И. В. Андрианов, В. М. Вербоноль, Исследование устойчивости стрингерных оболочек при учете неосесимметричной моментности докритического состояния, *Исслед. по теор. пластин и оболочек*, 1992, выпуск 25, 41–47

И.В.Андрианов, В.М.Вербоноль

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СТРИНГЕРНЫХ ОБОЛОЧЕК ПРИ УЧЕТЕ НЕОСЕСИММЕТРИЧНОЙ МОМЕНТНОСТИ ДОКРИТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ

Экспериментальное изучение поведения стрингерных оболочек под действием продольной сжимающей нагрузки [I] указывает на то, что их докритическое деформирование, в отличие от изотропного случая, существенно моментно как в продольном, так и в окружном направлениях. Неучет особенностей докритического деформирования во многих случаях является основной причиной значительного расхождения экспериментальных значений критической нагрузки с теоретическими расчетами, основанными на предположении о безмоментности докритического состояния. Следует отметить, что обсуждаемые эксперименты проводились на образцах с малой начальной погибью, кроме того, выбор типоразмера образцов осуществлялся таким образом, чтобы исключить проявление эффектов связанного выпучивания.

В настоящей работе, в отличие от известных численных решений, с помощью асимптотического подхода проведено исследование устойчивости стрингерных оболочек при учете моментности нелинейного и неосесимметричного докритического состояния. Проведенный анализ позволил определить пределы применимости расчетных моделей, используемых в литературе, и предложить новые.

Докритическое состояние описывается уравнениями Сандерса, стрингеры рассматриваются как стержни Кирхгофа - Клебша, обладающими жесткостями на растяжение-сжатие (EF_1), изгиб (EJ_1) и эксцентриситетом относительно срединной поверхности обшивки e_1 .

Анализ показал, что оболочки, эффективные с точки зрения устойчивости при осевом сжатии, могут быть охарактеризованы асимптотическими оценками

$$\varepsilon = \frac{1}{k} \sim a^{\frac{1}{2}}, \varepsilon_1 = \sqrt{\frac{D_{11}}{B_{22} R^2}} \sim a^{\frac{1}{2}}, \varepsilon_2 = \frac{D_{22}}{D_{11}} \sim a^{\frac{3}{4}}, \varepsilon_3 = \frac{D_{33}}{D_{11}} \sim a^{\frac{3}{4}}, \qquad (I)$$

$$\varepsilon_4=\frac{B_{22}}{B_{11}}\lesssim 1\,,\ \varepsilon_5=\frac{B_{33}}{B_{11}}\lesssim 1\ ,\ \varepsilon_6=\frac{e_1}{R}\sim a^{\frac{1}{2}}\ .$$

Здесь k – число стрингеров; D_{11}, D_{22}, D_{33}, B_{11}, B_{22}, B_{33} – жесткости подкрепленной оболочки.

Задача о докритическом деформировании в результате асимптотического расщепления приводится к последовательности упрощенных задач: усредненной (определяющей решение для осесимметричных составляющих напряженно-деформированного состояния) к локальной (сформулированной на периоде подкрепления, решение которого приведено в [2]).

Следующий этап – асимптотическое исследование уравнений устойчивости с целью получения их эффективного решения.

Рассматривается форма потери устойчивости, для которой изменяемость в окружном направлении существенно больше ее изменяемости в продольном, что характерно для выпучивания стрингерных оболочек.

Применение процедуры асимптотического интегрирования позволило получить уравнения устойчивости с учетом неоднородности докритического состояния (чертой сверху выделены вариации).

$$\frac{K_{11}}{R}\left[\frac{\partial^3\bar{u}_0}{\partial\xi^3}+\frac{1}{R}\frac{\partial\bar{W}_0}{\partial\xi}\frac{\partial^3 W_0}{\partial\xi^3}\right]-\frac{D_{11}}{R^2}\frac{\partial^4\bar{W}_0}{\partial\xi^4}-\frac{D_{22}}{R^2}\frac{\partial^4\bar{W}_0}{\partial\eta^4}+$$

$$+R\bar{N}_{22}+\frac{\partial^2\bar{W}_0}{\partial\xi^2}N_{11}+\frac{\partial^2 W_0}{\partial\xi^2}\bar{N}_{11}+\frac{\partial^2\bar{W}_0}{\partial\eta^2}N_{22}+\frac{\partial\bar{W}_0}{\partial\eta}\frac{\partial N_{22}}{\partial\eta}=0\ ,$$

