

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Ю. Евкин, О новом подходе к прогнозированию критического давления выпуклой поллой оболочкой с начальными несовершенствами, *Исслед. по теор. пластин и оболочек*, 1992, выпуск 25, 58–64

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 178.205.19.235

7 июня 2024 г., 16:16:33



Л и т е р а т у р а

1. С о о н г Ц а й - ч ж е н. Устойчивость цилиндрических оболочек с эксцентричным спиральным подкреплением // Ракет. техника и космонавтика. - 1969. - Т.7. - № 1. - С.74 - 84.

2. М а н ё в и ч А.И. Устойчивость и оптимальное проектирование подкреплённых оболочек. Киев - Донецк, 1979. - 152 с.

3. З у б к о в Г.Д., Н е р у б а й л о Б.В., Ф е д и н И.И. К определению устойчивости цилиндрических оболочек со спиральным подкреплением // Численные и экспериментальные методы исследования прочности, устойчивости и колебания конструкций ЛА. Тр. МАИ. - 1983. - С.21 - 25.

4. Обрезцов И.Ф., Н е р у б а й л о Б.В., З у б к о в Г.Д., Ф е д и к И.И. К выбору оптимальных параметров цилиндрических оболочек с эксцентричным спиральным подкреплением по критерию устойчивости // Расчеты на прочность. - 1985. - Вып.26. - С.3 - 19.

5. Г а в р и л е н к о Г.Д. Основные нелинейные и линеаризованные уравнения теории несовершенных ребристых оболочек вращения // Прикл. механика. - 1983. - № 7. - С.55 - 60.

6. Г а в р и л е н к о Г.Д. Устойчивость несовершенных сферических поясов при внешнем давлении // Докл. АН УССР. - 1988. - № 7. - С.33 - 36.

А.Ю.Евкин

О НОВОМ ПОДХОДЕ К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ КРИТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ ВЫПУКЛОЙ ПОЛОГОЙ ОБОЛОЧКИ С НАЧАЛЬНЫМИ НЕСОВЕРШЕНСТВАМИ

Известные методы определения критических нагрузок оболочек, имеющих несовершенства формы срединной поверхности, в настоящее время, как правило, не используются в инженерной практике [1], поскольку предполагают знание полной картины начальной погиби. Замер поля начальных несовершенств натурных конструкций является трудоемким процессом и должен выполняться для каждой конкретной оболочки. Кроме того, на величину критической нагрузки существенным образом могут влиять остаточные напряжения, возникающие как при изготовлении оболочки, так и в процессе ее эксплуатации.

Эффективные методы их учета в настоящее время отсутствуют. В данной работе на примере сферической оболочки предлагается новый подход, позволяющий прогнозировать величину критического внешнего давления, используя минимальную информацию о начальных несовершенствах конструкции. Эффективность методики подтверждается результатами специально поставленных опытов на моделях с нанесенными несовершенствами.

Среди аналитических методов учета начальной погиби при оценке устойчивости оболочек предпочтительным зачастую является подход Койтера, который, однако, имеет ряд недостатков. Предполагается, что форма погиби совпадает с классической формой потери устойчивости идеальной оболочки. Его применимость ограничена малостью (по сравнению с толщиной h оболочки) амплитуды погиби, что соответствует малому отклонению величины критической нагрузки от классической. На практике же амплитуда погиби изменяется в более широком диапазоне, а нагрузка выпучивания существенно меньше классической критической. Предлагаемый подход лишен указанных ограничений.

Работа базируется на результатах статьи [2], в которой получена асимптотическая зависимость давления q от амплитуды погиби W_0 закритической формы равновесия идеальной оболочки в виде

$$\bar{q} = 0,42\varepsilon + 0,26\varepsilon^3 + 0(\varepsilon^5), \quad (I)$$

$$\text{где } \bar{q} = \frac{q}{q_0}, \quad q_0 = \frac{2E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left(\frac{h}{R}\right)^2, \quad \varepsilon^2 = \frac{2h}{W_0 \sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad - \text{пара-}$$

метр, малость которого обеспечивается при значительных, по сравнению с толщиной оболочки, амплитудах W_0 . Построение решения, справедливого во всем диапазоне изменения W_0 , осуществляется путем сращивания разложения (I) с асимптотическим представлением, полученным с использованием подхода Койтера при малых W_0 . Окончательно имеем соотношение

$$\bar{q} = F(\varepsilon), \quad F(\varepsilon) = \frac{A}{1+A}, \quad A = 0,42\varepsilon + 0,176\varepsilon^2 + 0,33\varepsilon^3 + 0,2\varepsilon^4, \quad (2)$$

которое на рис. I представлено кривой I. Здесь для сопоставления кривой 2 показано соответствующее численное решение [3].

