О. Н. Попов, В. Н. Завьялов, Расчет физически нелинейных конструктивно-ортотропных гибких пластин и пологих оболочек с опорными ребрами при статическом и импульсном нагружении, *Исслед. по теор. пластин и оболочек*, 1992, выпуск 25, 86–92

Л и т е р а т у р а

1. Б е л е в ц о в а Н.Л. Исследование влияния истории нагружения на напряженное состояние оболочек вращения переменной жесткости в двух направлениях // Прикл. механика. - 1986. - Т.22. - № 4. - С.109 - 112.

2. Б е р л я н д В.И. К расчету упругопластических деформаций в оболочках вращения при неосесимметричном нагружении // Прикл. механика. - 1978. - Т.14. - № 12. - С.68 - 75.

3. Г р и г о р е н к о Я.М., В а с и л е н к о А.Т. Теория оболочек переменной жесткости. - Киев: Наукова думка, 1981. - 544 с. - (Методы расчета оболочек: В 5-ти т. - Т.4).

4. Ш е в ч е н к о Ю.Н., П р о х о р е н к о И.В. Теория упругопластических оболочек при неизотермических процессах нагружения. - Киев: Наукова думка, 1981. - 296 с. - (Методы расчета оболочек: В 5-ти т. - Т.3).

5. Ш е в ч е н к о Ю.Н., М е р з л я к о в В.А. Расчет термоупругопластического неосесимметричного деформирования оболочек вращения // Прикл. механика. - 1988. - Т.24. - № 5. - С.43-53.

О.Н.Попов, В.Н.Завьялов

РАСЧЕТ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОНСТРУКТИВНО-ОРТОТРОПНЫХ ГИБКИХ ПЛАСТИН И ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК С ОПОРНЫМИ РЕБРАМИ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ И ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ

В данной работе рассматривается задача определения напряженно-деформированного состояния гибких конструктивно-ортотропных пластин и пологих оболочек с опорными ребрами с учетом физической нелинейности.

Постановка задачи. Рассматривается система прямоугольных пластин и пологих оболочек, подкрепленных в продольном направлении дискретно расположенными призматическими ребрами жесткости, с постоянным поперечным сечением $h_p \times b_p$, эксцентриситетом e относительно срединной поверхности. Кроме того, панели могут быть подкреплены перекрестной системой второстепенных ребер. Толщина панелей h может ступенчато меняться в поперечном направлении.

Отдельные элементы могут находиться под углом друг к другу. Граничные условия в продольном направлении постоянны, в поперечном – могут меняться (рис. I).

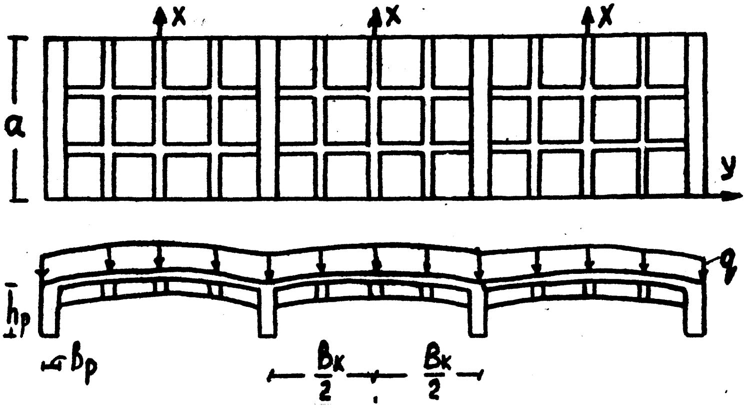

Рис. I

Материал конструкции изотропный, имеющий произвольную диаграмму деформирования. Свойства материала могут меняться в зависимости от координат. Перемещения панелей могут быть сравнимы с их толщиной (средний изгиб). Внешними воздействиями являются температура и статическая или импульсная поперечная нагрузка.

Рассматривается вариант, соответствующий модели Кирхгофа – Лява.

