

дальнейшем эта конструкция будет, как и в [1], [2], использована для обеспечения криптостойкости криптографических протоколов.

Литература

1. Gaynullina, A. R., Tronin S. N. *Some New Platforms for Algebraic Cryptography and One Method of Increasing the Security* // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2016. – V. 37. – No. 6. – P. 768–776.
2. Емельянов К. И. *Использование групп матриц и соответствующих им категорных группоидов для конструирования криптографических протоколов* – Бакалаврская выпускная работа. – Казань, 2016.
3. Маклейн С. *Категории для работающего математика*. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 352 с.
4. Кондратьев Г. В. *Категории и некоторые их приложения*. – М.: ИНФРА-М, 2017. – 174 с.

ON THE MASKING OF ALGEBRAIC PLATFORMS IN PUBLIC KEY CRYPTOGRAPHY

K.I. Emelyanov

The paper discusses the masking of algebraic platforms, such as groups and groupoids. The idea of such a masking is transferred to a more complex platform — a 2-category.

Keywords: cryptography, masking of an algebraic platform, 2-category.

УДК 532.5.013.12

О РОЛИ НАСЛЕДСТВЕННОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СИЛЫ ПРИ ДВИЖЕНИИ СФЕРИЧЕСКОГО ВИБРОРОБОТА В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

О.С. Жучкова¹, А.Н. Нуриев²

¹ oszaharova@kpfu.ru; Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

² corei7tesla3@gmail.com; Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

В работе проводится исследование вопросов о структуре гидродинамической силы сопротивления, возникающей при периодическом движении сферического виброробота в жидкости, и влиянии различных ее составляющих на процесс и эффективность движения. В том числе, выявляется роль наследственной силы сопротивления в динамике движения робота. Исследование проводится в рамках прямого численного моделирования с использованием программного пакета OpenFoam. Показано, что наследственная составляющая силы в случае конечных периодов движения дает вклад в суммарную силу, сравнимый с квазистационарным. Ее влияние существенно снижает эффективность рассматриваемого механизма движения для случая высокочастотных колебаний.

Ключевые слова: виброробот, гидродинамическое сопротивление, вязкая жидкость, самодвижущееся устройство, наследственные силы, силы присоединенных масс, квазистационарные силы.

Определение гидродинамических сил, возникающих при движении сферического тела в жидкости, относится к классическим проблемам гидромеханики. В данной работе она рассматривается применительно к задаче о поступательном дви-

жении сферического виброробота – самодвижущегося устройства, состоящего из твердого герметичного сферического корпуса, помещенного в вязкую жидкость, и подвижной внутренней массы, совершающей периодические колебания внутри него. Возможность направленного движения такой системы обеспечивает нелинейное сопротивление жидкости. Вопросы о структуре, величине ее составляющих и их влиянии на движении виброробота рассматриваются в настоящей работе.

Современные модели гидродинамических сил (см., напр. [1]), описывающих воздействие вязкой жидкости на сферу при нестационарном поступательном движении, основываются (как и в случае малых чисел Рейнольдса [2]) на выделении трех основных эффектов: квазистационарного сопротивления (F_{st}), сил присоединенных масс (F_a) и сил наследственного сопротивления (F_h):

$$F = F_{st} + F_a + F_h. \quad (1)$$

Теоретическая модель, исследующая возможности движения виброробота за счет квазистационарного сопротивления, была представлена в работе [3]. При таких условиях эффективность движения системы в диапазоне чисел Рейнольдса $Re_{av} \leq 10^3$ могла бы достигать 7.9% (где Re_{av} – число Рейнольдса, вычисленное по средней скорости движения). Оптимальными для этого случая являются двухфазные периодические законы движения внутренней массы, где длинные фазы медленного поступательного движения, на которых сфера испытывает малое сопротивление, сменяются короткими фазами быстрого возвратного движения, позволяющими за счет высокого сопротивления с минимальным откатом корпуса вернуть внутренний груз в начальное положение. Именно эти результаты были выбраны в качестве отправной точки в настоящей работе. С использованием методов численного моделирования было рассмотрено движение виброробота по подобным двухфазным законам в диапазоне относительно небольших значений числа Рейнольдса $Re_{av} \leq 102$. Фрагмент закона движения u_M с периодом $\tau = 1$ изображен на рис 1.

