

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. И. Маневич, С. В. Ракша, Нелинейная задача устойчивости сжатых тонкостенных стержней трапециевидного сечения с учетом взаимодействия форм, *Исслед. по теор. пластин и оболочек*, 1992, выпуск 25, 64–70

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 178.205.19.235

7 июня 2024 г., 16:16:41



В эксперименте регистрировалось давление в момент хлопка, которое принималось в качестве критического. Соответствующее значение параметра \bar{q}_0^{on} сопоставляется с результатом теоретических подсчетов \bar{q}_0 по предлагаемой методике. В качестве второго условия для определения коэффициентов α_4 и α_5 использовались данные замеров \bar{w}_* при \bar{q}_* . Это условие приобретает вид

$$\bar{q}_* = F(\varepsilon_*) + \alpha_4 \left(\frac{\varepsilon_*}{\varepsilon_0} \right)^4 + \alpha_5 \left(\frac{\varepsilon_*}{\varepsilon_0} \right), \quad \bar{\varepsilon}_*^2 = \frac{2}{(\bar{q}_0 + \bar{w}_*) \sqrt{3(1 - \nu^2)}} \quad (10)$$

Сопоставление данных теории и эксперимента позволяет говорить об их хорошем соответствии для оболочек I - 6. Некоторое их расхождение для оболочек 7 - 8 объясняется, по-видимому, наличием существенного поля остаточных напряжений, которые учитываются предлагаемой методикой лишь в первом приближении.

Л и т е р а т у р а

1. Б э б л о к Ч.Д. Эксперименты по устойчивости оболочек // Тонкостенные оболочечные конструкции. - М.: Машиностроение, 1980. - С.355 - 379.

2. Е в к и н А.Ю. О новом подходе к асимптотическому интегрированию уравнений теории пологих выпуклых оболочек в закритической стадии // ПММ. - 1989. - Т.53. - Вып.1. - С.115 - 120.

3. Г а б р и л ь я н ц А.Г., Ф е о д о с ь е в В.И. Об осесимметричных формах равновесия упругой сферической оболочки, находящейся под действием равномерно распределенного давления // ПММ. - 1961. - Т.25. - Вып.6. - С.1091 - 1101.

4. Г р и г о л ю к Э.И., М а м а й В.И. Механика деформирования сферических оболочек. М., 1983. - 114 с.

А.И.Маневич, С.В.Ракша

НЕЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА УСТОЙЧИВОСТИ СЖАТЫХ ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ ТРАПЕЦИЕВИДНОГО СЕЧЕНИЯ С УЧЕТОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФОРМ

При проектировании сжатых тонкостенных стержней, в частности, прямоугольного или трапециевидного сечения, обычно стремятся обеспечить равноустойчивость по общей (эйлеровой) и местной фор -

мам потери устойчивости (рис. I). Экспериментальные исследования показывают, что для таких стоек, близких к равноустойчивым, критическая (предельная) нагрузка на 25 - 30 % ниже расчетного значения по линейной теории [1]. Тот факт, что наибольшие расхождения отмечаются именно для равноустойчивых конструкций, позволяет предположить, что основной причиной снижения предельной нагрузки является взаимодействие форм общего и местного выпучивания.

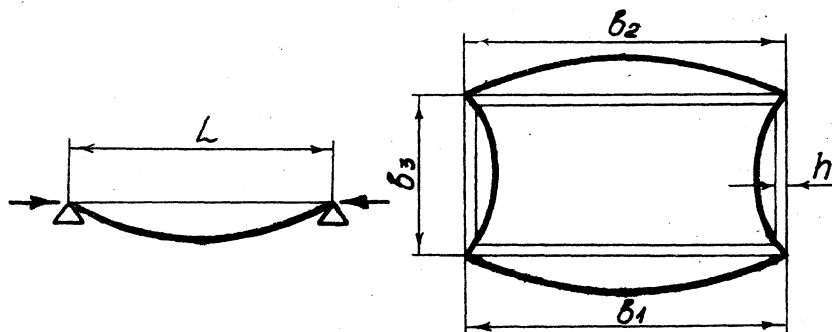


Рис. I. Общая (а) и местная (б) формы выпучивания

Однако при решении задачи о связанном выпучивании стержней полого прямоугольного сечения возникают трудности, обусловленные тем, что кубические члены в энергии, отражающие взаимодействие общей формы с каждой из местных форм (в первом нелинейном приближении), обращаются в нуль (вследствие двойной симметрии сечения). Для описания взаимодействия общей и местных форм приходится учитывать члены четвертой степени в энергии и строить второе приближение, но здесь также возникает принципиальная трудность - задача определения смешанной формы второго порядка оказывается плохо обусловленной вследствие густоты спектра собственных значений для коротковолновых местных форм.

