

# Списък

Трифон Трифонов

Структури от данни и програмиране, спец. Компютърни науки, 2 поток, 2024/25 г.

10–24 ноември 2022 г.

Тази презентация е достъпна под лиценза Creative Commons Признание-Некомерсиално-Споделяне на споделеното 4.0 Международен 



От Precyscopy2, Pixabay License

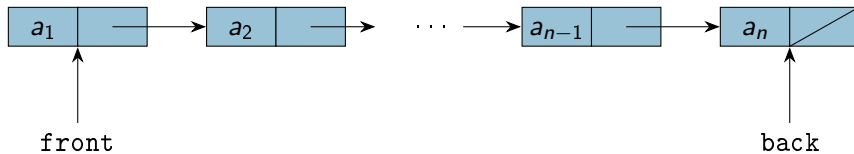
# АТД: списък

Хомогенна линейна структура с последователен достъп до елементите

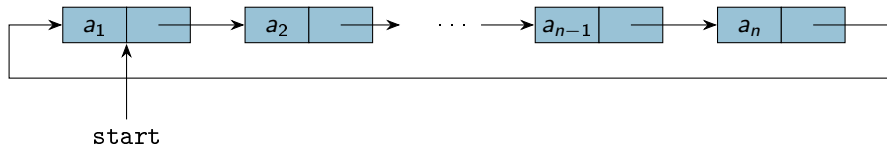
Операции:

- `create()` — създаване на празен списък
- `empty()` — проверка за празен списък
- `insert(x, p)` — включване на елемент `x` на дадена позиция `p`
- `delete(p)` — изключване на елемент на дадена позиция `p`
- `get(p)` — достъп до елемент на дадена позиция `p`

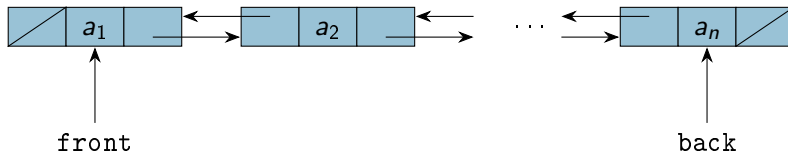
# Едносвързано представяне



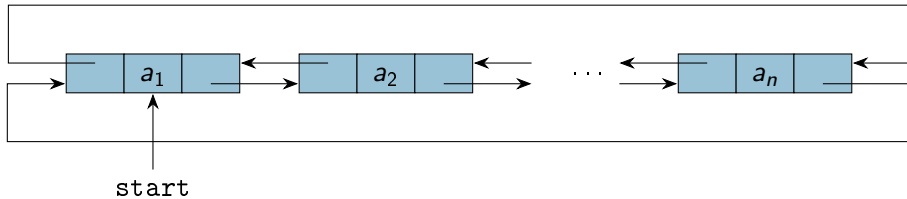
# Едносвързано циклично представяне



# Двусвързано представяне



# Двусвързано циклично представяне



# АТД: итератор

Абстракция на позиция, позволяваща обхождането на данни в дадена колекция

Операции:

- `begin()` – инициализация в началото на списъка
- `end()` – инициализация в края на списъка
- `next()` – преместване напред
- `prev()` – преместване назад
- `get()` – достъп до елемент на дадената позиция
- `valid()` – проверка за валидност

# Итератор: физическо представяне

- при свързано представяне — указател към двойна или тройна кутия
- при последователно представяне — индекс на пореден елемент



## Цикъл върху контейнери

В C++11 имаме възможност да итерираме по елементите в даден контейнер със следния синтаксис:

```
for(<тип> <елемент> : <израз>) <оператор>
```

## Цикъл върху контейнери

В C++11 имаме възможност да итерираме по елементите в даден контейнер със следния синтаксис:

```
for(<тип> <елемент> : <израз>) <оператор>
```

- <израз> трябва да се оценява до контейнер

## Цикъл върху контейнери

В C++11 имаме възможност да итерираме по елементите в даден контейнер със следния синтаксис:

```
for(<тип> <елемент> : <израз>) <оператор>
```

- <израз> трябва да се оценява до контейнер
- <тип> трябва съвпада с типа на елементите в контейнера