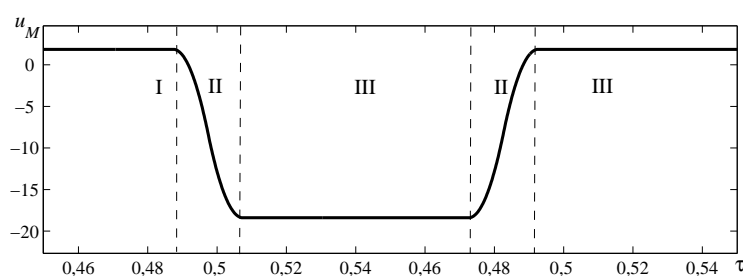


Рис. 1. Фрагмент периодического закона движения корпуса $u_M(\tau)$

При расчете гидродинамического взаимодействия проводились решение полной системы уравнений Навье-Стокса (на основе численной модели [4]) и покомпонентная оценка составляющих сопротивления для каждого моделируемого случая в соответствии с (1). Было показано, что сила на двух отрезках ускорения (см. области II на рис. 1) практически полностью определяется силой присоединенных масс пропорциональной ускорению. Коэффициент присоединенных масс при этом является константой $C_a = 0.5$, что согласуется с результатами многих исследований, проведенных для сферы [5]. Таким образом, суммарный вклад сил на отрезках ускорения

в рамках полного периода движения приблизительно равен нулю, а, следовательно, направленное движение виброробота является результатом сил, действующих на прямой и возвратной фазах движения (см. области I, III на рис. 1). На обеих фазах согласно представлению (1) в отсутствие ускорения сила определяется наследственной и квазистационарной составляющими, коэффициенты этих сил на фазах определяются следующими формулами:

$$C_D^+ = C_h^+ + C_{st}^+ = \frac{\langle F \rangle_+}{u_+^2}, \quad C_D^- = C_h^- + C_{st}^- = \frac{\langle F \rangle_-}{u_-^2}.$$

Здесь треугольными скобками с индексом “+” или “-” обозначено осреднение сил на прямой и возвратной фазе соответственно. На рис. 2 представлены результаты расчетов, выполненных при фиксированной средней скорости Re_{av} и периоде движения κ с переменной относительной продолжительностью фаз b . Изменение b напрямую влияет на скорости движения на фазах u_+ , u_- , по которым вычисляются мгновенные числа Рейнольдса Re_+ и Re_- соответственно. Вклад от квазистационарной составляющей в среднюю силу в зависимости от мгновенного числа Рейнольдса представлен на графике сплошной линией.

