

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. С. Дехтярь, Непризматические коробчатые оболочки, *Исслед. по теор. пластин и оболочек*, 1992, выпуск 25, 76–80

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 178.205.19.235

7 июня 2024 г., 16:16:53



А.С.Дехтярь

НЕПРИЗМАТИЧЕСКИЕ КОРОБЧАТЫЕ ОБОЛОЧКИ

Зрительные залы современных общественных зданий имеют большие пролеты и форму в плане, близкую к трапеции. Для покрытий таких помещений применяют непризматические оболочки — тонкостенные коробчатые конструкции, поперечные сечения которых монотонно изменяются вдоль продольной оси. Подобные оболочки используются и в качестве пролетных строений мостов.

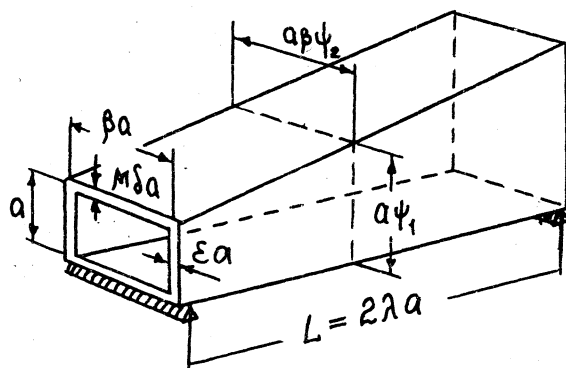


Рис. I

Пусть оболочка имеет прямоугольное торцевое поперечное сечение с размерами a и βa (рис. I). Изменение этих размеров по длине конструкции представим линейными соотношениями

$$a\psi_1 = a(1 + k_1 \xi), \quad \beta a\psi_2 = \beta a(1 + k_2 \xi), \quad (I)$$

где k_1, k_2 — параметры, ξ — относительная продольная координата ($0 \leq \xi \leq 1$). При $k_1 = k_2$ получаем пирамидальную конструкцию, при $k_1 = k_2 = 0$ — призматическую оболочку, при $k_1 > 0$ и $k_2 > 0$ размеры поперечных сечений увеличиваются по отношению к размерам на начальном торцевом сечении.

Принято, что оболочка имеет толщины, постоянные по длине, h_1 — стенок и h_2 — полок, причем $h_1 = \varepsilon a$, $h_2 = \mu \xi a$. Матери-

ал оболочки - идеальный жесткопластический с пределом текучести σ .

При статическом действии равномерно распределенной поперечной нагрузки и шарнирном опирании по концам (рис. 1) истощение несущей способности достаточно длинных конструкций может происходить вследствие образования полного пластического шарнира в одном из поперечных сечений (рис. 2а). Обозначим координату этого сечения $2a\lambda\xi$.

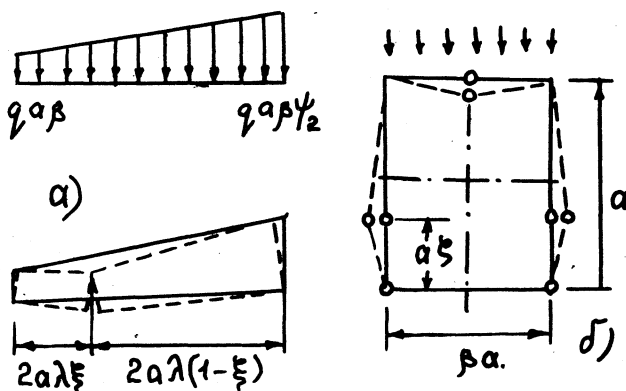


Рис. 2

В работе [1] для отыскания верхней границы предельной нагрузки применен кинематический метод теории предельного равновесия и получена оценка

$$p_1 = \frac{3\varepsilon}{4\lambda^2\beta} \min_{\xi} \frac{2\mu\psi_1(\beta\psi_2 + \varepsilon) + (\psi_1 - \varepsilon\mu)^2}{\xi(1-\xi)[3 + (1+\xi)(\psi_2 - 1)]}, \quad (2)$$

где $p_1 = q\sigma^{-1}$ - безразмерная интенсивность распределенной нагрузки. В частном случае при $K_1 = K_2 = 0$ получаем призматическую конструкцию, тогда $\psi_1 = \psi_2 = 1$ и, следовательно,

$$p_1 = \frac{\varepsilon}{4\lambda^2\beta} \min_{\xi} \frac{2\mu(\beta + \varepsilon) + (1 - \varepsilon\mu)^2}{\xi(1-\xi)}. \quad (3)$$

Здесь минимум p_1 достигается при $\xi = 0,5$, то есть пластический шарнир образуется в середине пролета. Оценка (3) ранее была получена в [2].

Если поперечные сечения имеют квадратную форму $\beta = 1$ и оди-

наковую толщину стенок и полок $\mu = 1$, оценка (3) еще более упрощается

$$p_1 = \frac{\varepsilon}{4\lambda^2} \min_{\xi} \frac{2(1+\varepsilon) + (1-\varepsilon)^2}{\xi(1-\xi)} \quad (4)$$

При небольшой длине и достаточно малых толщинах взамен рассмотренного "балочного" разрушения должна быть введена форма разрушения с пятью продольными пластическими шарнирами, характерная для оболочек. Для призматических конструкций подобная форма разрушения обсуждалась в [2].

