В. И. Самсонов, Выпучивание композитных цилиндрических оболочек при динамическом нагружении, *Исслед. по теор. пластин и оболочек*, 1992, выпуск 25, 121–129

В.И.Самсонов

ВЫПУЧИВАНИЕ КОМПОЗИТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

В ряде работ [I, 2, 3] на основе структурного подхода, который дает возможность предсказать свойства КМ в зависимости от его конструкционных параметров, были построены разрешающие уравнения изгиба, устойчивости и колебаний слоистых композитных оболочек, которыми также можно описать поведение подкрепленных продольным и поперечным наборами (а также гладких однослойных) армированных оболочек [I]. Заложенные в основу построения расчетных моделей кинематические гипотезы согласуются с физическими уравнениями состояния и обеспечивают условия непрерывности не только основных перемещений по высоте пакета, но и касательных усилий. При этом учтены характерные для КМ сдвиговые особенности деформирования, а использование для построения моделей вариационных принципов дает одновременно и естественные граничные условия.

В случае отсутствия касательных усилий на ограничивающих слоистую оболочку внешних поверхностях разрешающие уравнения движения ее в обобщенных перемещениях имеют вид [I, 2]

$$(A-B)\bar{u}+\varepsilon^{-2}\bar{p}=0\ , \tag{I}$$

$$\bar{Q}\,\delta\bar{u}\big|_{\Gamma}=0\ , \tag{2}$$

где A – кинематическая матрица-оператор, B – матрица-оператор инерции, $\bar{u}$, $\bar{p}$ – векторы обобщенных перемещений и внешней поверхностной нагрузки (здесь отличен от нуля только параметр нормальной нагрузки $\varepsilon^{-2}z$; Q , $\delta\bar{u}$ – соответственно векторы обобщенных усилий и вариаций обобщенных перемещений на Γ-линии, ограничивающей отсчетную (срединную среднего слоя) поверхность пологой оболочки.

Краевая задача (I) и (2) в общем случае нелинейная, общий порядок системы (I) равен двенадцати и не зависит от числа слоев и их расположения. В отличие от классических моделей, сдвиговые деформации и напряжения определяются естественным образом через соответствующие соотношения упругости, приведенные в [I].

Используем сначала систему (I) и (2) для исследования поведения трехслойной цилиндрической композитной оболочки под воздействием сверхзвукового потока газа по направлению образующей с невозмущенной скоростью U . Нормальная составляющая скорости при этом будет $u = W'_t + U W'_{x_1}$, избыточное давление, соответствующее "поршневой" теории [4], в первом приближении

$$p = (p_0 \varkappa / C_0)\left(\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x_1}\right),$$

где p_0 , C_0 , $\varkappa$ – известные величины. Нормальная нагрузка p_0 , входящая в исходную систему (I), согласно [5], имеет вид

$$\varepsilon^{-2} Z = -2\rho R^2 \overset{\circ}{\varepsilon} \frac{\partial W}{\partial t} - \varepsilon^{-1} \varkappa p_0 \left(\frac{R}{C_0} \frac{\partial W}{\partial t} + M \frac{\partial W}{\partial \xi_1}\right), \qquad (3)$$

здесь $\overset{\circ}{\varepsilon}$ – коэффициент затухания, ρ – средняя плотность материала оболочки, H – полная толщина трехслойного цилиндра, $M = U / C_0$, R – радиус срединной поверхности, $\xi_1 = x_1 / R$ – безразмерная координата вдоль образующей цилиндра, $\varepsilon = H/R$. С учетом выражения (3) система уравнений (I) может описывать как статический процесс устойчивости пологой оболочки (дивергенцию), так и колебательный вид наступления неустойчивости (флаттер).

При решении задачи аэродинамической устойчивости обычно исходят из линейной системы уравнений и принимают искомые функции в виде [5]

$$\{u_j, \alpha_j, W\} = \{i A_j, i A_{j+2}, A_5\} \exp[i(\omega t - \theta \xi_1 - n \xi_2)], \qquad (4)$$