Начальные несовершенства формы срединной поверхности оболочки предлагается учесть при построении асимптотического решения в виде

$$\bar{q} = F(\varepsilon) + \sum_{n=1}^5 \alpha_n \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^n, \quad (3)$$

где $\varepsilon_0^2 = \frac{2k}{\sqrt{3(1-\nu^2)}}$, l - амплитуда погиби, α_n - коэффициенты, зависящие от погиби, которые подлежат определению. При этом будем исходить из уравнений среднего изгиба сферической оболочки с погибью в смешанной форме, которые после замены переменных

$$\bar{w} = \frac{w}{w_0}, \quad z = \frac{r^2}{w_0 R}, \quad \bar{\Phi} = \frac{\Phi \sqrt{12(1-\nu^2)}}{E k w_0}, \quad \bar{w}_0 = \frac{l}{w_0}$$

получают вид

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 \frac{d^2}{dz^2} \left[z \frac{d(\bar{w} - \bar{w}_0)}{dz} \right] &= \frac{d\bar{\Phi}}{dz} \left(1 + 2 \frac{d\bar{w}}{dz} \right) + \bar{q}, \\ \varepsilon^2 \frac{d^2}{dz^2} \left(z \frac{d\bar{\Phi}}{dz} \right) &= - \left[\frac{d(\bar{w} - \bar{w}_0)}{dz} + \left(\frac{d\bar{w}}{dz} \right)^2 - \left(\frac{d\bar{w}_0}{dz} \right)^2 \right], \end{aligned} \quad (4)$$

где l - начальный обусловленный погибью, а w - полный прогиб, Φ - функция напряжений, $\bar{w}(0) = 1$.

Для определенности предположим, что

$$l = l_0 J_0(\lambda r), \quad (5)$$

где $J_0(\lambda r)$ - некоторая затухающая на бесконечности функция, $J_0(0) = 1$, $l_0 \sim k$. Параметр, характеризующий изменяемость погиби $\lambda \sim \frac{\sqrt{12(1-\nu^2)}}{\sqrt{Rk}}$. В частном случае, когда форма погиби совпадает с классической формой потери устойчивости, J_0 - функция Бесселя.

Асимптотический анализ уравнений (4) при $\varepsilon \rightarrow 0$ с учетом (5) позволяет установить, что в выражении (3)

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0. \quad (6)$$

Это означает, что при малых ε и больших амплитудах полного прогиба w_0 кривые равновесных закритических состояний идеальной оболочки и оболочки с погибью (5) совпадают с точностью до ε^3 . Таким образом устанавливается асимптотическое поведение несовершенной оболочки при больших w_0 . Коэффициенты α_4 и α_5 определим из условия, чтобы выражение (3) описывало зависимость $\bar{q}(w_0)$ также на докритической стадии развития формы (при малых дополнительных прогибах). При этом первым очевидным условием является ра-

венство нулю нагрузки при $w_0 = f_0(\varepsilon = \varepsilon_0)$. Отсюда

$$\alpha_4 + \alpha_5 = -F(\varepsilon_0). \quad (7)$$

Второе условие может определяться углом наклона касательной к кривой докритического деформирования при ($\bar{q} = 0$) и осью абсцисс (рис. 1). Этот угол наклона может быть определен из линейных относительно дополнительного прогиба уравнений (если известна картина начальной погиби) либо экспериментальным путем при нагружении конкретной конструкции некоторой не опасной с точки зрения выпучивания нагрузкой \bar{q}_* и определении соответствующей величины относительного дополнительного прогиба w_* . Причем в последнем случае автоматически в первом приближении могут быть учтены остаточные напряжения, оказывающие, очевидно, влияние на податливость конструкции. Если остаточные напряжения отсутствуют, а форма несовершенств совпадает с классической формой выпучивания, воспользовавшись известным решением линейных уравнений для оболочки с погибью, получаем выражение

$$\varepsilon_0 F'(\varepsilon_0) + 4\alpha_4 + 5\alpha_5 = -2, \quad (8)$$

где

$$F'(\varepsilon_0) = \left. \frac{dF(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon = \varepsilon_0}.$$

С учетом (7) приходим к соотношению

$$\bar{q} = F(\varepsilon) + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^4 [2 - 4F(\varepsilon_0) + \varepsilon_0 F'(\varepsilon_0)] \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^4 F(\varepsilon_0), \quad (9)$$

которое при фиксированном значении относительной амплитуды погиби $\bar{f}_0 = f_0/k$ (либо ε_0) дает зависимость параметра нагрузки \bar{q} от относительной амплитуды полного прогиба $w^0 = w_0/k$.