Вновь рассмотрим поперечное сечение оболочки (рис. 2б). Положение верхнего и нижних продольных шарниров можно считать фиксированными, а положение средних шарниров определяется координатой ζ . В работе [1] для такой формы разрушения получена оценка предельной нагрузки

$$p_2 = \varepsilon^2 \min_{\zeta} \frac{6(2 - \zeta + \mu^2 \zeta)}{\beta^2 \zeta (1 + \psi_2 + \psi_2^2)} \quad (5)$$

В частном случае при $\beta = \mu = 1$ (пирамидальная оболочка, одинаковые толщины стенок и полок) получаем

$$p_2 = \varepsilon^2 \min_{\zeta} \frac{12}{\zeta(1 + \psi_2 + \psi_2^2)}, \quad (6)$$

и минимум p_2 достигается при $\zeta = 1$. Если оболочка призматическая, то $K_2 = 0$ и $\psi_2 = 1$, тогда $p = 4\varepsilon^2$, этот результат получен ранее в работе [2].

Для конструкций с произвольными параметрами толщины ε , μ , формы β и длины λ наперед неизвестно, какая из двух описанных форм разрушения реализуется в действительности. Поэтому, рассматривая совместно соотношения (2) и (5), получаем окончательно

$$p = \min \left\{ \min_{\xi} p_1; \min_{\zeta} p_2 \right\} \quad (7)$$

В качестве примера рассмотрим серию усеченно-пирамидальных оболочек $K_1 = K_2 = 0,1$ с квадратными поперечными сечениями $\beta = 1$ и одинаковыми толщинами стенок и полок $\mu = 1$. На рисунке 3 представлены результаты вычислений, причем криволинейным участком графиков отвечает первая форма разрушения, а горизонтальным участкам — вторая. Можно заметить, что одна форма разрушения перехо-

дит в другую при $\lambda = 4, \dots, 7$, причем, меньшим значениям λ соответствуют оболочки большей толщины.

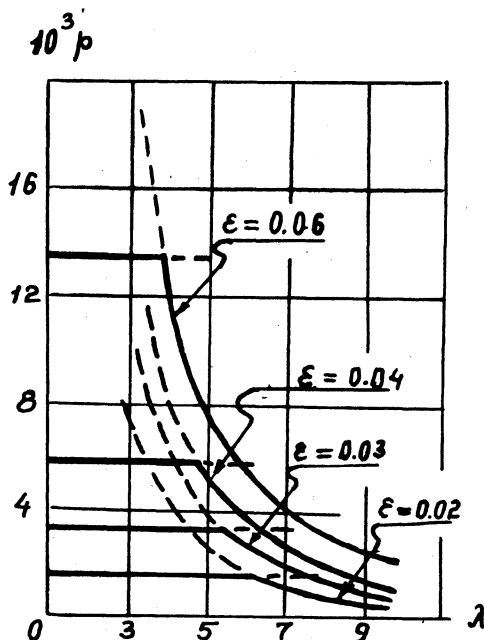


Рис. 3

Располагая оценками (7), сформулируем оптимизационную задачу об отыскании наилучшей оболочки заданной несущей способности. Качество проекта будем оценивать объемом использованного материала

$$V = 2 a^3 \epsilon \lambda [1 + \psi_1 + \beta \mu (1 + \psi_2)] . \quad (8)$$

В ходе решения оптимизационной задачи приходится рассматривать оболочки с различной площадью горизонтальной проекции, поэтому целесообразно вместо полного объема V оценивать проект оболочки удельной величиной $V_0 = V S^{-1}$, где S - площадь горизонтальной проекции. Тогда из (8) получаем

$$V_0 = 2 a \frac{\epsilon}{\beta} \cdot \frac{1 + \psi_1 + \beta \mu (1 + \psi_2)}{1 + \psi_2} . \quad (9)$$

Если, как и в предыдущих примерах, ограничимся анализом пирамидальных оболочек $\psi_1 = \psi_2 = \psi$ и примем $\beta = \mu = 1$, из (9)

найдем

$$V_0 = 4\alpha\varepsilon \quad (10)$$

и в дальнейшем будем рассматривать ее безразмерную часть ε .

Оптимизационную задачу сформулируем следующим образом: требуется отыскать такие конструктивные переменные оболочки K , λ и ε , чтобы при заданной несущей способности p_* целевая функция $\chi = \varepsilon \rightarrow \min$.

В условиях реального проектирования пролет L оболочки обычно задан наперед, поэтому здесь и далее изменение $\lambda = L/2a$ следует понимать как изменение размеров поперечных сечений a при заданном пролете L .

Ниже приведены два примера оптимальных оболочек. Оба они получены при $0,1 \leq K \leq 1,0$; $3 \leq \lambda \leq 11$ и $0,02 \leq \varepsilon \leq 0,06$. Для первого примера заданная несущая способность составляла $p_* = 0,002$, и было получено решение

$$\varepsilon = 0,03; \quad \lambda = 5; \quad K = 0,5; \quad p = 0,00217. \quad (11)$$

Во втором примере заданная несущая способность была повышена в полтора раза $p_* = 0,003$, и был получен проект

$$\varepsilon = 0,013; \quad \lambda = 3; \quad K = 0,1; \quad p = 0,00326. \quad (12)$$

Сравнивая проекты (11) и (12), отметим, что увеличение требуемой прочности p_* в полтора раза в проекте (12) удалось получить за счет изменения формы без привлечения дополнительного материала, то есть при таких же значениях целевой функции $\varepsilon = 0,03$, что и в проекте (11).

Л и т е р а т у р а

1. Д е х т я р ь А.С. Несущая способность непризматических оболочек // Сопротивление материалов и теория сооружений. - 1990. - Вып.57. - С.22 - 25.

2. Д е х т я р ь А.С. Несущая способность коробчатых конструкций // Строительная механика и расчет сооружений. - 1987. - № 3. - С.11 - 17.