Выражения для деформаций панелей $e_x^{(z)}, e_y^{(z)}, e_{xy}^{(z)}$ записываем через перемещения U, V, W соответственно вдоль осей X, Y, Z кривизны K_x, K_y

$$e_x^{(z)} = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 - z\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - K_x W\ ; \quad x \rightleftarrows y\ ; \tag{I}$$

$$e_{xy}^{(z)} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial x}\frac{\partial W}{\partial y} - 2z\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}\ .$$

Аналогично определяем приращения деформаций панелей $\tilde{e}_x^{(z)}, \tilde{e}_y^{(z)}, \tilde{e}_{xy}^{(z)}$, которые записываем с учетом эксцентриситета e

$$e_{xp}^{(z)} = e_x^{(0)} + e\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - y\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - e\frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y}\right) - z\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\ ;$$

$$\varepsilon_k = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}; \quad x \rightleftarrows y, \; U \rightleftarrows V. \tag{2}$$

Таким же образом определяем приращения деформаций ребер $\tilde{\varepsilon}_{xp}^{(z)}$, $\tilde{\varepsilon}_{yp}^{(z)}$, $\tilde{\varepsilon}_k$, которые записываем через приращения перемещений $\tilde{U}$, $\tilde{V}$, $\tilde{W}$.

Напряжения, возникающие в панелях и ребрах, выражаем через деформации, а их приращения $\tilde{\sigma}_x^{(z)}, \tilde{\sigma}_y^{(z)}, \tilde{\sigma}_{xy}^{(z)}, \tilde{\sigma}_{xp}^{(z)}, \tilde{\sigma}_{yp}^{(z)}, \tilde{\sigma}_k^{(z)}$ – через приращения деформаций

$$\begin{gathered}
\sigma_x^{(z)} = (E_c/1-\mu_c)(\varepsilon_x^{(z)} + \mu_c \varepsilon_y^{(z)} + (1+\mu_c)\alpha T); \; x \rightleftarrows y; \\
\tilde{\sigma}_x^{(z)} = (E_k/1-\mu_c)(\tilde{\varepsilon}_x^{(z)} + \mu_c \tilde{\varepsilon}_y^{(z)} + (1+\mu_c)\alpha T); \\
\sigma_{xy}^{(z)} = E_c \varepsilon_{xy}^{(z)}/2(1+\mu_c); \; \tilde{\sigma}_{xy}^{(z)} = E_k \tilde{\varepsilon}_{xy}^{(z)}/2(1+\mu_c); \\
\sigma_{xp}^{(z)} = E_c(\varepsilon_{xp}^{(z)} + \alpha T); \; \tilde{\sigma}_{xp}^{(z)} = E_k(\tilde{\varepsilon}_{xp}^{(z)} + \alpha T); \\
\sigma_k^{(z)} = \gamma_k E_c \varepsilon_k^{(z)}/2(1+\mu_c); \; \tilde{\sigma}_k^{(z)} = \gamma_k E_k \tilde{\varepsilon}_k^{(z)}/2(1+\mu_c).
\end{gathered} \tag{3}$$

Здесь γ_k – коэффициент, учитывающий соотношение сторон ребра; $E_c = E_c(x,y,z,T)$ – секущий модуль упругости; $E_k = E_k(x,y,z,T)$ – касательный модуль упругости; $\mu_c = \mu_c(x,y,z,T)$ – функция сжимаемости; $\alpha = \alpha(x,y,z,T)$ – коэффициент линейного расширения материала; $\theta = \theta(x,y)$ – температурный градиент; $T(x,y,z) = T_1(x,y) + z\theta(x,y)$ – температура.

Отметим, что сложное напряженно-деформированное состояние определяется в зависимости от интенсивности деформаций ε_i и напряжений σ_i, а также их приращений $\tilde{\varepsilon}_i, \tilde{\sigma}_i$

$$\begin{gathered}
\varepsilon_i = (1/\sqrt{2}(1+\mu_c))\sqrt{(\varepsilon_x-\varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y-\varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z-\varepsilon_x)^2 + 1.5(\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 \varepsilon_{zx}^2)}; \\
\tilde{\varepsilon}_i = (1/\sqrt{2}(1+\mu_c))\sqrt{(\tilde{\varepsilon}_x-\tilde{\varepsilon}_y)^2 + (\tilde{\varepsilon}_y-\tilde{\varepsilon}_z)^2 + (\tilde{\varepsilon}_z-\tilde{\varepsilon}_x)^2 + 1.5(\tilde{\varepsilon}_{xy}^2 + \tilde{\varepsilon}_{yz}^2 + \tilde{\varepsilon}_{zx}^2)}; \\
\sigma_i = f(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i); \; \tilde{\sigma}_i = f(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i, \tilde{\varepsilon}_i).
\end{gathered} \tag{4}$$

