

Logik

Übungsblatt 4

(für die 18. Kalenderwoche)

*zur Lehrveranstaltung von Prof. Dr. Till Mossakowski
im Sommersemester 2024*

Bitte vor der Übung bearbeiten.

4.1. Es seien P, Q aussagenlogische Sätze. Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch? Erklären Sie jeweils weshalb.

- a) Wenn Q eine BW-logische Folgerung aus P ist, dann ist Q eine tautologische Folgerung aus P .
- b) Wenn $P \rightarrow Q$ und $Q \rightarrow P$ WT-Wahrheiten sind, dann gilt $P \Leftrightarrow Q$.
- c) Wenn $P \Leftrightarrow Q$, dann ist Q eine BW-Folgerung aus P .

4.2. Es seien die atomaren Sätze A, B und C gegeben. Entscheiden Sie für jeden der folgenden Behauptungen, ob es sich tatsächlich um tautologische Folgerungen handelt. Verwenden Sie dazu entweder eine Wahrheitstafel (in *Boole* oder manuell) oder geben Sie eine Wahrheitswertbelegung als Gegenbeispiel an.

- a) $A \vee B$ folgt tautologisch aus $\neg B \rightarrow A$.
- b) A folgt tautologisch aus den Prämissen $A \rightarrow B$ und $\neg B \rightarrow \perp$.
- c) A folgt tautologisch aus den Prämissen $\neg B$ und $A \vee B$.

4.3. Es seien P, Q, R aussagenlogische Sätze. Zeigen Sie, dass die folgenden Behauptungen wahr sind.

- a) Wenn Q eine tautologische Folgerung aus P ist und P eine tautologische Folgerung aus Q ist, dann $P \Leftrightarrow Q$.
- b) Wenn $P \Leftrightarrow Q$, dann gilt $\neg P \Leftrightarrow \neg Q$.
- c) Wenn Q eine tautologische Folgerung aus P ist und R eine tautologische Folgerung aus Q ist, dann ist R eine tautologische Folgerung aus P .

4.4. Betrachten Sie folgende deutschen Sätze:

1. Objekt a ist ein Würfel oder ein Dodekaeder.
2. Objekt a ist nur klein, wenn Objekt b groß ist.
3. Das am weitesten rechts stehende Objekt in der Zeile von a ist identisch mit dem am weitesten vorne stehenden Objekt in der Spalte von b.
4. a oder b ist größer als c und d.
5. Es ist nicht der Fall, dass sowohl a und d dieselbe Form haben als auch b und c.

- a) Übersetzen Sie die deutschen Sätze jeweils in aussagenlogische Sätze.
- b) Geben Sie eine Bivalenz World Welt an, in der alle diese Sätze wahr sind.
- c) Geben Sie ein Bivalenz World Welt an, in der alle diese Sätze falsch sind.

4.5. Es seien die atomaren Sätze A, B, C und D gegeben. Entscheiden Sie für jeden der folgenden Behauptungen, ob es sich tatsächlich um tautologische Folgerungen handelt. Verwenden Sie dazu entweder eine Wahrheitstafel (in *Boole* oder manuell) oder geben Sie eine Wahrheitswertbelegung als Gegenbeispiel an.

- a) $C \vee B$ folgt aus $\neg B \rightarrow \neg A$ und $\neg A \rightarrow C$.
- b) C folgt aus $(A \wedge \neg B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$
- c) C folgt aus $A \vee B, \neg B \vee C, \neg A \vee D$ und $C \rightarrow D$.

4.6. Handelt es sich bei folgenden Behauptungen wirklich um BW-Folgerungen? Wenn es nicht der Fall ist, geben Sie ein Gegenbeispiel an. Wenn es ist der Fall ist, erklären Sie, weshalb und ob es sich auch um eine tautologische Folgerung handelt.

- a) $\text{Cube}(\text{lm}(\text{b})) \vee \text{Dodec}(\text{lm}(\text{a}))$ folgt aus $\neg \text{SameShape}(\text{a}, \text{lm}(\text{b})), \text{SameCol}(\text{a}, \text{b}), \text{lm}(\text{a}) = \text{lm}(\text{b})$ und $\text{Cube}(\text{a}) \vee \text{Dodec}(\text{b})$
- b) $\text{Medium}(\text{a})$ folgt aus $\text{Larger}(\text{a}, \text{b})$ und $\neg \text{Large}(\text{a})$
- c) $\text{fm}(\text{lm}(\text{b})) = \text{bm}(\text{rm}(\text{a}))$ folgt aus $\text{SameShape}(\text{a}, \text{b}), \text{SameSize}(\text{a}, \text{b}), \text{Between}(\text{fm}(\text{lm}(\text{b})), \text{a}, \text{b})$ und $\text{Between}(\text{bm}(\text{rm}(\text{a})), \text{b}, \text{a})$

4.7. Beweisen Sie folgende Eigenschaften der tautologischen Äquivalenz, die zusammen zeigen, dass dies eine Äquivalenzrelation ist.

Wenn P, Q, R , aussagenlogische Sätze sind, dann gilt:

- a) $P \Leftrightarrow P$. (Reflexivität)
- b) Wenn $P \Leftrightarrow Q$, dann $Q \Leftrightarrow P$. (Symmetrie)
- c) Wenn $P \Leftrightarrow Q$ und $Q \Leftrightarrow R$, dann $P \Leftrightarrow R$. (Transitivität)