В. Т. Фоменко, Распределение нежестких внешних связей обобщенного скольжения в теории бесконечно малых деформаций поверхности, *Тр. геом. сем.*, 2003, том 24, 169–178

В.Т. Фоменко

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НЕЖЕСТКИХ ВНЕШНИХ СВЯЗЕЙ ОБОБЩЕННОГО СКОЛЬЖЕНИЯ В ТЕОРИИ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ПОВЕРХНОСТИ

Аннотация

В данной работе изучаются бесконечно малые деформации поверхности положительной кривизны (с краем) в трехмерном евклидовом и римановом пространствах при заданных внешних связях.

Abstract

V.T. Fomenko **Distribution of flex external constraints of generalized sliding in the theory of infinitesimal deformations of surfaces**

We investigate infinitesimal deformations of surfaces of positive curvature in Euclidean and Riemannian space with given constraints on the surface boundary.

Предметом исследования данной работы являются поверхности положительной кривизны с краем в трехмерном евклидовом и римановом пространствах. Мы будем изучать поведение поверхности в отношении бесконечно малых деформаций заданного вида при внешних связях. Приведем необходимые определения для случая евклидова пространства E^3. На римановы пространства эти определения повторяются дословно заменой слова «векторные» на «тензорные». Пусть поверхность F с радиусом-вектором $\overline{r}$ в пространстве E^3 подвергнута деформации $\{F_t\}$, зависящей от параметра $t \in (-t_0, t_0)$, $t_0 > 0$, так, что $F_0 \equiv F$, и в каждый момент t поверхность F_t задается радиус-вектором $\overline{r}_t$. Будем считать, что вектор $\overline{r}_t$ достаточно гладко зависит от параметра t и представим в виде:

$$\overline{r_t} = \overline{r} + t\cdot\overline{U} + \overline{O}(t)\,, \quad t\in(-t_0,t_0)\,, \quad t_0>0, \tag{1}$$

где $\overline{U}$ – некоторое векторное поле, заданное на поверхности F, $\overline{O}(t)$ – члены более высокого, чем t, порядка малости.

Две деформации вида (1)

$$\underset{(1)}{\overline{r_t}} = \overline{r} + t\,\underset{(1)}{\overline{U}} + \underset{(1)}{\overline{O}}(t)\,,$$

$$\underset{(2)}{\overline{r_t}} = \overline{r} + t\,\underset{(2)}{\overline{U}} + \underset{(2)}{\overline{O}}(t)$$

назовем эквивалентными, если векторные поля $\underset{(1)}{\overline{U}}$ и $\underset{(2)}{\overline{U}}$ на F совпадают. Очевидно, что введенное понятие эквивалентности удовлетворяет всем условиям отношения эквивалентности и разбивает деформации вида (1) на классы эквивалентности. Введем

Определение. *Бесконечно малой деформацией поверхности F назовем класс эквивалентных деформаций вида* (1). *Векторное поле $\overline{U}$ назовем полем бесконечно малой деформации или коротко полем деформации.*

Очевидно, что задание векторного поля $\overline{U}$ на поверхности F однозначно определяет бесконечно малую деформацию поверхности F по формуле (1). Бесконечно малую деформацию поверхности F, соответствующую векторному полю $\overline{U}\equiv 0$, будем называть тождественной.

Пусть некоторая величина A, заданная на поверхности F, при деформации вида (1) переходит на поверхности F_t в величину A_t, которую можно представить в виде

$$A_t = A + t\cdot\delta A + O(t). \tag{2}$$

Если представление (2) возможно, то величину δA называют вариацией величины A при бесконечно малой деформации поверхности F.

Из геометрических либо механических соображений целесообразно изучать бесконечно малые деформации, для которых некоторые геометрические характеристики поверхности имеют наперед заданные значения вариаций. Эти условия накладывают ограничения на выбор поля деформации поверхности, описываемые, как правило, в виде дифференциальных уравнений. К настоящему времени достаточно полно изучены бесконечно малые изгибания поверхностей, характеризующиеся условием $\delta(ds^2)=0$, где ds^2 — первая квадратичная форма поверхности; бесконечно малые деформации поверхности с сохранением поточечно сферического образа поверхности (соответствие Петерсона), характеризующиеся условием $\delta\overline{n} = 0$, где $\overline{n}$– единичный вектор нормали поверхности (эти деформации коротко назовем G-деформациями); бесконечно малые деформации поверхности с сохранением элемента площади $d\sigma$ поверхности и описываемые условием $\delta(d\sigma) = 0$ (так называемые A-деформации) и другие.

