GLI INSIEMI

DEFINIZIONE:
→ UN INSIEME È UNA COLLEZIONE BEN DEFINITA DI OGGETTI DISTINTI DETTI ELEMENTI DELL'INSIEME

- $x \in A$ X APPARTIENE AD A
- $x \notin A$ X NON APPARTIENE ~~A~~ A

∇ 1) NO RESTRIZIONI NATURA DEGLI OGGETTI.

2) "BEN DEFINITA" NO AMBIGUITÀ SE OGGETTO È O MENO NELL'INSIEME

3) GLI ELEMENTI DI UN INSIEME ~~SONO~~ POSSONO ESSERE INSIEMI.

- $\forall$ PER OGNI
- $\exists$ ESISTE

QUANTIFICATORI UNIVERSALI

- ~ NEGAZIONE ($\neg$)

→ ES. $\forall x \in A,\ P(x)$ OGNI E. X APPARTENENTE AD A SODDISFA LA PROPRIETÀ P

$\exists x \in A,\ P(x)$ ESISTE UN ELEMENTO ~~CHE~~ X APPARTENENTE AD A CHE SODDISFA P

∇ LA NEGAZIONE DI UN AFFERMAZIONE SCAMBIA I QUANTIFICATORI

$$\sim(\forall x \in A,\ P(x)) = \exists x \in A,\ \sim P(x)$$

$$\sim(\exists x \in A,\ P(x)) = \forall x \in A,\ \sim P(x)$$

L'INSIEME VUOTO

↳ L'INSIEME PRIVO DI ELEMENTI

$\emptyset = \{\}$ $\forall x, x \notin \emptyset$

ES

$A = \{\emptyset\}$ $\emptyset \in A$ A NON È L'INSIEME VUOTO

CARDINALITÀ → IL NUMERO DEGLI ELEMENTI DI UN INSIEME

ES.

$|\emptyset| = 0$ $|\mathbb{N}| = \infty$

$A = \{1, 2, 3\}$ $|A| = 3$

SOTTO INSIEMI → DEFINIZIONE:

↳ UN INSIE B È SOTTOINSIE DI A SE OGNI ELEMENTO DI B È ANCHE ELEMENTO DI A

$\forall b \in B, b \in A \Rightarrow B \subset A$

SOTTO INSIEMI BANALI

$\emptyset \subset A$ $A \subset A$

SOTTO INSIEMI PROPRI

$B \subset A$

INSIEME DELLE PARTI

↳ SE A È UN INSIEME, SI DICE INSIEME DELLE PARTI DI A ($P(A)$) L'INSIEME I CUI ELEMENTI SONO I SOTTO INSIEMI DI A

$P(\emptyset) = \{\emptyset\}$ $\Rightarrow P(\emptyset) \neq \emptyset$

$A = \{*\}$ 1 SOLO E. $P(A) = \{A, \emptyset\}$

$A = \{a, b\} = \{\emptyset, A, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

! L'INSIEME DELLE PARTI SERVE PER STABILIRE SE 2 INSIEMI SONO UGUALI

$A = B \Rightarrow A \subset B$ e $B \subset A$

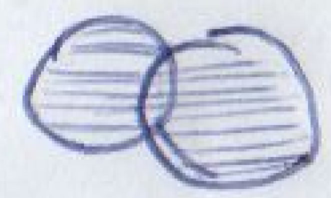
INTERSEZIONE ED UNIONE

INTERSEZIONE

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \ \ x \in B \}$$

UNIONE

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ oppure } x \in B \}$$



PROPRIETÀ DISTRIBUTIVA

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup B) \cap (B \cup C)$$

DIFFERENZA

SI DICE DIFFERENZA DI X ED A $(X \setminus A)$ IL SOTTOINSIEME DEGLI ELEMENTI DI X NON PRESENTI IN A

$$X \setminus A = \{ x \in X \mid x \notin A \}$$

COMPLEMENTARE

SIA A SOTTOINSIEME DI X. SI DICE COMPLEMENTARE DI A IN X $(\mathcal{C}_X(A))$ ~~IL SOTTOINSIEME~~

$$\mathcal{C}_X(A) = \{ x \in X \mid x \notin A \}$$

LEGGI DI DE MORGAN

↳ RELAZIONE FRA COMPLEMENTARE E UNIONE, INTERSEZIONE

$$\mathcal{C}_X(A \cap B) = \mathcal{C}_X(A) \cup \mathcal{C}_X(B)$$

$$\mathcal{C}_X(A \cup B) = \mathcal{C}_X(A) \cap \mathcal{C}_X(B)$$

L'INSIEME $\mathbb{N}$

È CARATTERIZZATO DAI SEGUENTI ASSIOMI:

1) $0 \in \mathbb{N}$

2.) OGNI $n \in \mathbb{N}$ HA UN SUCCESSORE $S(n) \in \mathbb{N}$

3) SE $m, n \in \mathbb{N}$ e $m \neq n$ ALLORA $S(m) \neq S(n)$

4) $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \neq S(n)$

5) SE $U \subset \mathbb{N}$ TALE CHE $0 \in U$ e $S(n) \in U, \forall n \in U \Rightarrow U = \mathbb{N}$

↳ PRINCIPIO DI INDUZIONE