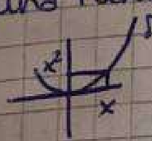
Matematica discreta #4

$f: A \to B$ ē il dato di un sottoinsieme $\Gamma \in A \times B$ ← gamma
tale che $\forall a \in A$, $\exists$ unico $b \in B$ tale che $(a,b) \in \Gamma$

diremo che $b = f(a)$;

Dare una funzione significa dare il suo grafico ← gamma

$y = x^2$

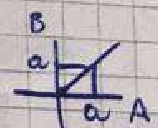


* guarda definizione di funzione

Esempi:

- $A = B$ insieme qualunque (insiemi non vuoti)

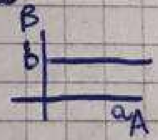
id: $A \to A$ identitā
$id(a) = a$ $\quad f = \{(a;a) \mid a \overset{\text{variare}}{} A\}$



- funzione costante

A, B $\quad$ fissiamo $b \in B$

$f: A \to B \quad f(a) = b \quad \forall a$
$\Gamma = \{(a,b) / a \in A\}$



- Ogni espressione $y = \dots$

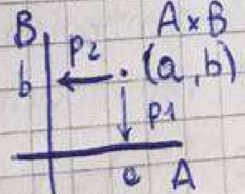
definisce una funzione $f: D \to R$ dove $D \in R$ ē l'insieme degli x per cui l'espressione ha un senso

$y = \frac{1}{x} \sim \forall R - \{0\}$ $\quad$ (D ē il dominio)

$y = \sqrt{h}$ $\quad D = R - \{h < 0\}$

- Proiezioni $\quad$ A, B insiemi

$p_1: A \times B \longrightarrow A \quad p_1: (a,b) = a$
$p_2: A \times B \to B \quad p_2: (a,b) = b$



- Successioni in A $\quad a_1, a_2, a_3 \dots$
vuol dire che ho una funzione $f: N \to A$

$f(0) = a_0$
$f(1) = a_1$
$f(2) = a_2$

• Quoziente

X, P partizione di X * guarda che cazzo è

Q è l'insieme quoziente $Q = \{A_i\}$

$\pi : X \to Q$; $\pi(x) = A_i$
dove $x \in A_i$ (unico)

$f: A \to B$ $a \in A$ $b = f(a)$ dirò che b è immagine di a tramite f

S è l'insieme $S = \{b \in B \mid b = f(a)$ per qualunque $a\}$

IMMAGINE DI F

es.: $f(x) = x^2$

$f(2) = 4$; 4 è l'immagine di 2

$Im(f) = \{x^2 / x \in \mathbb{R}\} = \{y \in \mathbb{R} / y \geq 0\}$

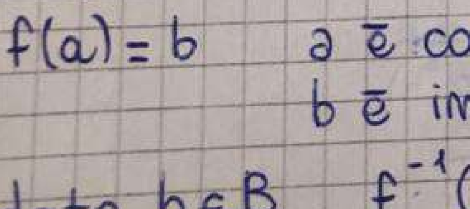
funzione $\boxed{\text{suriettiva}}$ è una funzione in cui ogni elemento dell'insieme è codominio; ogni elemento è immagine di qualcosa.

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = x^2$ $(-2)^2 = 2^2 = 4$

$f(-2) = f(2)$

$g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $g(x) = x^3$ $x^3 = y^3 \Rightarrow x = y$ $\boxed{\text{INIETTIVA}}$

la radice cubica è unica



non è iniettiva!

$f: A \to B$ (iniettiva) significa che $f(x) = f(y)$ solo quando $x = y$

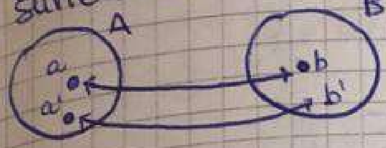
$f(a) = b$ a è controimmagine di b
b è immagine di a

dato $b \in B$ $f^{-1}(b) = \{a \in A / f(a) = b\}$

$f(x) = x^2$ $f^{-1}(1) = \{x \in \mathbb{R} / \underset{x^2}{\underset{\parallel}{f(x)}} = 1\}$

• quando un elemento ha più controimmagini non è suriettiva.

Def: una funzione si dice $\boxed{\text{biettiva}}$ se ē iniettiva e suriettiva



es:

$g(x) = x^3$ ē biettiva

$x^3 = c$ si risolve $\forall c$

Composizione di funzioni

Siano A, B, C insiemi qualunque (non vuoti) e siano

$f: A \to B \quad g: B \to C$ due funzioni

Posso considerare la funzione composta

$A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$ definita come

$(g \circ f)(a) = g(f(a))$

$g \circ f$
composizione

Casi speciali sono quando: alcuni fra A, B, C coincidono

es: se $A = B$; $A \xrightarrow{f} A \xrightarrow{g} C \quad g \circ f : A \to C$

- gli insiemi sono tutti uguali $A = B = C$

$A \xrightarrow{f} A \xrightarrow{g} A$ si può fare

$g \circ f$ o anche $f \circ g$

ATTENZIONE:

in generale (non ē sempre vero)

$g \circ f \neq f \circ g$

$A = B = C$

$f(x) = x^2 \qquad g(x) = x + 1$

$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(x^2) = x^2 + 1$

$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(x+1) = x^2 + 2x + 1$

non sono uguali

$f: A \to B \qquad A \xrightarrow{id} A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{id} B$

$(f \circ idA)(f) = f(idA(a)) = f(a) \rightsquigarrow f \circ idA = f$

$(f \circ idB)(f) =$

$idB(f(a)) = f(a) \rightsquigarrow id \circ f = f$

(PROVA NON DI CARATTERE TEORICO (SOLO ESERCIZI)
CORSO GEMELLATO CON LOGICA)