

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ С УЧЕТОМ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

А.И. Абдрахманова¹, Л.У. Султанов²

¹ a061093@mail.ru; Казанский(Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

² lenar.sultanov@kpfu.ru; Казанский(Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

В статье предлагается методика численного исследования напряженно-деформированного состояния упругих тел в условиях их контактного взаимодействия на основе метода конечных элементов. Исследование вопросов контактного взаимодействия твердых тел представляется весьма актуальной проблемой в связи с тем, что одним из наиболее распространенных на практике способов передачи внешних усилий является контактное взаимодействие. Контактная задача решается с применением метода конечных элементов. Для выполнения условий контакта при конечно-элементной реализации используется метод штрафа. В качестве алгоритма поиска зоны контакта используется алгоритм проекции ближайшей точки. Применение данных подходов предполагает использование итерационных методов решения.

Ключевые слова: упругие деформации, контактное взаимодействие, метод штрафа, алгоритм проекции ближайшей точки, контактный конечный элемент.

Кинематика описывается левым тензором Коши–Грина (мера деформации Фингера), тензором пространственного градиента скорости и тензором деформации скорости. Физические соотношения задаются с помощью функции упругого потенциала. Напряженное состояние описывается тензором истинных напряжений Коши–Эйлера, который определяется в актуальном состоянии. Вводится удельная потенциальная энергия деформации, которая зависит от левого тензора Коши–Грина.

Для решения задачи применяется метод шагового нагружения. В качестве базового уравнения принимается вариационное уравнение мощностей в актуальном состоянии. После линеаризации получена разрешающая система линейных алгебраических уравнений, где неизвестным является приращение перемещений в течение времени.

Для выполнения условий контакта при конечно-элементной реализации применяется метод штрафа, в соответствии с которым дополнительные условия для контактных условий вводятся локально на элементе. Для нормального контакта без трения формируется функционал, основанный на функции проникновения. Функционал содержит параметр штрафа, увеличение которого приводит в пределе к удовлетворению условий по не проникновению тел друг в друга. Контактный функционал добавляется к функции упругого потенциала для двух тел.

Для поиска зоны контакта применяется алгоритм проекции ближайшей точки. Сформулированная в вариационной постановке с применением данного подхода контактная задача является нелинейной и для решения применяется итерационный метод Ньютона.

Численная реализация основана на методе конечных элементов, на базе восьмиузлового полилинейного элемента. Контактный элемент аппроксимируется пятиузловым конечным элементом. Построены все необходимые соотношения для вычисления подынтегральных выражений в виде зависимостей от скоростей.

Ниже приводится решение задачи Герца о взаимодействии бесконечного цилиндра с плоскостью. В качестве конечно-элементной сетки была выбрана сетка с высокой концентрацией элементов в зоне контакта, и чуть более разреженной в областях, не подверженных непосредственному контакту. Ниже представлено деформированное состояние цилиндра и распределение контактных напряжений во всем теле

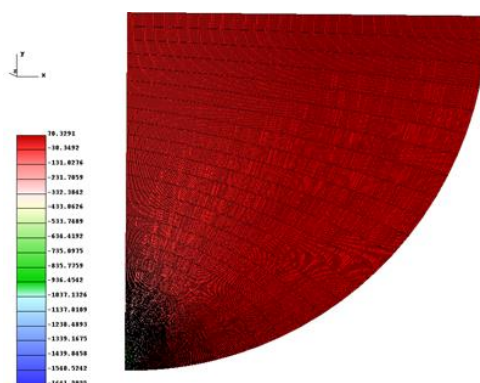


Рис. 1. Распределение контактных напряжений

и в области контакта:

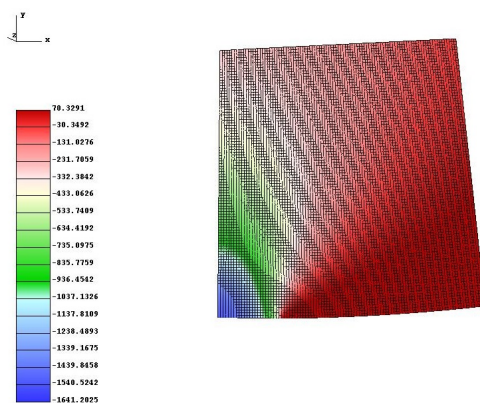


Рис. 2. Распределение контактных напряжений в области контакта

Также приводится решение контактной задачи о вдавливании прямоугольного штампа с плоским основанием в упругое полупространство, нижнее основание которого также ограничено абсолютно жесткой плоскостью.

Решенные тестовые геометрически нелинейные задачи демонстрируют работоспособность предложенной методики. Произведен расчет напряженно-деформированного состояния и контактного давления, при сравнении с аналитическими данными которых мы получаем совпадение с приемлемыми погрешностями.

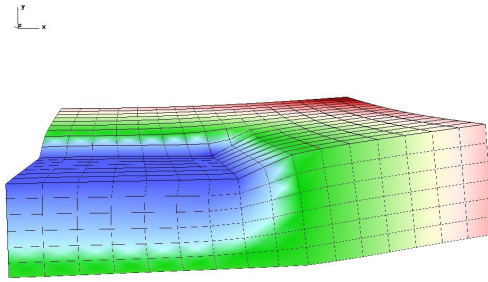


Рис. 3. Деформированное состояние упругой плиты, ограниченной жесткой поверхностью и сжатой жёстким штампом

Результаты получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России (9.9786.2017/8.9).

Литература

1. Konyukhov A., Izi R. *Introduction to computational contact mechanics: a geometrical approach*. – John Wiley and Sons Ltd, 2015. – 302 с.
2. Голованов А. И., Султанов Л. У. *Теоретические основы вычислительной нелинейной механики деформируемых сред*. – Казань, 2008. – 164 с.

NUMERICAL MODELLING OF FINITE DEFORMATIONS WITH CONTACT INTERACTION

A.I. Abdrakhmanova, L.U. Sultanov

In the paper a method of numerical investigation of the stress-strain state of elastic solids with contact interaction is presented. To perform the contact conditions in finite element implementation the method of penalty is used, under which additional conditions for contact conditions are imposed locally on the element, which leads to the possibility of constructing the so-called contact elements locally. For normal contact without friction is formulated functionality based on functions of the penetration. The contact functionality is add to the function of elastic potential for the two bodies. To search the contact area, we use “the closest point projection algorithm”. This algorithm allows building the contact elements, based on the approach called “master-slave”. The contact problem, formulated in a variational form, with the use of these approaches, is nonlinear and to solve this problem, we apply Newton’s iteration method. The results were obtained under the state assignment of the Russian Ministry of Education and Science (9.9786.2017/8.9).

Keywords: finite deformations, contact interaction, penalty method, closest point projection algorithm, contact element.