## Цикъл върху контейнери

В C++11 имаме възможност да итерираме по елементите в даден контейнер със следния синтаксис:

```
for(<тип> <елемент> : <израз>) <оператор>
```

- <израз> трябва да се оценява до контейнер
- <тип> трябва съвпада с типа на елементите в контейнера
- <оператор> е тялото на цикъла, в което може да се използва <елемент>

## Цикъл върху контейнери

В C++11 имаме възможност да итерираме по елементите в даден контейнер със следния синтаксис:

**for**(<тип> <елемент> : <израз>) <оператор>

- <израз> трябва да се оценява до контейнер
- <тип> трябва съвпада с типа на елементите в контейнера
- <оператор> е тялото на цикъла, в което може да се използва <елемент>
- ако <тип> е препратка, то <елемент> може да се използва за промяна на стойността на съответната позиция в контейнера

## Цикъл върху контейнери

В C++11 имаме възможност да итерираме по елементите в даден контейнер със следния синтаксис:

```
for(<тип> <елемент> : <израз>) <оператор>
```

- <израз> трябва да се оценява до контейнер
- <тип> трябва съвпада с типа на елементите в контейнера
- <оператор> е тялото на цикъла, в което може да се използва <елемент>
- ако <тип> е препратка, то <елемент> може да се използва за промяна на стойността на съответната позиция в контейнера

Превежда се до:

```
<подходящ тип> const& c = <израз>;  
for(<подходящ тип> it = c.begin(); it != c.end(); ++it) {  
    <тип> <елемент> = *it;  
    <оператор>  
}
```

## Достъп до производен клас на шаблон

**Проблем:** Какъв резултат трябва да връщат операциите ++, преместващи итераторите?

- `Iterator& operator++();`
  - връщаме псевдоним към обект от абстрактен клас, ОК
- `Iterator operator++(int);`
  - връщаме обект от абстрактен клас, **грешка!**

## Достъп до производен клас на шаблон

**Проблем:** Какъв резултат трябва да връщат операциите ++, преместващи итераторите?

- `Iterator& operator++();`
  - връщаме псевдоним към обект от абстрактен клас, ОК
- `Iterator operator++(int);`
  - връщаме обект от абстрактен клас, **грешка!**

Трябва абстрактният базов клас да знае кой е конкретния му наследник! Възможно ли е това?



## Достъп до производен клас на шаблон

**Проблем:** Какъв резултат трябва да връщат операциите ++, преместващи итераторите?

- `Iterator& operator++();`
  - връщаме псевдоним към обект от абстрактен клас, ОК
- `Iterator operator++(int);`
  - връщаме обект от абстрактен клас, **грешка!**

Трябва абстрактният базов клас да знае кой е конкретния му наследник! Възможно ли е това?

**Да! Базовият клас трябва да е шаблон, приемащ производния си клас за параметър**

# Curiously Recurring Template Pattern (CRTP)

```
template <typename Derived>
class Base {
    ...
};

class Derived : public Base<Derived> {
    ...
};
```

По този начин шаблонът Base може да се обръща към наследяващия го клас.

## Решение на проблема с operator++

```
template <typename T, typename ConcreteIterator>
class Iterator {
    ...
    ConcreteIterator operator++(int) {
        ConcreteIterator save = (ConcreteIterator&)*this;
        ++(*this);
        return save;
    }
};

template <typename T>
class LinkedListIterator :
    public Iterator<T, LinkedListIterator<T> > {
    ...
};
```