С использованием формулы (9) построены кривые, представленные на рис. 1. Соответствующие предельные точки на кривых дают значения параметра критического давления \bar{q}_0 несовершенной сферической оболочки. На рисунке 2 кривой 1 показана зависимость \bar{q}_0 от \bar{f}_0 . Отметим, что в области $0 \leq \bar{f}_0 \leq 1,5$ имеет место резкое падение критической нагрузки с ростом амплитуды погиби. При $\bar{f}_0 \geq 2,0$ зависимость \bar{q}_0 от \bar{f}_0 достаточно слабая. Поэтому соответствующее значение $\bar{q}_0 = 0,2$ дает некоторую характерную нагрузку, которую, возможно, следует учитывать при назначении допускаемой. Здесь же для сравнения показаны зависимости 2 - 4, полученные Ю.П. Пинало-

вым, Д.В. Хатчинсоном, В.А. Савельевым и приведенные в обзорной работе [4].

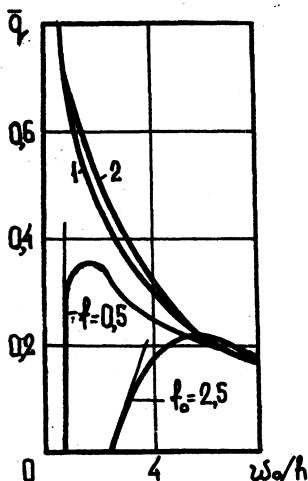


Рис. 1

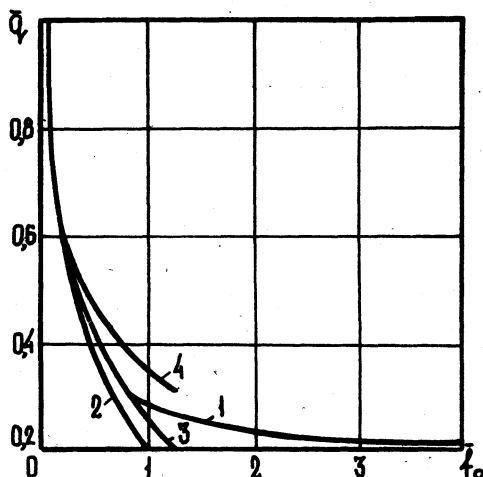


Рис. 2

Как и в [2], полученные результаты допускают естественное обобщение на случай строго выпуклых пологих оболочек с радиусами главных кривизн R_1 и R_2 . При этом в формулах (3), (7) и других следует положить

$$q_0 = \frac{2Ek^2}{R_1R_2\sqrt{3(1-\nu^2)}}, \quad \varepsilon^2 = \frac{(R_1+R_2)^2h}{R_1R_2\omega_0\sqrt{12(1-\nu^2)}}, \quad \varepsilon_0^2 = \frac{(R_1+R_2)^2h}{R_1R_2r_0\sqrt{12(1-\nu^2)}}.$$

С целью оценки предлагаемого подхода к прогнозированию критической нагрузки оболочки, имеющей как несовершенства формы срединной поверхности, так и начальные напряжения, был проведен специально поставленный эксперимент. Объектом исследования являлись сферические оболочки, изготовленные путем штамповки из стальной ленты. Замеры характерных параметров конструкции указывали на их стабильность. Радиус оболочки R составлял 10 мм, толщина $h = 0,09$ мм, радиус окружности в плане $r_0 = 60$ мм. Нагружение осуществлялось вакуумированием внутренней полости оболочки вакуум-насосом. Для обеспечения плавности нагружения использовался ресивер. Избыточное давление замерялось образцовым вакууметром. Реализовывались граничные условия, близкие к жесткой заделке. Были испытаны две оболочки без специально нанесенных несовершенств. В

обоих случаях выпучивание произошло резким хлопком при одинаковом значении параметра нагрузки $\bar{q} = 0,2$.