<u>Выбор алгоритма расчета</u>. При расчете прямоугольных пластин и пологих оболочек, подкрепленных главными ребрами жесткости одного направления, целесообразно в качестве элементов основной системы

выбрать целые панель и подкрепляющее главное ребро. В работе принимается расчетная схема метода перемещений, так как она позволяет обходиться меньшим числом неизвестных. Вдоль каждой узловой линии по всей длине пролета непрерывно вводятся распределенные связи четырех типов: устраняющие продольные, поперечные, вертикальные смещения и повороты вокруг продольной оси. Неизвестные амплитуды соответствующих функциональных перемещений находятся из условия стационарности энергии системы, так как материал конструкции неоднороден.

Вариационное уравнение, описывающее нелинейное динамическое поведение подкрепленной тонкостенной конструкции, формулируется на основе принципа виртуальной работы совместно с принципом Даламбера

$$\int_{V_0}(\sigma_{ij}^{(t+\Delta t)}\delta(e_{ij}^{(t+\Delta t)})dV_0-\int_{F_0}(T_i^{(t+\Delta t)}\delta(U_i^{(t+\Delta t)})dF_0 -$$

$$-\int_{V_0}((\Phi_i^{(t+\Delta t)}-\rho_0\ddot{U}_i^{(t+\Delta t)}\delta(U_i^{(t+\Delta t)})dV_0 \ . \tag{5}$$

Данное уравнение записано в декартовой системе координат, соответствующих конфигурации конструкции в недеформированном состоянии с плотностью ρ_0, объемом V_0 и поверхностью F_0, ограничивающей этот объем. Здесь $\sigma_{ij}^{(t+\Delta t)}$ и $e_{ij}^{(t+\Delta t)}$ – тензоры напряжений и деформаций в момент времени $t+\Delta t$; $U_i^{(t+\Delta t)}$ – поле перемещений, удовлетворяющее заданным кинематическим граничным условиям, $\Phi_i^{(t+\Delta t)}$ и $T_i^{(t+\Delta t)}$ – заданные в момент $t+\Delta t$ объемные и поверхностные силы. Точкой обозначается дифференцирование по времени.

Для прямого пошагового интегрирования по времени предлагается принимать неявную конечно-разностную схему Ньюмарка [2].

Для физически нелинейных задач в предлагаемом способе применяется касательный модуль упругости что позволяет при малом шаге нагружения не делать внутренних итераций. Геометрическая задача также линеаризуется по способу Ньютона – Канторовича [4]

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial W}{\partial X}\right)^2_{S+1}=\left(\frac{\partial W}{\partial X}\right)_S\left(\frac{\partial W}{\partial X}\right)_{S+1}-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial W}{\partial X}\right)^2_S \ ; \ X\rightleftarrows Y \ . \tag{6}$$

Вариационное уравнение, выраженное через перемещения, приведено в работе [1]. Однако при численном решении динамических за –

дач решение удобнее вести в приращениях, применяя секущий и касательный модули упругости, а также формулы интерполяции [3], что значительно сокращает общее время счета. Поэтому в дальнейшем записываем вариационное уравнение через варьируемые параметры приращений перемещений как многопараметрическую функцию на каждом временном интервале

$$\tilde{Э} = \tilde{Э}(\tilde{A}_K^{(n)}, \tilde{B}_K^{(n)}, \tilde{C}_K^{(n)}, \tilde{z}_i^{(n)}, \tilde{z}_j^{(n)}) . \quad (7)$$