В [2] было предложено учитывать, наряду с "первичной" местной формой, так называемую "вторичную" местную форму, имеющую ту же длину волны, но другой профиль (и другой характер симметрии). Наложение этой формы на первичную позволяет учесть изменение местного волнообразования, обусловленное общим прогибом. Возникающая при этом наложении несимметричность местного прогиба приводит к появлению кубического члена в энергии. При этом отпадает необ-

ходимость расчета смешанной формы второго порядка, так как по — ледняя, как показано в [3], по существу совпадает с вторичной формой. В данной работе в указанной постановке рассмотрена задача о потере устойчивости центрально-сжатого полого стержня трапециевидного и прямоугольного сечения. Основное внимание уделено воп — росу о роли вторичной местной формы и оценке параметров сечения, при которых учет этой формы необходим.

Первый этап исследования состоит в решении линейной задачи устойчивости стержня. При расчете общей формы использовалась схема эйлеровой стойки (на краях принимались условия шарнирного опи — рания). При расчете местных форм стержень рассматривался как со — членение пластин и строилось точное решение задачи при выполнении на линиях контакта пластин условий кинематического и силового со — сопряжения (при равенстве нулю перемещений линии контакта). Использо — вание матричной формы решения позволяет получить в достаточно простом виде характеристическое уравнение и построить собственные формы. Определялось число полуволн m по длине, для которого критическое напряжение было минимальным, для указанных m вычис — лось несколько следующих корней трансцендентного характери — стического уравнения и строились соответствующие моды (собственные формы).

На рисунке 2 приведены первая и вторичная местные формы (со — ответствующие двум первым корням) для стержня трапециевидного се — чения и указаны безразмерные критические напряжения $\sigma^*(i) = (\sigma^{(i)}/E) \cdot 10^3$ для этих форм (i — номер моды).

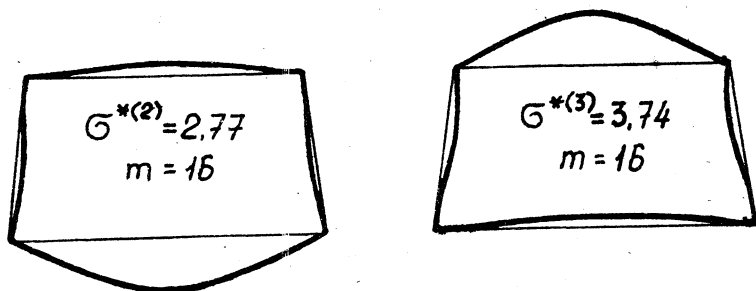


Рис.2. Первая (а) и вторичная (б) местные формы стержня с параметрами $b_1/L = 0,08$, $b_2/b_1 = 0,875$, $t_i/b_1 = 0,02375$

При решении нелинейной задачи устойчивости поле перемещений U для каждой из пластин, составляющих сечение, представляется в виде наложения общей и указанных двух местных форм

$$U = \varepsilon_1 U_1 + \varepsilon_2 U_2 + \varepsilon_3 U_3, \quad (1)$$

где $U_i = (u_i, v_i, w_i)$ — i -я собственная форма ($i = 1$ соответствует общей форме, $i = 2$ — местной форме с минимальным критическим напряжением (первой местной форме), $i = 3$ — вторичной местной форме). Собственные формы нормировались условием равенства максимального прогиба наибольшей из толщин пластин, составляющих стержень. Как показано в общей асимптотической теории устойчивости [4], представление конечного прогиба в виде линейной комбинации мод с критическими напряжениями, близкими к минимальному (типа (1)), является достаточным при решении задачи в первом нелинейном приближении (учет "поправок" к указанным модам влияет лишь на неучитываемые члены четвертой степени в энергии).

Начальные несовершенства U^* задавались в форме, аналогичной (1), $U^* = \sum_{i=1}^3 \varepsilon_i^* U_i$, где ε_i^* — амплитуда начальной погиби по i -й форме (отнесенная к наибольшей толщине пластины).

