0 0	21 1 1 0	22 1 1 1	23 1 0 1	24 1 0 1	25 1 0 1	26 1 0 1	27 0 1	28 0 1	29 1 1 1	30 1 1 1
N варианта 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 1	16 1 1 1 1	17 1 0 1 0	18 1 0 1 1	19 1 1 1 0	20 0 0 0 0	21 1 1 0 1	22 1 1 1 0	23 1 0 1 1	24 1 0 1	25 1 0 1	26 1 0 1 0	27 0 1 1	28 0 1 1 1	29 1 1 1 1	30 1 1 1 1
N варианта 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 1 1 0	16 1 1 1 1 1	17 1 0 1 0	18 1 0 1 1 1 0 0	19 1 1 1 0 0 1	20 0 0 0 0 0 0 1	21 1 1 0 1	22 1 1 1 0 0	23 1 0 1 1 1 1 0	24 1 0 1 1 0	25 1 0 1 1	26 1 0 1 0 0 0	27 0 1 1 1 0	28 0 1 1 1 1	29 1 1 1 1 1	30 1 1 1 1 1
N варианта 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 1 1 1 0 1 1 1	16 1 1 1 1 1 1 0	17 1 0 1 0 1	18 1 0 1 1 1 0	19 1 1 1 0 0	20 0 0 0 0 0	21 1 0 1 1 0	22 1 1 1 0 0	23 1 0 1 1 1	24 1 0 1 1 0	25 1 0 1 1 1	26 1 0 1 0 0	27 0 1 1 1 0	28 0 1 1 1 1 1	29 1 1 1 1 1 0	30 1 1 1 1 1 1 0
N варианта 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 1 1 0	16 1 1 1 1 1 0	17 1 0 1 0 1 1 0	18 1 0 1 1 1 0 0	19 1 1 1 0 0 1	20 0 0 0 0 0 0 1	21 1 0 1 1 0	22 1 1 1 0 0 1	23 1 0 1 1 1 1 0	24 1 0 1 1 0 0	25 1 0 1 1 1 1 0	26 1 0 1 0 0 0	27 0 1 1 1 0 1	28 0 1 1 1 1 1 0	29 1 1 1 1 1 0	30 1 1 1 1 1 0 0
N варианта 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1	16 1 1 1 1 0 0 1 1	17 1 0 1 0 1 1 0 0 0 0	18 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1	19 1 1 0 0 1 0 1 1 1	20 0 0 0 0 0 1 1 1 1	21 1 0 1 1 0 1 1 0 0	22 1 1 0 0 1 0 1 1	23 1 0 1 1 1 0 1 1 1	24 1 0 1 1 0 0 1 1 1 1	25 1 0 1 1 1 0 1 1 1	26 1 0 1 0 0 0 1 1 1 1	27 0 1 1 0 1 1 0 0 0	28 0 1 1 1 1 0 0 1	29 1 1 1 1 0 0 0 0	30 1 1 1 1 1 0 0 0 1
N варианта 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 1 0	16 1 1 1 1 1 0 0	17 1 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0	18 1 0 1 1 1 0 0 1 1	19 1 1 0 0 1 0 1	20 0 0 0 0 0 1 1 1 1	21 1 0 1 1 0 1 1 0	22 1 1 0 0 1 0 1	23 1 0 1 1 1 0 1 1 1 1	24 1 0 1 1 0 0 1 1 1	25 1 0 1 1 1 0 1 1	26 1 0 1 0 0 0 1 1 1	27 0 1 1 1 0 1 1 0	28 0 1 1 1 1 1 0 0	29 1 1 1 1 0 0 0 0 1	30 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1
N варианта 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1	16 1 1 1 1 0 0 1 1 0	17 1 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0	18 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1	19 1 1 0 0 1 0 1 1 0 1	20 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1	21 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0	22 1 1 0 0 1 0 1 1 1 1	23 1 0 1 1 1 0 1 1 1 1 1	24 1 0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0	25 1 0 1 1 1 0 1 1 1 1 1	26 1 0 1 0 0 0 1 1 1 1 1	27 0 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1	28 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1	29 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1	30 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0
N варианта 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0	16 1 1 1 1 0 0 1 1 0 1	17 1 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1	18 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1 1	19 1 1 0 0 1 0 1 1 0 1 0	20 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1	21 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 0 1	22 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1	23 1 0 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1	24 1 0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0	25 1 0 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	26 1 0 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0	27 0 1 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1 1	28 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1	29 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1	30 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1
N варианта 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1 1 0 1 1 1 0 1	16 1 1 1 1 0 0 1 1 0 1 0 1	17 1 0 1 0 1 1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	18 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1 1 0 1 1	19 1 1 0 0 1 0 1 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0	20 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1	21 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1	22 1 1 0 0 1 1 1 1 1 0	23 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	24 1 0 1 1 0 0 1 1 1 0 0 0 1 1 1	25 1 0 1 1 1 0 1 1 1 1 1 0 0	26 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0	27 0 1 1 1 0 1 0 0 0 1 1 1 0	28 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	29 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1	30 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1
N варианта 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0	16 1 1 1 1 0 0 1 1 0 1	17 1 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1	18 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1 1	19 1 1 0 0 1 0 1 1 0 1 0	20 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1	21 1 0 1 1 0 1 1 0 0 1 0 1	22 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1	23 1 0 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1	24 1 0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0	25 1 0 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1	26 1 0 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0	27 0 1 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1 1	28 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1	29 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1	30 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1

