Г. М. Кадисов, Расчет регулярных цилиндрических складчатых систем на статические нагрузки и колебания, *Исслед. по теор. пластин и оболочек*, 1992, выпуск 25, 99–103

Литература

1. Флюгге В. Статика и динамика оболочек. - М.: Изд-во литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1961. - 307 с.

2. Крылов А.Н. О расчете балок, лежащих на упругом основании. - Л.: АН СССР, 1931. - 154 с.

3. Виноградов Ю.И. Методы вычислений и построение алгоритмов решения краевых задач строительной механики // Докл. АН СССР. - 1988. - Т.298. - № 2. - С.308 - 313.

4. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. - М.: Наука, 1988. - 548 с.

Г.М.Кадисов

РАСЧЕТ РЕГУЛЯРНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СКЛАДЧАТЫХ СИСТЕМ НА СТАТИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ И КОЛЕБАНИЯ

Рассмотрим тонкостенные цилиндрические системы, состоящие из жестко сочлененных между собой по продольным кромкам узких прямоугольных пластинок, и опирающиеся по торцам на абсолютно жесткие в своей плоскости и абсолютно гибкие из нее сплошные диафрагмы. Для расчета таких систем А.В.Александровым предложен метод перемещений [1, 2]. За основные неизвестные метода принимаются амплитуды гармоник при разложении функций смещений узловых линий, являющихся линиями пересечения срединных поверхностей пластинок, в одинарные тригонометрические ряды. Функции, определяющие напряженно-деформированное состояние (НДС) каждой пластинки, также представляются тригонометрическим рядом по продольной координате, а амплитуды гармоник зависят от поперечной координаты. Как правило, расчет проводится с учетом ограниченного числа гармоник.

Для оценки погрешности, возникающей при усечении рядов, выполнен анализ [3] зависимости амплитуд нормальных напряжений в поперечном сечении складки, подкрепленной ребрами, от волнового числа $\alpha = n\pi b_n/(2l)$, где b_n - ширина пластинки, l - пролет складки, n - номер гармоники, при загружении одной узловой линии сосредоточенной силой. Малым волновым числам ($\alpha < 0{,}8$) соответствует глобальное НДС, при котором его компоненты зависят от конфигурации поперечного сечения в целом. При $\alpha_* > \pi$, где $\alpha_* = n\pi b_*/(2l)$, $b_* = \min(b_n, b_p)$, b_p – высота ребра, НДС, называемое далее местным, концентрируется вблизи нагруженной узловой линии и совершенно не зависит от наличия закреплений соседних узловых линий и нижней (противоположной) кромки ребра. Локальное НДС является промежуточным между двумя, описанными выше, и распространяется в стороны от нагруженной узловой линии на одну характерную ячейку поперечного сечения. Используя аппарат функционального анализа, получена оценка максимальной относительной погрешности, возникающей при вычислении амплитуд нормального напряжения в нагруженном ребре при замене конструкции в виде тавра с защемленными по кромкам полками на конструкцию с полками бесконечной ширины [4]. Рекомендуется расчет реальной складки производить с учетом первых n_1 гармоник, соответствующих глобальному НДС. Уточнение напряжений можно выполнить расчетом упрощенной конструкции с поперечным сечением в виде тавра при $n_1+1 \le n \le n_2$, когда справедливо локальное НДС. Погрешность полученного решения оценивается заменой суммирования остаточного ряда его интегрированием по α в пределах $\alpha_2 \le \alpha \le \infty$ при местном НДС.

В практических расчетах пластин, подкрепленных продольными ребрами, для последних принимается гипотеза плоских сечений. Используя методы теории возмущений собственных значений для матриц, получена оценка для нормы ошибки амплитуд нормального напряжения при принятии гипотезы плоских сечений для ребра тавра с полками неограниченной ширины [5].

При численной реализации метода перемещений оказалось необходимым реакции узких пластинок вычислять с двойной точностью в связи с появлением разностей больших чисел. Сделана попытка производить вычисления с обычной точностью, предварительно получив новые аналитические формулы. Для этой цели применен метод расширения заданной системы, когда реакции на продольной кромке пластинки определяются как результат наложения двух НДС в двух полубесконечных полосах, накрывающих заданную пластинку, и удовлетворения краевых условий. При этом все аналитические выкладки получаются путем элементарных операций с матрицами-функциями второго порядка. Таким образом, для реакций получены формулы в виде отношения двух экспоненциальных трехчленов [6]. Для численной реали -

зации эти экспоненциальные трехчлены преобразованы в бесконечные ряды по волновому числу, исключив неопределенности типа 0/0 вблизи нулевого волнового числа, что характерно для весьма узких полос. Проведены численные эксперименты по расчету на нагрузку, изменяющуюся по волне n-й гармоники вдоль пролета, для плоского напряженного состояния и отдельно для изгиба пластинки при разбиении ее на элементарные полосы различной ширины. При отношении ширины полосы к пролету, равном I/30, при числе полос I7 точность расчета сохраняется, однако при дальнейшем разбиении пластины на большее число полос точность сохраняется лишь при плоском напряженном состоянии. При добавлении продольных ребер ширина горизонтальных полос может быть уменьшена при сохранении точности даже при расчетах на изгиб.

Известен смешанный метод расчета складок и складчатых систем при сосредоточенном их опирании на промежуточные опоры [I, 2, 7]. В работе показывается, что смешанный метод можно применить и в случае наличия у складки поперечных диафрагм.

