В. Л. Лобысев, А. А. Михайлов, Б. И. Гуревич, Расчет нестационарного взаимодействия цилиндрической оболочки с упругой средой, *Исслед. по теор. пластин и оболочек*, 1992, выпуск 25, 9–14

4. А к и К., Р и ч а р д с П. Количественная сейсмология. – М.: Мир, 1983. – Т.1. – 519 с.

5. Г р и н ч е н к о В.Т., У л и т к о А.Ф., Ш у л ь г а Н.А. Электроупругость. – Киев: Наукова думка, 1989. – 279 с.

6. У л и т к о А.Ф. Метод собственных векторных функций в пространственных задачах теории упругости. – Киев: Наукова думка, 1979. – 261 с.

В.Л.Лобысев, А.А.Михайлов, Б.И.Гуревич

РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С УПРУГОЙ СРЕДОЙ

В линейно-упругой среде с параметрами Ламэ λ, μ и плотностью ρ размещены полость и включение цилиндрической формы, оси которых параллельны. Радиусы полости и включения соответственно l_0 и l, расстояние между ними r_0 (рис.1). Включение представляет собой тонкостенную круговую цилиндрическую оболочку толщиной h, плотностью ρ_0, с модулем упругости E и коэффициентом Пуассона ν.

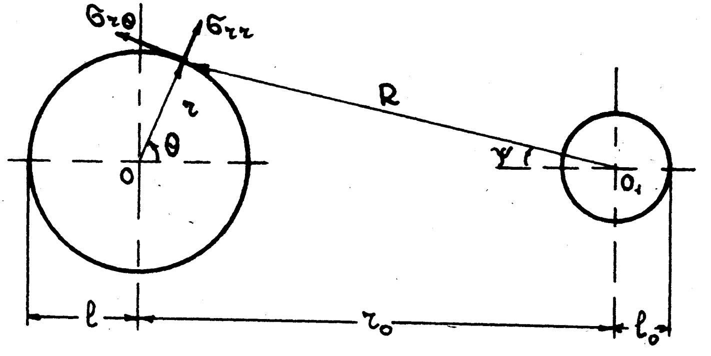

Рис. 1

В начальный момент времени из состояния покоя начинается радиальное расширение полости по некоторому закону $W_{пол}(t)$. Возникшая в окружающей полость упругой среде цилиндрическая волна достигает оболочки, дифрагируя на ней и деформируя ее. Движение оболочки описывается системой волновых уравнений типа Тимошенко

$$\begin{cases} c_0^2\left(\dfrac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}+\dfrac{\partial \psi}{\partial \theta}\right)+\dfrac{\partial v}{\partial \theta}-w-\beta^2\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2}=-\dfrac{2\beta^2}{m_0}q(\theta,t), \\ \dfrac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2}-\alpha^2\psi-\beta^2\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}-\alpha^2\dfrac{\partial w}{\partial \theta}=0, \\ \dfrac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}-\beta^2\dfrac{\partial^2 v}{\partial t^2}-\dfrac{\partial w}{\partial \theta}=0, \end{cases}$$

где $w(t,\theta), v(t,\theta), \psi(t,\theta)$ – радиальная и касательная составляющие перемещения срединной поверхности оболочки и угол поворота ее нормального сечения,

$$c_0^2=\frac{1-\nu}{2}k^2,\quad \alpha^2=12\,c_0^2\frac{\ell^2}{h^2},\quad \beta^2=\frac{\lambda+2\mu}{\rho}\cdot\frac{\rho_0(1-\nu^2)}{E},$$

$m_0=2h\rho_0\ell^{-1}\rho^{-1}$, k – коэффициент формы сечения, $q(\theta,t)$ – внешняя нагрузка на оболочку,

$$q(\theta,t)=\sigma_{rr}^{(пад)}(\theta,t)+\sigma_{rr}^{(отр)}(\theta,t)+\sigma_{rr}^{(изл)}(\theta,t). \tag{I}$$

Составляющие нагрузки в (I) обусловлены воздействием на оболочку следующих упругих волн:

- прямой (падающей) волны, распространяющейся от расширяющейся полости;
- отраженных волн, возникающих при взаимодействии падающей волны с жестким неподвижным включением;
- волн излучения, вызванных движением и деформацией оболочки.

