

Fotometria del sistema binario overcontact W Ursae Majoris

Raffaele Campanile Federico Luongo Gianmarco Sasso

19 giugno 2017

Abstract

Obiettivo di questa esperienza di laboratorio è misurare l'intensità luminosa di un sistema binario, ricostruire la sua curva di luca e da questa ottenere una stima del periodo dell'orbita.

Indice

1 Sistemi binari	7
1.1 Il modello di Roche	7
1.2 Le curve di Luce	9
1.3 L'oggetto osservato: W Ursae Majoris	12
2 L'apparato sperimentale	15
2.1 Il telescopio	15
2.2 Il rivelatore: CCD	17
3 Analisi dati	21
3.1 Riduzione delle immagini	21
3.2 Fotometria	23
3.3 Misure	25
3.4 Risultati	37

Capitolo 1

Sistemi binari

Un sistema binario è costituito da due corpi celesti interagenti gravitazionalmente che orbitano intorno ad un centro di massa comune. Oggetti di questo tipo sono di fondamentale importanza in astrofisica perché da una semplice analisi delle orbite è possibile ricavare parametri importanti non misurabili direttamente. La caratteristica più importante di questi sistemi è che la loro luminosità varia nel tempo periodicamente, questo può essere dovuto al fatto che una delle due stelle risulta essere una stella variabile, oppure al fatto che il piano contenente il moto dei due corpi si trova ad un'opportuna inclinazione rispetto alla visuale che fa in modo che i due corpi si eclissino periodicamente durante il moto.

Un parametro utilizzato per classificare i sistemi binari è la distanza tra i due corpi celesti orbitanti, quest'ultima di solito risulta abbastanza grande da permettere di risolvere le due stelle. Tuttavia i casi di maggiore interesse fisico sono quelli in cui questa distanza risulta confrontabile con la somma dei raggi delle stelle: in questo caso è impossibile risolvere le due componenti e si parla di sistema binario a contatto. Questa ultima particolare classe di sistemi è da lungo tempo oggetto di studio di molti astrofisici, in quanto le due stelle, condividendo i loro strati più esterni, si scambiano continuamente materia e calore tendendo a raggiungere la stessa temperatura superficiale.

1.1 Il modello di Roche

Dalla meccanica classica sappiamo che due corpi di massa m_1 e m_2 legati gravitazionalmente, con opportune condizioni iniziali, possono ruotare intorno ad un centro di massa comune con velocità v_1 e v_2 . (Considereremo di qui in avanti $m_2 < m_1$). Dall'invarianza per traslazione del sistema ricaviamo

$$q = \frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Il modo più conveniente per descrivere un sistema binario, è in termini del modello di Roche. Scegliamo un sistema di riferimento con l'origine in m_1 , co-rotante col sistema ad una velocità angolare ω . La posizione di m_2 sarà quindi fissa e pari a $(a, 0, 0)$. Il potenziale gravitazionale Φ cui è soggetto un terzo corpo di massa trascurabile nel punto \vec{r} , sarà la somma del potenziale gravitazionale generato dalle masse m_1 ed m_2 più il potenziale centrifugo dovuto alla rotazione del sistema.

$$\Phi(x, y, z) = -G \left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} \right) - \frac{1}{2}\omega^2 \left[\left(x - \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 + y^2 \right]$$

In figura 1.1 sono presentate le superfici equipotenziali per un sistema generico.

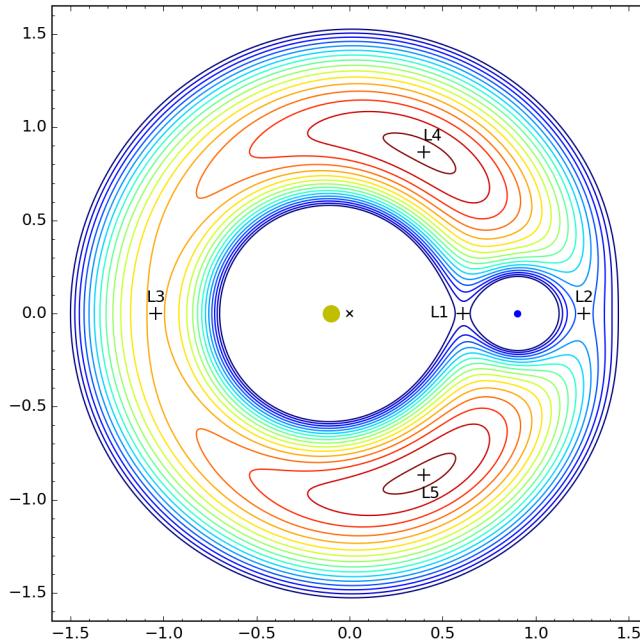


Figura 1.1: Superfici equipotenziali per un sistema generico.

L'interpretazione fisica del risultato è la seguente.

Con la lettera L si sono indicati i 5 punti *Lagrangiani*, ovvero i punti per cui $\nabla\Phi = 0$. Questi ultimi, tecnicamente chiamati punti di oscillazione, sono quei punti nello spazio in cui due corpi dotati di grande massa, tramite l'interazione della rispettiva forza gravitazionale, consentono ad un terzo corpo dotato di massa molto inferiore di mantenere una posizione stabile relativamente ad essi. In questi punti è nulla la risultante

tra l’attrazione gravitazionale complessiva esercitata da due corpi celesti maggiori, cosicché un corpo celeste minore, quale un asteroide, può assumere un’orbita stabile tra di essi.

Ognuno di questi cinque punti è responsabile di alcune delle proprietà del sistema, tuttavia per il sistema in esame (e per la maggior parte di tutti i sistemi binari) solamente i punti L_1 ed L_2 sono rilevanti.

Il punto L_1 giace lungo la retta che passa attraverso i due corpi celesti. È il punto più facile da comprendere intuitivamente, infatti è il punto nel quale l’attrazione gravitazionale della prima stella cancella parzialmente quella della seconda. La superficie equipotenziale passante per L_1 , è la superficie più grande contenente i due corpi separatamente. I due lobi di tale superficie vengono chiamati *lobi di Roche* delle componenti del sistema. Se una delle due componenti riempie completamente il proprio *lodo di Roche* allora una parte del materiale che circonda quest’ultima può fluire verso la compagna (fenomeno del *mass transfer*). In astronomia il punto L_1 del sistema Sole-Terra è un ideale punto di osservazione del Sole, in quanto in quella posizione esso non è mai eclissato dalla Terra o dalla Luna.

Il punto L_2 giace ancora sulla stessa retta del punto L_1 , ma oltre il corpo più piccolo. In questo punto la forza gravitazionale combinata dei due corpi uguaglia la forza centrifuga. Risulta importante poiché costituisce un limite alla massa che appartiene al sistema binario, tutta la massa che fluisce attraverso il punto L_2 viene dispersa. Dunque i parametri delle orbite dei due corpi celesti possono variare principalmente in due modi: si può avere una diversa redistribuzione della massa totale del sistema tramite il flusso attraverso L_1 , oppure una perdita di massa da parte del sistema tramite il flusso attraverso L_2 .

Ovviamente se la distribuzione di massa delle stelle risulta essere concentrata attorno al centro e occupa solo una piccola parte del *lodo di Roche*, questi trasferimenti di massa, tra le due stelle e verso l’esterno, non avvengono in misura tale da apportare cambiamenti significativi alle orbite. Questo è il caso di sistemi binari detti *detached*. Il sistema oggetto di studio in questa esperienza non risulta appartenere alla categoria *detached*, ma alla più complessa *over-contact*. Il volume occupato da entrambe le stelle risulta essere più ampio dei relativi *lobi di Roche*, in questo caso l’equilibrio meccanico impone che la superficie esterna del sistema coincida con una delle superfici equipotenziali esterne ai *lobi di Roche*. Questo implica che le stelle condividano gli strati più esterni e aumentino i flussi di materia tra i corpi celesti e verso l’esterno e dunque rendono ragionevole l’ipotesi che il sistema subisca cambiamenti del periodo nel tempo.

1.2 Le curve di Luce

Capire come si distribuisce la massa rispetto ai *lobi di Roche* risulta di cardinale importanza per lo studio dei sistemi binari poiché influisce sulle caratteristiche salienti

della curva di luce.

A causa del moto di rotazione delle due stelle attorno al centro di massa, il flusso luminoso che raggiunge la terra non risulta essere costante, ma varia da un valore massimo (quando le due stelle non si sovrappongono l'una con l'altra) ad uno o più valori minimi corrispondenti ai casi in cui una delle due stelle risulta eclissata dall'altra.

Le stelle possono essere con buona approssimazione considerate dei corpi neri, di conseguenza possiamo ritenere che la radiazione emessa dipenda esclusivamente dalla temperatura della stessa. In un sistema *detached*, come spiegato in precedenza, le due stelle non risultano essere a contatto tra loro, non possono avvenire redistribuzioni di massa o di calore, dunque le temperature superficiali saranno in generale diverse. Inoltre essendo priva di massa la zona tra le due stelle le eclissi risultano molto nette e si hanno brusche variazioni della luminosità durante il processo di eclissi.

Dalle considerazioni svolte la curva di luce attesa per sistemi di questo tipo sarà una curva con due minimi di valore diverso, poiché le temperature delle due stelle risultano in generale diverse, con brusche variazioni attorno ai minimi. In questi casi la curva di luce si può approssimare molto bene con una funzione discontinua, come quella mostrata in figura 1.2.