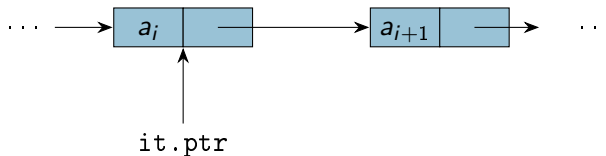
## Решение на проблема с operator++

```
template <typename T, typename ConcreteIterator>
class Iterator {
    ...
    ConcreteIterator operator++(int) {
        ConcreteIterator save = (ConcreteIterator&)*this;
        ++(*this);
        return save;
    }
};

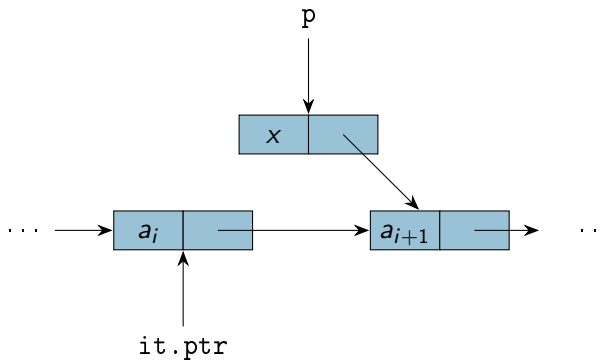
template <typename T>
class LinkedListIterator :
    public Iterator<T, LinkedListIterator<T> > {
    ...
};
```

Експлицитното преобразуване на типа се налага, понеже `*this` е от тип `Iterator&`, а конструкторът за копиране на `ConcreteIterator` очаква тип `ConcreteIterator&`.

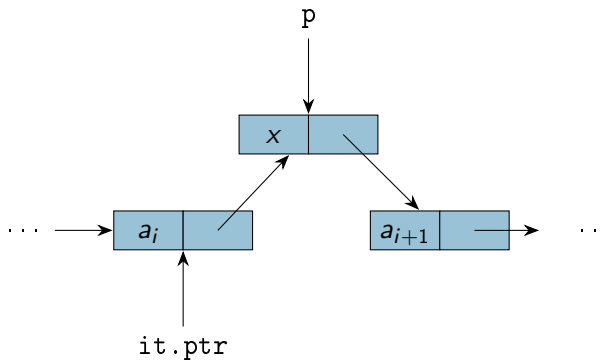
# Включване на елемент в едносвързан списък



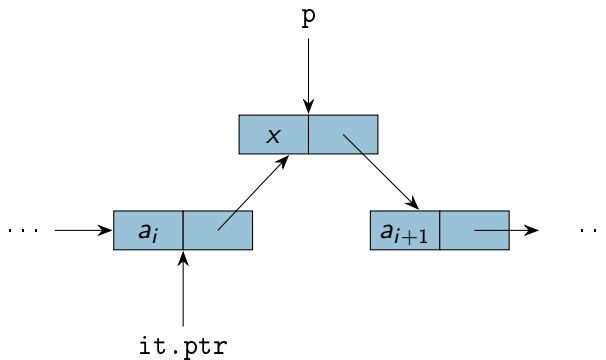
## Включване на елемент в едносвързан списък



# Включване на елемент в едносвързан списък

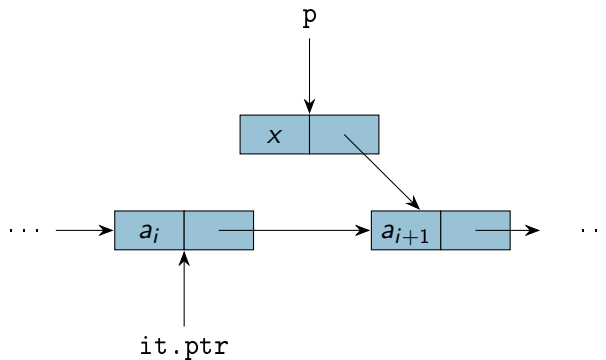


## Изключване на елемент от едносвързан списък

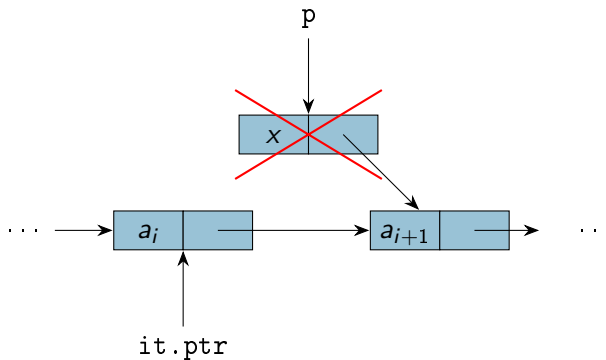




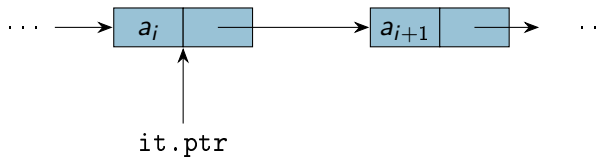
## Изключване на елемент от едносвързан списък