Для указанных в (I) величин можно получить следующие изображения по Лапласу:

$$\frac{1}{\lambda+2\mu}\tilde{\sigma}_{rr}^{(пад)}(\theta,s)=-\frac{s\tilde{W}_{пол}(s)}{K_1(s\ell_0)}\sum_{m=0}^{\infty}(2-\delta_{m,0})\left[(1-\gamma^2)\tilde{\varphi}_{0,m}(s)+\right.$$
$$\left.+\gamma^2\tilde{\varphi}_{2,m}(s)\right]\cos m\theta, \tag{2}$$

$$\frac{1}{\lambda+2\mu}\,\tilde{\sigma}^{(\text{отр})}_{rr}(\theta,s)=-\frac{s\tilde{W}_{\text{пол}}(s)}{K_1(s l_0)}\,\gamma^2\sum_{m=0}^{\infty}(2-\delta_{m,0})\cos m\theta\,\times$$

$$\times\left[s\tilde{h}^{(1)}_m(s)\tilde{\varphi}_{1,m}(s)+m\,\tilde{h}^{(2)}_m(s)\tilde{\varphi}_{2,m}(s)\right], \tag{3}$$

$$\frac{1}{\lambda+2\mu}\,\tilde{\sigma}^{(\text{изл})}_{rr}(\theta,s)=-\gamma^2\sum_{m=0}^{\infty}(2-\delta_{m,0})\cos m\theta\,\tilde{h}^{(1)}_m(s)\,s^2\,\tilde{\ddot{w}}_m(s),$$

где s – параметр преобразования Лапласа по времени,

$$\tilde{\varphi}_{n,m}(s)=K_m(s r_0)\frac{I_{m-n}(s)+I_{m+n}(s)}{2},\quad \tilde{\varphi}_{n,m}(s)=K_m(s r_0)\frac{I_{m-n}(s)-I_{m+n}(s)}{2},$$

$$\tilde{h}^{(1)}_m(s)=\frac{\left(\frac{s^2}{\gamma^2}+4m^2\right)K_m\left(\frac{s}{\gamma}\right)K_m(s)+2\frac{s}{\gamma}\left[K_m(s)K_{m+1}\left(\frac{s}{\gamma}\right)+\gamma K_m\left(\frac{s}{\gamma}\right)K_{m-1}(s)\right]-2\gamma(m^2-1)\Omega_m(s)}{s^2\left[sK_m\left(\frac{s}{\gamma}\right)\frac{K_{m-1}(s)+K_{m+1}(s)}{2}+\gamma\,\Omega_m(s)\right]},$$

$$\tilde{h}^{(2)}_m(s)=\frac{K_m(s)K_m\left(\frac{s}{\gamma}\right)-\gamma\,\Omega_m(s)}{sK_m\left(\frac{s}{\gamma}\right)\frac{K_{m-1}(s)+K_{m+1}(s)}{2}+\gamma\,\Omega(s)},\quad \gamma^2=\frac{\mu}{\lambda+2\mu},$$

$$\Omega_m(s)=K_{m+1}(s)K_{m-1}\left(\frac{s}{\gamma}\right)+K_{m+1}\left(\frac{s}{\gamma}\right)K_{m-1}(s),\quad \tilde{w}_m(s)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\tilde{w}(\theta,s)\cos m\theta\,d\theta .$$

После представления перемещений оболочки рядами Фурье, используя зависимости (2 – 4), можно для каждой гармоники, например, ускорения радиального перемещения получить интегральное уравнение вида

$$\tilde{Y}_m(s)\left[1+\frac{2}{m_0}\tilde{h}^{(1)}_m(s)+\Delta\tilde{h}_m(s)\right]=\frac{2}{m_0}F_m(s) . \tag{4}$$

В этом равенстве

$$\tilde{Y}_m(s)=-\frac{s\tilde{w}_m(s)K_1(s l_0)}{\tilde{W}_{\text{пол}}(s)e^{-s l_0}},\quad \Delta\tilde{h}_m(s)=\frac{F_0}{(s\beta)^2}+\frac{F_1}{m^2+(s\beta)^2}+\frac{F_2}{m^2+\alpha^2+(s\beta)^2},$$

$$F_0=\frac{m^4 C_0^2}{m^2+\alpha^2},\quad F_1=1,\quad F_2=\frac{m^2\alpha^2 C_0^2}{m^2+\alpha^2},$$

$$e^{-s l_0}F_m(s)=(1-\gamma^2)\tilde{\varphi}_{0,m}(s)+\gamma^2\tilde{\varphi}_{2,m}(s)+s\tilde{h}^{(1)}_m(s)\tilde{\varphi}_{1,m}(s)+$$