В полученном функционале интегрирование приводит к трудностям, связанным с тем, что механические характеристики материала являются величинами переменными как по толщине, так и по полю элементов конструкции. Поэтому интегрирование по объему проводится численно, при этом применяем интегральные механические характеристики, приходящиеся на единицу поверхности,

$$\Omega_j^{(c)} = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E_c z^{j-1}}{1-\mu_c}\, dz\ ;\ \Omega_{j,p}^{(c)} = \int_{-\bar{h}/2+e}^{\bar{h}/2+e} (E_c z^{j-1}/2)\, dz\ ;$$

$$\Omega_{j+3}^{(c)} = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E_c z^{j-1}}{2(1-\mu_c)}\, dz\ ;\ \Omega_{j+3,p} = \int_{-\bar{h}/2+e}^{\bar{h}/2+e} \frac{E_c z^{j-1}}{1+\mu_c}\, dz;$$

$$\Omega_{j+6}^{(c)} = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E_c z^{j-1}}{1-\mu_c}\, dz\ ;\ \Omega_{j+6,p} = \int_{-\bar{h}/2+e}^{\bar{h}/2+e} (E_c dT z^{j-1})\, dz;\ j=1,2,3;\ c \rightleftarrows K . \quad (8)$$

Алгоритм расчета. Расчет начинается при $t = 0$, заданном уровне нагрузки и заданных кинематических граничных условиях. Минимизируя построенный функционал, определяем варьируемые параметры функций перемещений, которые позволяют определить перемещения, деформации, напряжения, а также интенсивность напряжений и деформаций. Уточнив параметры упругости повторяем расчет до требуемой точности. Далее совершается переход к следующему временному слою $t+\Delta t$ и опять определяется напряженно-деформированное состояние подкрепленной оболочки с учетом скоростей и ускорений отдельных точек, вычисленных способом Ньюмарка. Применение касательного модуля упругости позволяет при малом временном шаге не делать внутренних итераций. Расчет продолжается в той же последовательности до заданного времени.

Минимизация функционалов проводится методом сопряженных градиентов.

Пример. Рассмотрим прямоугольную конструктивно-ортотропную оболочку на действие импульсной, равномерно распределенной нагрузки (рис. 2). Толщина оболочки $h = 5$ м, кривизна $K_x = K_y =$

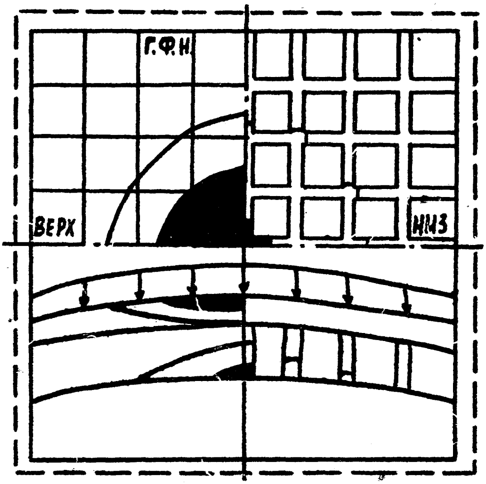

Рис. 2

$5 \cdot 10^{-5}$ м, высота ребер $h_p = 3h$, ширина ребер $b_p = h$, размер оболочки в плане $a = 80h$, шаг ребер $a/8$. Материал Ст3.

На рисунке 2 приведены результаты расчета на начальном этапе нагружения при нагрузках 0.7 и 0.9 МПа.

Литература

1. Попов О.Н., Завьялов В.Н., Мусалимов В.М. Алгоритм расчета подкрепленных пластин и пологих оболочек при статическом и импульсном нагружении с учетом физической нелинейности // Томск. инж.-строит. ин-т. - Томск, 1988. - 17 с. - Деп. в ВИНИТИ 20.05.88, № 3888-В88.

2. Вольмир А.С., Куранов Б.А., Турбоивский А.Т. Статика и динамика сложных структур: Прикладные многоуровневые методы исследований. - М.: Машиностроение, 1989. - 248 с.

3. Горев Ю.Г. Применение экстраполяции для повышения эффективности вычислений в динамических расчетах строительных

конструкций методом конечных элементов // Изв. вузов. Строитель - ство и архитектура. - 1987. - № 2. - С.1 - 3.

4. Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мяченков В.И., Фролов А.Н. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций. - М.: Машиностроение, 1975. - 376 с.