Несовершенства наносились в полюсе сферы двумя способами (см. табл.). Созданием необходимой формы непосредственно при изготовлении штамповкой (оболочки I - 3). Этот способ предполагал

Т а б л и ц а

Оболочки								
	I	2	3	4	5	6	7	8
\bar{f}_0	7,2	8,1	7,6	25,9	41,1	31,7	0,83	0,89
\bar{w}_*	<u>0,324</u> 0,433	<u>0,406</u> 0,666	<u>0,378</u> 0,666	<u>2,26</u> 10,4	<u>1,54</u> 3,89	<u>1,19</u> 2,90	<u>0,031</u> 0,280	<u>0,04</u> 0,222
\bar{q}_*	0,045	0,050	0,050	0,088	0,038	0,038	0,038	0,045
\bar{q}_0	0,171	0,149	0,143	0,096	0,093	0,096	0,188	0,192
$\bar{q}_{0н}$	0,160	0,150	0,150	0,110	0,100	0,100	0,130	0,160

отсутствие существенных остаточных напряжений. Замер формы погиби и ее амплитуды осуществлялся по двум взаимно перпендикулярным меридиональным направлениям с использованием индикатора часового типа с ценой деления 0,01 мм. Форма начальных несовершенств в этом случае была близка к осесимметричной. Второй способ (оболочки 4 - 8) заключался в задании сосредоточенных в полюсе сферы кинематических воздействий путем перемещения штока индикатора на определенную глубину и последующего снятия этого возмущения. После многократного повторения процедуры замерялся остаточный прогиб.

При нагружении оболочки внешним давлением при определенном уровне параметра нагрузки \bar{q}_* фиксировалась величина относительного дополнительного прогиба \bar{w}_* , который характеризовал податливость оболочки. Соответствующие данные представлены в таблице в знаменателе. Для сопоставления в числителе приведены значения \bar{w}_* , полученные теоретически при соответствующих \bar{f}_0 в предположении, что форма несовершенств совпадает с формой потери устойчивости идеальной оболочки. Разница данных теории и опыта может характеризовать наличие существенных остаточных напряжений.

В эксперименте регистрировалось давление в момент хлопка, которое принималось в качестве критического. Соответствующее значение параметра \bar{q}_0^{on} сопоставляется с результатом теоретических подсчетов \bar{q}_0 по предлагаемой методике. В качестве второго условия для определения коэффициентов α_4 и α_5 использовались данные замеров \bar{w}_* при \bar{q}_* . Это условие приобретает вид

$$\bar{q}_* = F(\varepsilon_*) + \alpha_4 \left(\frac{\varepsilon_*}{\varepsilon_0} \right)^4 + \alpha_5 \left(\frac{\varepsilon_*}{\varepsilon_0} \right), \quad \bar{\varepsilon}_*^2 = \frac{2}{(\bar{q}_0 + \bar{w}_*) \sqrt{3(1 - \nu^2)}} \quad (10)$$

Сопоставление данных теории и эксперимента позволяет говорить об их хорошем соответствии для оболочек I - 6. Некоторое их расхождение для оболочек 7 - 8 объясняется, по-видимому, наличием существенного поля остаточных напряжений, которые учитываются предлагаемой методикой лишь в первом приближении.

Л и т е р а т у р а

1. Б э б л о к Ч.Д. Эксперименты по устойчивости оболочек // Тонкостенные оболочечные конструкции. - М.: Машиностроение, 1980. - С.355 - 379.

2. Е в к и н А.Ю. О новом подходе к асимптотическому интегрированию уравнений теории пологих выпуклых оболочек в закритической стадии // ПММ. - 1989. - Т.53. - Вып.1. - С.115 - 120.

3. Г а б р и л ь я н ц А.Г., Ф е о д о с ь е в В.И. Об осесимметричных формах равновесия упругой сферической оболочки, находящейся под действием равномерно распределенного давления // ПММ. - 1961. - Т.25. - Вып.6. - С.1091 - 1101.

4. Г р и г о л ю к Э.И., М а м а й В.И. Механика деформирования сферических оболочек. М., 1983. - 114 с.

А.И.Маневич, С.В.Ракша

НЕЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА УСТОЙЧИВОСТИ СЖАТЫХ ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ ТРАПЕЦИЕВИДНОГО СЕЧЕНИЯ С УЧЕТОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФОРМ

При проектировании сжатых тонкостенных стержней, в частности, прямоугольного или трапециевидного сечения, обычно стремятся обеспечить равноустойчивость по общей (эйлеровой) и местной фор -