

diagonale Weight-Matrix benutzt. Sie liefert u.a. die Schätzwerte für die freien Pfadkoeffizienten und Faktorladungen des SE-Modells.

Die ermittelten Schätzwerte sind nicht einfach zu interpretieren, wenn als abhängige Variable die geordnet-kategoriale Variable Y betrachtet werden soll.⁴⁸ Deshalb wird in der kategorialen SEM-Analyse mit WLS/WLSMV-Schätzung fast immer nicht Y sondern Y^* als abhängige Variable betrachtet. Die Variable Y^* wird bei Analyse eines " $X \rightarrow Y$ "-Effektes stets als zwischengeschaltete, kontinuierliche Größe verstanden ($X \rightarrow Y^* \rightarrow Y$), die in einer nicht-linearen (S-kurvigen) Beziehung zur Wahrscheinlichkeit von Y steht. Und ist nicht Y sondern Y^* die abhängige Variable, so sind die Pfadkoeffizienten als kontinuierliche Veränderungs-raten einer kontinuierlich skalierten abhängigen Variablen Y^* zu interpretieren (so wie bei der klassischen OLS-Regression).

Allerdings fehlt den Y^* -Variablen eine empirisch zu interpretierende Skalierung. Um diese zu erhalten, müsste auf das komplizierte, nicht-lineare Verhältnis zu Y zurückgegriffen werden. Wenn aber darauf, wie üblich, verzichtet wird, kann über die Beziehung zwischen Y^* und Y allein gesagt werden, dass wenn Y^* ansteigt (z.B. aufgrund eines positiven Effektes von X), auch die Wahrscheinlichkeit für einen höheren Wert bei Y ansteigt. Eine exakte, quantitative Kalkulation dieses Anstiegs erforderte jedoch eine recht aufwändige Berechnung.

Alternativ zur hier erläuterten WLS/WLSMV-Schätzmethode kann zur Schätzung von SE-Modellen mit kategorialen Variablen auch das im EQS-Programmpaket implementierte dreistufige Schätzverfahren eingesetzt werden, in dem einzelne Schritte aus WLS- und ML-Schätzung miteinander kombiniert werden (vgl. dazu Byrne 2006: 163-176):

- Schritt 1: Schätzung von "Schwellenwerten" (s.o.) unter Annahme von normalverteilten, kontinuierlichen Variablen Y^* , die den kategorialen Messwerten zugrunde liegen (s.o.);
- Schritt 2: Berechnung von polychorischen/polyseriellen Korrelationen (s.o.) zwischen den metrisch rekodierten, ursprünglich kategorial gemessenen Modellvariablen (s.o.);
- Schritt 3: Schätzung der freien Modellparameter auf der Basis der berechneten polychorischen/polyseriellen Korrelationen (s.o.) unter Verwendung des ML(robust)-Schätzverfahrens (a.a.O.).

Allerdings fehlen zu dieser Methode noch systematische Evaluationen, die insbesondere die Stabilität und Unverzerrtheit des Verfahrens in Abhängigkeit von der

48 Vgl. dazu Muthén/Muthén 2001: Appendix 1 ("Regression with a categorical dependent variable"); Agresti 1990; Hosmer/Lemeshow 1989; Maddala 1983.

modellspezifischen Messkomplexität (Anzahl der Schwellenwerte pro Modellvariable) und den jeweils zur Verfügung stehenden Fallzahlen untersuchen.

2.8 Wann entsteht ein "Identifikationsproblem" bei der Konstruktion von SE-Modellen?

Damit die freien (und auch die restringiert-freien, a.a.O.) Parameter eines Strukturgleichungsmodells eindeutig geschätzt werden können, muss jedes SE-Modell "identifiziert" sein. Identifiziertsein heißt, dass genügend empirische Information zur Verfügung steht, um alle zu schätzenden Modellparameter auch unzweifelhaft ermitteln zu können. Denn genau so, wie arithmetische Gleichungssysteme mit mehr Unbekannten als Gleichungen nicht zu lösen sind,⁴⁹ sind auch die Gleichungssysteme von SE-Modellen, in denen eine möglichst weitgehende Annäherung von Σ und S erreicht werden soll (a.a.O.: Modellschätzung), immer dann nicht zu schätzen, wenn dazu die zur Verfügung stehende empirische Information nicht ausreicht.

