Основни понятия в Haskell

Трифон Трифонов

Функционално програмиране, 2024/25 г.

6-13 декември 2023 г.

Тази презентация е достъпна под лиценза Creative Commons Признание-Некомерсиално-Споделяне на споделеното 4.0 Международен @ 🕕 🕲





Haskell Brooks Curry (1900–1982)

"Photo of Haskell B. Curry" or Gleb.svechnikov (https://commons.wikimedia.org/wiki/File:HaskellBCurry.jpg), CC BY-SA 4.0

```
fact 0 = 1
fact n = n * fact (n-1)
```

3/1

```
fact 0 = 1
fact n = n * fact (n-1)
quickSort [] = []
quickSort (x:xs) = quickSort less ++ [x] ++ quickSort more
  where less = filter (<=x) xs
        more = filter (>x ) xs
студенти = [("Иван", 3, 3.5), ("Мария", 4, 5.5),
            ("Петър", 3, 5.0), ("Галя", 2, 4.75)]
избрани = foldr1 (++) [ ' ':име | (име,курс,оценка) <- студенти,
                                  оценка > 4.5, курс <= 3 ]
```

- Чист функционален език (без странични ефекти)
- Статично типизиран с автоматичен извод на типовете
- Използва нестриктно (лениво) оценяване
- Стандартизиран (Haskell 2010 Language Report)

Помощни материали

- S. Thompson. Haskell: The Craft of Functional Programming (2nd ed.). Addison-Wesley, 1999.
- 2 P. Hudak, Peterson J., Fasel J. A Gentle Introduction to Haskell 98, 1999 (Internet, 2008).
- Haskell Wiki
- Hackage централно хранилище с пакети
- 🧿 GHCup инсталатор на Haskell
 - инсталирайте Haskell Language Server (HLS) за работа с Visual Studio Code
 - използвайте GHC 9.0.2 вместо актуалната GHC 9.2.х
 - инсталирайте разширението Haskell за Visual Studio Code

• Идентификатори: fact, _myvar, студенти

- Идентификатори: fact, _myvar, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или _

- Идентификатори: fact, _myvar, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или _
- Запазени идентификатори: case, if, let, where, ...

- Идентификатори: fact, _myvar, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или _
- Запазени идентификатори: case, if, let, where, ...
- Конструктори: Integer, Maybe, Just, ...

- Идентификатори: fact, _myvar, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или _
- Запазени идентификатори: case, if, let, where, ...
- Конструктори: Integer, Maybe, Just, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква

- Идентификатори: fact, _myvar, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или _
- Запазени идентификатори: case, if, let, where, ...
- Конструктори: Integer, Maybe, Just, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: 10, -5.12, 3.2e+2, 1.2E-2, 0x2f, 0o35

- Идентификатори: fact, _myvar, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или _
- Запазени идентификатори: case, if, let, where, ...
- Конструктори: Integer, Maybe, Just, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: 10, -5.12, 3.2e+2, 1.2E-2, 0x2f, 0o35
- Операции: +, *, &%, <==>, ♠

- Идентификатори: fact, _myvar, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или _
- Запазени идентификатори: case, if, let, where, ...
- Конструктори: Integer, Maybe, Just, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: 10, -5.12, 3.2e+2, 1.2E-2, 0x2f, 0o35
- Операции: +, *, &%, <==>, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)

- Идентификатори: fact, _myvar, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или _
- Запазени идентификатори: case, if, let, where, ...
- Конструктори: Integer, Maybe, Just, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: 10, -5.12, 3.2e+2, 1.2E-2, 0x2f, 0o35
- Операции: +, *, &%, <==>, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния са инфиксни

- Идентификатори: fact, _myvar, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или _
- Запазени идентификатори: case, if, let, where, ...
- Конструктори: Integer, Maybe, Just, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: 10, -5.12, 3.2e+2, 1.2E-2, 0x2f, 0o35
- Операции: +, *, &%, <==>, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния са инфиксни
- Запазени операции: . . : : = \| <- -> @ ~ =>

- Идентификатори: fact, _myvar, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или _
- Запазени идентификатори: case, if, let, where, ...
- Конструктори: Integer, Maybe, Just, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: 10, -5.12, 3.2e+2, 1.2E-2, 0x2f, 0o35
- Операции: +, *, &%, <==>, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния са инфиксни
- Запазени операции: . . : : = \| <- -> @ ~ =>
- Специални знаци: () , ; [] ' { }