В настоящей работе мы приведем ряд результатов, связанных с поведением поверхности в отношении бесконечно малых G-деформаций с заданным рекуррентным законом вычисления вариации $\delta(d\sigma)$ элемента площади $d\sigma$ поверхности F по формуле

$$\delta(d\sigma) = \lambda \cdot 2H(\overline{U}, \overline{n})d\sigma, \tag{3}$$

где $2H$ — средняя кривизна поверхности, λ — числовой параметр, называемый далее коэффициентом рекуррентности. Бесконечно малые G-деформации, удовлетворяющие условию (3), далее будем называть ARG-деформациями с заданным коэффициентом рекуррентности λ. При $\lambda = 0$ соответствующие бесконечно малые деформации будем называть AG-деформациями.

Приведем пример ARG-деформации поверхности F. Рассмотрим для поверхности F семейство параллельных ей поверхностей F_t, заданных уравнением $\overline{r_t} = \overline{r} + t \cdot h\overline{n}$, где $\overline{r}$ - радиус-вектор поверхности F, h- заданная постоянная, t- малый параметр. Покажем, что указанную деформацию, порожденную параметром t, можно рассматривать как ARG-деформацию. В самом деле, известно, что касательные плоскости поверхностей F и F_t в соответствующих точках параллельны для любого t, и потому $\delta\overline{n} = 0$. Подсчет показывает, что $\delta(d\sigma) = -2Hh \cdot d\sigma$. Так как для указанной бесконечно малой деформации поле деформации $\overline{U}$ определяется формулой $\overline{U} = h \cdot \overline{n}$, то вариацию $\delta(d\sigma)$ можно записать в виде:

$$\delta(d\sigma) = -2H(\overline{U}, \overline{n})d\sigma. \tag{4}$$

Таким образом, переход поверхности F к параллельной ей поверхности F_t с заданным значением h, $h = const$, можно рассматривать как бесконечно малую ARG-деформацию с коэффициентом рекуррентности $\lambda = -1$.

Известно, что поверхность F положительной гауссовой кривизны с гладким краем допускает с большим произволом бесконечно малые AG-деформации и ARG-деформации с коэффициентом рекуррентности $\lambda \neq 0$. Будем рассматривать указанного вида деформации поверхностей, удовлетворяющие на краю поверхности условию

$$\left(\overline{U},\bar{l}\right)=h \quad \text{на } \partial F, \tag{5}$$

где $\bar{l}$ — заданное векторное поле, $\bar{l}\neq 0$; h — заданная функция. Условие вида (5) называют внешней связью обобщенного скольжения, порожденной векторным полем $\bar{l}$. Следуя И.Н. Векуа, введем ряд определений. Внешняя связь (5) называется корректной, если для любой функции h существует единственное поле деформации $\overline{U}$, удовлетворяющее условию (5), при этом, если h_1 и h_2 мало в смысле некоторой нормы отличаются друг от друга, то поля деформаций $\overline{U}_1$ и $\overline{U}_2$, соответствующие этим функциям, также мало отличаются между собой. При $h\equiv 0$ внешняя связь (5) в этом случае называется оптимально жесткой.

Внешняя связь (5) называется нормально квазикорректной с p степенями свободы, если для любой функции h поверхность допускает деформации, зависящие от p параметров; при $h\equiv 0$ в этом случае внешняя связь называется почти жесткой с p степенями свободы. Внешняя связь (5) называется некорректной, если при $h\not\equiv 0$ поверхность допускает бесконечно малые деформации лишь при выполнении конечного числа условий разрешимости, налагаемых на функции h, а при $h\equiv 0$ поверхность допускает бесконечно малые деформации, отличные от тождественной. Внешняя связь в этом случае при $h\equiv 0$ называется нежесткой, а векторное поле $\bar{l}$, порождающее такую связь, — собственным.

Ниже приводится ряд теорем, описывающих поведение поверхностей в отношении ARG-деформации при внешних связях (5), полученных автором и его учениками.

1. Бесконечно малые ARG-деформации поверхностей с краем в евклидовом пространстве E^3.