где A_S($S = \overrightarrow{1,5}$) – некоторые комплексные коэффициенты, ω – комплексная частота колебаний оболочки, $\theta = \pi R / \lambda$, $\lambda = L / m$ – длина полуволны в направлении образующей, n – целое число волн по окружности, $\xi_i = x_i / R$ (i = I,2) – безразмерные координаты, t – параметр времени, i – мнимая единица. Подстановка аппроксимаций (4) в исходную линеаризованную систему, полученную из (I), приводит к алгебраической системе уравнений относительно амплитудных значений A_S, из которой получаем

$$(1 + \varepsilon^2 \mathcal{D}_0^*)\omega^2 - i\omega(2\overset{\circ}{\varepsilon} + \mu) - \bar{M} / \rho R^2 \bar{M}_{01} + i \mu k U = 0, \qquad (5)$$

где $k = \pi / \lambda$; $\mu = \varkappa p_0 / \rho H C_0$; $\mathcal{D}_0^*$ – структурно-геометрический параметр от изгибных сил инерции; $\bar{M}$, $\bar{M}_{01}$ – определители, элементы которых содержат жесткостные и геометрические характеристики оболочки [I, 2].

Из выражений (4) видно, что характер движения оболочки определяется по ее частоте колебаний ω, которая находится из уравнений (5) при заданных параметрах нагружения, физических и геометрических параметрах. Если мнимая часть ω положительна, то исходная оболочка будет устойчива по отношению к малым возмущениям. Критическую скорость потока, при которой наблюдается переход к неустойчивым формам движения с нарастающей амплитудой, определим из условия $\mathrm{Im}\,\omega = 0$. Это условие приводит к двум равенствам

$$(1+\varepsilon^2 \mathcal{D}_0^*)\omega_1^2 - \bar{M}/\rho R^2 M_{01} = 0\,, \qquad (6)$$
$$\mu k U^* = \omega_1 (2\overset{\circ}{\varepsilon} + \mu)\,.$$

Из первого соотношения находим частоту ω_1 собственных колебаний оболочки, а для критической скорости U^* флаттера получим

$$U^*/c = \frac{n}{\eta}\left[\bar{M}/(1+\varepsilon^2 \mathcal{D}_0^*)\bar{M}_{01}\right]^{\frac{1}{2}}(1+2\overset{\circ}{\varepsilon}/\mu)\,, \qquad (7)$$

где $c=\sqrt{E_0/\rho}$ – скорость звука в материале оболочки, $\eta = \theta/n$. Минимизируя выражение (8) по η и n, найдем окончательно значение относительной критической скорости автоколебаний слоистой оболочки.

В качестве примера расчета по формуле (8) рассмотрим оболочку со следующими параметрами: ε = 0,05; $h_{01} = h_{02} =$ 0,25; h_{03} = 0,5; $h_{0S} = h_S/H$, h_S (S = I,2,3) – толщина слоев, $H = h_1 + h_2 + h_3$. Структура оболочки по слоям принята следующей:

Слои	Вариант I	Вариант 2	Вариант 3
	кривая I, рис.I	кривая 2, рис. I	рис.2
I	$0, 0, \Omega_0/2, \Omega_0/2$	$\Omega_0, 0, 0, 0$	$\Omega_0, 0, 0, 0$
2	$0, \Omega_0, 0, 0$	$0, 0, \Omega_0/2, \Omega_0/2$	$0, \Omega_0, 0, 0$
3	$\Omega_0, 0, 0, 0$	$0, \Omega_0, 0, 0$	$0, 0, \Omega_0/2, \Omega_0/2$

Здесь в строках каждого варианта приведены значения $\omega_{KK}^{S} (K=\overline{I,4})$ соответственно $\omega_{KK}^{(S)} = \omega_K^{(S)} E/E_0$. Кроме того, использовано условие [2] $\sum\limits_S h_{0S}\Omega_{0S} = \Omega_0$, где $\Omega_{0S} = \sum\limits_K \omega_{KK}^{(S)}$, $\Omega_0 = \hat{C}_0 E/E_0$, $\omega_a^{(S)} = \sum\limits_K \omega_K^{(S)}$, E, E_0 – модули Юнга армирующих элементов и связующего, $\hat{C}_0$ – общее объемное содержание наполнителя в пакете оболочки, $\omega_a^{(S)}$ – объемное содержание армирующих элементов в S-м слое. Приведенное условие дает возможность варьирования структурными параметрами в слоях с целью выбора наилучшего проекта трех-слойной оболочки под заданный спектр нагружения (в данном случае максимизирующее величину U^*/C).