Задача 2 (2 балла)

Даны функции f (таблица 2) и w (таблица 3).

- а) Вычислить таблицу значений функции f. б) Найти минимальные ДНФ функций f и w.
- в) Выяснить полноту системы $\{f,w\}$. Если система не полна, дополнить систему функцией g до полной системы.

 $У \kappa a з a н u e$. Запрещается дополнять систему константами, отрицанием и базовыми функциями двух переменных (\oplus , \vee , \wedge , |, \downarrow и т.д.) Не допускается дополнение функцией, образующей с f или w полную подсистему, кроме случаев, когда иное невозможно.

г) реализовать базовые функции \land , \lor , $\overline{}$, 0, 1 формулами над $\{f,w\}$ или $\{f,w,g\}$. Для реализации \land использовать полином Жегалкина нелинейной функции.

Таблица 2

Nº	$f(x_1, x_2, x_3)$	№	$f(x_1, x_2, x_3)$
1	$(x_2 \mid x_2 \lor x_3)(x_2 \downarrow \overline{x}_3) \lor (x_1 \oplus x_3)$	16	$\overline{((\overline{x}_2 \vee (\overline{x}_3 \Rightarrow \overline{x}_2)) \downarrow (x_1 \vee \overline{x}_3))} \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
2	$(((\overline{x}_1 \Rightarrow (\overline{x}_3 \Rightarrow x_1)) \downarrow (x_2 x_3)) \lor (\overline{x}_1 \downarrow x_3)$	17	$((\overline{x}_1 \lor x_2) \sim x_3) \sim (x_2 \sim x_3)) \Rightarrow (\overline{x}_1 \lor x_3)$
3	$(((x_3 \Rightarrow (x_1 \sim x_2)) \oplus (\overline{x}_3 \Rightarrow \overline{x}_1)) \Rightarrow (\overline{x}_2 \mid \overline{x}_3)$	18	$(x_1 \oplus (x_1 \vee \overline{x}_3))(x_2 \oplus \overline{x}_3) \sim \overline{x}_1 \overline{x}_3$
$oxed{4}$	$(x_1\overline{x}_2x_3 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3) \Rightarrow (x_1 \oplus x_3)$	19	$((\overline{x}_1 \lor x_2 \lor x_3) \Rightarrow (\overline{x}_2 \sim x_3)) \sim (x_1 \sim \overline{x}_3)$
5	$(x_1(x_1 \oplus \overline{x}_3) \Rightarrow (x_1 \sim \overline{x}_2)) \mid (x_1 \downarrow \overline{x}_2)$	20	$\overline{x}_1(x_1 \downarrow \overline{x}_2)(x_1 \oplus \overline{x}_3) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
6	$(x_3 \Rightarrow (x_2 \sim \overline{x}_3)) \lor (x_1 \oplus \overline{x}_2) \oplus x_1 x_2$	21	$(((\overline{x}_1 \mid x_3) \oplus x_2) \Rightarrow (x_2 \Rightarrow \overline{x}_1)) \oplus \overline{x}_2 \oplus \overline{x}_3$
7	$(\overline{x}_1 \lor (\overline{x}_1 \oplus x_2) \lor x_2 \overline{x}_3) \mid (\overline{x}_1 \sim \overline{x}_3)$	22	$(\overline{x}_1 \oplus \overline{x}_3 \oplus x_3 \oplus (x_1 \sim \overline{x}_2)) \mid (x_1 \downarrow x_3)$