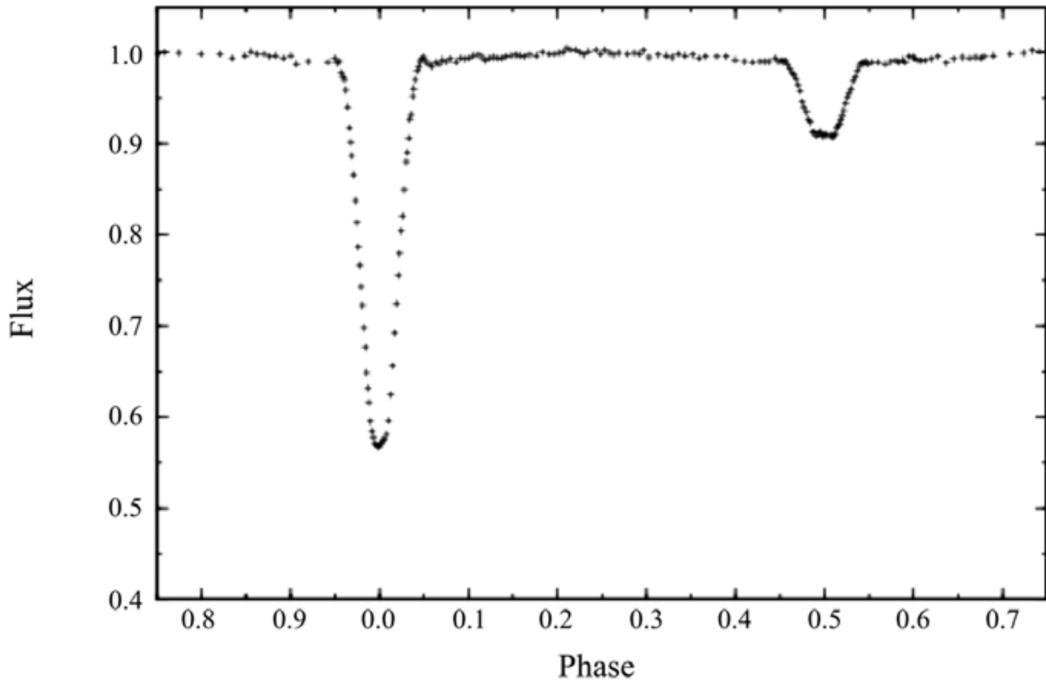


Figura 1.2: Tipo Algol.

Nei sistemi *over-contact* la situazione è drammaticamente diversa.

Innanzitutto essendo le stelle a contatto possono scambiarsi calore dunque viene rag-

giunto l'equilibrio termodinamico e le due temperature superficiali tendono a essere praticamente le stesse. A causa di questo i due minimi risultano molto simili, la maggior parte delle volte consistenti entro gli errori sperimentali. Inoltre dato che lo spazio tra le due stelle non risulta essere vuoto, ma è occupato da materiastellare, non si avranno più variazioni brusche della luminosità in prossimità dei minimi, ma variazioni più dolci. Per approssimare la curva di luce si può utilizzare una funzione periodica continua (figura 1.3).

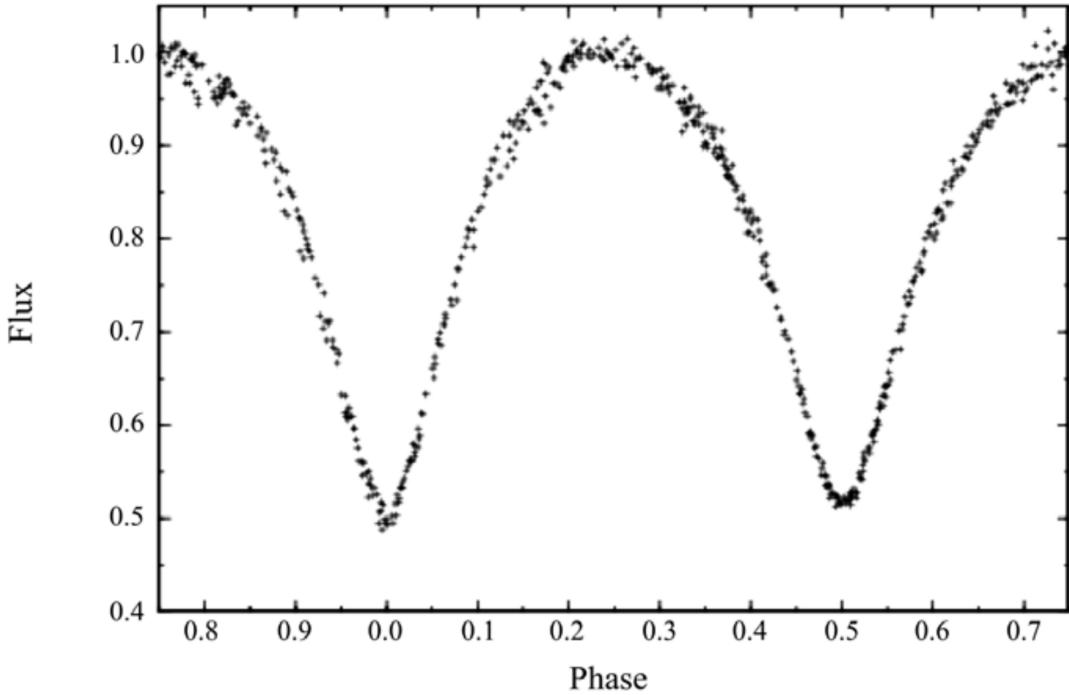


Figura 1.3: Tipo W UMa.

Come ultimo esempio presentiamo il caso dei sistemi *semi-detached* in cui una sola tra le due stelle riempie totalmente il *lobo di Roche*.

In questo caso la curva di luce ha caratteristiche intermedie rispetto a quelle dei due casi limite riportati in precedenza, infatti le variazioni della luminosità sono abbastanza lente, quindi la curva (figura 1.4) appare continua in buonissima approssimazione mentre la profondità dei due minimi risulta più o meno differente a seconda dei casi.

Da questa breve discussione sulle curve di luce attese per diverse classi di sistemi binari è emerso come il rapporto tra le masse non giochi alcun ruolo per quanto riguarda la forma della curva di luce, le caratteristiche più importanti sono le temperature superficiali. Dunque dalla sola osservazione della curva di luce è impossibile intuire il rapporto tra le masse, ma si può in ottima approssimazione capire a quale classe di sistemi binari appartenga il corpo celeste che si sta studiando.

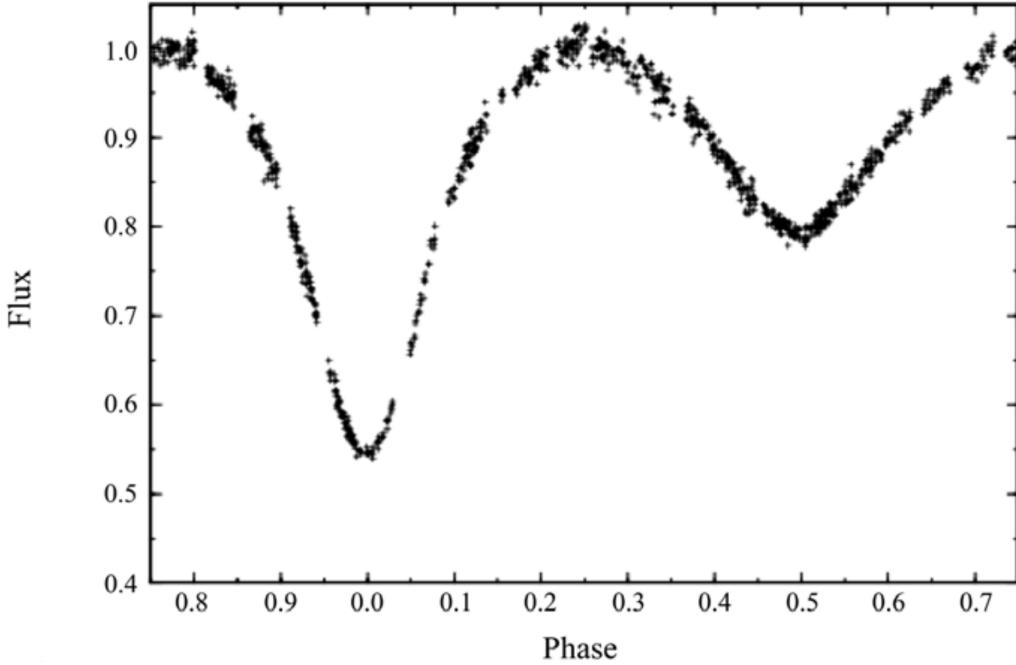


Figura 1.4: Tipo Beta Lyrae.

1.3 L’oggetto osservato: W Ursae Majoris

Il sistema che abbiamo scelto di osservare per l’esperienza è il prototipo della class EW: *W Ursae Majoris*, una stella binaria *overcontact* nella costellazione dell’Orsa Maggiore, distante 162 anni luce dal Sole. La sua magnitudine apparente varia da +7,75 a +8,48 e il suo periodo è di circa 0,33 giorni. La sua variabilità fu scoperta nel 1903 dagli astronomi tedeschi Gustav Müller e Paul Kempf. I criteri di scelta sono stati molteplici. In primo luogo il sistema, essendo circumpolare, risulta osservabile dal nostro emisfero a qualsiasi ora della notte ed in qualsiasi periodo dell’anno (figura 1.5). Inoltre, la luce proveniente da oggetti vicini al polo nord astronomico deve attraversare un minore spessore di atmosfera terrestre ed è quindi meno soggetta a turbolenze in aria che ne incrementerebbero il rumore. L’oggetto risulta anche essere molto luminoso, aspetto importante per aumentare il rapporto segnale/rumore e ricostruire con il telescopio in dotazione la curva di luce con maggiore risoluzione. Un’ultima peculiarità che ha fatto ricadere la scelta su *W UMa*, è la sua importanza a livello storico. Questo sistema di stelle binarie è monitorato costantemente da molti anni, poiché pare che nei primi anni successivi alla scoperta della variabilità della stella il periodo sia cambiato. Il cambiamento potrebbe essere dovuto alla materia che le due stelle si scambiano essendo a contatto oppure a cambiamenti del momento angolare totale dovuti a interazioni con altri corpi. Se lo scambio di massa è conservativo (la massa totale delle due stelle si conserva) il periodo diminuisce se la massa si trasferisce dalla più massiva alla meno massiva, e aumenta se avviene il

contrario.

Queste variazioni della massa relativa sono comunque molto lente e per determinarle occorrono osservazioni prolungate nel tempo della curva di luce del sistema.