- Идентификатори: fact, _myvar, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или _
- Запазени идентификатори: case, if, let, where, ...
- Конструктори: Integer, Maybe, Just, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: 10, -5.12, 3.2e+2, 1.2E-2, 0x2f, 0o35
- Операции: +, *, &%, <==>, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния са инфиксни
- Запазени операции: . . : : = \| <- -> @ ~ =>
- Специални знаци: () , ; [] ' { }
- Знаци: 'a', '\n', '+'



- Идентификатори: fact, _myvar, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или _
- Запазени идентификатори: case, if, let, where, ...
- Конструктори: Integer, Maybe, Just, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: 10, -5.12, 3.2e+2, 1.2E-2, 0x2f, 0o35
- Операции: +, *, &%, <==>, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния са инфиксни
- Запазени операции: . . : : = \| <- -> @ ~ =>
- Специални знаци: () , ; [] ' { }
- Знаци: 'a', '\n', '+'
- Низове: "Hello, world!", "произволен низ"

• <име> :: <тип> (типова декларация)

- <име> :: <тип> (типова декларация)
- декларира се, че <име> ще се свързва със стойности от <тип>

- <име> :: <тип> (типова декларация)
- декларира се, че <име> ще се свързва със стойности от <тип>
- типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип

- <име> :: <тип> (типова декларация)
- декларира се, че <име> ще се свързва със стойности от <тип>
- типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип

```
x :: Inty :: Doublez :: String
```

- <име> :: <тип> (типова декларация)
- декларира се, че <име> ще се свързва със стойности от <тип>
- типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип

```
x :: Inty :: Doublez :: String
```

<име> = <израз> (дефиниция)

- <име> :: <тип> (типова декларация)
- декларира се, че <име> ще се свързва със стойности от <тип>
- типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип
 - x :: Inty :: Doublez :: String
- <име> = <израз> (дефиниция)
- <име> се свърза с <израз>

- <име> :: <тип> (типова декларация)
- декларира се, че <име> ще се свързва със стойности от <тип>
- типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип
 - x :: Inty :: Double
 - z :: String
- <име> = <израз> (дефиниция)
- <име> се свърза с <израз>
 - \bullet x = 2

- <име> :: <тип> (типова декларация)
- декларира се, че <име> ще се свързва със стойности от <тип>
- типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип
 - x :: Int
 - y :: Double
 - z :: String
- <име> = <израз> (дефиниция)
- <име> се свърза с <израз>
 - \bullet x = 2
 - $y = x^2 + 7.5$



- <име> :: <тип> (типова декларация)
- декларира се, че <име> ще се свързва със стойности от <тип>
- типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип
 - x :: Inty :: Double
 - z :: String
- <име> = <израз> (дефиниция)
- <име> се свърза с <израз>
 - \bullet x = 2
 - $y = fromIntegral x^2 + 7.5$

- <име> :: <тип> (типова декларация)
- декларира се, че <име> ще се свързва със стойности от <тип>
- типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип
 - x :: Inty :: Doublez :: String
- <име> = <израз> (дефиниция)
- <име> се свърза с <израз>
 - \bullet x = 2
 - $y = fromIntegral x^2 + 7.5$
 - \bullet z = "Hello"



7/1

- <име> :: <тип> (типова декларация)
- декларира се, че <име> ще се свързва със стойности от <тип>
- типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип
 - x :: Int • y :: Double
 - z :: String
- <име> = <израз> (дефиниция)
- <име> се свърза с <израз>
 - \bullet x = 2
 - $y = fromIntegral x^2 + 7.5$
 - \bullet z = "Hello"
 - \bullet z = x + y



7/1

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.



Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

• Bool — булев тип с константи True и False



- Bool булев тип с константи True и False
- Char Unicode знаци

- Bool булев тип с константи True и False
- Char Unicode знаци
- Целочислени

- Bool булев тип с константи True и False
- Char Unicode знаци
- Целочислени
 - Int цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63}-1]$

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- Bool булев тип с константи True и False
- Char Unicode знаци
- Целочислени
 - Int цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} 1]$
 - Integer цели числа с произволна големина

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- Bool булев тип с константи True и False
- Char Unicode знаци
- Целочислени
 - Int цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} 1]$
 - Integer цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- Bool булев тип с константи True и False
- Char Unicode знаци
- Целочислени
 - Int цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} 1]$
 - Integer цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - Float дробни числа с единична точност

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- Bool булев тип с константи True и False
- Char Unicode знаци
- Целочислени
 - Int цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} 1]$
 - Integer цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - Float дробни числа с единична точност
 - Double дробни числа с двойна точност

- Bool булев тип с константи True и False
- Char Unicode знаци
- Целочислени
 - Int цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} 1]$
 - Integer цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - Float дробни числа с единична точност
 - Double дробни числа с двойна точност
- Съставни

- Bool булев тип с константи True и False
- Char Unicode знаци
- Целочислени
 - Int цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} 1]$
 - Integer цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - Float дробни числа с единична точност
 - Double дробни числа с двойна точност
- Съставни
 - [а] тип списък с произволна дължина и елементи от фиксиран тип а

- Bool булев тип с константи True и False
- Char Unicode знаци
- Целочислени
 - Int цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} 1]$
 - Integer цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - Float дробни числа с единична точност
 - Double дробни числа с двойна точност
- Съставни
 - [а] тип списък с произволна дължина и елементи от фиксиран тип а
 - String = [Char] низ (списък от знаци)



- Bool булев тип с константи True и False
- Char Unicode знаци
- Целочислени
 - Int цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} 1]$
 - Integer цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - Float дробни числа с единична точност
 - Double дробни числа с двойна точност
- Съставни
 - [а] тип списък с произволна дължина и елементи от фиксиран тип а
 - String = [Char] низ (списък от знаци)
 - (a,b,c) тип кортеж (наредена *n*-торка) с фиксирана дължина и произволни типове на компонентите

• програмите в Haskell се разделят на модули

- програмите в Haskell се разделят на модули
- module < ume > where

- програмите в Haskell се разделят на модули
- module <имe> where
- дефинира модул с <име>

- програмите в Haskell се разделят на модули
- module <имe> where
- дефинира модул с <име>
- import <модул> [(<име>{,<име>})]

- програмите в Haskell се разделят на модули
- module <имe> where
- дефинира модул с <име>
- import <модул> [(<име>{,<име>})]
- внася дефинициите <име> от <модул>

- програмите в Haskell се разделят на модули
- module <имe> where
- дефинира модул с <име>
- import <модул> [(<име>{,<име>})]
- внася дефинициите <име> от <модул>
- ако <име> не е указано, внася всички дефиниции

- програмите в Haskell се разделят на модули
- module <имe> where
- дефинира модул с <име>
- import <модул> [(<име>{,<име>})]
- внася дефинициите <име> от <модул>
- ако <име> не е указано, внася всички дефиниции
- модулът Prelude съдържа набор от често използвани стандартни функции

- програмите в Haskell се разделят на модули
- module <имe> where
- дефинира модул с <име>
- import <модул> [(<име>{,<име>})]
- внася дефинициите <име> от <модул>
- ако <име> не е указано, внася всички дефиниции
- модулът Prelude съдържа набор от често използвани стандартни функции
- всички дефиниции от Prelude се внасят автоматично във всяка програма

Стандартни числови функции

Аритметични операци +. -. *. /. ^. ^^

Други числови функции div. mod. max. min. gcd. lcm

Функции за преобразуване fromInteger, toInteger, realToFrac, fromRational, toRational, round, ceiling, floor

Функции над дробни числа exp, log, sin, cos, tan, asin, acos, atan, sqrt, **



Стандартни предикати

Числови предикати

Булеви операции

&&, ||, not

• t1 -> t2 — тип на функция, която получава параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2

- t1 -> t2 тип на функция, която получава параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- <име> <параметър> = <тяло>



- t1 -> t2 тип на функция, която получава параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- <име> <параметър> = <тяло>
- дефиниция на функция с <име>, един <параметър> и <тяло>

- t1 -> t2 тип на функция, която получава параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- <име> <параметър> = <тяло>
- дефиниция на функция с <име>, един <параметър> и <тяло>
- <функция> <израз>

- t1 -> t2 тип на функция, която получава параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- <име> <параметър> = <тяло>
- дефиниция на функция с <име>, един <параметър> и <тяло>
- <функция> <израз>
- прилагане на <функция> над <израз>
 - square :: Int -> Int
 - square x = x * x
 - ullet square x \longrightarrow 4
 - square 2.7 → Грешка!