На рисунках I и 2 приведены зависимости U^*/C от угла наклона косых семейств армирования в слое $\chi^{(S)}$ (S = I,2,3) для Ω_0 = 24 (сплошные линии) – армирование стекловолокном и Ω_0 = 96 (пунктирные линии) – армирование нитями бора или углеволокном. Результаты вычислений показывают, что варьированием только углом укладки нитей косых семейств в слоях можно значительно увеличить критическую скорость потока, причем наибольший эффект достигается при армировании высокомодульными волокнами. С уменьшением параметра η (ростом n) максимальное значение $U^*(\chi)$ смещается в сторону больших значений угла $\chi^{(3)}$, как и при определении частот собственных колебаний такой оболочки [I], при этом эффект от изменения жесткостей в среднем слое снижается (см. рис.I).

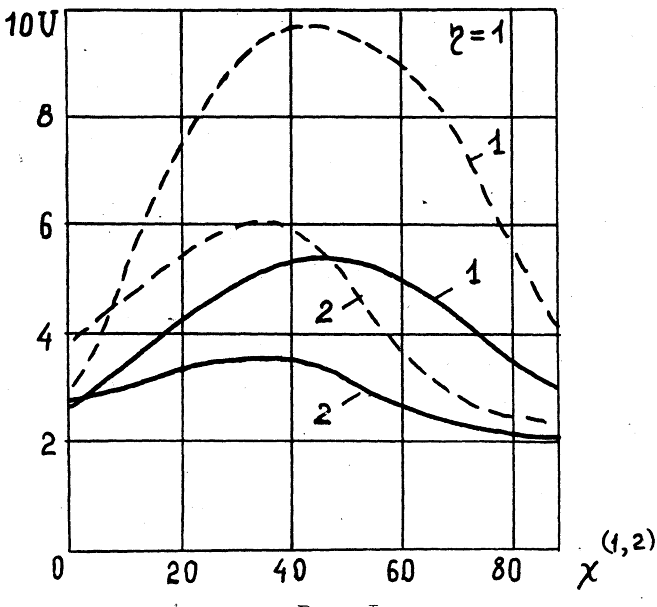

Рис. I

Заметим, что в отличие от результатов настоящей работы для несимметричных форм неустойчивости в. [5] приведены примеры только для симметричных форм потери устойчивости ($n = 0$), и критическая скорость принимает максимальное значение, когда главные направления упругости материала оболочки совпадают с главными геометрическими направлениями. Поэтому для полного исследования задачи необходимо рассматривать обе формы неустойчивости и анализировать получаемые результаты для окончательных практических рекомендаций.

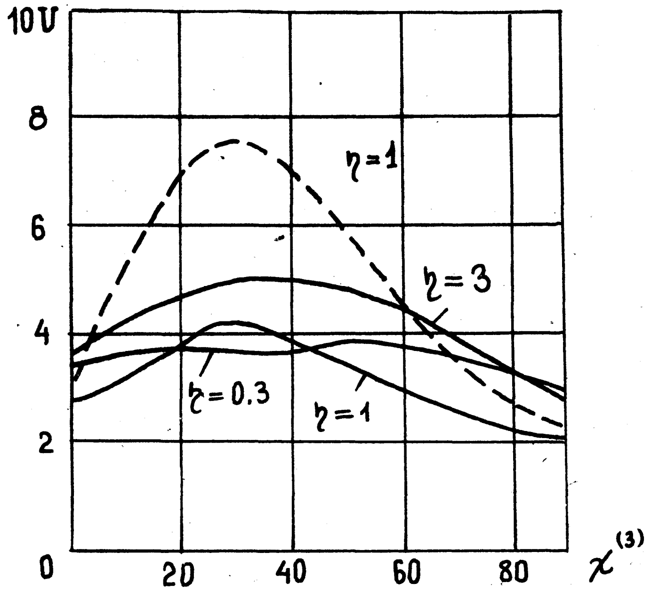

Рис. 2

Воспользуемся теперь системой (I) для рассмотрения процесса выпучивания цилиндрической оболочки из композитного материала под действием апериодического динамического воздействия, которым могут быть осевое сжатие или боковое давление, либо то и другое одновременно. Используя процедуру решения задачи (I) и (2) по [2], приходим к разрешающей системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно амплитудных коэффициентов нормального прогиба трехслойной оболочки

$$\zeta_1(1-a_0 t_*)-a_1\zeta_1\zeta_2+a_2\zeta_1\zeta_2^2+a_3\zeta_1^3+\frac{1}{S}\frac{d^2\zeta_1}{dt_*^2}=0,$$
$$\zeta_2(a_4-a_5 t_*)-a_6\zeta_2^2-a_7\zeta_1^2+a_8\zeta_2\zeta_1^2+a_9\zeta_2^3+\frac{6\varepsilon^{-1}}{S}\frac{d^2\zeta_2}{dt_*^2}=0. \qquad (8)$$