Für eine erfolgreiche SEM-Schätzung wird also ein empirisch identifiziertes SE-Modell benötigt. Wenn allerdings in einer SEM-Analyse auch noch statistische Tests durchgeführt werden sollen, wenn z.B. der Modellfit (a.a.O.) des Gesamtmodells getestet werden soll, oder wenn überprüft werden soll, ob bestimmte Einflussverbindungen sinnvoll sind oder durch alternative Pfade ersetzt werden sollen, muss das zu schätzende SE-Modell überidentifiziert sein.

SE-Modelle sind dann überidentifiziert, wenn zu ihrer Schätzung mehr empirische Information zur Verfügung steht, als eigentlich zur Ermittlung der Parameter-Schätzwerte des betreffenden Modells erforderlich wäre. Da solche statistischen Tests üblicherweise in jeder SEM-Analyse durchgeführt werden, sollten die zu analysierenden SE-Modelle in aller Regel auch überidentifiziert sein (s.u.).

Grundsätzlich sollte der Identifikationsgrad von SE-Modellen für drei verschiedene Modellebenen festgestellt werden:

- (a) für jedes einzelne Messmodell,
- (b) für das Strukturmodell,
- (c) für das Gesamtmodell (bestehend aus Messmodell/en und Strukturmodell).

49 Die Gleichung: " $x+2y=7$ " ist unteridentifiziert, weil es eine unendliche Anzahl von Lösungen für x und y gibt (z.B. $x=5$, $y=1$ oder $x=6$, $y=0,5$). Es gibt in der Gleichung mehr Unbekannte als Bekannte. Demgegenüber ist das Gleichungssystem, das aus den zwei Gleichungen besteht: " $x+2y=7$ " und " $3x-y=7$ ", genau identifiziert, weil es dafür nur eine einzige Lösung gibt ($x=3$, $y=2$).

Idealer hätte ein SE-Modell auf allen drei genannten Ebenen überidentifiziert zu sein. Als Mindestanforderung für einen SE-Modelltest gilt, dass das Gesamtmodell (bestehend aus Messmodell/en und Strukturmodell) überidentifiziert sein muss. In der Praxis tritt allerdings häufig der Fall auf, dass zwar das Gesamtmodell überidentifiziert ist, aber entweder einzelne Messmodelle und/oder das Strukturmodell für sich alleine betrachtet unteridentifiziert sind. In solchen Fällen können die betreffenden Messmodelle und/oder das Strukturmodell nicht mehr separat empirisch überprüft werden. Dies soll im Folgenden noch ein wenig näher erläutert werden.

Eine der populärsten Regeln zur Feststellung der Identifiziertheit eines Strukturgleichungsmodells ist die t-Regel (auch "counting rule" genannt). Nach ihr gilt:

$$t \leq p(p+1)/2$$

In dieser Formel bezeichnet "p" die Anzahl der exogenen und endogenen, beobachteten (bzw. manifesten) Modellvariablen, und "t" bezeichnet die Anzahl der zu schätzenden Modellparameter. Ist die Ungleichung erfüllt, so ist das Modell überidentifiziert. Ist die Gleichung erfüllt ($t = p(p+1)/2$), so ist das Modell exakt identifiziert.