## Изключване на елемент от едносвързан списък



## Изключване на елемент от едносвързан списък



# Сложност на операции за едносвързан списък

Бързи операции (сложност  $O(1)$  по време и памет):

- insertAfter
- deleteAfter
- insertFirst
- insertLast
- deleteFirst

## Сложност на операции за едносвързан списък

Бързи операции (сложност  $O(1)$  по време и памет):

- `insertAfter`
- `deleteAfter`
- `insertFirst`
- `insertLast`
- `deleteFirst`

Бавни операции (сложност  $O(n)$  по време и  $O(1)$  по памет):

- `insertBefore`
- `deleteLast`
- `deleteAt`
- `deleteBefore`

## Гранични случаи

Случаи, които изискват особено внимание:

- Включване на елемент в празен списък

# Гранични случаи

Случаи, които изискват особено внимание:

- Включване на елемент в празен списък
- Включване на елемент преди първия

# Гранични случаи

Случаи, които изискват особено внимание:

- Включване на елемент в празен списък
- Включване на елемент преди първия
- Включване на елемент след последния



# Гранични случаи

Случаи, които изискват особено внимание:

- Включване на елемент в празен списък
- Включване на елемент преди първия
- Включване на елемент след последния
- Изключване на единствения елемент на списък

# Гранични случаи

Случаи, които изискват особено внимание:

- Включване на елемент в празен списък
- Включване на елемент преди първия
- Включване на елемент след последния
- Изключване на единствения елемент на списък
- Изключване на първия елемент

# Гранични случаи

Случаи, които изискват особено внимание:

- Включване на елемент в празен списък
- Включване на елемент преди първия
- Включване на елемент след последния
- Изключване на единствения елемент на списък
- Изключване на първия елемент
- Изключване на последния елемент

# Гранични случаи

Случаи, които изискват особено внимание:

- Включване на елемент в празен списък
- Включване на елемент преди първия
- Включване на елемент след последния
- Изключване на единствения елемент на списък
- Изключване на първия елемент
- Изключване на последния елемент
- Опит за изключване на елемент от празен списък

# Гранични случаи

Случаи, които изискват особено внимание:

- Включване на елемент в празен списък
- Включване на елемент преди първия
- Включване на елемент след последния
- Изключване на единствения елемент на списък
- Изключване на първия елемент
- Изключване на последния елемент
- Опит за изключване на елемент от празен списък
- Опит за изключване преди първия елемент

# Гранични случаи

Случаи, които изискват особено внимание:

- Включване на елемент в празен списък
- Включване на елемент преди първия
- Включване на елемент след последния
- Изключване на единствения елемент на списък
- Изключване на първия елемент
- Изключване на последния елемент
- Опит за изключване на елемент от празен списък
- Опит за изключване преди първия елемент
- Опит за изключване след последния елемент

## Задачи за списъци

**Задача.** Да се залепи на края на даден списък втори даден списък.

## Задачи за списъци

**Задача.** Да се залепи на края на даден списък втори даден списък.

**Решение №1 (абстрактно):**

Добавяме елементите на втория списък на края на първия.



## Задачи за списъци

**Задача.** Да се залепи на края на даден списък втори даден списък.

**Решение №1 (абстрактно):**

Добавяме елементите на втория списък на края на първия.

**Решение №2 (конкретно):**

Завързваме началото на втория списък за края на първия.

## Задачи за списъци

**Задача.** Да се залепи на края на даден списък втори даден списък.

**Решение №1 (абстрактно):**  $O(n)$

Добавяме елементите на втория списък на края на първия.

**Решение №2 (конкретно):**  $O(1)$

Завързваме началото на втория списък за края на първия.

## Задачи за списъци

**Задача.** Да се залепи на края на даден списък втори даден списък.

**Решение №1 (абстрактно):**  $O(n)$

Добавяме елементите на втория списък на края на първия.

**Решение №2 (конкретно):**  $O(1)$

Завързваме началото на втория списък за края на първия.