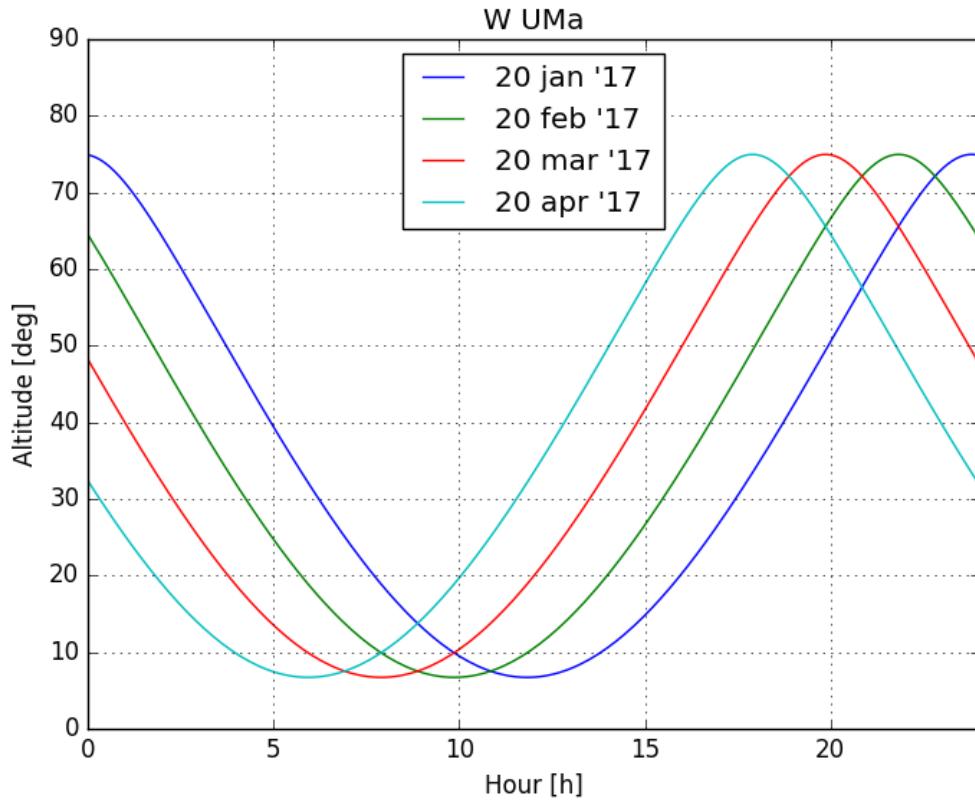


Figura 1.5: Altitudine della *W Ursae Majoris* in diversi periodi dell'anno nei pressi della località di osservazione. Si nota come essa risulti sempre al di sopra dell'orizzonte.

Capitolo 2

L'apparato sperimentale

L'apparato sperimentale usato per quest'esperienza è costituito dal telescopio “de Ritis” del Dipartimento di Fisica equipaggiato con una camera CCD; ne verranno di seguito descritte le principali caratteristiche.

2.1 Il telescopio

Il telescopio utilizzato è un PlaneWave CDK 20 della ditta Baader Planetarium su una montatura GM 4000 della ditta italiana COMEC Technology. Il telescopio di tipo CDK (Corrected Dall-Kirkham) è una variante del telescopio a due specchi nella configurazione Cassegrain in cui lo specchio primario è un paraboloide, mentre il secondario è un iperboloido convesso posto lungo l'asse ottico con il fuoco coincidente con il fuoco del primario; questo implica che i raggi riflessi dall'iperboloido convergono nel suo fuoco secondario. Lo specchio primario è dotato di un foro nel centro per permettere ai raggi di raggiungere questo fuoco secondario. La configurazione Cassegrain non presenta aberrazione sferica, difetto ottico dovuto al fatto che i raggi vicini all'asse ottico e quelli più distanti hanno una focale differente. Questa peculiarità è assicurata dalla presenza del paraboloide come specchio primario: esso ha la capacità di far convergere nel fuoco i raggi paralleli all'asse ottico provenienti da sorgenti poste all'infinito. Il paraboloide non è privo di aberrazioni quali la coma, l'astigmatismo e la distorsione. Esse sono causate dalla presenza di raggi non paralleli all'asse ottico e per questo dette di fuori asse). La montatura GM 4000 è di tipo equatoriale, cioè è progettata per seguire il sistema di coordinate equatoriali. Nel sistema equatoriale l'origine è posta nel centro della terra e il piano equatoriale è scelto come piano fondamentale. L'intersezione del piano equatoriale con la sfera celeste è detta equatore celeste. L'asse z è allineato con l'asse polare, la cui intersezione con la sfera celeste fissa i due poli celesti. Le coordinate introdotte sulla sfera celeste sono simili alla latitudine e longitudine terrestre. La latitudine è detta declinazione, il suo valore è posto a zero all'equatore celeste ed è positivo nell'emisfero celeste settentrionale. La longitudine è detta ascensione retta; lo zero è il punto in cui il Sole attraversa

l'equatore spostandosi da Sud a Nord: questo è chiamato punto equinoziale di primavera. L'ascensione retta aumenta andando da ovest verso est. La montatura ha un asse, detto asse polare, puntato verso il polo celeste e un secondo asse, detto asse di declinazione, posto a 90 rispetto al primo. Il vantaggio di questo tipo di montatura consiste nel fatto che è possibile seguire il moto apparente degli oggetti celesti nel cielo facendo ruotare solamente l'asse di declinazione.

Filtri

Un telescopio riesce a misurare solo la presenza di un fotone e non la sua energia; per questo motivo, quando viene rivelata della radiazione, non è nota la corrispondente lunghezza d'onda. Questo è un grosso problema, in quanto una stella emette in un intervallo spettrale molto vasto, e c'è bisogno di sapere quali parti dello spettro vengono rivelate. Per risolvere questo problema sono stati definiti “sistemi fotometrici”, ovvero insiemi di filtri sensibili ciascuno ad una banda spettrale diversa.

Il telescopio de Ritis è sprovvisto di filtri astronomici, e dunque vengono trasmessi i fotoni con qualsiasi lunghezza d'onda: si dice di star lavorando in “luce bianca”. L'assenza di filtri non ha costituito un grosso problema in questa esperienza, infatti W UMa è un sistema binario a contatto e dunque ci aspettiamo simile risposta spettrale per le due stelle. Come si vedrà, nonostante l'assenza di filtri astronomici, si ha in ogni caso un effetto di filtro a causa della sensibilità del CCD.

2.2 Il rivelatore: CCD

La camera collegata al telescopio è una Atik 11000, munita di un sensore CCD KAI-11002 momocromatico da $37.25 \times 25.79\text{mm}$ e $4008 \times 2672\text{pixel}$. I sensori CCD (charged-coupled-device) sono costituiti di elementi fotosensibili, i photosite (d'ora in poi pixel). Ciascuno di essi converte il numero di fotoni incidenti durante il tempo T di esposizione, in elettroni. Gli elettroni vengono immagazzinati nei pixel durante l'esposizione e solo in un secondo momento vengono traslati lungo il CCD e letti. Infine una conversione analogico-digitale permette di generare il file immagine.

In un sensore CCD i pixel sono rappresentati da p-doped metal-oxide-semiconductors (MOS). Il silicio, il costituente fondamentale dei pixel, ha un gap tra le bande di valenza e conduzione di 1.14eV e di conseguenza assorbe, per effetto fotoelettrico, fotoni con energia tra 1.1 a 4eV . Il fotone causa il passaggio di un elettrone nella banda di conduzione, con creazione di una coppia elettrone-lacuna. Sopra i 4eV , si producono più coppie e dunque si preferisce trascurare regimi non lineari, invece sopra i 10eV , il CCD risulta completamente trasparente. Gli elettroni prodotti, vengono immagazzinati in buche di potenziale generate applicando voltaggio positivo al Gate. Terminata l'esposizione, il clock dei voltaggi è manipolato in modo che gli elettroni possano traslare da una buca in quella successiva. In particolare, il passaggio avviene tra colonne successive della matrice dei pixel; l'ultima colonna è di lettura, e in essa le cariche traslano orizzontalmente, in tal modo la carica accumulata in ciascun pixel può essere letta. Esse vengono prima amplificate e successivamente convertite in numero di conteggi o ADU (analog-to-digital units). Il numero di elettroni richiesti per produrre un conteggio o ADU, definisce il guadagno, o Gain, del CCD; un valore tipico è di 10 elettroni/ADU.

Idealmente, ciò che più sarebbe auspicabile, è che ciascun fotone incidente produca un elettrone, in questo modo si avrebbe immediatamente la misura di quanta luce ha investito il singolo pixel. La realtà è chiaramente diversa, e seppur si possa lavorare in regime lineare, i processi che avvengono nel sensore possono introdurre del rumore nel file immagine.

Noise

Le principali fonti di rumore in un CCD sono le seguenti:

- **Read-out:** l'errore di lettura è dovuto principalmente a due fattori.
 - Non sempre lo stesso numero di cariche restituisce ugual numero di conteggi nella conversione A/D.
 - L'elettronica stessa introduce delle cariche spurie. Per i moderni CCD parliamo di $3\text{-}5 e^-/\text{pix}$. Nel nostro caso l'errore tipico di readout è pari a $13e^-/\text{pix}$.

- **Dark-current:** cariche generate dall'agitazione termica degli atomi di silicio. Dipende, ovviamente dalla temperatura, ma generalmente è trascurabile 1 elettrone/hr/pixel, soprattutto se si adotta un sistema di raffreddamento per il sensore.
- **Diffusione di carica:** è il rumore generato dalla probabilità non nulla da parte di una carica di diffondere in buche vicine. Tali effetti si manifestano spesso in maniera asimmetrica lungo il sensore CCD e non vanno trascurati, specialmente nei dispositivi molto sottili.
- **Efficienza quantica:** L'efficienza quantica di un CCD è determinata essenzialmente dalla capacità da parte del silicio di assorbire fotoni e produrre cariche nella zona di svuotamento. Tale capacità è limitata dalla presenza di altre strutture (l'elettrodo di Gate) che possono assorbire i fotoni prima che essi raggiungano la zona di svuotamento. In particolare a basse lunghezze d'onda, i fotoni vengono facilmente assorbiti dagli elettrodi, mentre alle lunghezze d'onda maggiori il fotone potrebbe non avere l'energia minima necessaria per essere assorbito. In figura 2.1 un andamento tipico della quantum efficiency.