Allerdings formuliert die t-Regel nur eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung für eine Überidentifikation!⁵⁰

Wie auch Abbildung 2.12a zeigt, ist nach dieser t-Regel ein Messmodell mit einem Faktor (F_1) und zwei Indikatoren (Y_1, Y_2) unteridentifiziert (auch wenn die Messfehler E_1 und E_2 nicht miteinander korrelieren), weil darin fünf freie Parameter geschätzt werden müssen (die Varianzen von F_1 , E_1 und E_2 sowie die beiden Faktorladungen $\lambda_{1,1}$ und $\lambda_{1,2}$) und weil gleichzeitig nur drei empirische Informationseinheiten zur Verfügung stehen (die Varianzen von Y_1 und Y_2 sowie die Kovarianz zwischen Y_1 und Y_2). Auch wenn in diesem Modell eine Faktorladung zur Identifikation des Faktors auf einen Wert von 1.0 festgesetzt wird (vgl. Kap. 4.1.1), stehen sich noch immer vier zu schätzende Parameter und nur drei empirische Informationseinheiten gegenüber.⁵¹

Die oben vorgestellte t-Regel kann auch als Regel zur Ermittlung der sog. Freiheitsgrade (df=degrees of freedom) von SE-Modellen benutzt werden:

$$df = p(p+1)/2 - t$$

wobei "p" wiederum die Anzahl der beobachteten Variablen bezeichnet und "t" die Anzahl der zu schätzenden Modellparameter betrifft. Besteht das SE-Modell z.B.

50 Zu weiteren Regeln und Bedingungen der Identifikation von SE-Modellen vgl. Bollen 1989: 104.

51 Für weitere Informationen über die Anzahl von Indikatoren pro Faktor in SEM-Messmodellen vgl. Kapitel 4.1.

ausschließlich aus zwei miteinander korrelierenden Faktoren mit jeweils 3 Indikatoren (vgl. auch Abb. 2.12 für weitere Identifikationsbeispiele), so ist $p=6$ (6 Indikatoren) und $t=13$ (2 Faktorvarianzen, 1 Faktorkovarianz, $6-2=4$ Faktorladungen,⁵² 6 Residuenvarianzen). Dementsprechend wäre $df=21-13=8$. Die Abkürzung "df" bezeichnet somit die Anzahl der Freiheitsgrade eines Modells hinsichtlich seines Identifikationslevels.

Bei Überidentifikation steht also mehr Information zur Verfügung, als eigentlich zur Schätzung der jeweiligen Modellparameter benötigt wird. Wie oben bereits erwähnt, ist das in der SEM-Methodik kein Manko, sondern sehr erwünscht. Denn mit der überschüssigen Information lassen sich alternative Modellspezifikationen testen (z.B. im oben genannten Modell eine Erweiterung, bei der zwei Fehlergrößen/Residuen miteinander korrelieren, vgl. dazu Kap. 4.3). Mit jedem df kann ein weiterer zu schätzender Parameter aufgenommen werden. In überidentifizierten Modellen lässt sich somit feststellen, ob evtl. alternative Modelle zu bevorzugen sind, weil bestimmte Modellannahmen (z.B. die Nicht-Korrelation der Residuen) von den gegebenen Daten nicht bestätigt werden. Dies wäre in überidentifizierten Modellen z.B. dadurch herauszufinden, dass die konkurrierenden Modelle einem Chi-Quadrat-Differenzentest (a.a.O.) unterzogen werden. Es ist somit ein erstrebenswertes Ziel in der SEM-Analyse, möglichst überidentifizierte Modelle zu spezifizieren.

Problematisch ist jedoch eine solche Überspezifikation von SE-Modellen, bei der die Überidentifikation allein aufgrund der zahlreichen Indikatoren in den einzelnen Messmodellen des Gesamtmodells entsteht.

So kann z.B. in überidentifizierten Gesamtmodellen der Strukturteil des Modells überhaupt nicht überidentifiziert sein. Dies ist immer dann der Fall, wenn dort alle möglichen Verknüpfungen zwischen den Faktoren (Pfade, Faktorkovarianzen, Faktorresiduen-Kovarianzen) als freie Parameter spezifiziert werden. Dann wäre ein solches Modell zwar ausreichend identifiziert und damit auch zu schätzen. Jedoch könnte ein solches Modell in seinem Strukturteil nicht überprüft werden. Auch würde in solch einem Modell der Modell Anpassungstest (a.a.O.) nur auf den Freiheitsgraden im Messteil des Gesamtmodells aufbauen.