здесь

$$\bar{N}_{11}=\frac{B_{11}}{R}\left(\frac{\partial\bar{u}_0}{\partial\xi}+\frac{1}{R}\frac{\partial\bar{W}_0}{\partial\xi}\frac{\partial W_0}{\partial\xi}\right)-\frac{K_{11}}{R^2}\frac{\partial^2\bar{W}_0}{\partial\xi^2}\ , \tag{2}$$

$$\bar{N}_{22}=\iint\frac{\partial^2\bar{N}_{22}}{\partial\xi^2}\,d\eta\,d\eta\ ,$$

$$\frac{\partial\bar{u}_0}{\partial\xi}=-\iint\frac{\partial^2\bar{W}_0}{\partial\xi^2}\,d\eta\,d\eta-\frac{1}{R}\int\frac{\partial^2 W_0}{\partial\xi^2}\frac{\partial\bar{W}_0}{\partial\eta}\,d\eta+\iint\frac{\partial^3 W_1}{\partial\eta\partial\xi^2}\frac{\partial\bar{W}_0}{\partial\eta}\,d\eta\,d\eta.$$

Краевые условия для уравнений имеют вид

$$\begin{aligned} &C1-C4:\ \bar{W}=0\ ,\ \bar{\Theta}_1=0\ ;\\ &S3\,,S4:\ \bar{W}=0\ ,\ \bar{M}_{11}=0\ . \end{aligned} \tag{3}$$

форма выпучивания и усилия внешней нагрузки представляются следующим образом:

$$\bar{W} = \bar{W}_0 + \varepsilon^{\frac{1}{2}} \bar{W}_1 + \varepsilon \bar{W}_2 + \ldots \qquad (4)$$

$$T = T_0 + \varepsilon^{\frac{1}{2}} T_1 + \varepsilon T_2 + \ldots$$

Задача (2), (3) решалась методом Бубнова – Галеркина в сочетании с методом возмущений.

Уравнению (2) соответствует расчетная схема стрингерной оболочки, в которой докритическая деформация рассматривается с учетом дискретности подкрепления, а выпучивание – в рамках конструктивно-ортотропной теории. Члены, содержащие неосесимметричные компоненты докритического напряженно-деформированного состояния, малы, если

$$k^4 \gg a^2 . \qquad (5)$$

С помощью асимптотических оценок установлено соответствие между полученными уравнениями и расчетными моделями стрингерных оболочек.

Проведенный анализ позволил выделить следующие расчетные модели, различающиеся по степени идеализации:

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">Расчетные модели</th><th rowspan="2">Характеристика докритического деформирования</th><th colspan="2">Расчетная схема</th></tr>
<tr><th>докритическое деформирование</th><th>выпучивание</th></tr>
<tr><td colspan="2">I</td><td>безмоментное</td><td>конструктивная ортотропия</td><td>конструктивная ортотропия</td></tr>
<tr><td colspan="2">П</td><td>осесимметричный изгиб</td><td>–"–</td><td>–"–</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ш</td><td>а</td><td rowspan="2">неосесимметричный изгиб</td><td rowspan="2">учет дискретности подкрепления</td><td>–"–</td></tr>
<tr><td>б</td><td>учет дискретности подкрепления</td></tr>
</table>

Результаты численного исследования позволяют проанализировать особенности докритического состояния по расчетным моделям I – Ш и изучить его влияние на потерю устойчивости.

Расчет в рамках схемы безмоментного докритического деформирования (расчетная модель I) дает постоянные поля прогибов и продольных усилий (что приводит к нарушению граничных условий) и однородное поле кольцевых усилий.

Учет стеснения на торцах и краевого момента, обусловленного эксцентриситетом, в предположении об осесимметричности докритического деформирования (расчетная модель II) позволяет учесть продольный изгиб оболочки и переменность поля кольцевых усилий в меридиальном направлении.

Учет неоднородности, обусловленной дискретным характером подкрепления (расчетная модель III), позволяет учесть в расчете основные особенности докритического деформирования, отмеченные в экспериментах, а именно: преимущественный изгиб стрингеров при наружном подкреплении в сторону внешней нормали к поверхности оболочки, при внутреннем – в сторону внутренней нормали (рис.I).