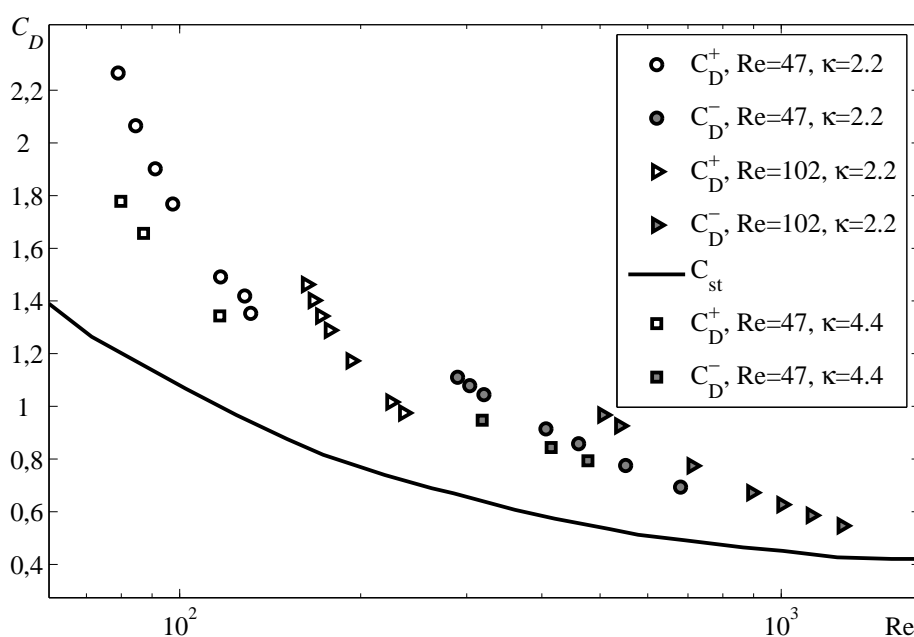


Рис. 2. Результаты измерений осредненных значений коэффициента силы на прямой и возвратной фазах для различных b

Как видно наследственная составляющая силы в случае конечных периодов движения дает вклад в суммарную силу, сравнимый с квазистационарным. Ее влияние существенно снижает эффективность рассматриваемого механизма движения для случая высокочастотных колебаний по сравнению с предельными оценками квазистационарной модели [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-31-00462).

Литература

1. Mei R. *Velocity fidelity of flow tracer particles* // Experiments in Fluids. – 1996. – V. 22. – № 13.
2. Basset A.B. *A Treatise on Hydrodynamics*, V. 2. – Dover, 1888.
3. Егоров А.Г., Захарова О.С. *Оптимальное квазистационарное движение виброробота в вязкой жидкости* // Изв. вузов. Матем. – 2012. – № 2. – С. 57–64.
4. Нуриев А.Н., Зайцева О.Н. *Решение задачи об осциллирующем движении цилиндра в вязкой жидкости в пакете OpenFOAM* // Вестн. Казанск. технол. ун-та. – 2013. – Т. 16. – № 8. – С. 116–123.
5. Chang E.J., Maxey, M.R. *Unsteady flow about a sphere at low to moderate Reynolds number. Part 2. Accelerated motion* // J. Fluid Mech. – 1995. – V. 303. – P. 133–153.

ABOUT THE ROLE OF THE HISTORY COMPONENT OF THE HYDRODYNAMIC FORCE DURING THE MOTION OF A SPHERICAL VIBRATION-DRIVEN ROBOT IN A VISCOUS FLUID

O.S. Zhuchkova, A.N. Nuriev

The paper studies the problems of the structure of the hydrodynamic drag force that arises during the periodic motion of a spherical vibration-driven robot in a fluid and the influence of its various components on the process and efficiency of motion. In particular, the role of the history force of resistance in the movement dynamics of the robot is revealed. The research is carried out in the framework of direct numerical simulation using the OpenFoam software package. It is shown that the history component of the force in the case of finite periods of motion contributes to the total force comparable to the quasistationary force. Its influence significantly reduces the efficiency of the considered motion mechanism for the case of high-frequency oscillations.

Keywords: vibration-driven robot, hydrodynamic resistance, viscous fluid, self-propulsion device, history force, added-mass force, quasistationary force.

УДК 517.95

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С СИНГУЛЯРНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

Н.В. Зайцева¹

¹ n.v.zaiceva@yandex.ru; Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

В работе для гиперболического уравнения с сингулярным коэффициентом поставлена нелокальная задача в прямоугольной области. Методом спектрального анализа доказаны теоремы единственности, существования и устойчивости решения задачи. Решение построено в виде ряда Фурье-Бесселя, и приведено обоснование сходимости ряда в классе регулярных решений.

Ключевые слова: нелокальная задача, гиперболическое уравнение, сингулярный коэффициент, ряд Фурье-Бесселя, устойчивость.

Рассмотрим в прямоугольной области $D = \{(x, t) | 0 < x < l, 0 < t < T\}$, $l, T > 0$, координатной плоскости Oxt гиперболическое уравнение вида

$$\square_B u(x, t) \equiv u_{tt} - u_{xx} - \frac{k}{x} u_x = 0,$$