**Задача.** Да се обърне реда на елементите в даден списък.

## Задачи за списъци

**Задача.** Да се залепи на края на даден списък втори даден списък.

**Решение №1 (абстрактно):**  $O(n)$

Добавяме елементите на втория списък на края на първия.

**Решение №2 (конкретно):**  $O(1)$

Завързваме началото на втория списък за края на първия.

**Задача.** Да се обърне реда на елементите в даден списък.

**Решение №1 (абстрактно):**

Преместваме последователно елементите след първия елемент на списъка в началото на списъка.

## Задачи за списъци

**Задача.** Да се залепи на края на даден списък втори даден списък.

**Решение №1 (абстрактно):**  $O(n)$

Добавяме елементите на втория списък на края на първия.

**Решение №2 (конкретно):**  $O(1)$

Завързваме началото на втория списък за края на първия.

**Задача.** Да се обърне реда на елементите в даден списък.

**Решение №1 (абстрактно):**

Преместваме последователно елементите след първия елемент на списъка в началото на списъка.

**Решение №2 (конкретно):**

Разместване на указателите “на място”.

## Сортиране чрез сливане

**Задача.** Да се раздели даден списък на два други с приблизително равна дължина.

## Сортиране чрез сливане

**Задача.** Да се раздели даден списък на два други с приблизително равна дължина.

**Задача.** Да се слоят два възходящо подредени списъка в един.

## Сортиране чрез сливане

**Задача.** Да се раздели даден списък на два други с приблизително равна дължина.

**Задача.** Да се слоят два възходящо подредени списъка в един.

**Решение:** Винаги избираме по-малкия елемент от двата списъка.



## Сортиране чрез сливане

**Задача.** Да се раздели даден списък на два други с приблизително равна дължина.

**Задача.** Да се слоят два възходящо подредени списъка в един.

**Решение:** Винаги избираме по-малкия елемент от двата списъка.

**Задача.** Да се сортира дадена списък чрез сливане.

## Сортиране чрез сливане

**Задача.** Да се раздели даден списък на два други с приблизително равна дължина.

**Задача.** Да се слоят два възходящо подредени списъка в един.

**Решение:** Винаги избираме по-малкия елемент от двата списъка.

**Задача.** Да се сортира дадена списък чрез сливане.

**Решение:**

- 1 Разделяме дадения списък на две.
- 2 Всеки от получените два списъка сортираме рекурсивно.
- 3 Сливаме двата сортирани списъка в един.

## Функции от по-висок ред за списъци

Нека е даден списък  $l = (a_1 \ a_2 \ a_3 \ \dots \ a_n)$ .

- `foldr` — свиване надясно

$$a_1 \oplus \left( a_2 \oplus \left( \dots \oplus (a_n \oplus \perp) \dots \right) \right),$$

## Функции от по-висок ред за списъци

Нека е даден списък  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$ .

- `foldr` — свиване надясно

$$a_1 \oplus \left( a_2 \oplus \left( \dots \oplus (a_n \oplus \perp) \dots \right) \right),$$

- `foldl` — свиване наляво

$$\left( \dots \left( (\perp \oplus a_1) \oplus a_2 \right) \oplus \dots \right) \oplus a_n$$

## Функции от по-висок ред за списъци

Нека е даден списък  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$ .

- `foldr` — свиване надясно

$$a_1 \oplus \left( a_2 \oplus \left( \dots \oplus (a_n \oplus \perp) \dots \right) \right),$$

- `foldl` — свиване наляво

$$\left( \dots \left( (\perp \oplus a_1) \oplus a_2 \right) \oplus \dots \right) \oplus a_n$$

- `map` — изобразяване

$$f(a_1), f(a_2), \dots, f(a_n)$$

## Функции от по-висок ред за списъци

Нека е даден списък  $l = (a_1 a_2 a_3 \dots a_n)$ .