На основании известных результатов общей асимптотической теории устойчивости [4, 5] потенциальная энергия при отбрасывании членов выше третьей степени относительно ε_i (и сохранении лишь главных членов, связанных с несовершенствами ε_i^*) записывается в виде

$$\Pi = a_0 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 a_i \varepsilon_i^2 \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_i}\right) + \frac{1}{3} a_{111} \varepsilon_1^3 + a_{122} \varepsilon_1 \varepsilon_2^2 + \\ + a_{133} \varepsilon_1 \varepsilon_3^2 + a_{123} \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \sum_{i=1}^3 a_i \varepsilon_i \varepsilon_i^* \frac{\lambda}{\lambda_i}, \quad (2)$$

где λ — параметр нагрузки, λ_i — критическое значение λ для i -й формы, коэффициенты a_i , a_{ijk} вычисляются по известным формулам [4, 5]. В частности,

$$a_{ijk} = \iint_S [T_1^{(i)} w_{,x}^{(j)} w_{,x}^{(k)} + T_2^{(i)} w_{,y}^{(j)} w_{,y}^{(k)} + \\ + S_{12}^{(i)} (w_{,x}^{(j)} w_{,y}^{(k)} + w_{,y}^{(j)} w_{,x}^{(k)})] ds, \quad (3)$$

где T_1, T_2, S_{12} - мембранные усилия, верхний индекс в скобках - номер собственной формы, интегрирование выполняется по срединным плоскостям всех пластин. Для прямоугольного сечения (в отличие от трапециевидного) коэффициенты U_{ij} тождественно равны нулю вследствие погашения интегралов, вычисляемых по участкам стержня, лежащим по разные стороны от нейтральной плоскости при общем изгибе. Эффект взаимодействия форм учитывается членом $U_{123} \zeta_1 \zeta_2 \zeta_3$, который появляется лишь благодаря учету вторичной местной формы U_3 .

Равновесные ветви строились при помощи прямой процедуры минимизации потенциальной энергии как функции ζ_i ($i = 1 - 3$) при данном λ с вычислением для точек равновесной ветви гессиана (якобиана \dot{I} соответствующей системы уравнений равновесия). Соединение этой процедуры с решением уравнения $\dot{I} = 0$ методом секущих позволило определить предельные точки или точки бифуркации.

В численном эксперименте рассматривались различные варианты стержней, близких к равноустойчивым по общей и местной формам. При фиксированной ширине большей полки b_1 и высоте сечения изменялась ширина меньшей полки b_2 (вплоть до значения $b_2/b_1 = 1$, то есть до прямоугольника).

Данные линейного расчета показывают, что для трапециевидного профиля критическое напряжение вторичной местной формы $\sigma^{(3)}$, как правило, заметно превышает величину $\sigma^{(2)}$ (для первой местной формы), но при переходе к прямоугольнику $\sigma^{(3)}$ приближается к $\sigma^{(2)}$ (рис. 3). Соответственно возрастает коэффициент $|a_{123}|$ (одновременно с уменьшением $|a_{122}|$ и $|a_{133}|$).

Результаты нелинейного расчета показывают, что учет вторичной местной формы для трапециевидного профиля приводит к несущественному уточнению предельного напряжения σ_* , кроме сечений, очень близких к прямоугольным. Взаимодействие общей и первой местной формы приводит к снижению предельной нагрузки на 25 - 35 % при общей погиби порядка толщины пластины h и местной погиби порядка $0,1h + 0,2h$. При этом опасным является лишь одно направление общего прогиба - в сторону меньшей полки (тогда большая полка при изгибе догружается), а при обратном направлении общего изгиба выпучивание будет несвязанным (только общая форма). Для сечений, близких к прямоугольному, "двумодальный" расчет оказывается недостаточным, с приближением b_2/b_1 к единице расхождение с