Неизвестные силы взаимодействия между складкой и диафрагмой группируются в систему взаимоуравновешенных сил. Разрешающая система уравнений смешанного метода для случая, когда диафрагмы одинаковы и расположены на равных расстояниях вдоль пролета, имеется вид

$$R^{(i)} z_i - \frac{N+1}{2} A \alpha_m + R^{(i)}_{zp} = 0 \quad (i \in I_m);$$

$$R^{(j)} z_j + \frac{N+1}{2} A \alpha_m + R^{(j)}_{zp} = 0 \quad (j \in J_m);$$

$$\frac{N+1}{2} A^T \Big[\sum_{i \in I_m} z_i - \sum_{j \in J_m} z_j\Big] + \frac{N+1}{2} \Delta_\alpha \alpha_m = 0 \quad (m = \overline{1,N}); \qquad (I)$$

$$(I_m = 2(N+1)n^* + m; \; J_m = 2(N+1)n^* - m > 0;$$

$$n^* = 0; 1; 2; \ldots).$$

Здесь z_i – вектор амплитуд перемещений узловых линий для i-й гармоники; $R^{(i)}$ – матрица амплитуд реакций складки при $\bar{z}_i = E$; $R^{(i)}_{zp}$ – то же от нагрузки; α_m – вектор обобщенных взаимно уравновешенных сил взаимодействия складки и системы диафрагм при деформировании первой суперпозицией гармоник, номера которых принадлежат объединению множеств I_m и J_m; A – прямоугольная матрица;

N – число промежуточных диафрагм. В дополнение к системе (I) добавляются еще матричные независимые уравнения

$$R^{(K)} z_K + R^{(K)}_{zp} = 0 \quad (K = (N+1)n^* > 0). \tag{2}$$

Решение системы уравнений (I), используя треугольное разложение матриц $R^{(i)} = L_i L_i^T$, получено в виде

$$\begin{aligned} &\alpha_m = \Big[\Big(\frac{N+1}{2}\Big)^2 \sum_{i \in I_m, J_m} a_i^T a_i + \frac{N+1}{2}\Delta_\alpha\Big]^{-1}\Big[\sum_{i \in I_m} a_i^T r_i - \sum_{j \in J_m} a_j^T r_j\Big]; \\ &z_i = L_i^T\Big(\frac{N+1}{2} a_i \alpha_m - r_i\Big)(i \in I_m); \\ &z_j = -L_j^T\Big(\frac{N+1}{2} a_j \alpha_m + r_j\Big)\ (j \in J_m); \\ &a_i = L_i^{-1} A; \quad r_i = L_i^{-1} R^{(i)}_{zp}. \end{aligned} \tag{3}$$

Данную методику оказалось возможным применить и на расчеты свободных колебаний складки с диафрагмами. Получены N матричных уравнений для определения собственных частот и форм, в которые входят резольвенты матриц амплитуд реакций складки без диафрагм. Из одного матричного уравнения можно определить собственные частоты и формы соответствующей группы спектра, как это имеет место для неразрезных балок. Возможны случаи сгущения спектра собственных частот.

На основе вышеизложенного создан пакет программ, написанных на языке PL/1 для ЕС ЭВМ (СВМ). Пакет ориентирован на расчет складчатых систем без и с учетом диафрагм. Поперечное сечение складки произвольное с произвольным расположением и объединением прямоугольных пластинок. Предусмотрена возможность параллельных расчетов не связанных одна с другой складок. Количество вариантов узловых загружений произвольное. Ввод информации о параметрах нагрузок, геометрических размерах, характеристиках жесткости, расположении и объединении элементов минимальный, с учетом повторяемости параметра или группы параметров.

Перед формированием матрицы реакций сначала автоматически формируется матрица индексов, определяющая положение ненулевых блоков в матрице реакций под главной блочной диагональю. Матрица индексов хранится как массив битовых строк, что значительно сокращает требуемый для ее хранения объем оперативной памяти. Затем эта матрица индексов дополняется индексами элементов заполнения.

Матрица индексов является основой для формирования матрицы реакций, которая является разряженной, ее блочного разложения LDU и последующего блочного решения системы уравнений как метода перемещений, так и смешанного метода. Предусмотрена автоматическая перенумерация основных неизвестных. Характерным для созданного пакета является использование таких возможностей языка PL/1, как блоки для назначения переменных разномерностей массивов, строковые функции для операций с битовыми строками и т.п.

С использованием описанного пакета программ получены результаты численных расчетов складчатых систем, имеющих промежуточные опоры в пролете, поперечные диафрагмы и т.д.

Литература

1. Смирнов А.Ф., Александров А.В. и др. Расчет сооружений с применением вычислительных машин. - М.: Стройиздат, 1964. - 380 с.

2. Строительная механика. Тонкостенные пространственные системы / Под ред. А.Ф.Смирнова. - М.: Стройиздат, 1983. - 188 с.

3. Кадисов Г.М. К оценке погрешности пространственных расчетов пролетных строений мостов // Теоретические и экспериментальные исследования мостов. Новосибирск, 1977. - С.110 - 120.

4. Кадисов Г.М. Об усечении тригонометрических рядов при расчетах тонкостенных призматических плитно ребристых систем // Теоретические и экспериментальные исследования мостов. Омск, 1981. - С.86 - 100.

5. Кадисов Г.М. К оценке эффективности расчетной модели // Исследования пролетных строений мостов. Омск, 1982. - С.77 - 90.

6. Кадисов Г.М. Применение метода расширения заданной системы для получения матрицы реакций прямоугольной пластинки на синусоидальные смещения продольных кромок // Теоретические и экспериментальные исследования мостов. Омск, 1979. - С.4 - 13.

7. Кадисов Г.М. Свободные колебания цилиндрических складчатых систем с промежуточными опорами // Исследования по строительной механике и конструкциям. - Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1988. - С.44 - 49.