Пусть $z=f(x,y)$, $(x,y)\in D$, — уравнение поверхности F положительной гауссовой кривизны $K\geq k_0>0$, $k_0=const$, в декартовой системе координат $Oxyz$ в E^3, где D — некоторая плоская область, ограниченная кривой ∂D. Будем считать, что $f\in C^{3,\alpha}$, $0<\alpha<1$, $\partial D\in C^{2,\alpha}$, $0<\alpha<1$, и поверхность расположена выпуклостью вниз. Далее эти условия будем называть условиями регулярности поверхности.

1. Имеет место следующая теорема, установленная в [1].

Теорема 1.1. *Пусть F — односвязная поверхность положительной гауссовой кривизны $K \geq k_0 > 0$, удовлетворяющая условиям регулярности. Пусть, далее, вдоль края поверхности задано переменное векторное поле $\bar{l} = \{\nu, \mu, 0\}$, $\nu^2 + \mu^2 \neq 0$, $\bar{l} \in C^{2,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$.*

Тогда, 1) *если индекс n векторного поля $\bar{l}$ в плоскости Oxy вдоль границы ∂D области D удовлетворяет неравенству $n \leq 0$, то условие обобщенного скольжения* (5) *при $h \in C^{2,\alpha}$ является нормально квазикорректным с $(2|n|+2)$ степенями свободы относительно бесконечно малых AG-деформаций класса $C^{2,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$; внешняя связь* (5) *при $h \equiv 0$ в этом случае является почти жесткой с $(2|n|+2)$ степенями свободы;* 2) *если индекс $n > 0$, то внешняя связь* (5) *является некорректной, а именно, однородная связь $(h \equiv 0)$ совместима с одной линейно-независимой бесконечно малой AG-деформацией поверхности F класса $C^{2,\alpha}$, а неоднородная связь $(h \not\equiv 0)$ совместима с бесконечно малой AG-деформацией класса $C^{2,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$, тогда и только тогда, когда h удовлетворяет $(2n-1)$ условиям разрешимости.*

Таким образом, сформулированная теорема дает описание всех внешних связей обобщенного скольжения (5), порожденных «горизонтальным» векторным полем. Ответ на вопрос, какова внешняя связь вида (5), порожденная «вертикальным» векторным полем, дает следующая теорема [2].

Теорема 1.2. *Пусть F — односвязная поверхность с $K \geq k_0 > 0$, $k_0 = const$, такая, что ее касательные плоскости ни в одной точке поверхности не параллельны плоскости Oxy. Тогда внешняя связь* (5), *порожденная векторным полем $\bar{l} \equiv \bar{k}$, где $\bar{k}$ — орт оси Oz, является нормально квазикорректной с двумя степенями свободы относительно AG-деформаций класса $C^{2,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$; однородная $h \equiv 0$ внешняя связь* (5) *в этом случае является почти жесткой с двумя степенями свободы.*

Отметим, что в теоремах 1.1 и 1.2 условие односвязности поверхности F является существенным.

2. Естественно поставить вопрос о существовании векторных полей $\bar{l}$, порождающих корректную связь обобщенного скольжения (5). Впервые такое векторное поле указал автор в работе [4]. Имеет место

Теорема 1.3. *Пусть $(m+1)$ — связная $(m \geq 0)$ поверхность F положительной гауссовой кривизны $K \geq k_0 > 0$, $k_0 = const$, удовлетворяет условиям регулярности. Тогда векторное поле $\bar{l} \equiv \bar{n}$, где*

$\overline{n}$ — единичный вектор нормали поверхности вдоль ∂F, порождает корректную внешнюю связь обобщенного скольжения (5) относительно ARG-деформаций класса $C^{2,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$, с коэффициентом рекуррентности $\lambda \leq 0$; в частности, имеет место оценка

$$\left\|\overline{U}_1 - \overline{U}_2\right\|_{C^{2,\alpha}(\overline{F})} \leq C \left\|h_1 - h_2\right\|_{C^{2,\alpha}(\partial F)},$$

где C — некоторая постоянная.

3. Другие классы векторных полей $\overline{l}$, порождающих корректные и некорректные связи обобщенного скольжения относительно ARG-деформаций, описаны в [3] в виде следующих теорем 1.4, 1.5.