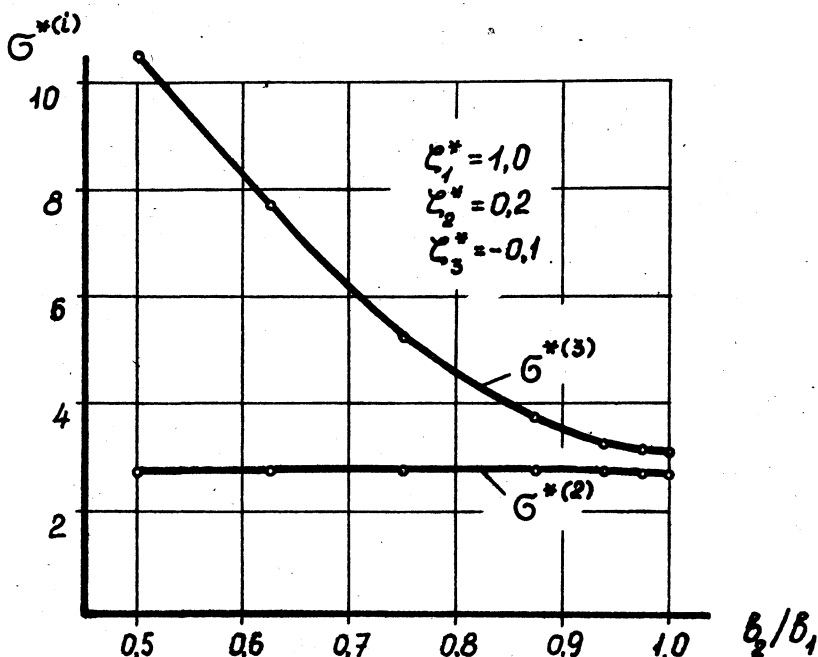


Рис. 3. Зависимость критического напряжения $\sigma^{*(i)}$ от геометрических параметров сечения стержня

"трехмодальным" расчетом резко возрастает. Опасными будут оба направления общего прогиба (хотя и с различным падением несущей способности). В предельном случае $b_2/b_1 = 1$ (прямоугольное сечение) при учете U_3 было получено $\sigma_*/\sigma^{(1)} = 0.7 + 0.8$, тогда как в двумодальном расчете $\sigma_*/\sigma^{(1)} = 1$.

Результаты численного эксперимента позволяют сделать вывод о том, что учет вторичной местной формы необходим для стержней прямоугольного сечения и трапециевидных сечений, очень близких к прямоугольному (примерно при $b_2/b_1 > 0.92 + 0.95$).

Л и т е р а т у р а

I. Re i s A.J., R o o r d a J. The interaction between lateral-torsional and local plate buckling in thin-walled beams // Stability of Steel Structures (Preliminary Reports). - 1977. - P. 415 - 425.

2. Koiter W.T., Neut A. van der. Interaction between local and overall buckling of stiffened compression panels // Thin-walled structures. - 1980. - Part.I. - P.51 - 66.

3. Sridharan S., Ali M.A. An improved interactive buckling analysis of thin-walled columns having doubly symmetric sections // Int. J. Solids and Structures. - 1986. - V.22. - n 4. - P.429 - 443.

4. Койтер В.Т. Устойчивость и закритическое поведение упругих систем // Механика. - 1960. - № 5. - С.99 - 110.

5. Маневич А.И. К теории связанной потери устойчивости подкрепленных тонкостенных конструкций // Прикладная математика и механика. - 1982. - Т.46. - Вып.2. - С.337 - 345.

В.В. Чупин

СИЛЬНЫЙ ИЗГИБ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ ПРИ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ НАГРУЖЕНИИ

В настоящее время для определения осесимметричного напряженно-деформированного состояния (НДС) составных оболочек вращения, работающих в условиях среднего изгиба [1], разработаны эффективные численные методы расчета [2, 3]. Однако методы расчета для тонкостенных систем, работающих в условиях сильного изгиба [1], стали разрабатываться сравнительно недавно [4, 5].

В работах [4, 6] предлагается для отыскания НДС составных оболочек вращения использовать шаговый процесс нагружения в предположении, что в процессе каждого этапа нагружения система испытывает дополнительный средний изгиб. Это позволяет представить сильный изгиб оболочки в виде последовательности средних изгибов, а накопленную погрешность в суммарном решении удалить путем решения исходных нелинейных уравнений сильного изгиба, но уже имея для них хорошее начальное приближение.

I. Запишем исходную нелинейную краевую задачу сильного изгиба для составных оболочек под действием осесимметричных нагрузок в виде [7]

$$\frac{d\vec{y}}{ds} = \vec{f}(s, \vec{y}, q), \quad (s_0 \leq s \leq s_N), \quad \frac{dq}{ds} = 0, \quad (I)$$