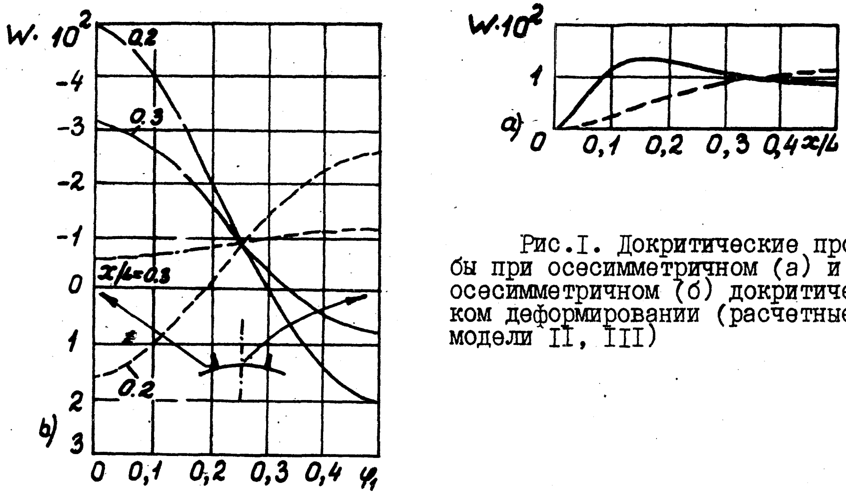

Рис.I. Докритические прогибы при осесимметричном (а) и неосесимметричном (б) докритическом деформировании (расчетные модели II, III)

Пригодность расчетной модели III иллюстрируется также сравнением с данными испытаний натурного образца [3] (рис.2). Влияние докритического изгиба увеличивается при возрастании изгибной жесткости подкрепления, уменьшении относительной длины оболочек и увеличении эксцентриситета сжимающей нагрузки. При этом традиционное предположение об осесимметричности докритического состояния оказывается количественно и качественно неверным.

Сопоставление расчетов на устойчивость для образцов различных типоразмеров показывает, что зависимость критической нагрузки от докритического состояния при различных геометрических параметрах и числе ребер качественно аналогична при выборе обобщенных параметров, соотнесенных с масштабом характерных состояний докритического деформирования,

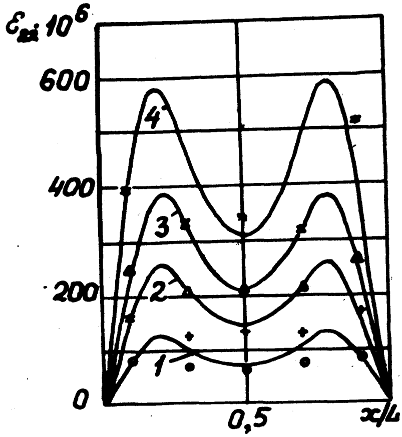

Рис.2. I (o) – 80 т, 2 (+) – 160 т, 3 (Δ) – 240 т, 4 (∗) – 360 т

$$l' = l/(a^{\frac{1}{2}}\varepsilon_2^{-\frac{1}{4}}),$$

$$k' = k a^{-\frac{1}{2}}, \qquad (6)$$

где $a^{\frac{1}{2}}\varepsilon^{-\frac{1}{4}}$ – оценка протяженности зоны краевого эффекта, $a^{-\frac{1}{2}}$ – оценка характерного числа ребер.

Расчеты показывают, что влияние неосесимметричной моментности наиболее существенно для образцов с внешним подкреплением при условиях шарнирного опирания, когда нагрузка передается только на обшивку (рис. 3б).

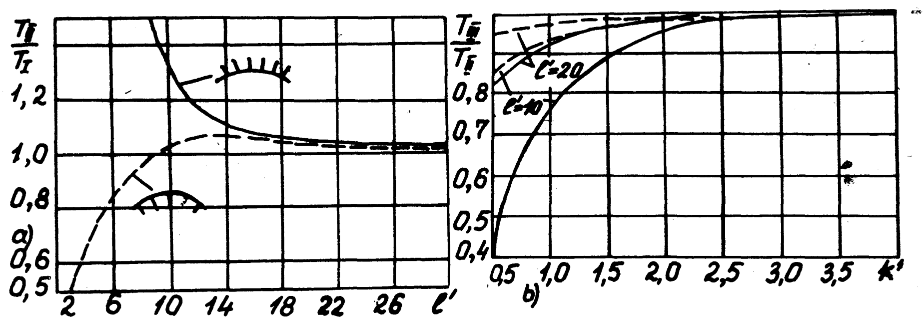

Рис.3. Соотношение значений критических нагрузок при различных моделях докритического деформирования для образцов среднего подкрепления ($\varepsilon_2^{-1} = 500$, $\varepsilon_4^{-1} = 1.8$)

Установлено, что диапазон параметров, при которых нужно учитывать влияние дискретности, относительно узок ($1 \lesssim k' \lesssim 2$), однако этому диапазону принадлежит большинство типоразмеров ре - альных конструкций.