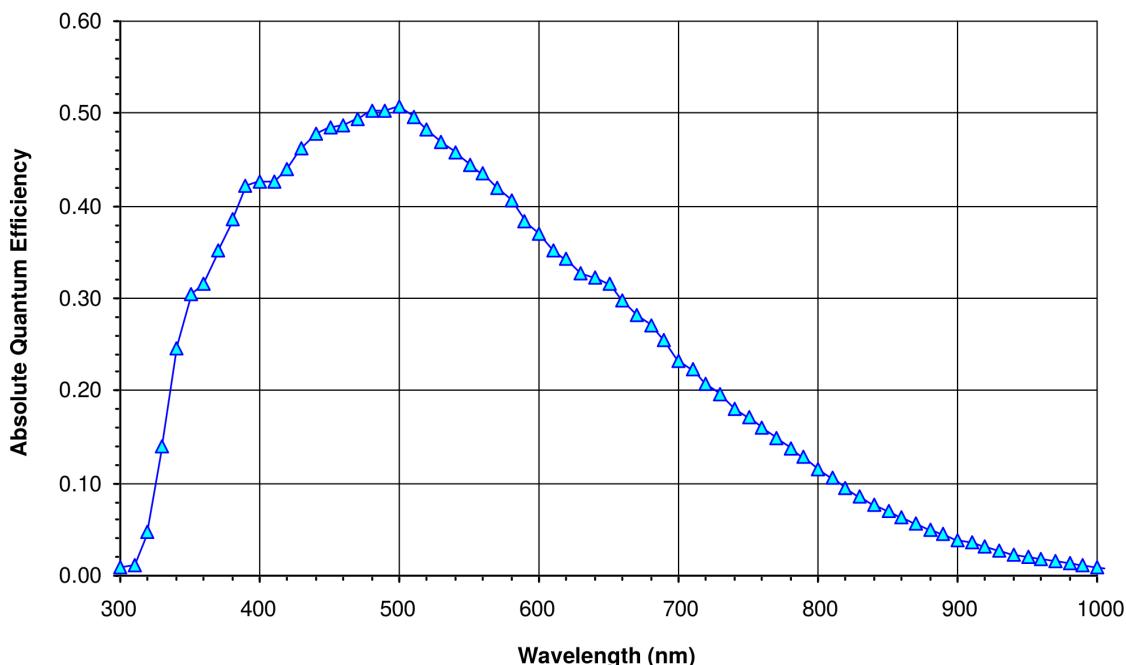


Figura 2.1: Andamento della quantum efficiency della CCD utilizzata in funzione della lunghezza d'onda.

Rapporto Segnale Rumore

Il rapporto segnale rumore è descritto dalla seguente relazione:

$$\frac{S}{N} = \frac{N_s}{\sqrt{N_S + n_{px}(N_{bg} + N_D + N_R^2)}}. \quad (2.1)$$

N_S è il numero di fotoni rilevati sugli n_{px} pixel considerati, N_{bg} numero di fotoni per pixel del fondo, N_D numero di elettroni per pixel di dark e N_R è il rumore di read-out (elettroni per pixel). Sappiamo infatti che, per sorgenti il cui rumore si comporta secondo la statistica di Poisson, dato un segnale di ampiezza N , l'errore ad esso associato risulta semplicemente \sqrt{N} . Dunque eccezion fatta per il rumore di read-out, possiamo leggere la relazione 2.2 come il rapporto tra il segnale N e la somma di errori legati a distribuzioni di Poisson.

Capitolo 3

Analisi dati

3.1 Riduzione delle immagini

Le immagini acquisite con una CCD non possono essere utilizzate per misure scientifiche data la presenza di diverse componenti di rumore. La riduzione dati è il processo attraverso cui, applicando una serie di procedure, le immagini raw sono ripulite dalle diverse fonti di rumore.

Errori di tipo additivo, indipendenti dal segnale esterno, sono stati corretti utilizzando immagini di bias e di dark. La componente moltiplicativa dell'errore esterno è invece stata eliminata dal flat fielding.

Le **immagini di bias** sono ottenute con tempo di esposizione nullo e permettono di determinare l'errore in lettura per pixel non esposto, tale errore presenta delle fluttuazioni statistiche ed è dunque buona norma mediare su più immagini per ottenerne una stima.

Le **immagini di dark** forniscono una stima dell'errore dovuto all'agitazione termica delle molecole del rivelatore, le quali potrebbero generare cariche aggiuntive. Le immagini di dark vengono ottenute ad otturatore chiuso e con tempi di esposizione uguali a quelli dell'osservazione, nonché a temperatura di lavoro della CCD pari a quella della presa dati.

Le **immagini di flat** correggono la diversa efficienza (quantica e geometrica) dei diversi pixel. Un buon flat dovrebbe presentare piccole variazioni percentuali in conteggi, grandi valori sono indice di problemi nella stima di tale correzione.

Flat fielding

L'idea del flat fielding è semplice: ciascun pixel ha diversa efficienza quantica, per rendere uniforme la risposta si deve ottenere un'immagine di "campo piatto". Idealmente ciascun pixel andrebbe illuminato con una sorgente uniforme di uguale risposta

spettrale rispetto all'oggetto da osservare. Una volta ottenuto il flat, ciascun frame va diviso per esso, rimuovendo la variazione in risposta dei pixel. Il flat fielding presenta due principali problemi. Il primo è che un'illuminazione uniforme dei pixel è difficile da ottenere, nella pratica, impossibile. Il secondo è legato al fatto che la QE è funzione della lunghezza d'onda, e seppur riuscissimo a creare un apparato che illumini in maniera uniforme il CCD, la lunghezza spettrale della sorgente utilizzata non sarà mai uguale a quella dell'oggetto osservato. Se si vogliono evitare illuminazioni artificiali, una possibilità potrebbe essere quella di catturare immagini del cielo al tramonto che da un lato costituisce una sorgente molto più luminosa degli oggetti osservati, dall'altro, in buona approssimazione, può essere considerato uniforme. Tuttavia il cielo al tramonto ha chiaramente diversa risposta spettrale, rispetto al cielo notturno. Sembra allora ragionevole ottenere un'immagine di flat fielding direttamente dai frame notturni. Al proposito si utilizzano tempi di esposizione sufficientemente lunghi, in modo da ottenere il rapporto segnale rumore richiesto e si introducono degli offset tra le immagini, in modo da poter inserire dei filtri digitali per eliminare gli oggetti sul campo, infine si media sui dati così ottenuti. Tale procedura verrà nel seguito discussa in dettaglio, avendo, in questo lavoro, optato per tale scelta. Per "buon flat" si intende una correzione che sia capace di restituire dei valori che possano essere trasformati in risultati numerici esprimibili in unità standard e universali. In generale la qualità richiesta per il flat fielding dipende dalle misure che si vogliono effettuare. Se l'obbiettivo è fotometria relativa, allora è sufficiente che il flat sia un "buon flat" solo in regioni limitate del CCD, mentre per misure di fotometria assoluta e che si estendono in ampie legioni del sensore, è richiesto un "buon flat" lungo tutto il frame.

Bias

A causa dei fattori di rumore di cui sopra, ci aspettiamo che, in generale un pixel non esposto produca comunque una risposta non nulla. Per ottenere una stima di tale risposta, si procede con una stima del livello di bias. Le immagini di bias, permettono di misurare il valore in conteggi, ottenuto per pixel non esposto o meglio, per un valore nullo di fotoelettroni collezionati. Ci aspettiamo una distribuzione centrata sullo zero, per evitare valori negativi, i CCD automaticamente forniscono un offset positivo per ogni immagine. Tipici valori di bias sono nell'ordine di 400 ADU che, per un valore del gain di $10e^-/ADU$, corrisponde a 4000 elettroni. Per valutare il livello di bias si acquisiscono immagini a tempo di esposizione nullo, le quali definiscono una stima del rumore di read-out per pixel non esposto. Variazioni nella misura del livello di bias avvengono in generale, durante tempi sufficientemente lunghi, mesi o più.

3.2 Fotometria

Per fotometria si intende la misura del flusso di fotoni emesso da un oggetto in funzione della lunghezza d'onda. Esistono diversi tipi di fotometria: talvolta si è interessati a misure singole di flusso, altre invece, a misure nell'arco di secondi, mesi o anche anni la stessa sorgente luminosa. La fotometria relativa (rispetto a oggetti di riferimento) richiede pochi step successivi, mentre misure assolute sono chiaramente più complesse, e devono basarsi su frame di riferimento standard. Misure di fotometria richiedono tre fattori essenziali:

- stimare il baricentro dell'oggetto osservato;
- stimare il rumore di fondo nei pressi dell'oggetto osservato (local background);
- calcolare il flusso proveniente dall'oggetto di interesse.

Baricentro di un oggetto esteso

Assumeremo sempre di avere a che fare con distribuzioni di conteggi gaussiane. Il modo più semplice di stimare il centro di una distribuzione di punti è attraverso una somma marginale dei conteggi lungo l'asse x e lungo l'asse y. Stimando il centro della stella in maniera grossolana, consideriamo un quadrato attorno ad essa di dimensioni $2L + 1 \times 2L + 1$, dove L è compatibile con la larghezza della distribuzione. Marginalizzando lungo y e lungo x otteniamo rispettivamente

$$I_i = \sum_{j=-L}^L I_{i,j} \quad J_j = \sum_{i=-L}^L I_{i,j} \quad (3.1)$$

dove $I_{i,j}$ sono i conteggi in ADU del pixel ij . I valori medi delle intensità lungo x e y risultano allora

$$\bar{I} = \frac{1}{2L + 1} \sum_{i=-L}^L I_i \quad \bar{J} = \frac{1}{2L + 1} \sum_{j=-L}^L J_j \quad (3.2)$$

Infine stimiamo il centro attraverso una media pesata includendo le sole righe che abbiano intensità marginale superiore a quella media

$$x_c = \frac{\sum_i (I_i - \bar{I}) x_i}{\sum_i (I_i - \bar{I})} \quad y_c = \frac{\sum_j (J_j - \bar{J}) y_j}{\sum_j (J_j - \bar{J})} \quad (3.3)$$

Questo metodo fornisce un'ottima stima del centro, anche nell'ordine di un quinto di pixel.

Stima del rumore di fondo

Stimare il rumore di fondo è importante al fine di poter eseguire una corretta analisi fotometrica. Ricordiamo infatti che ciascun pixel non raccoglie fotoni che provengono solo dalla sorgente di interesse, ma anche fotoni provenienti dal "cielo" o fondo, che vanno eliminati. Un modo per ottenere una ragionevole stima del livello di fondo, è considerare una corona circolare attorno alla sorgente di interesse. Tale corona dovrà contenere un sufficiente numero di pixel, almeno 3 volte superiore rispetto ai pixel che compongono la sorgente. A questo punto possiamo mediare semplicemente sui pixel, oppure per una stima più accurata, applicare prima un cut-off di $\pm 3\sigma$ rispetto al valore mediano, che permetta di escludere fonti estranee al fondo (raggi cosmici o pixel illuminati da altre sorgenti).