- `foldr` — свиване надясно

$$a_1 \oplus \left( a_2 \oplus \left( \dots \oplus (a_n \oplus \perp) \dots \right) \right),$$

- `foldl` — свиване наляво

$$\left( \dots \left( (\perp \oplus a_1) \oplus a_2 \right) \oplus \dots \right) \oplus a_n$$

- `map` — изобразяване

$$f(a_1), f(a_2), \dots, f(a_n)$$

- `filter` — филтриране

$$a_{k_1}, a_{k_2}, \dots, a_{k_m}, \text{ където } \begin{cases} p(a_{k_i}) = \text{true} \text{ за } i \in \{1, \dots, m\}, \\ p(a_k) = \text{false} \text{ за } k \notin \{k_1, \dots, k_m\} \end{cases}$$

## Задачи за функции от по-висок ред

**Задача.** Да се намери сумата от нечетните квадрати на числата в даден списък.

## Задачи за функции от по-висок ред

**Задача.** Да се намери сумата от нечетните квадрати на числата в даден списък.

**Задача.** Да се намери произведението от най-малките положителни елементи на списък от списъци от числа.



# λ-функции в C++11

- `[] (<параметри>) -><тип> {<тяло>}`

# λ-функции в C++11

- `[] (<параметри>) -><тип> {<тяло>}`
- създава анонимна ( $\lambda$ ) функция, дефинирана като:  
`<тип>  $\lambda$ (<параметри>) {<тяло>}`

# λ-функции в C++11

- `[] (<параметри>) -><тип> {<тяло>}`
- създава анонимна ( $\lambda$ ) функция, дефинирана като:  
`<тип>  $\lambda$ (<параметри>) {<тяло>}`
- типът на израза е специален системен клас `ClosureType`, който има операция за преобразуване на типа до указател към функция с горната сигнатура, т.е.  
`<тип> (*)(<параметри>);`

# λ-функции в C++11

- `[] (<параметри>) -><тип> {<тяло>}`
- създава анонимна ( $\lambda$ ) функция, дефинирана като:  
`<тип> λ(<параметри>) {<тяло>}`
- типът на израза е специален системен клас `ClosureType`, който има операция за преобразуване на типа до указател към функция с горната сигнатура, т.е.  
`<тип> (*)(<параметри>);`
- **Примери:**

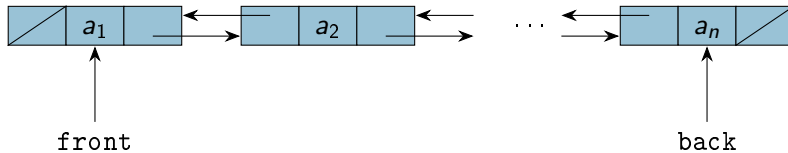
# λ-функции в C++11

- `[] (<параметри>) -><тип> {<тяло>}`
- създава анонимна (λ) функция, дефинирана като:  
`<тип> λ(<параметри>) {<тяло>}`
- типът на израза е специален системен клас `ClosureType`, който има операция за преобразуване на типа до указател към функция с горната сигнатура, т.е.  
`<тип> (*)(<параметри>);`
- **Примери:**
- `map([](int x) -> int { return x * x; }, 1)`

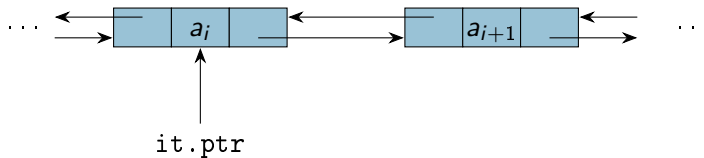
# λ-функции в C++11

- `[] (<параметри>) -><тип> {<тяло>}`
- създава анонимна ( $\lambda$ ) функция, дефинирана като:  
`<тип> λ(<параметри>) {<тяло>}`
- типът на израза е специален системен клас `ClosureType`, който има операция за преобразуване на типа до указател към функция с горната сигнатура, т.е.  
`<тип> (*)(<параметри>);`
- **Примери:**
  - `map([](int x) -> int { return x * x; }, 1)`
  - `foldr([](int x, int y) -> int { return x + y; }, 0, 1)`