Результаты расчетов позволили получить неравенства, определяющие области применимости предположений о безмоментности и осесимметричности докритического состояния. Влияние на устойчивость неосесимметричного докритического изгиба, обусловленного дискретностью подкрепления, мало при

$$k > (1.5 \div 2)\, a^{-\frac{1}{2}} \quad , \tag{7}$$

влияние продольного докритического изгиба мало при

$$l > (15 \div 18)\, a^{\frac{1}{2}}\, \varepsilon_2^{-\frac{1}{4}} \quad . \tag{8}$$

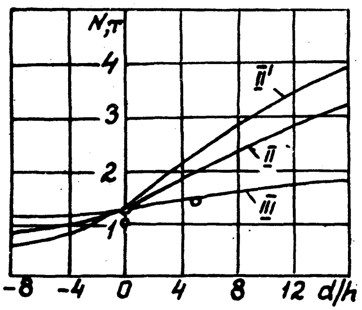

Рис.4. П' - расчет по методу конечных разностей [3], П - расчет по предлагаемому методу (расчетная модель П); Ш - расчет по предлагаемому методу (расчетная модель Ш); о - эксперимент [3]

Вне этих пределов влияние докритических изгибных факторов может оказаться не существенным. Данные для образцов (k = 36, l = L/R = I,I2, k' = 0,68, l' = 6,8) при эксцентричном нагружении (рис.4) показывают, что погрешность, вследствие неучета изгиба в кольцевом направлении при эксцентриситете нагружения $d = 5h$, составляет по критической нагрузке 28 % и с ростом эксцентриситета увеличивается.

Показано, что при

$$l \gg a^{1/2} \tag{9}$$

учет дискретности подкрепления в докритическом состоянии (неосесимметричного докритического изгиба) оказывает более существенное влияние на критические усилия, чем учет дискретности подкрепления для компонент вариаций. Таким образом, проведенное исследование позволяет указать основные оценки для параметров стрингерной оболочки, определяющие границы применимости расчетных моделей.

Расчетные модели	I	П	Ш	
			а	б
Оценки для параметров конструкции (номер соотношения)	(I) (7) (8)	(I) (7)	(I) (9)	(I)

Литература

I. Костырко В.В., Красовский В.Л. Исследование влияния эксцентриситета приложения осевой сжимающей нагрузки на устойчивость стрингерных оболочек // Гидроаэромеханика и теория упругости. - 1988. - С.75 - 81.

2. Вербоноль В.М. Устойчивость стрингерных оболочек при учете моментности докритического состояния // Изв. вузов. Строительство и архитектура. - 1988. - № I. - С.32 - 35.

3. Dowling P.J., Harding T.E., Agelidis N., Fany W. Buckling of ortogonally stiffened cylindrical shells used in offshore engineering // Buckling of shell: Proc. of a state of the Art Collogium. - 1982. - P.239.

Э.В.Антоненко

КРИТЕРИИ ЖЕСТКОСТИ ШПАНГОУТОВ В ТЕОРИИ ОБОЛОЧЕК

Постановка задачи. Термин "абсолютно жесткий шпангоут" обозначает отсутствие перемещений обшивки в месте размещения шпангоута. Математическое описание такого шпангоута представляется, например, в виде $EI=\infty$ (EI - изгибная жесткость). В реальных конструкциях шпангоуты имеют конечную жесткость. Расчеты оболочек с абсолютно жесткими шпангоутами существенно проще расчетов с учетом их упругости. Жесткость ребер может существенно влиять на напряженно-деформированное состояние, критические нагрузки и частоты свободных колебаний [I - 6].

Назовем конечную величину жесткости, при которой шпангоут в данной оболочке ведет себя как абсолютно жесткий, предельной жесткостью B_*. Применение шпангоутов с жесткостью $B > B_*$ не может изменять состояния оболочки. Поэтому определение предельных жест-