Ob eine Unterspezifikation (negativer df-Wert in obiger Gleichung) im Strukturteil eines SE-Modells gegeben ist, lässt sich mittels der obigen df-Gleichung überprüfen:

52 Pro Faktor muss in diesem Modell eine Faktorladung auf 1.0 fixiert werden (dazu mehr in Kap. 4.1.1). Deshalb können hier von den 6 vorhandenen Faktorladungen insgesamt 2 fixierte Ladungen subtrahiert werden, sodass im Modell nur noch 4 freie Faktorladungen zu schätzen sind.

Dazu wird die Formel nur im Bereich des Strukturteils benutzt und werden die Faktoren als separate (pseudo-empirische) Informationseinheiten gezählt. Besteht der Strukturteil z.B. nur aus zwei kovariierenden Faktoren, so ist $p=2$ (2 Faktoren) und $t=3$ (2 Faktorvarianzen, 1 Faktorkovarianz) und es ergibt sich somit nach der oben angeführten df-Formel: $df_{\text{Strukturmodell}} = 2(2+1)/2-3 = 3-3 = 0$, was einen saturierten bzw. einen "gerade identifizierten" Strukturteil signalisiert.

Demnach stünde zwar in diesem Beispiel zur Schätzung des Strukturteils im Gesamtmodell ausreichend Information zur Verfügung, jedoch könnte keine alternative Modellspezifikation getestet werden, wenn diese zusätzliche freie Parameter enthalten würde (allerdings könnte ein alternatives Modell ohne Kovarianz zwischen den beiden Faktoren getestet werden).

Wenn eine Unteridentifikation für ein Gesamtmodell vorliegt (Struktur- plus Messteil), unterbrechen in fast allen SEM-Softwarepaketen die Schätzverfahren ihre Arbeit und vermelden, dass das betreffende Modell nicht eindeutig geschätzt werden kann.

Sollten jedoch Schätzverfahren trotz Unteridentifikation zu einem Ergebnis führen, so sollte ein solches Resultat misstrauisch machen und sollte die Unterspezifikation vor einer erneuten Schätzung beseitigt werden. Dazu können z.B. Parameter auf 0 gesetzt werden oder zuvor freie Parameter restringiert werden (indem z.B. für zwei freie Parameter die Vorgabe, auch "constraint" genannt, gemacht wird, dass ihre Parameter-Schätzwerte identisch ausfallen sollten).

In Abbildung 2.12 werden zusammenfassend einige Beispiele für unter-, genau- und überidentifizierte Modelle dargestellt. Dabei wird in den Beispielen a, b und c die Identifikation von Messmodellen und in den Beispielen d und e die Identifikation von Gesamtmodellen betrachtet.