Stima dell'intensità luminosa

Noto adesso il centro della distribuzione e il valor medio del fondo \bar{B} , possiamo definire una circonferenza di raggio r attorno al centro calcolato e sommare i conteggi all'interno di esso. Chiaramente a tali conteggi andrà sottratto il valore medio del fondo. Se I è l'intensità da misurare S la somma dei conteggi e n_{px} il numero di pixel all'interno della circonferenza, allora $I = S - n_{px}\bar{B}$. Del fatto che esista un'apertura ottimale, ci si può facilmente convincere con il seguente ragionamento. Per ottenere un più alto rapporto segnale rumore bisogna aumentare il numero di conteggi provenienti dalla sorgente, dunque aumentare r , tuttavia più è grande l'apertura più è facile inglobare sorgenti di rumore esterno. Dunque cercando il bilancio ottimale per avere il più alto valore possibile del rapporto S/N , si ottiene una stima del miglior valore di apertura r . Lo step finale è determinare la magnitudine della sorgente secondo la relazione

$$m = -2.5 \log_{10} I + C \quad (3.4)$$

dove C è una costante da determinare per poter confrontare la magnitudine ottenuta con valori standard di riferimento. In questo lavoro, abbiamo effettuato misure di fotometria relativa. Come descritto nel seguito, l'interesse maggiore è nel ricostruire la curva di luce di un oggetto variabile relativamente a quello di una sorgente con flusso emesso costante. Per tener conto degli effetti di trasparenza del cielo e del fondo, si sceglieranno stelle standard sul campo, che rappresenteranno i riferimenti rispetto alle nostre misure.

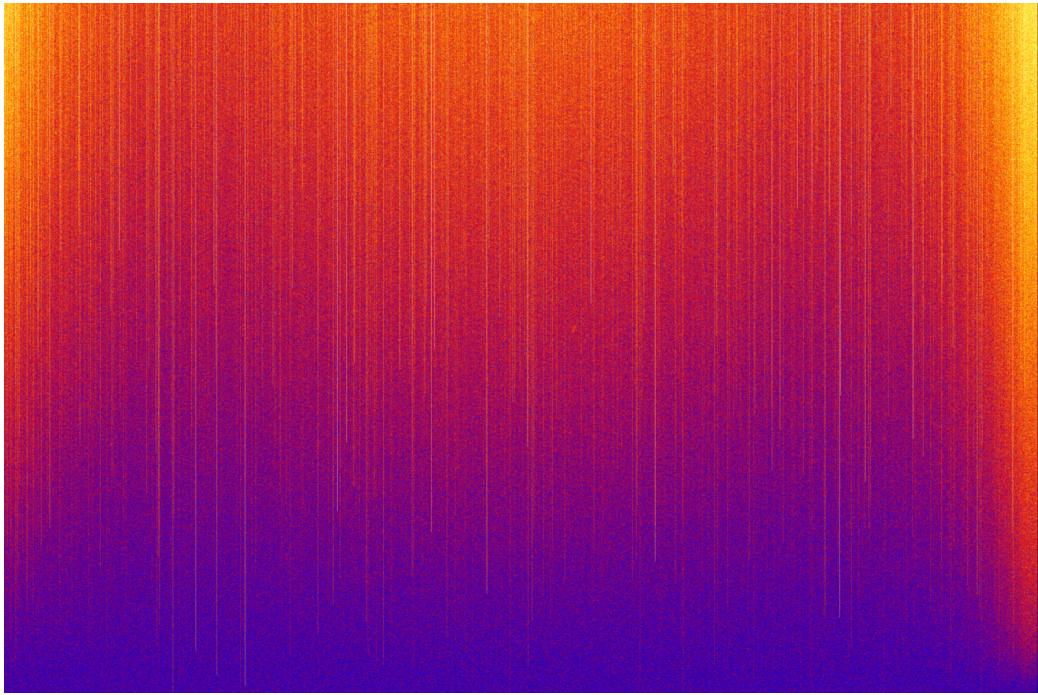


Figura 3.1: Master bias ottenuto mediando 20 immagini di bias acquisite con temperatura di lavoro del CCD $T = -10^{\circ}C$ la notte del 26 gennaio 2017.

3.3 Misure

Le immagini sono state acquisite durante le notti del 25 e del 26 gennaio sul tetto del dipartimento di fisica dell'università Federico II di Napoli, con una camera Atik 11000 collegata a fuoco diretto di un telescopio Pane Wave CDK 20 della Baader Planetarium su monatatura a testa equatoriale COMEC Technology GM 4000. Il sensore della camera è un CCD KAI-11002 monocromatico da $37.25 \times 25.79\text{mm}$ e $4008 \times 2672\text{pixel}$. Le immagini sono salvate in formato FITS. Prima di ogni sessione osservativa sono state acquisite le immagini di bias-frame. I flat-frame sono stati ottenuti come sky-flat, direttamente dalle immagini scientifiche. Il tempo di esposizione è stato scelto in modo da avere il massimo numero possibile di conteggi senza saturazione.

Riduzione

La riduzione dati è stata eseguita per mezzo di codici da noi implementati in Python,, con l'utilizzo di diversi pacchetti, quali Numpy, Astropy, Scipy, Matplotlibb.

Bias. Prima di ogni sessione osservativa sono state ottenute 20 immagini di bias. Tali immagini sono state mediate per ottenerne una migliore stima (*master bias*, figura 3.1) ed abbattere le fluttuazioni statistiche.

Flat fielding. Come in precedenza affermato, abbiamo deciso di ottenere l'immagine di flat dalle immagini prese in notturna (tecnica *sky flat*). Il fatto che il telescopio non fosse perfettamente allineato e la conseguente deriva degli oggetti sul campo, hanno reso possibile una stima dell'efficienza dei pixel direttamente dalle immagini scientifiche: si è visto che un oggetto insite sullo stesso pixel in media per 4-5 immagini consecutive. Per liberarci degli outliers abbiamo applicato un filtro mediano, scartando le $n (= 5)$ immagini più luminose e le n meno luminose, e successivamente mediato. In altre parole: se $P_{ij}^{(k)}$ rappresenta il conteggio del pixel nella posizione ij

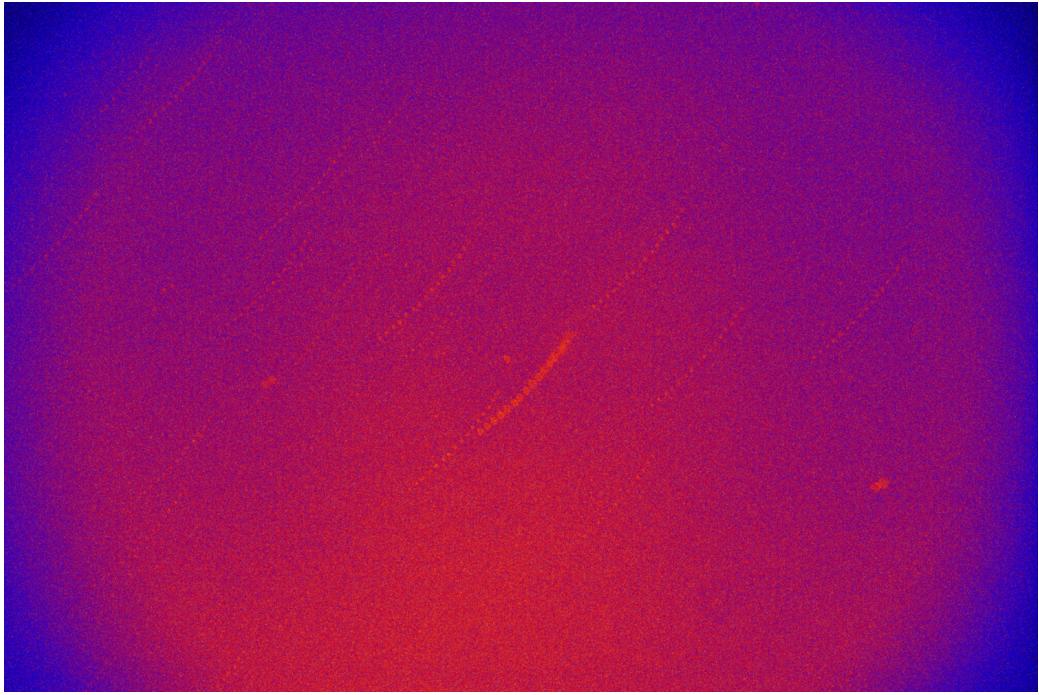


Figura 3.2: Immagine di flat fielding ottenuta campionando ogni 10 le 279 immagini della sessione osservativa (del 26 gennaio). Sono evidenti due patologie: la presenza di tracce nei pixel dove insistevano le sorgenti, nonché un gradiente di conteggi lungo le due diagonali.

della k -esima immagine, fissato ij , ne abbiamo costruito un istogramma di frequenza e da questo scartato le n immagini posizionate sulle code della distribuzione; abbiamo quindi mediato sulle rimanenti.

$$\bar{P}_{ij} = \frac{1}{K'} \sum_{k=1}^{K'} P_{ij}^{(k)} \quad (3.5)$$

dove K' è il numero di immagini totali meno quelle scartate, ossia $K' = K - 2n$.