Здесь ζ_1 и ζ_2 безразмерные амплитудные значения; a_0, a_1, ..., a_9 – коэффициенты, содержащие физические и геометрические параметры оболочки [2]; $t_* = St/\lambda_0$ – безразмерный параметр времени; $S=(cE_0)^2 n^4 \lambda_0^2 \bar{M} / (SR)^2 \bar{M}_{01}$, S – скорость нарастания внешней нагрузки, λ_0 – параметр минимальной верхней критической нагрузки, полученный из решения линейной статической задачи.

Исследование процесса выпучивания (нелинейных колебаний) цилиндрической трехслойной оболочки здесь проводится для следующего процесса нагружения:

$$\lambda/\lambda_0 = \begin{cases} \text{I.}\ t_*, & 0 \le t_* \le t_*^0 = S t_0/\lambda_0, \\ \text{II.}\ t_*^0, & t_* \ge t_*^0, \\ \text{III.}\ t_*^0\left(1+\frac{S_1}{S}\right)-S_1\frac{t_*}{S}, & t_*^0 \le t_* \le \left(1+\frac{S}{S_1}\right)t_*^0, \end{cases} \qquad (9)$$

где S_1 – скорость падения нагрузки на последнем этапе нагружения. Последнее ограничение по времени (9) соответствует нулевому значению внешнего воздействия. Поведение оболочки в период нарастания нагрузки со скоростью S или в период падения ее скоростью S_1 характеризуется, например, величиной максимального параметра прогиба ζ_1 [7]. Считаем, что неустойчивость оболочки наступает в тот период, если стрела максимального прогиба превышает статический прогиб, отвечающий наибольшему значению внешнего воздействия. Другие авторы, например [8], считают опасной такую нагрузку, при которой интенсивность напряжений достигает предельной величины.

Таким образом, при решении задачи о динамическом поведении трехслойной композитной оболочки будем исходить из системы (8) с программой нагружения по (9). Система была проинтегрирована численным методом Рунге – Кутта с начальными условиями $\zeta_1 = \zeta_2 = 10^{-3}$ и $\dot{\zeta}_1 = \dot{\zeta}_2 = 0$ при $t_* = 0$. В других случаях можно задавать скорости прогиба в начальный момент, полагая прогибы равными нулю. Для рассмотренных здесь скоростей нагружения S и S_1 такая замена начальных данных не сказывалась существенно на процессе динамического поведения оболочки.

Так, на рисунках 3, 4 приведены кривые зависимостей $\zeta_1(t_*)$ для случая нагружения (9) трехслойного цилиндра динамическим осевым сжатием ($t_1^0 = 1$, $t_2^0 = 0$, t_1^0 , t_2^0 - безразмерные параметры осевого и бокового давлений соответственно) со скоростью нагружения $S = 10^4$ ат/сек (рис.3). Структура оболочки соответствует ва-