- t1 -> t2 тип на функция, която получава параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- <име> <параметър> = <тяло>
- дефиниция на функция с <име>, един <параметър> и <тяло>
- <функция> <израз>
- прилагане на <функция> над <израз>
 - square :: Int -> Int
 - square x = x * x
 - square $x \longrightarrow 4$
 - square 2.7 → Грешка!
- Прилагането е с по-висок приоритет от другите операции!



- t1 -> t2 тип на функция, която получава параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- <име> <параметър> = <тяло>
- дефиниция на функция с <име>, един <параметър> и <тяло>
- <функция> <израз>
- прилагане на <функция> над <израз>
 - square :: Int -> Int
 - square x = x * x
 - square $x \longrightarrow 4$
 - square 2.7 → Γρешка!
- Прилагането е с по-висок приоритет от другите операции!
- square 2 + 3 \longrightarrow 7



- t1 -> t2 тип на функция, която получава параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- <име> <параметър> = <тяло>
- дефиниция на функция с <име>, един <параметър> и <тяло>
- <функция> <израз>
- прилагане на <функция> над <израз>
 - square :: Int -> Int
 - square x = x * x
 - square $x \longrightarrow 4$
 - square 2.7 → Γρешка!
- Прилагането е с по-висок приоритет от другите операции!
- square 2 + 3 \longrightarrow 7
- square $(2 + 3) \longrightarrow 25$



• Как можем да изразим двуаргументна функция f(x, y), ако разполагаме само с едноаргументни функции?

- Как можем да изразим двуаргументна функция f(x, y), ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x,...

- Как можем да изразим двуаргументна функция f(x,y), ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x,...
- ullet ...която връща като резултат едноаргументната $f_{\!\scriptscriptstyle X},\ldots$

- Как можем да изразим двуаргументна функция f(x, y), ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x,...
- ullet ...която връща като резултат едноаргументната $f_{\!\scriptscriptstyle X},\dots$
- ullet ... така че $f_{x}(y) = f(x,y)$.



- Как можем да изразим двуаргументна функция f(x,y), ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x,...
- ullet ...която връща като резултат едноаргументната $f_{\!\scriptscriptstyle X},\dots$
- ... така че $f_{x}(y) = f(x,y)$.
- Така имаме f(x, y) = F(x)(y).

- Как можем да изразим двуаргументна функция f(x,y), ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x,...
- ullet ...която връща като резултат едноаргументната $f_{\!\scriptscriptstyle X},\dots$
- \bullet ...така че $f_{x}(y) = f(x,y)$.
- Така имаме f(x, y) = F(x)(y).

Основна идея

Можем да разглеждаме функция с n+1 аргумента, като функция с един аргумент, която връща функция с n аргумента.



- Как можем да изразим двуаргументна функция f(x,y), ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x,...
- ullet ...която връща като резултат едноаргументната $f_{\!\scriptscriptstyle X},\dots$
- \bullet ...така че $f_{x}(y) = f(x,y)$.
- Така имаме f(x, y) = F(x)(y).

Основна идея

Можем да разглеждаме функция с n+1 аргумента, като функция с един аргумент, която връща функция с n аргумента.

Това представяне на функциите с повече аргументи се нарича "къринг" ("currying").



- t1 -> (t2 -> t3)
 - функция с параметър от тип t1, която връща функция, която приема параметър от тип t2 и връща резултат от тип t3; или



- t1 -> (t2 -> t3)
 - функция с параметър от тип t1, която връща функция, която приема параметър от тип t2 и връща резултат от тип t3; или
 - функция на два параметъра от типове t1 и t2, която връща резултат от тип t3

- t1 -> (t2 -> t3)
 - функция с параметър от тип t1, която връща функция, която приема параметър от тип t2 и връща резултат от тип t3; или
 - функция на два параметъра от типове t1 и t2, която връща резултат от тип t3
- В общия случай: <функция> :: t1 -> (t2 -> ... (tn -> t)...)