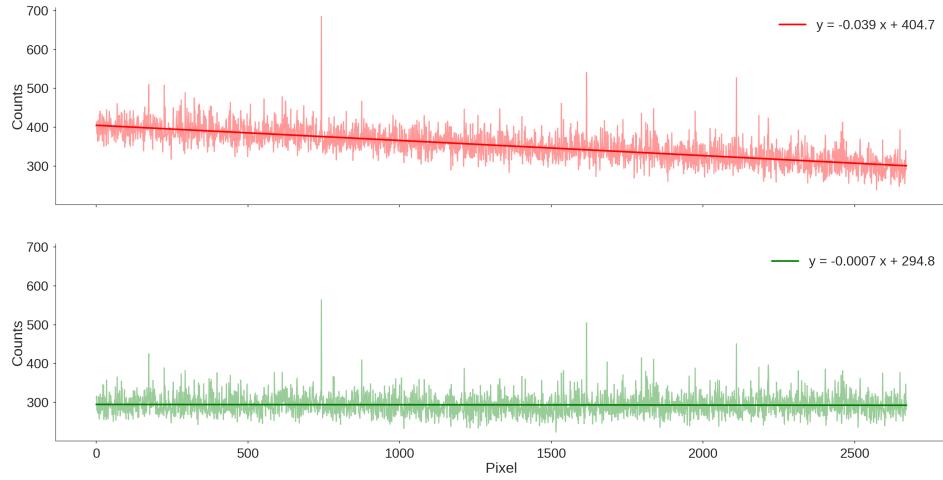


Figura 3.3: Conteggi dei pixel lungo una diagonale di un flat mal realizzato (grafico in rosso) e di un buon flat (verde). Le due linee spesse rappresentano fit lineari dei segnali. Nel caso del buon flat, la pendenza della retta è risultata consistente con lo zero.

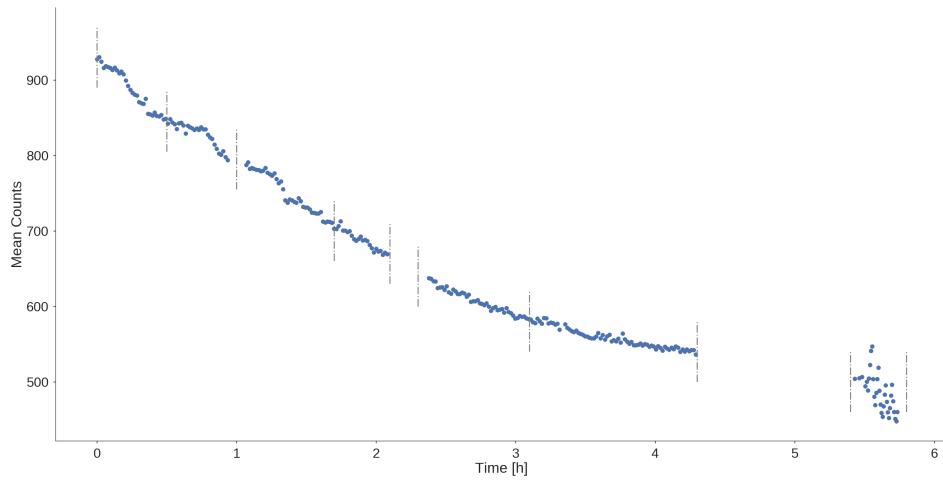


Figura 3.4: La figura mostra la significativa decrescita del valor medio del fondo per le misure della notte del 26 gennaio. Le linee verticali indicano la suddivisione in slice temporali effettuata per ovviare al problema: in ognuna delle regioni individuate fra due linee si è prodotto un diverso flat.

Chiaramente, senza un offset tra le immagini (introdotto dalla deriva) questa operazione non avrebbe avuto alcuna giustificazione, infatti proprio i pixel interessanti per le misure (quelli illuminati dagli oggetti astronomici) risulterebbero in un'errata stima dell'efficienza.

Se per la prima notte la stima del flat non ha presentato particolari problemi, stessa cosa non si può dire per la seconda. Infatti, ad una prima analisi, campionando le 279 immagini ogni 10, per aumentarne l'offset temporale, risulta ancora visibile la scia lasciata dagli oggetti luminosi presenti nel campo (figura 3.2); un altro effetto inatteso è l'evidente disparità di conteggi lungo le diagonali del frame (figura 3.3, in rosso).

Ad una più attenta analisi si è notato che il valor medio del fondo presentava una decrescita significativa con lo scorrere del tempo (figura 3.4). Tale disparità è stata probabilmente causata da una variazione nell'umidità dell'aria, che durante la notte è passata dal 54% al 74%. Si è allora deciso di dividere la notte in slice temporali, e per ciascuna di esse ottenere un diverso flat. Così operando, non solo abbiamo eliminato il problema della scia (figura 3.5), ma anche i conteggi lungo la diagonale hanno andamento piatto (fugura 3.3 in verde). In figura 3.6 è mostrata un'immagine raw, mentre in figura 3.7 la stessa immagine dopo il processo di riduzione.

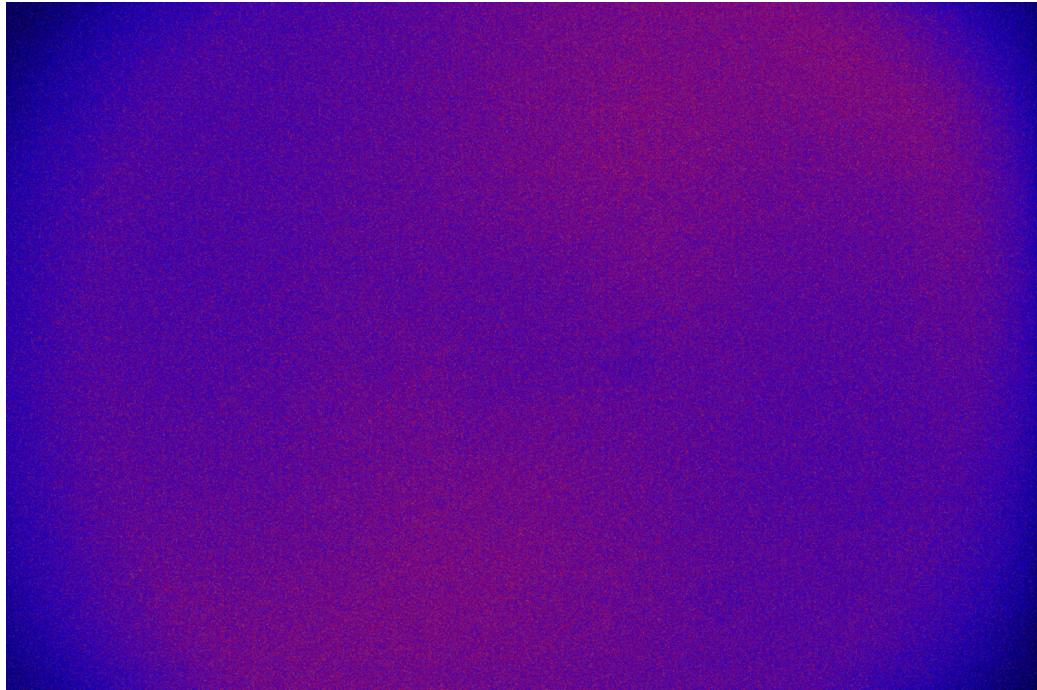


Figura 3.5: Immagine di flat relativa ad una delle finestre temporali in cui si è divisa la sessione osservativa del 26 gennaio. Si può notare come, rispetto all'immagine 3.2, non siano più presenti le tracce delle sorgenti ed il gradiente nei conteggi sia drasticamente ridotto.



Figura 3.6: Immagine grezza ottenuta dalla CCD, tra gli altri, è possibile notare l'effetto del vignetting ai bordi



Figura 3.7: Immagine scientifica ridotta sottraendo bias e dividendo per il flat. La relativa immagine raw è mostrata in figura 3.6. La sorgente più luminosa al centro del campo è $W\ UMa$. Sono ben visibili i possibili riferimenti attorno ad essa.

Fotometria

Con i metodi descritti nelle sezioni precedenti, già implementati nel software SExtractor, è stato stimato il baricentro di ogni sorgente, il relativo flusso entro un'apertura circolare ed il valore del background locale. Tra i vari parametri di impostazione, riveste un ruolo di primaria importanza la scelta del raggio di apertura circolare, entro cui ricadono i pixel che partecipano al computo del flusso della sorgente. Per ottenere un rapporto segnale/rumore S/N pari a circa 1500 con tempo di esposizione $t_{exp} = 4s$, utilizzando la relazione 2.2, si è ottenuto come valore ottimale del raggio dell'apertura $r = 5px$. In figura 3.8 è riportato l'andamento di S/N in funzione di r . Ricordiamo che durante l'esperienza abbiamo effettuato misure di fotometria relativa, di conseguenza, scelto un riferimento (una stella standard nel campo), la curva di luce di $W\ UMa$ verrà ricostruita dividendone i conteggi per quelli del riferimento. In particolare, avendo a disposizione i risultati fotometrici di SExtractor, software che determina il centro ed il flusso di ogni oggetto nel campo al di sopra di una certa threshold, è necessario riconoscere nel catalogo generato in output le diverse sorgenti, in particolare $W\ UMa$ ed il riferimento. Analizzando una singola immagine, nella regione vicina a $W\ UMa$ compaiono diverse stelle standard, tra queste abbiamo scelto le due più luminose (figura 3.9) e calcolato le loro distanze (in termini di pixel) da $W\ UMa$ e tra di loro. Imponendo un intervallo di confidenza del 2%, siamo quindi stati in grado di sviluppare un algoritmo che riconoscesse in ogni immagine la sorgente $W\ UMa$ e le due stelle standard di riferimento.

Delle due stelle standard si è scelto come riferimento per la fotometria relativa $TYC\ 3810-1196-1$, che ha permesso di ricostruire con minor rumore la curva di luce di $W\ UMa$.

Ricostruzione curve di luce

Dalla letteratura è noto che il periodo dell'orbita relativa di $W\ UMa$ è pari a 0.33 giorni, dunque, per ricostruire l'intera curva di luce, sono state necessarie più sessioni osservative. Coi metodi descritti nelle precedenti sezioni, si è ottenuto un segnale $s_i[t]$ per ogni notte, rappresentativo di un certo tratto della curva di luce. Avendo come obiettivo la stima del periodo è allora necessario rimettere in fase i diversi segnali. Detto $r[t]$ quello con estensione temporale maggiore, abbiamo valutato la cross correlazione di questo con ognuno dei segnali $s_i[t]$, secondo la seguente relazione:

$$c_i[\tau] = \sum_{t=0}^{+\infty} r[t + \tau]s_i[t] \quad (3.6)$$

dove τ rappresenta il ritardo temporale tra i due.