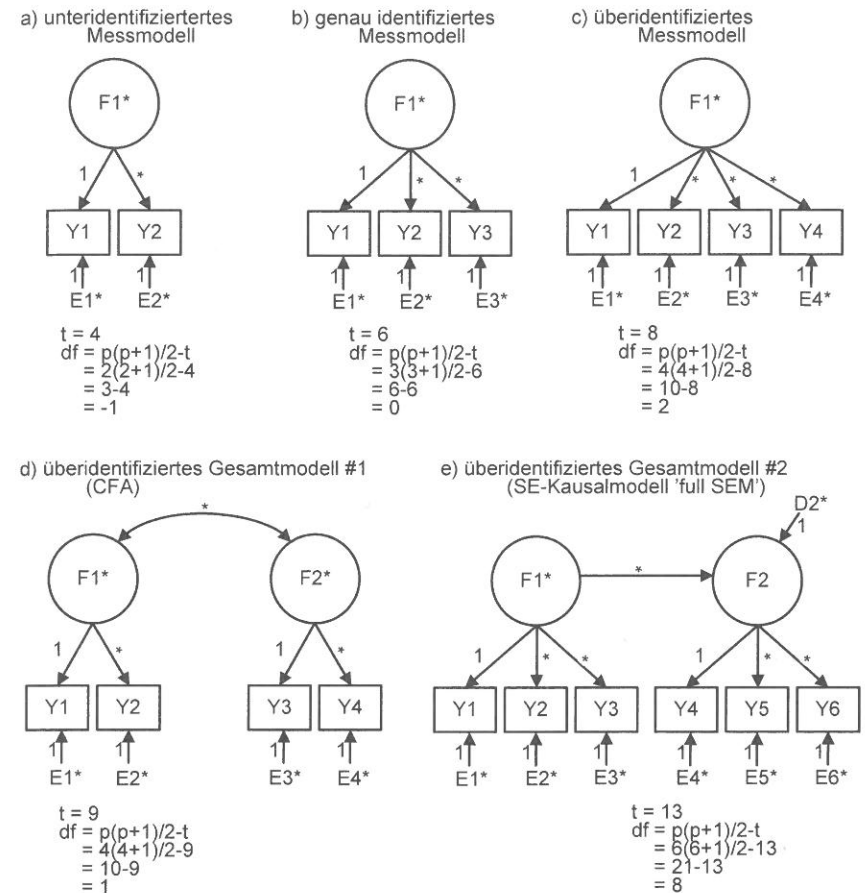


Abbildung 2.12: Identifikation von Mess- und Gesamtmodellen

Genau-identifizierte Modelle sind saturierte Modelle (auch die klassischen Regressionsmodelle sind saturierte Modelle). Für die freien Parameter von genau-identifizierten Modellen lassen sich zwar immer eindeutige Schätzwerte ermitteln, aber die Schätzung erreicht darin auch immer die maximal mögliche Anpassung von Σ an S (a.a.O.), d.h. erzeugt einen perfekten Fit (a.a.O.).

Exakt identifizierte Modelle können deshalb auch nicht in einem Modell-anpassungstest (a.a.O.) überprüft werden. Da bei genau-identifizierten Modellen die perfekte Modellanpassung immer ein reines "Kunstergebnis" ist, sollten die

Parameter-Schätzwerte eines saturierten Modells auch nicht inhaltlich interpretiert werden, sondern es sollten immer durch Neuspezifikation des Modells zusätzliche Freiheitsgrade gewonnen werden (z.B. durch die zuvor erwähnten Einschränkungen bzw. Constraints).

Wenn das nicht möglich ist, sollten bei einer Schätzung von saturierten Modellen nur die Signifikanzen der Schätzwerte interpretiert werden. Aber auch dabei ist Vorsicht geraten, weil häufig bei saturierten Modellen alternative, äquivalente Modellspezifikationen möglich sind (a.a.O.: Äquivalenz), in denen ebenfalls für bestimmte Parameter signifikante Schätzergebnisse erzielt werden können.

Weitere Identifikationsprobleme können insbesondere bei non-rekursiven Modellen bzw. bei Modellen mit reziproken oder Feedback-Effekten auftreten (a.a.O.: non-rekursive Modelle), in denen korrelierte Fehlervariablen auf der Ebene der Strukturmodelle (d.h. korrelierte Disturbances) vorliegen (vgl. dazu Abb. 2.13).⁵³

Solche Modelle gelten nur dann als identifiziert, wenn sogenannte Instrumentalvariablen (IVs) im Modell enthalten sind. Nach der IV-Regel (vgl. auch Rang-Regel, a.a.O.) sind non-rekursive Modelle mit korrelierten Fehlervariablen dann identifiziert, wenn sie Instrumentalvariablen enthalten, welche diejenigen Variablen beeinflussen, deren Fehler an der jeweiligen Fehlerkorrelation beteiligt sind, und wenn sie nicht mit den entsprechenden Fehlern verknüpft sind.