Теорема 1.4. *Пусть F — $(m+1)$-связная $(m \geq 0)$ поверхность положительной гауссовой кривизны $K \geq k_0 > 0$, удовлетворяющая условиям регулярности. Пусть, далее, векторное поле $\overline{l}$ вдоль края ∂F определено соотношением $\overline{l} = \overline{\nu} + \gamma \cdot \overline{n}$, где $\overline{\nu}$ — единичный вектор внешней нормали границы области D, γ — заданная на ∂F функция класса $C^{2,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$. Тогда, если $\gamma \leq 0$, то векторное поле $\overline{l}$ порождает корректную внешнюю связь обобщенного скольжения (5) относительно ARG-деформаций с коэффициентом рекуррентности λ, $\lambda < 0$, при этом имеет место оценка*

$$\left\|\overline{U}_1 - \overline{U}_2\right\|_{C^{1,\alpha}(\overline{F})} \leq C \left\|h_1 - h_2\right\|_{C^{1,\alpha}(\partial F)},$$

где C — некоторая константа.

Отметим, что в случае $\lambda = 0$ утверждение теоремы 1.4 сохраняет силу в предположении $\gamma < 0$.

Распределение векторных полей $\overline{l}$, порождающих некорректные внешние связи обобщенного скольжения, описывается следующей теоремой.

Теорема 1.5. *Пусть F — $(m+1)$-связная $(m \geq 0)$ поверхность положительной гауссовой кривизны $K \geq k_0 > 0$, удовлетворяющая условиям регулярности. Пусть, далее, $\gamma_0 > 0$ заданная вдоль ∂F функция класса $C^{2,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$. Тогда среди однопараметрического семейства векторных полей $\overline{l}(\mu) = \overline{\nu} + \mu \cdot \gamma_0 \overline{n}$, $\mu \in \Re$, существует точно счетное множество $\left\{\overline{l}(\mu_K)\right\}$ собственных полей $\overline{l}(\mu_K) = \overline{\nu} + \mu_K \gamma_0 \overline{n}$, $k = 1, 2, \ldots$; $0 < \mu_1 < \mu_2 < \ldots$; $\mu_K \to \infty$ при $k \to \infty$, порождающих некорректные внешние связи вида (5) относительно бесконечно малых ARG-деформаций с коэффициентом рекуррентности λ, $\lambda < 0$. Если $\mu \neq \mu_K$, $k = 1, 2, \ldots$, то поверхность F допускает единственную бесконечно малую ARG-деформацию класса $C^{2,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$, с коэффициентом рекуррентности λ, $\lambda < 0$, совместимую с внешней связью $\left(\overline{U}, \overline{l}(\mu)\right) \equiv h$ на краю* *поверхности; в частности, однородная внешняя связь* $(\overline{U}, \bar{l}(\mu)) \equiv 0$, $\mu \neq \mu_K$, *обеспечивает оптимальную жесткость в рассматриваемом классе деформаций.*

4. Доказательство сформулированных выше теорем сводится к исследованию разрешимости следующей краевой задачи:

$$\begin{cases} \sqrt{1+p^2+q^2}\,(-q\eta_x + p\eta_y + \zeta_x) + 2\lambda H p\,(p\xi + q\eta - \zeta) = 0, \\ \sqrt{1+p^2+q^2}\,(-g\xi_x + p\xi_y - \zeta_y) + 2\lambda H q\,(p\xi + q\eta - \zeta) = 0, \\ \sqrt{1+p^2+q^2}\,(\xi_x + \eta_y) + 2\lambda H\,(p\xi + q\eta - \zeta) = 0 \text{ в } D, \\ l^1\xi + l^2\eta + l^3\zeta = h \text{ на } \partial D, \end{cases}$$

где $(x, y) \in D$, ξ, η, ζ — искомые функции (координаты поля деформации $\overline{U}$); l^1, l^2, l^3 — заданные функции (координаты векторного поля $\bar{l}$, $\bar{l} \neq 0$, $p = f_x$, $q = f_y$.

2. Бесконечно малые ARG-деформации поверхностей с краем в конформно-евклидовых пространствах типа L^3.