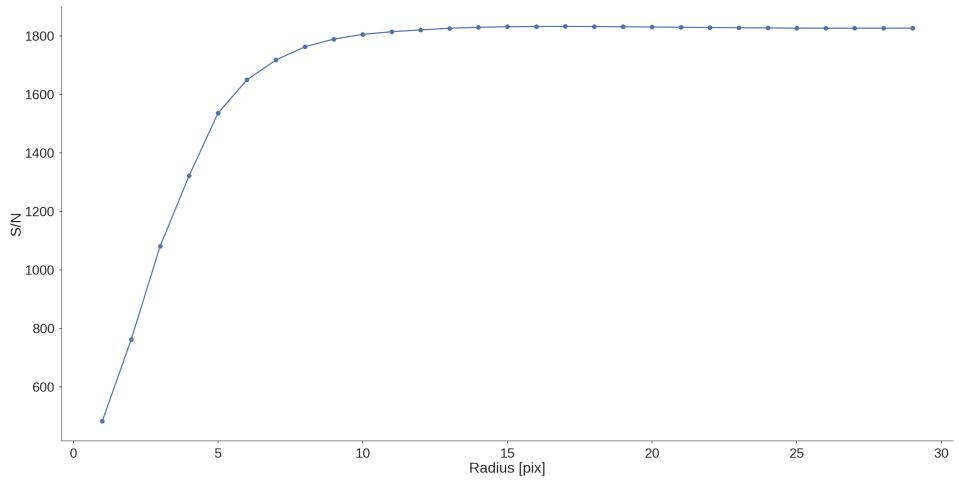


Figura 3.8: Rapporto segnale/rumore al variare del raggio dell'apertura circolare utilizzata per la fotometria di *W UMa*.

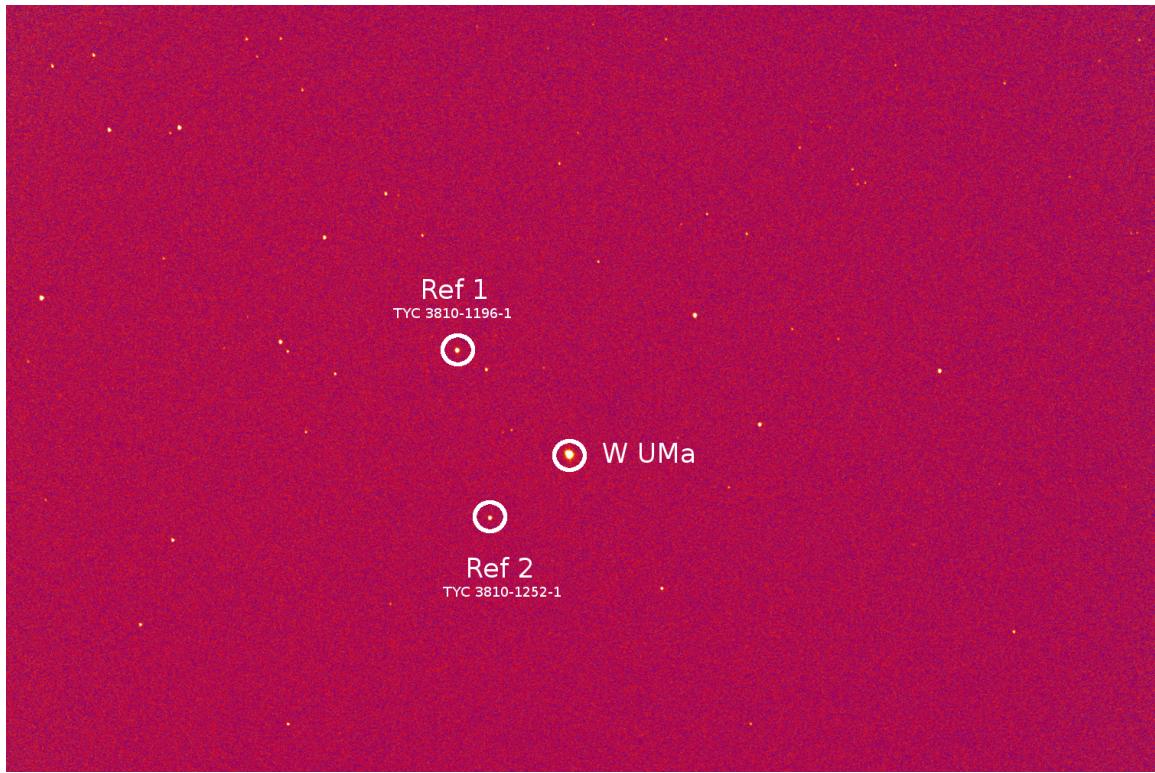


Figura 3.9: Gli oggetti indicati con **Ref 1** e **Ref 2** sono due stelle standard scelte come riferimento (assieme a **W UMa**) per individuare i diversi oggetti presenti nel campo. La fotometria relativa di **W UMa** è stata effettuata rispetto alla stella Ref 1.

L'implementazione di un tale algoritmo richiede l'uso di segnali continui (o ugualmente campionati), si rende allora necessaria un'interpolazione delle misure effettuate. Il metodo scelto è quello del polinomio interpolatore di Newton, che consiste nella determinazione di un polinomio di grado n passante per gli n punti dati. Ricordando che la cross correlazione rappresenta una stima della sovrapposizione fra due segnali, per ottenere la curva di luce completa, abbiamo shiftato temporalmente ognuno degli $s_i[t]$ del relativo τ_i^* che ne massimizza la correlazione $c_i[t]$.

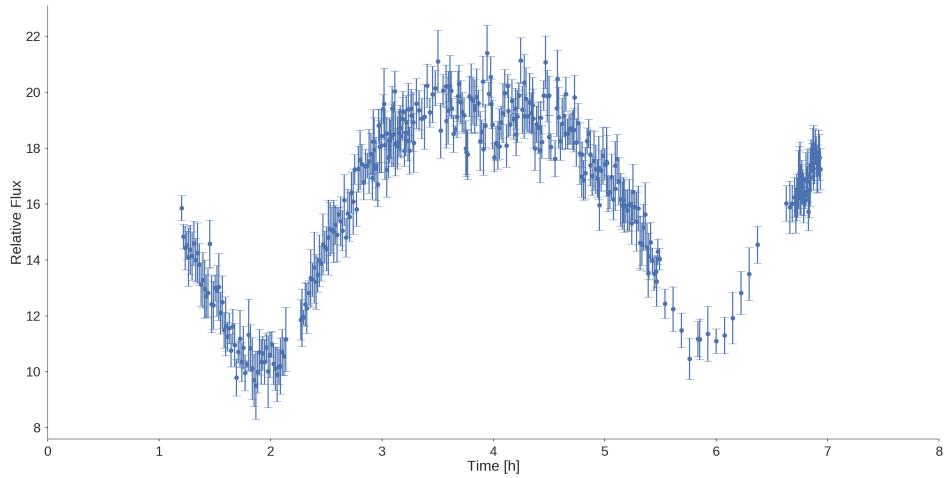


Figura 3.10: La curva di luce con i relativi errori.

Errori sulla curva di luce

Terminato il processo di riduzione delle immagini, ci poniamo il problema della stima degli errori sulle singole misure. Scegliendo, attorno a ciascun punto, una finestra temporale entro cui sia possibile considerare le variazioni di conteggi come fluttuazioni statistiche indipendenti, si è associata la deviazione standard dei punti in essa contenuti all'errore statistico sul punto centro della finestra temporale. In dettaglio, le finestre temporali sono state scelte in modo che la variabilità della curva di luce fosse del 5% al più; a posteriori si è verificato che, in ciascuna di esse, cadesse un numero sufficiente di punti (maggiore di 10) tale da rendere significativo il calcolo della deviazione standard. Se per la seconda notte di osservazione è stato effettuato un campionamento più fitto, e dunque il metodo appena descritto risulta applicabile, il campionamento della prima è piuttosto rado, e nelle slice temporali in cui la curva varia meno del 5%, cadono pochi punti. Abbiamo, allora, preferito operare una seconda stima dell'errore, tramite propagazione, e verificare la consistenza dei risultati ottenuti. Nelle immagini ridotte, restano due principali contributi di rumore, quello

relativo ai conteggi, che segue una distribuzione Poissoniana, e il rumore di fondo, che è derivato attraverso un processo di media e dunque si distribuisce gaussianamente. Avremo allora che l'errore sulla misura sarà esprimibile come:

$$\sigma_m = \sqrt{S + n_{px}\sigma_{bg}^2}$$

dove S è il numero di conteggi e σ_{bg} è lo scarto quadratico nella stima del livello di fondo locale. Le stime degli errori così effettuate, come atteso, risultano confrontabili nelle regioni in cui abbiamo una più alta incidenza di misure, mentre, per la prima notte il metodo della varianza mobile costituisce una sottostima dell'errore. La curva di luce, con errori calcolati tramite propagazione, è mostrata in figura 3.10.

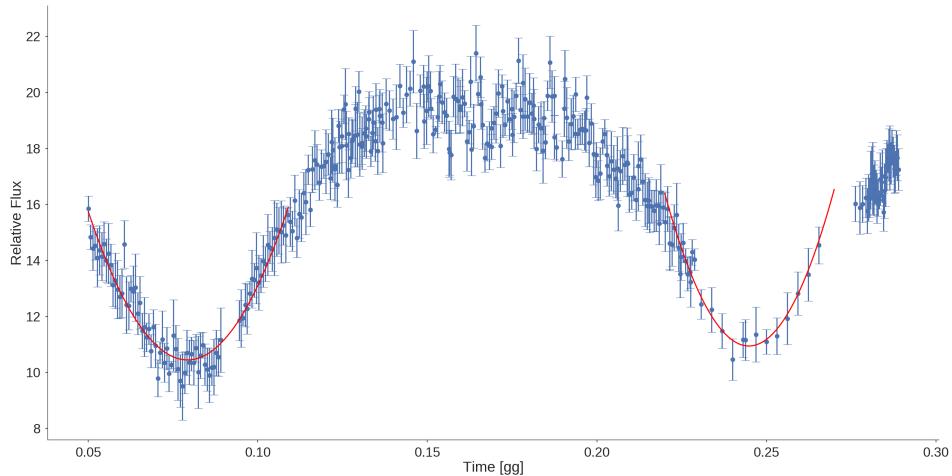


Figura 3.11: In rosso sono graficati i due fit parabolici effettuati in *Mathematica* per ottenere una prima stima rozza del semiperiodo di *W UMa*.

Stima del periodo

Dalla cross correlazione è possibile ricavare il periodo a meno di un fattore moltiplicativo intero, rappresentativo del numero di rivoluzioni intercorse tra le due osservazioni. Per determinare tale fattore cercheremo di avere una prima stima del periodo dalla posizione dei minimi.