- t1 -> (t2 -> t3)
 - функция с параметър от тип t1, която връща функция, която приема параметър от тип t2 и връща резултат от тип t3; или
 - функция на два параметъра от типове t1 и t2, която връща резултат от тип t3
- В общия случай: <функция> :: t1 -> (t2 -> ... (tn -> t)...)
- <функция> ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \ldots, tn$ и ще връща резултат от тип t

- t1 -> (t2 -> t3)
 - функция с параметър от тип t1, която връща функция, която приема параметър от тип t2 и връща резултат от тип t3; или
 - функция на два параметъра от типове t1 и t2, която връща резултат от тип t3
- В общия случай: <функция> :: t1 -> (t2 -> ... (tn -> t)...)
- <функция> ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \ldots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- <функция> <параметър $_1 > \dots <$ параметър $_n > = <$ тяло>



- t1 -> (t2 -> t3)
 - функция с параметър от тип t1, която връща функция, която приема параметър от тип t2 и връща резултат от тип t3; или
 - функция на два параметъра от типове t1 и t2, която връща резултат от тип t3
- В общия случай: <функция> :: t1 -> (t2 -> ... (tn -> t)...)
- <функция> ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \ldots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- <функция> <параметър $_1 > \dots <$ параметър $_n > = <$ тяло>
- дефинира <функция> с *п* параметъра и <тяло>



- t1 -> (t2 -> t3)
 - функция с параметър от тип t1, която връща функция, която приема параметър от тип t2 и връща резултат от тип t3; или
 - функция на два параметъра от типове t1 и t2, която връща резултат от тип t3
- В общия случай: <функция> :: t1 -> (t2 -> ... (tn -> t)...)
- <функция> ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \ldots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- <функция> <параметър $_1 > \dots <$ параметър $_n > = <$ тяло>
- дефинира <функция> с *п* параметъра и <тяло>
 - hypothenuse :: Double -> (Double -> Double)

- t1 -> (t2 -> t3)
 - функция с параметър от тип t1, която връща функция, която приема параметър от тип t2 и връща резултат от тип t3; или
 - функция на два параметъра от типове t1 и t2, която връща резултат от тип t3
- В общия случай: <функция> :: t1 -> (t2 -> ... (tn -> t)...)
- <функция> ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \ldots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- <функция> <параметър $_1 > \dots <$ параметър $_n > = <$ тяло>
- дефинира <функция> с *п* параметъра и <тяло>
 - hypothenuse :: Double -> Double -> Double

- t1 -> (t2 -> t3)
 - функция с параметър от тип t1, която връща функция, която приема параметър от тип t2 и връща резултат от тип t3; или
 - функция на два параметъра от типове t1 и t2, която връща резултат от тип t3
- В общия случай: <функция> :: t1 -> (t2 -> ... (tn -> t)...)
- <функция> ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \ldots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- <функция> <параметър $_1 > \dots <$ параметър $_n > = <$ тяло>
- дефинира <функция> с *п* параметъра и <тяло>
 - hypothenuse :: Double -> Double -> Double
 - hypothenuse a b = sqrt (a**2 + b**2)



- t1 -> (t2 -> t3)
 - функция с параметър от тип t1, която връща функция, която приема параметър от тип t2 и връща резултат от тип t3; или
 - функция на два параметъра от типове t1 и t2, която връща резултат от тип t3
- В общия случай: <функция> :: t1 -> (t2 -> ... (tn -> t)...)
- <функция> ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \ldots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- <функция> <параметър $_1 > \dots <$ параметър $_n > = <$ тяло>
- дефинира <функция> с *п* параметъра и <тяло>
 - hypothenuse :: Double -> Double -> Double
 - hypothenuse a b = sqrt (a**2 + b**2)
 - (hypothenuse 3) $4 \longrightarrow 5$



- t1 -> (t2 -> t3)
 - функция с параметър от тип t1, която връща функция, която приема параметър от тип t2 и връща резултат от тип t3; или
 - функция на два параметъра от типове t1 и t2, която връща резултат от тип t3
- В общия случай: <функция> :: t1 -> (t2 -> ... (tn -> t)...)
- <функция> ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \ldots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- <функция> <параметър $_1 > \dots <$ параметър $_n > = <$ тяло>
- дефинира <функция> с *п* параметъра и <тяло>
 - hypothenuse :: Double -> Double -> Double
 - hypothenuse a b = sqrt (a**2 + b**2)
 - hypothenuse 3 4 \longrightarrow 5



Кърингът позволява удобно прилагане на функция към само част от параметрите.