Zur Schätzung der Pfade zwischen zwei über eine Disturbance-Korrelation reziprok verbundener Variablen (Abb. 2.13: F1 und F2) sind zumindest zwei Instrumentalvariablen notwendig (A, B), von denen eine nur (!) als Prädiktor für F1 und eine nur (!) als Prädiktor für F2 fungiert (vgl. dazu Abb. 2.13).

Weitere Informationen über die Analyse von non-rekursiven Modellen finden sich in Kapitel 5.5 "Wie werden Modelle mit Feedback-Schleifen (non-rekursive Modelle) geschätzt?"

Anders als bei non-rekursiven Modellen verhält es sich mit Modellen, in denen zwar auch Faktorfehler (Disturbances) miteinander korrelieren, jedoch die betreffenden Faktoren nicht miteinander kovariieren. Für diese Modelle gilt die sog. "bow-free"-Regel (Brito/Pearl 2002). Demnach sind Modelle mit korrelierten Disturbance-Fehlern dann identifiziert, wenn die betreffenden Fehler zu Faktoren gehören, die nicht miteinander in direkter Weise verbunden sind, die also nicht miteinander korrelieren oder zwischen denen kein direkter kausaler Pfad besteht (indirekte Verbindungen sind demgegenüber möglich).

53 Davon nicht betroffen sind Modelle, in denen innerhalb von einzelnen Messmodellen zusätzliche Messfehlerkorrelationen der Indikatoren auftauchen.

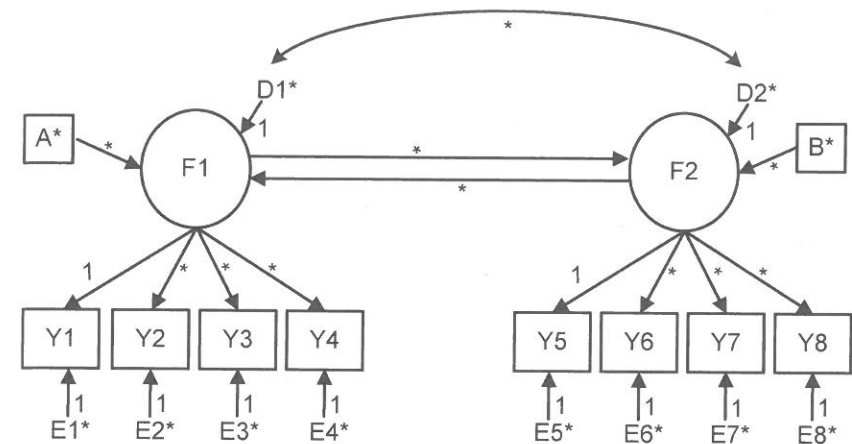


Abbildung 2.13: Non-rekursives SE-Modell

Von dem in diesem Kapitel diskutierten Problem der "strukturellen" Identifiziertheit ist das Problem der "empirischen Unteridentifizierung" zu unterscheiden.

Eine empirische Unteridentifizierung liegt immer dann vor, wenn das Modell aufgrund seiner strukturellen Spezifikation zwar identifiziert oder sogar überidentifiziert ist, jedoch aufgrund der zur Verfügung stehenden Daten unteridentifiziert und damit auch nicht geschätzt werden kann.

So ist z.B. ein Modell, das aus zwei Messmodellen mit jeweils einem Faktor und zwei Indikatoren besteht, strukturell identifiziert, wenn die beiden Faktoren via einer strukturell spezifizierten Kovarianz miteinander verbunden sind. Wenn es jedoch die empirischen Daten nicht ermöglichen, eine Korrelation mit einem Wert > 0.00 zu schätzen, so ist das Gesamtmodell empirisch unteridentifiziert.

Die in diesem Kapitel diskutierten Identifikationsprobleme sind dementsprechend nur zu lösen, wenn die betreffenden SE-Modelle nicht nur strukturell sondern auch empirisch identifiziert bzw. überidentifiziert sind.