$$+m\tilde{h}^{(2)}_m(s)\tilde{\varphi}_{2,m}(s) .$$

Уравнение (4) может быть записано в оригиналах

$$Y_m(t)+\int_0^t Y_m(\tau)K(t-\tau)\,d\tau=\frac{2}{m_0}F_m(t). \qquad (5)$$

После его решения нетрудно найти $\ddot{w}_m(t)$:

$$\ddot{w}_m(t)=-\int_0^t Y_m(t-\tau)\,\eta\left(\frac{\tau}{l_0}\right)d\tau,$$

где $\eta(t)\div\dfrac{e^{-s}}{sK_1(s)}$.

Величина $\ddot{w}_m(t)$ представляет собой m-ю гармонику радиального ускорения оболочки при радиальном расширении полости с единичной скоростью. Общее радиальное ускорение произвольной точки оболочки определяется рядом Фурье

$$\ddot{w}(\theta,t)=\sum_{m=0}^{\infty}(2-\delta_{m,0})\,\ddot{w}_m(t)\cos m\theta.$$

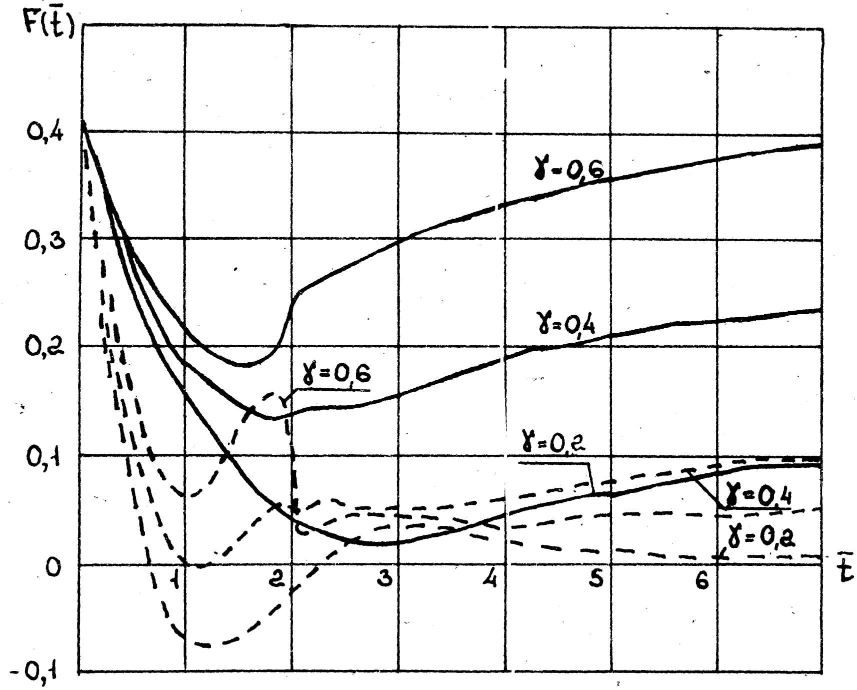

Рис. 2

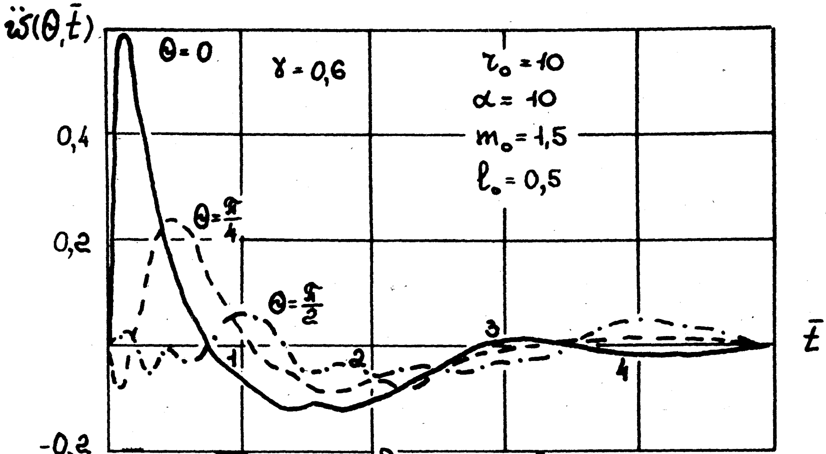

Рис. 3

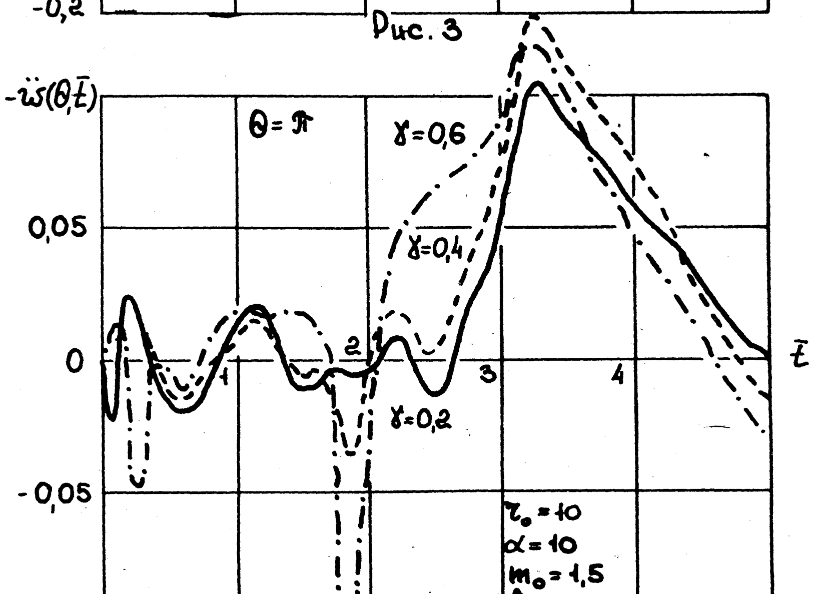

Рис. 4

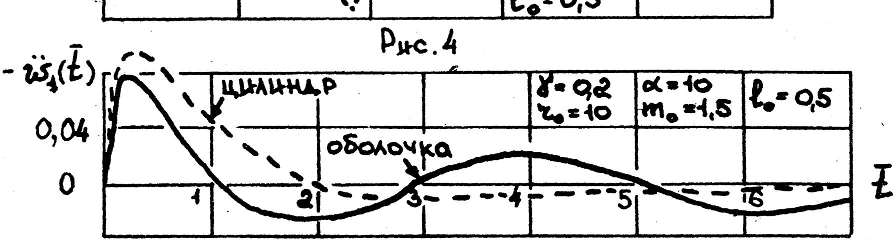

Рис. 5

На рисунке 2 приведены функции $F_m(t)$ из уравнения (5) для m_0 = I.5, сплошная линия соответствует m = I, пунктирная m=2. На рисунках 3, 4 даны функции $\ddot{w}(\theta,t)$, определяющие ускорение некоторых точек оболочки при радиальном расширении полости с единичной скоростью. На рисунке I5 сопоставлены радиальные ускорения при смещении включения как твердого целого и как упругой оболочки.

Все расчеты по определению оригиналов по их изображениям проводились по методу Ю.С.Яковлева [I].