## Двусвързано представяне

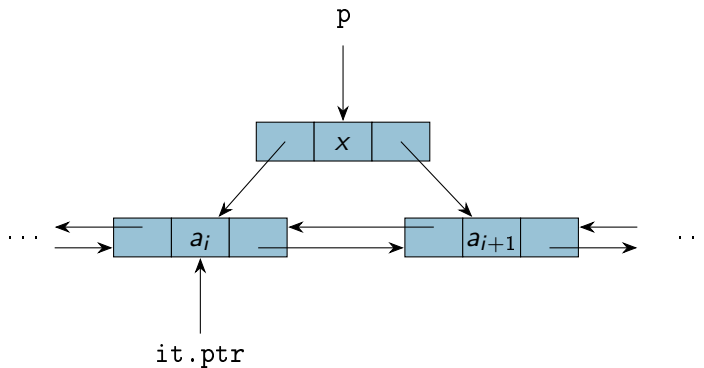


## Включване на елемент в двусвързан списък

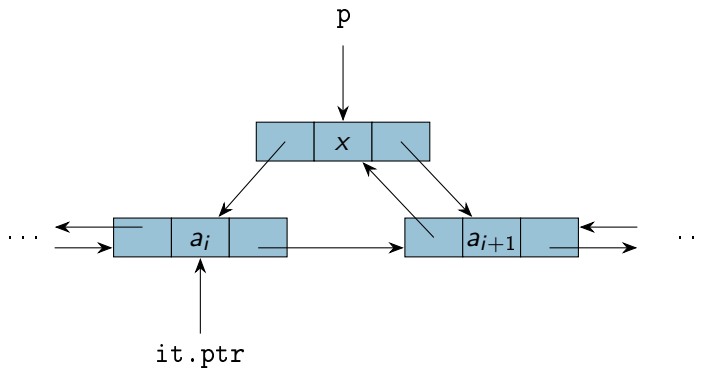




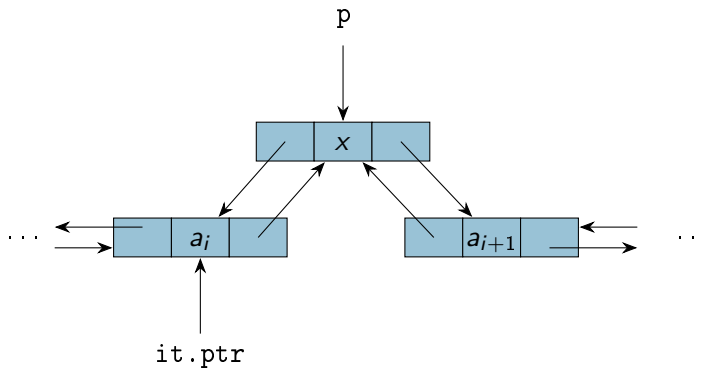
## Включване на елемент в двусвързан списък



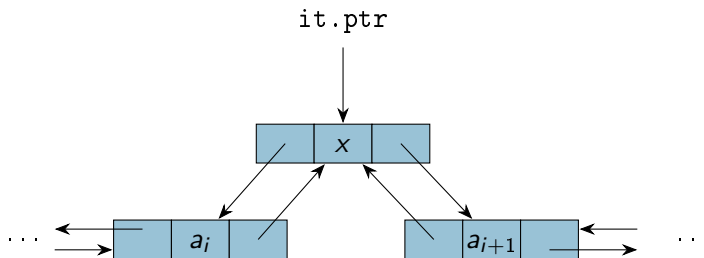
## Включване на елемент в двусвързан списък



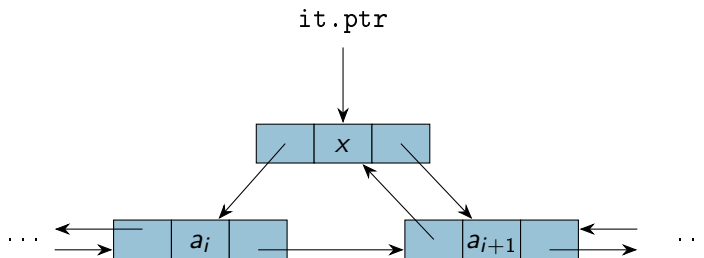
## Включване на елемент в двусвързан списък



