УДК 519.6

# ХАОС В ДИНАМИКЕ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ С ДВУМЯ ПАРАМЕТРАМИ

И.И. Аксанова[1], Д.З. Уразова[2]

1 *ilsi050@mail.ru*; МБОУ «Высокогорская СОШ No 2»
2 *urazova.99@inbox.ru*; Казанский (Приволжский) федеральный университет

*В работе проведено исследование динамической системы, заданной одномерным кусочно-линейным отображением $f$ с двумя параметрами. Определены области значений параметров, при которых имеет место хаотическое поведение отображения $f$.*

**Ключевые слова**: динамическая система, хаос, кусочно-линейное отображение.

В задачах прикладного характера все чаще применяют дискретные динамические системы, порожденные кусочно-линейными и кусочно-гладкими одномерными отображениями. Например, симметрическое и асимметрическое тентообразные отображения, заданные системой двух функций с одним или двумя параметрами. При этом анализируют чувствительность таких динамических систем к малым изменениям начальных условий и изучают хаотическое поведение заданного отображения. Такой анализ является актуальным, например, в робототехнике при разработке аналого-цифрового преобразователя для тактильных датчиков, при исследовании взаимодействия трейдеров на финансовых рынках [1–4].

Следующим естественным шагом является анализ математических моделей, представляющих собой дискретные динамические системы, определяемые кусочно-линейными отображениями, заданными с помощью трех или более линейных функций. Потребность в результатах таких исследований отмечается в некоторых недавних прикладных работах [4].

В работе исследована динамическая система, заданная одномерным кусочно-линейным отображением с двумя параметрами:

$$f(x) = \begin{cases} ax+1, & x \le 0, \\ (b-2)x+1, & 0 \le x \le 1, \\ bx-1, & x \ge 1. \end{cases}$$

Это отображение является достаточно общим кусочно-линейным отображением, задаваемым тремя различными линейными функциями.

Плоскость — множество значений параметров $(a, b)$ — была разбита на области с одинаковой динамикой, для каждой области проведено исследование динамического поведения отображения $f(x)$. Найдены условия существования неподвижных и двупериодических точек, определены области значений параметров $a$ и $b$, где неподвижные точки и двупериодические орбиты являются притягивающими или отталкивающими. Построены паутинные диаграммы, соответствующие областям с различной динамикой отображения. Определены области значений параметров, при которых имеет место хаотическое поведение отображения $f(x)$.

## Литература


1. Lindstrom T. *Dynamical properties of maps fitted to data in the noise-free limit* // Journal of Biological Dynamics. – 2013. – 7(1). – P. 108–116.

2. Jianxin Liu, Xuan Zhang, Zhiming Li, Xuling Li. *A tent map based conversion circuit for robot tactile sensor* // Journal of Sensors. – 2013. – V. 2013. – 5 p.

3. Wang Shuang-xin, Li Han, Zhang Xiu-xia, Wang Zhi-qin. *Nonlinear predictive load control of boiler-turbine-generating unit based on chaos optimization* // 2nd Chaotic Modeling and Simulation Int. Conf., – Crete, Greece, 1-5 June, 2009.

4. Tramontana F., Gardini L., Westerhoff F. *Intricate asset price dynamics and one-dimensional discontinuous maps* // In: Puu T., Panchuck A. (eds.) Advances in nonlinear economic dynamics. Nova Science Publishers, 2010.


CHAOS IN DYNAMICS OF PIECE-WISE LINEAR MAP WITH TWO PARAMETERS

I.I. Aksanova, D.Z. Urazova

*We investigate a dynamic system given by a one-dimensional piece-wise linear map with two parameters. We describe domains in the plane of the parameters where dynamic behavior of the map is chaotic.*

Keywords: dynamical system, chaos, piece-wise linear map.

УДК 517.9

# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ЖИДКОСТИ В ОГРАНИЧЕННОМ БАССЕЙНЕ ПЕРЕМЕННОЙ ГЛУБИНЫ

А.В. Багаев[1]

1 *a.v.bagaev@gmail.com*; Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева

*Обсуждается задача Штурма–Лиувилля для волнового уравнения колебаний малой амплитуды несжимаемой идеальной однослойной и двуслойной жидкости в замкнутом бассейне с неровным дном. Найдены собственные моды колебаний при определенной функциональной зависимости ширины и глубины бассейна. Показано, что собственные моды выражаются через многочлены Чебышева второго рода, и приведены некоторые свойства собственных мод. Построено решение задачи Коши в виде ряда по собственным модам колебаний, причем коэффициенты ряда могут быть вычислены как коэффициенты ряда Фурье по синусам.*

**Ключевые слова**: волновое уравнение с переменными коэффициентами, уравнение Клейн–Гордона, задача Штурма–Лиувилля, многочлены Чебышева второго рода, колебания идеальной жидкости в замкнутом бассейне.

Исследуются колебания несжимаемой идеальной жидкости в канале прямоугольного сечения в рамках теории мелкой воды. Как известно [1], такие волновые движения описываются уравнением

$$B(x)\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x}\left(B(x)c^2(x)\frac{\partial\eta}{\partial x}\right) = 0, \tag{1}$$