

Logik

Übungsblatt 10 – Teil 1 (für die 24. Kalenderwoche)

zur Lehrveranstaltung von Prof. Dr. Till Mossakowski
im Sommersemester 2024

Bitte vor der Übung bearbeiten.

10.1. Überführen Sie die Ausdrücke in der Datei a-05-01-s01.sen durch kleine Veränderungen jeweils in Sätze (also wohlgeformte Formeln, die Sätze sind), ohne dabei Quantorensymbole hinzuzufügen oder zu löschen. Sie können Bivalenz World dazu verwenden, um sich zu überprüfen. Allerdings zeigt Bivalenz World für (i) das falsche Ergebnis an. Erklären Sie, weshalb.

Die Ausdrücke in Datei a-05-01-s01.sen lauten:

- a) $\forall x \text{ Cube}(x) \rightarrow \text{Small}(x)$
- b) $\exists a \text{ Cube}(a)$
- c) $\exists v \text{ Cube}(v) \wedge \text{Medium}(v) \wedge \text{Larger}(v, c)$
- d) $\exists u (\text{Small}(u) \wedge \text{Cube}(u))$
- e) $\neg \exists x \text{ Larger}(a, x) \wedge \text{Larger}(x, a)$
- f) $\forall w \text{ SameRow}(w, b) \rightarrow \text{SameRow}(b, w)$
- g) $\forall x \forall y \forall z \text{ LeftOf}(x, y) \wedge \text{LeftOf}(y, z) \rightarrow \text{LeftOf}(x, z)$
- h) $\forall x \forall y \text{ Cube}(x) \wedge \text{Cube}(y) \rightarrow \text{LeftOf}(x, y)$
- i) $\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \exists x \text{ Between}(x, x, y))$

10.2. Es sind die folgenden PL1-Sätze gegeben.

- 1. $\forall x (\text{Tet}(x) \vee \text{Cube}(x))$
- 2. $\exists x (\text{Small}(x) \wedge x \neq b)$
- 3. $\exists x \exists y (\text{Between}(b, x, y) \vee \text{Between}(a, x, y))$
- 4. $\forall x (\text{fm}(x) \neq x \rightarrow \text{Tet}(\text{fm}(x)))$
- 5. $\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \exists y (\text{Cube}(y) \wedge (y = \text{rm}(x) \vee \text{Adjoins}(y, x))))$
- a) Übersetzen Sie die Sätze in allgemein verständliche deutsche Sätze.
(Zum Beispiel könnte man $\exists x (\text{Tet}(x) \wedge \text{Small}(x))$ als *Es gibt einen kleinen Tetraeder* übersetzen.)
- b) Geben Sie eine Bivalenz World Welt an, in der alle Sätze wahr sind.

10.3. Übersetzen Sie die folgenden deutschen Sätze in PL1-Sätze, in denen je genau einmal ein Quantor (\exists oder \forall) vorkommt.

- 1. Etwas ist ein großer Würfel.
- 2. Jeder Würfel liegt rechts von a und links von b .
- 3. Ein großer Würfel links von b liegt hinter c .
- 4. Alles, was kleiner ist als a , ist ein Würfel.
- 5. a ist nicht zu allem benachbart.
- 6. a ist zu nichts benachbart.
- 7. Manche Dodekaeder sind nicht groß.
- 8. Etwas ist genau dann ein Würfel, wenn es nicht in derselben Spalte wie a oder b liegt.

Ein Indiz für die Richtigkeit Ihrer Übersetzungen ist die Tatsache, dass in *Bivalenz World*

- in der Welt a-05-05-w01.wld die Sätze 2, 4 und 8 falsch sein sollten und die übrigen wahr,
- in der Welt a-05-05-w02.wld die Sätze 1, 3 und 7 falsch sein sollten und die übrigen wahr sowie
- in der Welt a-05-05-w03.wld die Sätze 4 und 5 wahr sein sollten und die übrigen falsch.