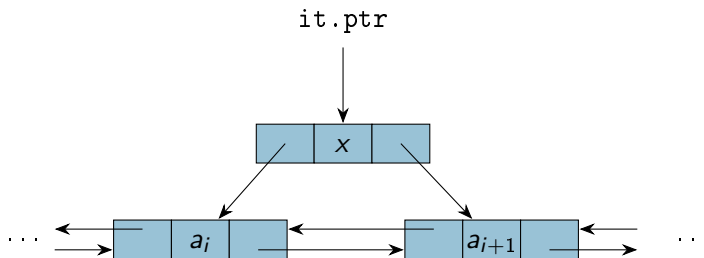
## Изключване на елемент от двусвързан списък



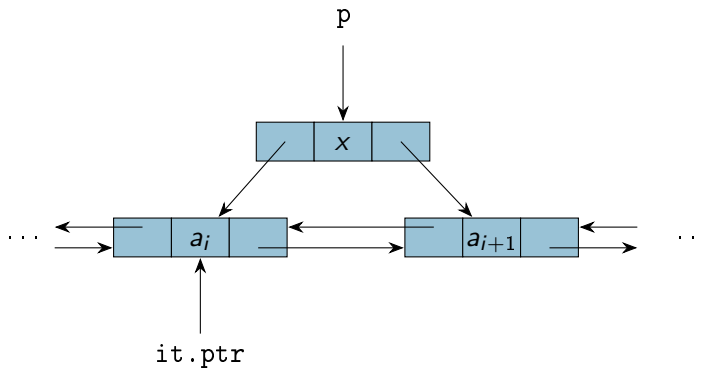
## Изключване на елемент от двусвързан списък



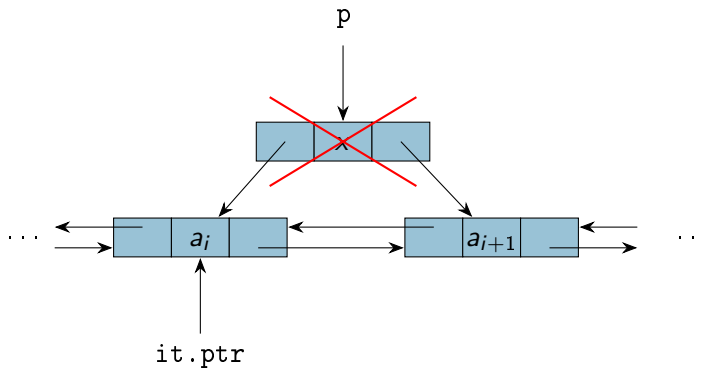
## Изключване на елемент от двусвързан списък



## Изключване на елемент от двусвързан списък

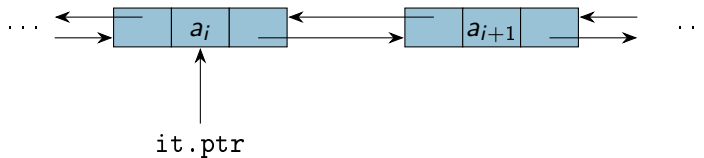


## Изключване на елемент от двусвързан списък





## Изключване на елемент от двусвързан списък



## Задачи за двусвързан списък

**Задача.** Да се провери дали даден двусвързан списък е палиндром.

## Задачи за двусвързан списък

**Задача.** Да се провери дали даден двусвързан списък е палиндром.

**Решение:** Обхождаме едновременно в двете посоки.

## `std::list<T>`

Реализацията на `std::list` в STL е двусвързана.

- `front()`, `back()` — първи и последен елемент
- `begin()`, `end()` — итератори към началото и края
- `rbegin()`, `rend()` — итератори за обратно обхождане
- `push_front()`, `push_back()` — вмъкване в началото/края
- `pop_front()`, `pop_back()` — изтриване от началото/края
- `insert()`, `erase()` — вмъкване/изтриване на позиция
- `splice()` — прехвърляне на елементи от един списък в друг
- `remove()`, `remove_if()` — филтриране по стойност/условие
- `merge()` — сливане на подредени списъци
- `sort()` — сортиране на списък (на място)
- `reverse()` — обръщане на списък
- `==`, `!=`, `<`, `>`, `<=`, `>=` — лексикографско сравнение на два списъка