• div50 :: Int -> Int

- div50 :: Int -> Int
- \bullet div50 x = div 50 x



- div50 :: Int -> Int
- \bullet div50 x = div 50 x
- div50 4 \longrightarrow 12

- div50 :: Int -> Int
- div50 / x = div 50 / x
- div50 4 \longrightarrow 12

- div50 :: Int -> Int
- div50 = div 50
- div50 4 \longrightarrow 12

Внимание: t1 -> (t2 -> t3) \neq (t1 -> t2) -> t3!

• операцията -> е дясноасоциативна



Внимание: t1 -> (t2 -> t3) \neq (t1 -> t2) -> t3!

- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3

Внимание: t1 -> (t2 -> t3) \neq (t1 -> t2) -> t3!

- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2

- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред



- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред
 - twice f x = f (f x)

- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред
 - twice f x = f (f x)
 - twice :: (Int -> Int) -> Int -> Int

- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред
 - twice f x = f (f x)
 - twice :: (Int -> Int) -> Int -> Int
 - twice square $3 \longrightarrow ?$

Внимание: t1 -> (t2 -> t3) \neq (t1 -> t2) -> t3!

- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред
 - twice f x = f (f x)
 - twice :: (Int -> Int) -> Int -> Int
 - twice square $3 \longrightarrow 81$

- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред
 - twice f x = f (f x)
 - twice :: (Int -> Int) -> Int -> Int
 - twice square $3 \longrightarrow 81$
 - twice (mod 13) $5 \longrightarrow ?$



- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред
 - twice f x = f (f x)
 - twice :: (Int -> Int) -> Int -> Int
 - twice square $3 \longrightarrow 81$
 - twice (mod 13) $5 \longrightarrow 1$



- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред
 - twice f x = f (f x)
 - twice :: (t -> t) -> t -> t
 - twice square $3 \longrightarrow 81$
 - twice (mod 13) $5 \longrightarrow 1$



- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред
 - twice f x = f (f x)
 - twice :: (t -> t) -> t -> t
 - twice square $3 \longrightarrow 81$
 - twice (mod 13) $5 \longrightarrow 1$
 - diag f x = f x x



- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред
 - twice f x = f (f x)
 - twice :: (t -> t) -> t -> t
 - twice square $3 \longrightarrow 81$
 - twice (mod 13) $5 \longrightarrow 1$
 - diag f x = f x x
 - diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int



- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред
 - twice f x = f (f x)
 - twice :: (t -> t) -> t -> t
 - twice square $3 \longrightarrow 81$
 - twice (mod 13) $5 \longrightarrow 1$
 - diag f x = f x x
 - diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int
 - diag div 5 \longrightarrow ?



- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред
 - twice f x = f (f x)
 - twice :: (t -> t) -> t -> t
 - twice square $3 \longrightarrow 81$
 - twice (mod 13) $5 \longrightarrow 1$
 - diag f x = f x x
 - diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int
 - diag div $5 \longrightarrow 1$



- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред
 - twice f x = f (f x)
 - twice :: (t -> t) -> t -> t
 - twice square $3 \longrightarrow 81$
 - twice (mod 13) $5 \longrightarrow 1$
 - diag f x = f x x
 - diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int
 - diag div 5 \longrightarrow 1
 - diag hypothenuse $1 \longrightarrow ?$



- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред
 - twice f x = f (f x)
 - twice :: (t -> t) -> t -> t
 - twice square $3 \longrightarrow 81$
 - twice (mod 13) $5 \longrightarrow 1$
 - diag f x = f x x
 - diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int
 - diag div $5 \longrightarrow 1$
 - diag hypothenuse $1 \longrightarrow 1.4142135623730951$

Внимание: t1 -> (t2 -> t3) \neq (t1 -> t2) -> t3!