Übungsblatt 10 – Teil 2

10.4. Es sind die folgenden deutschen Sätze gegeben.

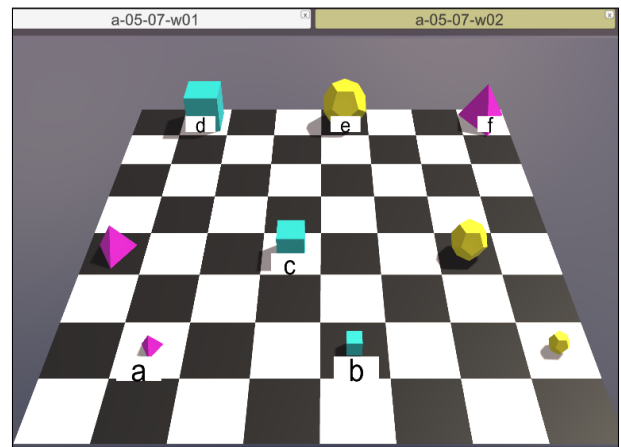
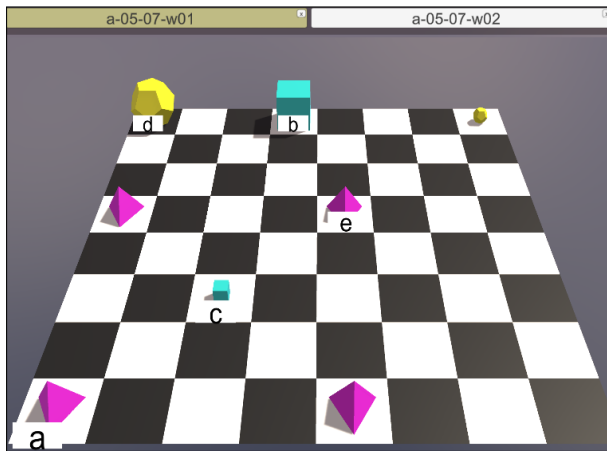
1. Es ist nicht alles Gold was glänzt.
2. Kein Mensch ist eine Insel.
3. Wenn du alle lobst, lobst du keinen.
4. Etwas ist faul im Staate Dänemark.

- a) Übersetzen Sie die Sätze in PL1. Führen Sie dazu benötigte Namen, Funktions- und Prädikatsymbole ein.
- b) Erklären Sie Ihre Funktions- und Prädikatsymbole sowie die Einschränkungen, denen Ihre Übersetzungen unterliegen. Falls Sie einen bestimmten Gegenstandsbereich annehmen, geben Sie diesen auch an.

10.5. Öffnen Sie in *Bivalenz World* die Satzdatei *a-05-04-s01.sen*. Die Sätze 1 und 4 sind die korrekten Übersetzungen von *Manche Dodekaeder sind groß* bzw. *Alle Tetraeder sind klein*.

- a) Zeigen Sie, dass Satz 1 nicht aus Satz 2 folgt und dass Satz 3 nicht aus Satz 4 folgt. Erstellen Sie dazu in *Bivalenz World* eine Welt, in der die Sätze 2 und 4 wahr, aber die Sätze 1 und 3 falsch sind.
- b) Geben Sie eine Welt an, in der Satz 3 wahr, aber Satz 4 falsch ist – oder begründen Sie, warum keine solche Welt existiert.
- c) Geben Sie eine Welt an, in der Satz 1 wahr, aber Satz 2 falsch ist – oder begründen Sie, warum keine solche Welt existiert.

10.6. Betrachten Sie folgende Bivalenz World Welten.



Bestimmen Sie die Wahrheitswerte der Sätze in den angegebenen Welten:

1. $\exists y \text{ fm}(y) = e$
2. $\exists x (\text{lm}(x) = b \wedge x \neq b)$
3. $\forall x (\text{Small}(x) \leftrightarrow \text{fm}(x) = x)$
4. $\forall x (\text{fm}(x) \neq x \rightarrow \text{Tet}(\text{fm}(x)))$
5. $\forall x (\text{lm}(x) = b \rightarrow \text{SameRow}(x, b))$

10.7. Öffnen Sie in *Bivalenz World* die Satzdatei *a-05-03-s01.sen* sowie die Welt in *a-05-03-w01.wld*.

- a) Bewerten Sie die jeden einzelnen der Sätze. Vergleichen Sie jeweils Ihren gefundenen Wahrheitswert mit dem eigentlichen Wahrheitswert. Spielen Sie im Falle der Abweichung das Spiel, um die Bedeutung der Quantoren besser zu verstehen.
- b) Verändern Sie die falschen Sätze so, dass sie wahr werden – allerdings dürfen Sie weder *Negationszeichen* löschen noch hinzufügen.