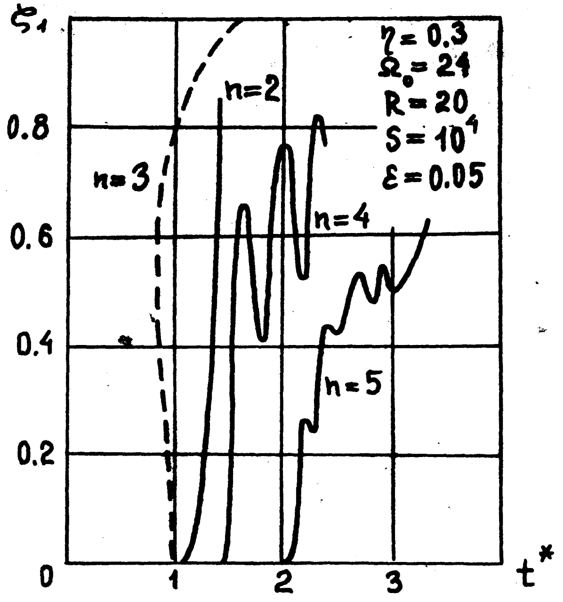

Рис. 3

рианту 3, рис.2. В расчетах также принималось: модуль Юнга связующего $E_0 = 4{,}2\cdot 10^4$ кг/см^2, скорость звука в материале оболочки $C = 10^4$ см/сек, $\varepsilon = H/R = 0{,}05$; $h_{01} = h_{02} = 0{,}25$; $h_{03} = 0{,}5$; $\eta = m\pi R/nL = 0{,}3 \div 3$; $G^* = G^0/E_0 = 0{,}3$. Числовые значения других параметров, а также параметра волнообразования в окружном направлении n , при котором начинается быстрый рост амплитуды прогиба ζ_1 при минимальном t_*(t_* - отношение текущей нагрузки к минимальному значению критической статической величины), указаны на приводимых рисунках. Пунктирным линиям соответствуют решения нелинейной статической задачи по формуле [6]. Как видно из рисунков 3 и 4, динамическое поведение характеризуется возрастанием коэффициента динамичности с ростом n и уменьшением амплитуды "прощелкивания" ζ_1 к новому состоянию с ростом S ;

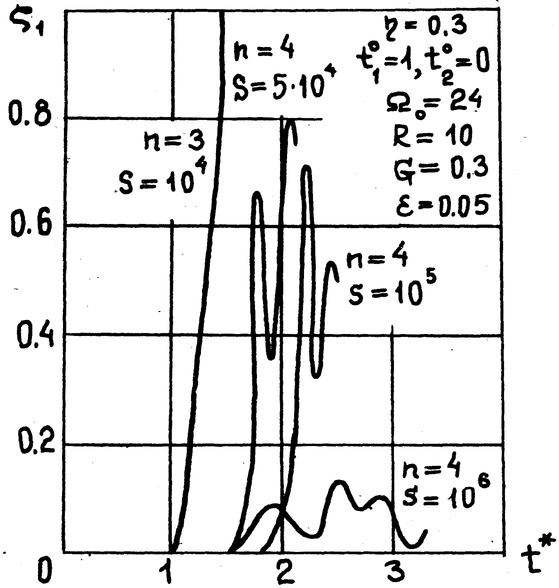

Рис. 4

уменьшение комбинированного параметра волнообразования η и рост параметра R приводят к росту коэффициента динамичности и амплитуды ζ_1. Аналогичная картина наблюдается и при нагружении трехслойного цилиндра всесторонним динамическим давлением (t_1^0 =0,5, t_2^0 = I), однако характер волнообразования в этом случае ближе к статическому. Перестановка местами верхнего и нижнего слоев приводит здесь только к изменению статической кривой: оболочка становится как бы более "чувствительной" к послекритическому деформированию [2]. При увеличении на начальном участке скоростей нагружения увеличивается число волн m и n , при которых начинается быстрый рост амплитуды ζ_1 и при этом растет существенно коэффициент динамичности.

Таким образом, используемая здесь расчетная модель оболочки и предложенная методика ее реализации позволяют всесторонне исследовать процесс статического и динамического поведения слоистой оболочки для широкого диапазона изменений многочисленных струк - турных параметров, выявить особенности ее деформирования и тем самым дают возможность целенаправленного проектирования оболочки под заданный спектр нагрузок.

Литература

I. Самсонов В.И. Динамическая устойчивость слоистых оболочек из композитного материала // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Материалы IX Всесоюзной конференции. Новосибирск, 1986. - С.262 - 272.

2. Немировский Ю.В., Самсонов В.И. Устойчивость слоистых композитных оболочек при динамическом нагружении // Устойчивость в механике деформируемого твердого тела: Материалы 2-го Всесоюзного симпозиума. Калинин, 1986. - С.138 - 143.

3. Андреев А.Н., Немировский Ю.В. К теории упругости многослойных анизотропных оболочек // Известия АН СССР, МТТ. - 1977. - № 5. - С.87 - 96.

4. Ильюшин А.А. Закон плоских сечений в аэродинамике больших сверхзвуковых скоростей // ПММ. - 1956. - Т.20. - № 6. - С.733 - 755.

5. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. - М.: Наука, 1974. - 446 с.

6. Самсонов В.И., Хакимов Э.М. Влияние формы импульса на устойчивость трехслойных композитных цилиндров // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Материалы X Всесоюзной конференции. Новосибирск, 1988. - С.251-257.

7. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. - М.: Наука, 1972. - 432 с.

8. Богданович А.Е. Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. - Рига: Зинатне, 1987. - 295 с.