- операцията -> е дясноасоциативна
- t1 -> (t2 -> t3) \equiv t1 -> t2 -> t3
- (t1 -> t2) -> t3 функция, която връща резултат от тип t3, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип t1 и връща резултат от тип t2
- функция от втори ред
 - twice f x = f (f x)
 - twice :: (t -> t) -> t -> t
 - twice square $3 \longrightarrow 81$
 - twice (mod 13) $5 \longrightarrow 1$
 - diag f x = f x x
 - diag :: (t1 -> t1 -> t) -> t1 -> t
 - diag div $5 \longrightarrow 1$
 - diag hypothenuse $1 \longrightarrow 1.4142135623730951$

• Функциите в Haskell са винаги с префиксен запис

- Функциите в Haskell са винаги с префиксен запис
- Операциите в Haskell са винаги бинарни с инфиксен запис.

- Функциите в Haskell са винаги с префиксен запис
- Операциите в Haskell са винаги бинарни с инфиксен запис.
 - Изключение: унарен минус: -а

- Функциите в Haskell са винаги с префиксен запис
- Операциите в Haskell са винаги бинарни с инфиксен запис.
 - Изключение: унарен минус: -а
 - square -х → Грешка!

- Функциите в Haskell са винаги с префиксен запис
- Операциите в Haskell са винаги бинарни с инфиксен запис.
 - Изключение: унарен минус: -а
 - square -х → Грешка!
 - square $(-x) \longrightarrow 4$

- Функциите в Haskell са винаги с префиксен запис
- Операциите в Haskell са винаги бинарни с инфиксен запис.
 - Изключение: унарен минус: -а
 - square -х → Грешка!
 - square $(-x) \longrightarrow 4$
- Преобразуване на двуаргументни функции към бинарни операции: '<функция>'

- Функциите в Haskell са винаги с префиксен запис
- Операциите в Haskell са винаги бинарни с инфиксен запис.
 - Изключение: унарен минус: -а
 - square -х → Грешка!
 - square $(-x) \longrightarrow 4$
- Преобразуване на двуаргументни функции към бинарни операции: '<функция>'
 - 13 'div' 5 → 3

- Функциите в Haskell са винаги с префиксен запис
- Операциите в Haskell са винаги бинарни с инфиксен запис.
 - Изключение: унарен минус: -а
 - square -х → Грешка!
 - square $(-x) \longrightarrow 4$
- Преобразуване на двуаргументни функции към бинарни операции: '<функция>'
 - 13 'div' 5 → 3
 - 2 'square' → Грешка!



• Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) 2 3 \longrightarrow 5

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) 2 3 \longrightarrow 5
 - plus1 = (+) 1

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) 2 3 \longrightarrow 5
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) 2 3 \longrightarrow 5
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции (отсичане на операции)

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) $2 3 \longrightarrow 5$
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции (отсичане на операции)
 - (<израз> <операция>) ляво отсичане

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) $2 3 \longrightarrow 5$
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции (отсичане на операции)
 - (<израз> <операция>) ляво отсичане
 - (<операция> <израз>) дясно отсичане

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) 2 3 \longrightarrow 5
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции (отсичане на операции)
 - (<израз> <операция>) ляво отсичане
 - (<операция> <израз>) дясно отсичане
 - (2°) 3 \longrightarrow ?

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) 2 3 \longrightarrow 5
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции (отсичане на операции)
 - (<израз> <операция>) ляво отсичане
 - (<операция> <израз>) дясно отсичане
 - (2°) 3 \longrightarrow 8

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) 2 3 \longrightarrow 5
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции (отсичане на операции)
 - (<израз> <операция>) ляво отсичане
 - (<операция> <израз>) дясно отсичане
 - (2°) 3 \longrightarrow 8
 - (^2) $3 \longrightarrow ?$



- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) 2 3 \longrightarrow 5
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции (отсичане на операции)
 - (<израз> <операция>) ляво отсичане
 - (<операция> <израз>) дясно отсичане
 - (2°) 3 \longrightarrow 8
 - (^2) $3 \longrightarrow 9$



- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) 2 3 \longrightarrow 5
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции (отсичане на операции)
 - (<израз> <операция>) ляво отсичане
 - (<операция> <израз>) дясно отсичане
 - (2°) 3 \longrightarrow 8
 - (^2) 3 → 9
 - square = (^2)

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) 2 3 \longrightarrow 5
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции (отсичане на операции)
 - (<израз> <операция>) ляво отсичане
 - (<операция> <израз>) дясно отсичане
 - (2°) 3 \longrightarrow 8
 - (^2) $3 \longrightarrow 9$
 - square = (^2)
 - (-5) 8 \longrightarrow ?