Число рассчитанных гармоник (m = 0 ÷ 6) недостаточно для выявления "скачков", но достаточно для получения величины и времени наступления максимумов ускорений оболочки.

Проведенные расчеты позволяют отметить следующее:

I. Значение γ не оказывает существенного влияния на величину максимума $\ddot{w}(\theta,t)$.

2. Величина β почти не влияет на эпюру $\ddot{w}(\theta,t)$ в период $0<t<2$, а при $t>2$ влияние β становится заметным, особенно для "тыльной" стороны оболочки.

3. Величина максимума $\ddot{w}(\theta,t)$ обратно пропорциональна m_0.

4. Максимум $\ddot{w}(\theta,t)$ почти прямо пропорционален $\sqrt{\ell_0}$ и обратно пропорционален $\sqrt{r_0}$.

Литература

I. Лобысев В.Л., Яковлев Ю.С. Метод асимптотически эквивалентных функций и его приложение к решению некоторых задач механики сплошных сред // Проблемы механики твердого деформируемого тела. - Л.: Судостроение, 1970. - С.239 - 250.

П.З.Луговой, В.Ф.Мейш

УТОЧНЕННАЯ МОДЕЛЬ ДИСКРЕТНО ПОДКРЕПЛЕННЫХ ПЛАСТИН И ОБОЛОЧЕК ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НАГРУЗКАХ

В настоящей работе рассматривается динамическое поведение подкрепленных оболочек с учетом дискретного расположения ребер. Ребристая оболочка рассматривается как система, состоящая из собственно оболочки (обшивки) и соединенных с ней жестко по ли-