In ipotesi di orbita circolare, la distanza tra i minimi risulterebbe esattamente uguale al semi-periodo e , per una grossolana stima del periodo, tale ipotesi risulta ragionevole. Ricordiamo che solo misure nello spettro di emissione potrebbero palesare, per effetto Doppler, eccentricità diverse da zero.

Per stimare la posizione dei minimi si è scelto di effettuare due fit polinomiali nelle regioni di interesse; ottenute le curve di best fit è dunque immediato per derivazione

ricavarne i minimi. Allo scopo, il processo è stato automatizzato tramite software *Mathematica*, effettuando molteplici fit, variando grado del polinomio e regioni in cui campionare i punti. Si sono ottenuti risultati soddisfacenti già con un fit parabolico e questo ha chiaramente semplificato l'analisi sugli errori (figura 3.11). La stima del periodo ottenuta col metodo appena descritto è

$$T^{(0)} = 0.33 \pm 0.02 \text{ giorni}$$

Abbiamo quindi ottenuto una migliore stima del periodo sfruttando la cross correlazione. Essendo la separazione temporale tra i due segnali campionati pari a circa 1 giorno e per evitare di sondare con la cross correlazione possibili ritardi che non avrebbero portato le curve a sovrapporsi, abbiamo shiftato entrambi i segnali ad uno 0 dei tempi comune. Abbiamo quindi calcolato la cross correlazione tra i due (3.13) e determinato il valore del ritardo ottimale dt . Dall'esempio in figura 3.12, è chiaro allora che vale la seguente relazione:

$$t_1 - t_0 = NT + dt \quad (3.7)$$

dove t_0 e t_1 sono le origini dei tempi dei segnali originariamente misurati, N un intero, T il periodo. Conoscendo solo t_0 , t_1 e dt sarebbe quindi possibile determinare il periodo a meno di un fattore intero moltiplicativo. Tuttavia, interviene in nostro aiuto la prima stima del periodo $T^{(0)}$: fra le due sessioni osservative è trascorso un tempo $t_1 - t_0 = 0.98$ giorni, sapendo che il periodo è circa 0.33 giorni, abbiamo ricavato

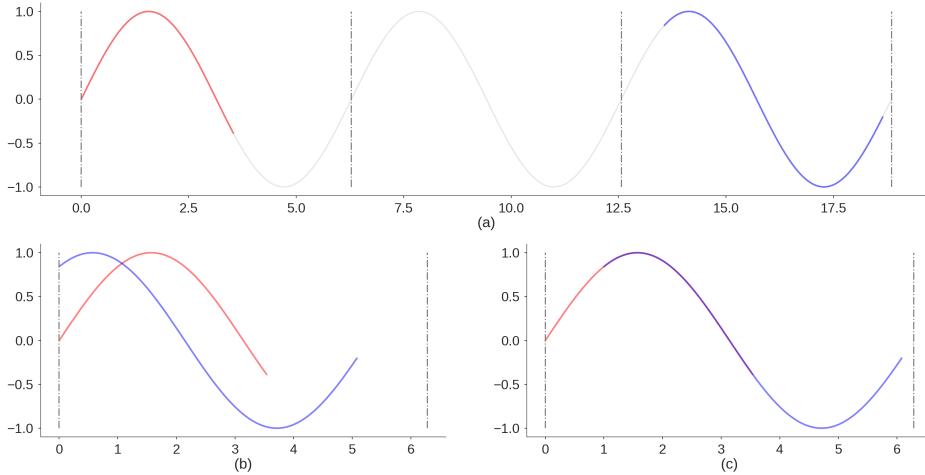


Figura 3.12: Campionando le due sezioni della curva periodica in figura, nell'applicare la cross correlazione, trasliamo in zero entrambi i segnali. Il secondo si sovrappone al primo, se traslato di dt , di conseguenza tra t_0 , il primo punto della prima sezione, e t_1 , il primo punto della seconda, intercorre un tempo pari a $NT + dt$

$N = 3$.

Per quanto concerne la stima dell'errore sul metodo appena descritto, si è proceduto, propagando gli errori sui punti della curva di luce, a stimare l'errore sull'intera curva di cross correlazione. Fissato un valore di confidenza del 5%, abbiamo effettuato un test di Student per verificare la consistenza del punto di massimo con tutti i restanti punti della curva (figura 3.14). L'errore sullo shift ottimale dt è stato quindi ricavato contando il numero di punti consistenti a sx e a dx col massimo. In particolare, ricordando che la cross correlazione è stata calcolata campionando discretamente il segnale, l'incertezza sullo shift non potrà che assumere valori che sono multipli della larghezza di tale campionamento. Dalla figura 3.14 è chiaro che intervengono 8 larghezze, dunque $\sigma_{dt} = 0.0029$ giorni e quello sul periodo $\sigma_T = 0.0010$ giorni. Il tutto si traduce nel seguente risultato:

$$T = 0.3325 \pm 0.0010 \text{ giorni}$$

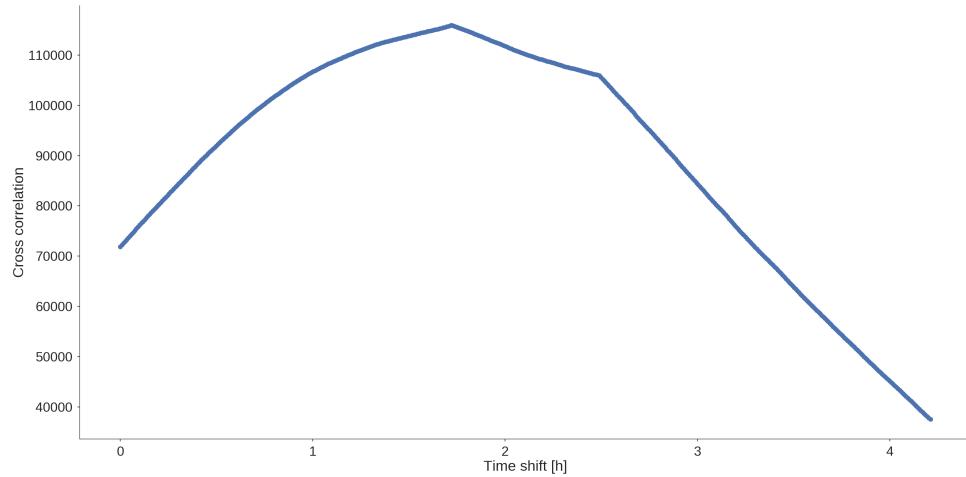


Figura 3.13: Curva di cross correlazione completa.

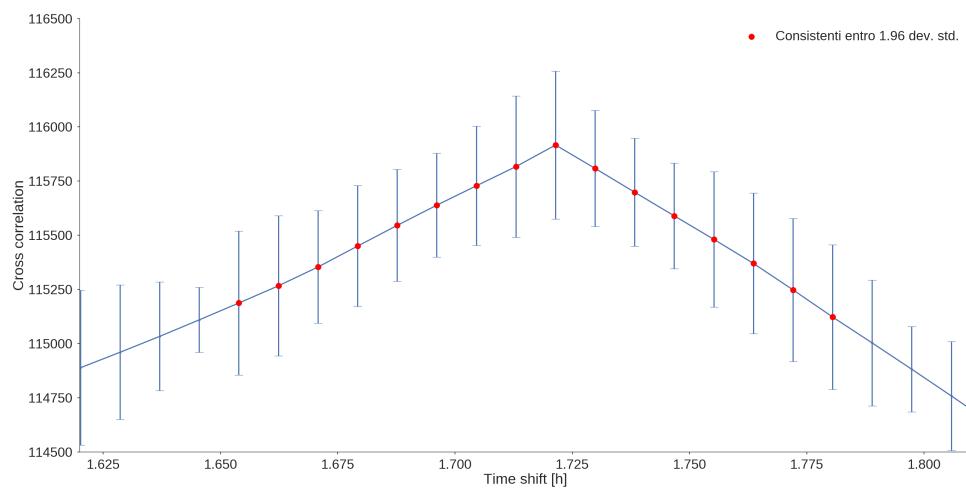


Figura 3.14: Zoom della figura 3.13 in una regione intorno al punto di massimo. I punti in rosso sono quelli risultati consistenti col massimo entro 1.96σ .

3.4 Risultati

In quest'ultima sezione riassumiamo i risultati ottenuti e ne verifichiamo la compatibilità con i valori di letterature riportati sul catalogo GCVS.

La stima del periodo T , ottenuta in questa esperienza di laboratorio è

$$T = 0.3325 \pm 0.0010 \quad \text{giorni}$$

Per verificarne la compatibilità abbiamo deciso di effettuare un test di Student fissando il limite di confidenza al 5%; abbiamo calcolato la discrepanza fra valore di letteratura \bar{T} e valore misurato T , quantità che, in ipotesi di consistenza, si distribuisce gaussianamente attorno a zero con larghezza uguale a σ_T (abbiamo infatti assunto il dato del periodo in letteratura esatto, cioè senza errore).

La misura da noi ottenuta risulta compatibile col dato di letteratura entro 1.96σ . In particolare

$$t = \frac{|T - \bar{T}|}{\sigma_T} = 1.14 < 1.96$$

con

$$\bar{T} = 0.33363749 \quad \text{giorni}$$

Bibliografia

- [1] Steve B Howell. *Handbook of CCD astronomy*. Vol. 5. Cambridge University Press, 2006.
- [2] Željko Ivezić et al. *Statistics, Data Mining, and Machine Learning in Astronomy: A Practical Python Guide for the Analysis of Survey Data*. Princeton University Press, 2014.
- [3] Ranjeev Misra, Archana Bora e Gulab Dewangan. “Analytical error estimate for the cross-correlation, phase and time lag between two light curves”. In: *arXiv preprint arXiv:1006.4069* (2010).
- [4] Dale A Ostlie e Bradley W Carroll. *An introduction to modern astrophysics*. Benjamin Cummings, 2006.
- [5] NN Samus, EV Kazarovets e OV Durlevich. “General catalogue of variable stars”. In: *Odessa Astronomical Publications* 14 (2017), pp. 266–269.
- [6] Patricia Leigh Skelton e DP Smits. “Modelling of W UMa-type variable stars”. In: *South African Journal of Science* 105.3-4 (2009), pp. 120–126.