1. Рассмотрим трехмерное конформно-евклидово пространство с метрикой $ds^2 = E(z)(dx^2 + dy^2 + dz^2)$, $(x, y, z) \in \Omega \subset \Re^3$. Будем считать, что функция $E = E(z)$ принадлежит классу $C^{3,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$, и $E_z' \not\equiv 0$. Такие пространства будем называть пространствами типа L^3. К ним, в частности, относится пространство Лобачевского, для которого $E(z) = \frac{1}{z^2}$, $z > 0$. В пространстве типа L^3 будем рассматривать поверхности F с краем ∂F, заданные уравнением $z = f(x, y)$, где $f \in C^{3,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$, $\partial D \in C^{2,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$. Далее считаем, что поверхность F имеет положительную внешнюю кривизну $K \geq k_0 > 0$.

Будем изучать бесконечно малые AG-деформации поверхности F, подчиненные внешней связи обобщенного скольжения:

$$E(z)(l^1\xi + l^2\eta + l^3\zeta) = h \,\text{на}\, \partial F, \tag{6}$$

где l^i — заданное вдоль ∂F, не обращающееся в нуль, тензорное поле, (ξ, η, ζ) — компоненты тензорного поля деформаций в конформно-евклидовых координатах (x, y, z).

2. Рассмотрим вдоль края ∂F поверхности F не обращающееся в нуль тензорное поле $l^i = \nu^i + \gamma n^i$, где ν^i — единичный тензор внешней нормали границы ∂D области D параллельно перенесенный в соответствующую точку края ∂F, n^i — единичный тензор нормали поверхности вдоль ∂F, составляющий с направлением оси z острый угол, γ — заданная функция. Имеет место

Теорема 2.1. *Пусть $(m+1)$-связная $(m \geq 0)$ поверхность F в конформно евклидовом пространстве типа L^3 удовлетворяет перечисленным в пункте 1 условиям. Пусть, далее, $E_z' < 0$, и поверхность расположена выпуклостью вверх. Тогда, если $\gamma \geq 0$, то тензорное поле l^i порождает корректную внешнюю связь обобщенного скольжения* (6) *относительно бесконечно малых AG-деформаций класса $C^{2,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$.*

3. Рассмотрим вдоль края ∂F однопараметрическое семейство тензорных полей $l^i(\mu) = \nu^i + \mu \cdot \gamma_0 n^i$, где γ_0 — заданная функция класса $C^{2,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$, $\gamma_0 < 0$; μ — числовой параметр. Имеет место

Теорема 2.2. *Пусть F — $(m+1)$-связная $(m \geq 0)$ поверхность в конформно-евклидовом пространстве типа L^3, удовлетворяющая перечисленным в пункте 1 условиям. Пусть, далее, $E_z' < 0$ и поверхность F расположена выпуклостью вверх. Тогда среди семейства тензорных полей $l^i(\mu)$ существует точно счетное множество собственных тензорных полей $l^i(\mu_k) = \nu^i + \mu_k \gamma_0 n^i$, $k = 1, 2, \ldots$; $0 < \mu_1 < \mu_2 < \ldots$, $\mu_k \to \infty$ при $k \to \infty$, порождающих некорректную внешнюю связь обобщенного скольжения* (6) *относительно бесконечно малых AG-деформаций поверхности F. Если $\mu \neq \mu_k$, $k = 1, 2, \ldots$, то поверхность F допускает единственную бесконечно малую AG-деформацию класса $C^{2,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$, совместимую с внешней связью $E(z)(l^1(\mu)\xi + l^2(\mu)\eta + l^3(\mu)\zeta) = h$, для любой функции h класса $C^{1,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$.*

4. Доказательство теорем 2.1, 2.2 сводится к исследованию разрешимости краевой задачи:

$$\begin{cases} f_y\xi_x - f_x\xi_y + \zeta_y - \frac{E_z'}{2E}\eta + \frac{E_z'}{E}f_y\zeta = 0, \\ -f_y\eta_x + f_x\eta_y + \zeta_x - \frac{E_z'}{2E}\xi + \frac{E_z'}{E}f_x\zeta = 0, \\ \xi_x + \eta_y + \frac{E_z'}{2E}(f_x\xi + f_y\eta + 2\zeta) = 0 \text{ в } D, \\ l^1\xi + l^2\eta + l^3\zeta = h \text{ на } \partial D, \end{cases}$$

где ξ, η, ζ — искомые функции.

3. Бесконечно малые ARG-деформации поверхностей с краем в римановом пространстве.