8	$\overline{((\overline{x}_2 \vee \overline{x}_3) \Rightarrow x_3) \Rightarrow \overline{(x_1 \sim \overline{x}_2)})} \downarrow (x_1 \sim x_3)$	23	$(\overline{x}_1(\overline{x}_2 \Rightarrow \overline{x}_1) \sim (x_2 \mid x_3)) \downarrow \overline{(x_1 \lor x_2)}$
9	$(x_1 \oplus x_3 \oplus (x_2 \mid x_2 x_3)) \mid (\overline{x}_1 \downarrow \overline{x}_3)$	24	$(((x_1 \oplus x_2) \vee x_2) \Rightarrow (\overline{x}_2 \mid x_3)) \vee (x_2 \oplus \overline{x}_3)$
10	$((x_1 \lor (x_2 \Rightarrow x_3)) \Rightarrow x_1 x_2) \lor (\overline{x}_1 \Rightarrow \overline{x}_3)$	25	$((x_1 \mid \overline{x}_3) \oplus (x_2 x_3 \vee \overline{x}_3)) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
11	$((x_2 \Rightarrow (x_1 \oplus x_3)) \oplus (\overline{x}_2 \sim x_3)) \Rightarrow (\overline{x}_2 \mid \overline{x}_3)$	26	$((\overline{x}_1\overline{x}_2 \vee \overline{x}_3) \oplus (\overline{x}_3 \Rightarrow \overline{x}_1)) \sim (\overline{x}_2 \overline{x}_3)$
12	$\overline{x}_2\overline{x}_3 \lor ((\overline{x}_3 \oplus (x_2 \Rightarrow x_1)) \Rightarrow (\overline{x}_1 \sim x_2))$	27	$(((\overline{x}_1 \Rightarrow (x_1 \sim \overline{x}_3)) \sim (\overline{x}_1 \downarrow \overline{x}_2)) \vee x_1$
13	$((\overline{x}_1 \Rightarrow (\overline{x}_2 \sim x_3)) \oplus (\overline{x}_1 \vee \overline{x}_2)) \vee (x_1 \oplus \overline{x}_2)$	28	$((x_1 \lor x_1 x_3) \oplus (x_2 \downarrow \overline{x}_3)) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
14	$(\overline{x}_1 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3 \vee (\overline{x}_3 \Rightarrow \overline{x}_1)) \sim \overline{(x_2 \downarrow x_3)}$	29	$((\overline{x}_3 \Rightarrow (x_2 \mid \overline{x}_3))(\overline{x}_1 \sim \overline{x}_3)) \sim (x_1 \sim x_2)$
15	$(\overline{x}_2 \lor x_2\overline{x}_3)(\overline{x}_1 \oplus x_3) \oplus (\overline{x}_2 \Rightarrow \overline{x}_3)$	30	$x_1(\overline{x}_1 \mid x_3)(\overline{x}_1 \oplus \overline{x}_3) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$

Таблица З

No	W	No	W	№	W
1	(0,0,1,0,1,0,0,1)	11	(1,1,0,1,0,1,1,1)	21	(1,1,0,0,0,0,1,1)
2	(1,0,0,1,0,1,1,1)	12	(0,0,1,1,0,1,1,1)	22	(1,0,1,1,0,1,0,1)
3	(0,1,1,0,0,1,0,1)	13	(0,1,0,1,1,1,0,1)	23	(1,0,1,1,1,0,1,0)
4	(0,1,0,1,0,1,0,0)	14	(1,0,0,1,0,1,1,0)	24	(1,1,0,0,1,0,1,0)
5	(1,0,1,0,1,1,1,0)	15	(1,1,0,1,1,1,0,1)	25	(0,1,1,0,1,0,0,1)
6	(1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0)	16	(0,0,0,0,0,1,1,1)	26	(1,0,0,1,0,1,1,1)
7	(1,0,1,1,0,0,1,0)	17	(1,1,1,1,0,0,0,0)	27	(1,1,1,0,0,1,1,0)
8	(1,0,0,1,0,1,1,0)	18	(1,1,0,1,1,1,0,1)	28	(0,1,0,1,0,0,1,0)
9	(0,1,0,0,1,1,0,1)	19	(1,1,1,1,1,0,0)	29	(1,0,1,0,1,0,1,0)
10	(1,1,1,0,1,1,0,0)	20	(0,0,0,0,1,1,1,1)	30	(1,1,1,0,0,1,1,0)