Logik

Übungsblatt 8 – Teil 1 (für die 22. Kalenderwoche)

zur Lehrveranstaltung von Prof. Dr. Till Mossakowski im Sommersemester 2024

Bitte vor der Übung bearbeiten.

- 8.1. Sind folgende Aussagen wahr oder falsch? Erklären Sie Ihre Antwort.
 - a) Mit Hilfe des Hornalgorithmus lässt sich für jeden Satz bestimmen, ob er WT-erfüllbar ist.
 - b) Mit Hilfe des Hornalgorithmus lässt sich für jeden Satz bestimmen, ob er eine Tautologie ist.
 - c) Mit Hilfe von DPLL lässt sich für jeden Satz bestimmen, ob er WT-erfüllbar ist.
 - d) Mit Hilfe von DPLL lässt sich für jeden Satz bestimmen, ob er eine Tautologie ist.
- 8.2. Überprüfen Sie mittels des DPLL Algorithmus, welche Sätze erfüllbar sind und welche nicht.

a)
$$(A \lor B \lor \neg C) \land (A \lor \neg B \lor C) \land (\neg A \lor B \lor C) \land (\neg A \lor \neg B \lor \neg C)$$

- b) $\neg A \wedge \neg B \wedge (B \vee A)$
- 8.3. Geben Sie zu jedem der folgenden aussagenlogischen Formeln an, ob es sich um eine Hornformel handelt oder nicht. Falls es sich um eine Hornformel handelt, überführen Sie sie in die konditionale Form und entscheiden Sie nachvollziehbar mittels des in der Vorlesung gegebenen Erfüllbarkeitsalgorithmus von Horn, ob der jeweilige Satz erfüllbar ist oder nicht, und geben bei Erfüllbarkeit die so ermittelte erfüllende Wahrheitswertbelegung an.

a)
$$S_a = (A \lor \neg B \lor \neg D) \land \neg E \land (\neg C \lor A) \land (\neg B \lor D) \land B$$

- b) $S_b = (\neg A \lor B) \land (B \lor D) \land B$
- $\mathrm{c}) \ \, \mathsf{S}_{\mathsf{c}} = (\neg \mathsf{A} \vee \neg \mathsf{B} \vee \neg \mathsf{D}) \wedge \neg \mathsf{E} \wedge (\neg \mathsf{C} \vee \mathsf{A}) \wedge \neg \mathsf{C} \wedge (\neg \mathsf{A} \vee \mathsf{D})$
- $\mathrm{d}) \ \, \mathsf{S}_{\mathsf{d}} = (\neg \mathsf{E} \vee \neg \mathsf{B} \vee \neg \mathsf{D}) \wedge (\neg \mathsf{E} \vee \mathsf{D}) \wedge \mathsf{B} \wedge \neg \mathsf{A} \wedge (\neg \mathsf{C} \vee \mathsf{E}) \wedge \mathsf{C}$
- 8.4. Überprüfen Sie mittels des DPLL Algorithmus, ob der folgende Satz erfüllbar ist und ob es sich um eine Tautologie handelt.

$$(\neg A \rightarrow \neg A) \land (B \rightarrow B)$$

Übungsblatt 8 – Teil 2

8.5. Geben Sie zu jedem der folgenden aussagenlogischen Formeln an, ob es sich um eine Hornformel handelt oder nicht. Falls es sich um eine Hornformel handelt, überführen Sie sie in die konditionale Form und entscheiden Sie nachvollziehbar mittels des in der Vorlesung gegebenen Erfüllbarkeitsalgorithmus von Horn, ob der jeweilige Satz erfüllbar ist oder nicht, und geben bei Erfüllbarkeit die so ermittelte erfüllende Wahrheitswertbelegung an.

$$\mathrm{a)} \ \, \mathsf{S}_{\mathsf{a}} = (\mathsf{A} \vee \neg \mathsf{B}) \wedge \neg \mathsf{E} \wedge \neg \mathsf{A} \wedge \mathsf{C} \wedge \mathsf{E} \wedge (\mathsf{F} \vee \neg \mathsf{B} \vee \neg \mathsf{D})$$

$$\mathrm{b}) \ \, \mathsf{S}_{\mathsf{b}} = (\mathsf{A} \vee \neg \mathsf{B}) \wedge \neg \mathsf{E} \wedge \neg (\mathsf{A} \vee \neg \mathsf{C}) \wedge \mathsf{E} \wedge (\mathsf{F} \vee \neg \mathsf{B} \vee \neg \mathsf{D})$$

c)
$$S_c = (\neg E \lor \neg B \lor \neg D) \land (\neg E \lor D) \land F \land \neg A \land (\neg C \lor E) \land C$$

$$\mathrm{d}) \ \, \mathsf{S}_{\mathsf{d}} = (\neg \mathsf{E} \vee \neg \mathsf{B} \vee \mathsf{D}) \wedge (\mathsf{D} \vee \neg \mathsf{E}) \wedge \mathsf{F} \wedge (\neg \mathsf{C} \vee \mathsf{E}) \wedge \mathsf{C}$$

8.6. Überprüfen Sie mittels des DPLL Algorithmus, welche Sätze erfüllbar sind.

$$\mathrm{a)} \ \, (\neg \mathsf{A} \vee \mathsf{B} \vee \mathsf{C}) \wedge (\neg \mathsf{B} \vee \neg \mathsf{A} \vee \mathsf{C}) \wedge (\mathsf{A} \vee \mathsf{C}) \wedge (\neg \mathsf{C} \vee \mathsf{A})$$

b)
$$(\neg A \lor C) \land (\neg B \lor \neg A \lor C) \land (A \lor C) \land (\neg C \lor D) \land (\neg D \lor A)$$

c)
$$(A \lor B \lor C \lor D) \land (\neg A \lor \neg C \lor D) \land (A \lor C) \land (A \lor B \lor \neg C \lor D) \land (\neg D \lor A \lor \neg B) \land (D \lor A \lor \neg B) \land (\neg D \lor \neg C) \land (\neg A \lor \neg D \lor C) \land (\neg A \lor D \lor C)$$

8.7. Überprüfen Sie mittels SAT-Solving in *Minisat* (unter http://minisat.se/ oder online unter https://tinyurl.com/minisat-online), welche der folgenden aussagenlogischen Sätze erfüllbar sind und welche nicht, sowie, welche eine Tautologie sind und welche nicht.

a)
$$(\neg A \lor B) \land \neg B$$

b)
$$(A \lor B \lor C) \land (\neg A \lor B) \land (B \lor \neg C) \land (\neg B \lor \neg C) \land (\neg B \lor C)$$

8.8. Formalisieren Sie folgendes Argument und überprüfen, ob es sich um eine gültige WT-Folgerung handelt. Verwenden Sie dazu SAT-Solving in *Minisat* (unter http://minisat.se/ oder online unter https://tinyurl.com/minisat-online).

Wenn Russland den Krieg in der Ukraine nicht gewinnt, wird Putins innenpolitische Position geschwächt. Wenn Russland den Krieg in der Ukraine gewinnt, dann werden die internationalen Sanktionen langfristig bestehen bleiben. Wenn dies der Fall ist, wird der Lebensstandard in Russland sinken, was wiederum zu einer innenpolitischen Schwächung von Putin führt. Also wird Putins innenpolitische Position geschwächt.