1. Рассмотрим трехмерное риманово пространство, заданное в координатах (y^α) метрикой $ds^2 = a_{\alpha\beta}dy^\alpha dy^\beta$. Будем предполагать,

$a_{\alpha\beta} \in C^{3,\nu}$, $0 < \nu < 1$. Пусть F — $(m+1)$-связная поверхность класса $C^{3,\nu}$ положительной внешней кривизны $K \geq k_0 > 0$, $k_0 = const$, с гладким краем класса $C^{2,\nu}$, заданная уравнениями $y^\alpha = f^\alpha(x^1, x^2)$, $(x^1, x^2) \in D$. Будем считать, что при бесконечно малой ARG-деформации поверхность F подчинена вдоль края ∂F внешней связи обобщенного скольжения:

$$a_{\alpha\beta} l^\alpha U^\beta = h \text{ на } \partial F, \tag{7}$$

где l^α — заданное вдоль ∂F ненулевое тензорное поле, U^α — поле деформации, h — заданная функция. Ставится задача описания тензорных полей l^α, порождающих корректную либо некорректную внешнюю связь вида (7).

2. Имеет место следующая теорема [4].

Теорема 3.1. *Пусть поверхность F удовлетворяет перечисленным в пункте 1 условиям. Тогда тензорное поле $l^\alpha = n^\alpha$, где n^α — единичное тензорное поле нормалей поверхности F вдоль края ∂F, порождает корректную внешнюю связь обобщенного скольжения вида (7) относительно бесконечно малых ARG-деформаций с коэффициентом рекуррентности $\lambda < (-1)$.*

3. Внешнюю связь вида (7) при $l^\alpha = n^\alpha$, $h = 0$ называют в механике условием защемления поверхности вдоль края. В силу теоремы 3.1 условие защемления поверхности F вдоль края обеспечивает оптимальную жесткость поверхности при $\lambda < (-1)$. Последнее условие является весьма существенным в силу следующей теоремы [4]:

Теорема 3.2. *При сделанных в пункте 1 предположениях относительно поверхности F существует точно счетное множество значений $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$, $-1 < \lambda_1 < \lambda_2 < \ldots < \lambda_k < \ldots$, $\lambda_k \to \infty$ при $k \to \infty$, для которых векторное поле $l^\alpha \equiv n^\alpha$ является собственным относительно ARG-деформаций с коэффициентом рекуррентности $\lambda = \lambda_k$, и потому внешняя связь (7) для таких деформаций является некорректной. Если $\lambda \neq \lambda_k$, $k = 1, 2, \ldots$, то поверхность F, подчиненная внешней связи (7), где $l^\alpha = n^\alpha$, допускает единственную ARG-деформацию с коэффициентом рекуррентности $\lambda, \lambda \neq \lambda_k$, для любой функции h.*

4. Доказательство теорем 3.1, 3.2 сводится к исследованию разрешимости краевой задачи

$$\begin{cases} \partial_k(\sqrt{g}a^k) = 2H(1+\lambda)\sqrt{g}c; \\ \partial_i c + a^j b_{ij} = 0, \ j = 1, 2; \text{ в } D; \\ c = h \text{ на } \partial D; \end{cases}$$

где a^1, a^2, c — искомые контравариантные компоненты поля деформации; h — заданная функция; g — дискриминант метрического тензора g_{ij} поверхности F, b_{ij} — тензор второй квадратичной формы поверхности F.

Литература

[1] Бабенко О.Н. *Бесконечно малые AG-деформации односвязной поверхности положительной кривизны.* Сб.науч.работ, Таганрог, изд.ТГПИ, 1999 г., с.с.44-49.

[2] Бабенко О.Н. *AG-деформации поверхностей положительной гауссовой кривизны при внешних связях кинематического типа.* Канд.дисс., Казань, КГУ, 2000 г.

[3] Сидорякина В.В. *Бесконечно малые ARG-деформации поверхности положительной кривизны при внешней связи обобщенного скольжения.* Сб.науч.работ, Таганрог, изд.ТГПИ, 2002 г., с.с. 136-140.

[4] Fomenko V.T. *ARG-deformations of a hypersurface with a boundary in a Riemannian space.* Tensor, N.S., Vol.54 (1993), pp. 28-34.

Адрес: *Таганрогский государственный педагогический институт, Ростовская обл., Таганрог, ул.Инициативная, 48*

Address: *Taganrog State Pedagogical Institute, 347926, Taganrog Initsiativnaya ul., 48*

E-mail: *fomenko@tgpi.ttn.ru*