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) 2 3 \longrightarrow 5
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции (отсичане на операции)
 - (<израз> <операция>) ляво отсичане
 - (<операция> <израз>) дясно отсичане
 - (2°) 3 \longrightarrow 8
 - (^2) 3 → 9
 - square = $(^2)$
 - (-5) 8 → Грешка!

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - \bullet (+) 2 3 \longrightarrow 5
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции (отсичане на операции)
 - (<израз> <операция>) ляво отсичане
 - (<операция> <израз>) дясно отсичане
 - (2°) 3 \longrightarrow 8
 - \bullet (^2) 3 \longrightarrow 9
 - square = $(^2)$
 - (-5) 8 → Грешка!

 - twice (*2) 5 \longrightarrow ?



- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) 2 3 \longrightarrow 5
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции (отсичане на операции)
 - (<израз> <операция>) ляво отсичане
 - (<операция> <израз>) дясно отсичане
 - (2°) 3 \longrightarrow 8
 - $(^2)$ 3 \longrightarrow 9
 - square = $(^2)$
 - (-5) 8 → Грешка!
 - (+0) F
 - twice (*2) $5 \longrightarrow 20$



- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - (+) 2 3 \longrightarrow 5
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции (отсичане на операции)
 - (<израз> <операция>) ляво отсичане
 - (<операция> <израз>) дясно отсичане
 - (2°) 3 \longrightarrow 8
 - $(^2)$ 3 \longrightarrow 9
 - square = $(^2)$
 - (-5) 8 → Грешка!
 - twice (*2) $5 \longrightarrow 20$
 - positive = (>0)

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции: (<операция>)
 - \bullet (+) 2 3 \longrightarrow 5
 - plus1 = (+) 1
 - square = diag (*)
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции (отсичане на операции)
 - (<израз> <операция>) ляво отсичане
 - (<операция> <израз>) дясно отсичане
 - (2°) 3 \longrightarrow 8
 - \bullet (^2) 3 \longrightarrow 9
 - square = $(^2)$
 - (-5) 8 → Грешка!
 - twice (*2) $5 \longrightarrow 20$

 - positive = (>0)
 - lastDigit = ('mod' 10)



- if <ycловие> then <израз₁> else <израз₂>
 - Ако <условие> e True, връща <израз₁>
 - Ако <условие> e False, връща <израз₂>

- o if <ycловие> then <uspas₁> else <uspas₂>
 - Ако <условие> e True, връща <израз₁>
 - Ако <условие> e False, връща <израз₂>
- abs x = if x < 0 then -x else x

- o if <ycловие> then <uspas₁> else <uspas₂>
 - Ако <условие> е True, връща <израз₁>
 - Ако <условие> e False, връща <израз₂>
- abs x = if x < 0 then -x else x
- fact n = if n == 0 then 1 else n * fact (n 1)

- o if <ycловие> then <uspas₁> else <uspas₂>
 - Ако <условие> е True, връща <израз₁>
 - Aко <ycловие> e False, връща <израз₂>
- abs x = if x < 0 then -x else x
- fact n = if n == 0 then 1 else n * fact (n 1)
- if x > 5 then x + 2 else "Error" \longrightarrow [pewka!

- if <ycловие> then <израз₁> else <израз₂>
 - Ако <условие> е True, връща <израз₁>
 - Ако <условие> e False, връща <израз₂>
- abs x = if x < 0 then -x else x
- fact n = if n == 0 then 1 else n * fact (n 1)
- if x > 5 then x + 2 else "Error" \longrightarrow Грешка!
- <израз₁> и <израз₂> трябва да са от един и същи тип!

- if <ycловие> then <израз₁> else <израз₂>
 - Ако <условие> е True, връща <израз₁>
 - Ако <условие> e False, връща <израз₂>
- abs x = if x < 0 then -x else x
- fact n = if n == 0 then 1 else n * fact (n 1)
- if x > 5 then x + 2 else "Error" \longrightarrow Грешка!
- <израз₁> и <израз₂> трябва да са от един и същи тип!
- <условие> трябва да е от тип Bool!