Comparando DFS e Algoritmo de Prim para detecção de ciclos em grafos não-direcionados

Rafael Amauri Diniz Augusto

¹PUC-MG

Contents

1	Introdução	2
2	Explicando os componentes do programa	2
3	Comparação dos algoritmos e análise	2
4	Conclusões	6

1. Introdução

O algoritmo de Prim e o DFS são algoritmos que têm várias aplicações na área de estudos de grafos. Uma dessas aplicações é o seu uso para detecção de ciclos em grafos não-direcionados conexos, o que vai ser melhor explorado nesse artigo e como esses algoritmos podem ser alterados para contar o número de ciclos em um grafo simples conexo não direcionado.

2. Explicando os componentes do programa

Explicando a classe Graph

Nota: Todos os arquivos de código-fonte contém comentários e documentação extensiva. Favor consultá-los para mais informações sobre o funcionamento do código.

O trabalho da classe Graph é armazenar todas as informações sobre um determinado grafo, como a quais vértices um determinado vértice se conecta, qual o peso das arestas, o número de arestas e o número de ciclos no grafo.

Explicando o Algoritmo de Prim

O algoritmo de Prim é um algoritmo guloso de complexidade $O(V^2)$ - com V sendo o número de vértices - que tem como objetivo encontrar uma Árvore Geradora Mínima(AGM) para um determinado grafo. O seu funcionamento é escolhendo qual aresta dos vértices já visitados tem o menor valor, e em seguida adicionando ela a um novo grafo: a Árvore Geradora Mínima.

Para ser usado na contagem de ciclos de um determinado grafo, o funcionamento é bem simples: como uma AGM é um grafo conexo sem ciclos, basta substrair o número de arestas da AGM do número de arestas do grafo padrão. Esse valor será o número de ciclos no grafo.

Explicando o Algoritmo DFS

O DFS é um algoritmo de travessia de grafos de complexidade O(V+E) - com V sendo o número de vértices e E sendo o número de arestas - se que originalmente começa a partir de um nó raiz e explora o grafo até onde for possível por meio de recursão.

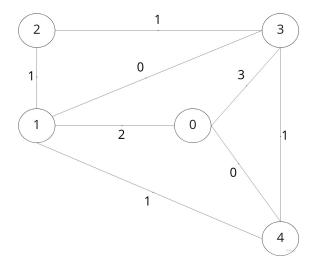
Para ser usado na contagem de ciclos de um grafo, o DFS percorre o grafo marcando os vértices já visitados. Quando em um vértice V existe uma conexão para outro vértice já parcialmente visitado, é porque existe um ciclo. Ao acumular quantas dessas conexões existem no grafo, é encontrado o número de ciclos.

3. Comparação dos algoritmos e análise

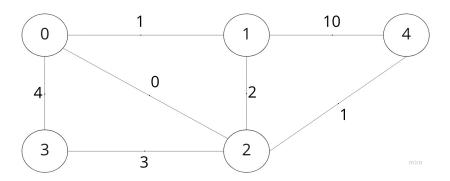
Para a comparação dos algoritmos DFS e Prim, serão usados 4 grafos conexos nãodirecionados. O tempo de execução de cada um desses algoritmos será medido e comparado. A hipótese é que, por conta da complexidade do Algoritmo de Prim ser menos eficiente que a do DFS, o algoritmo de Prim será mais lento para achar o número de ciclos nos 4 grafos.

Grafos

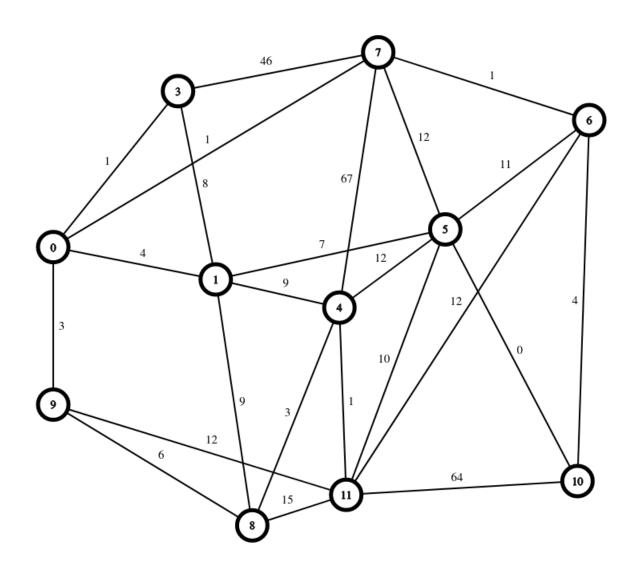
Grafo 1:



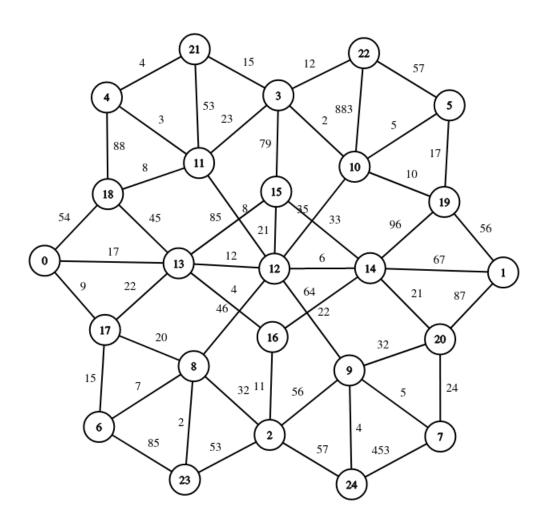
Grafo 2:



Grafo 3:



Grafo 4:



Hardware

Os testes a seguir foram efetuados em um computador com a seguinte configuração:

Sistema Operacional: Linux

Versão da kernel: 5.12.4-arch1-2

CPU: AMD Ryzen 5 5600X - 6 cores / 12 threads @ 4.6Ghz

Versão do GCC/G++: 11.1.0-1

Testes

	Algoritmo de Prim	DFS
Complexidade	$O(V^2)$	O(V + E)
Tempo de execução - Grafo 1	$4.15 \times 10^{-5} \text{ segundos}$	$8.87 \times 10^{-6} \text{ segundos}$
Tempo de execução - Grafo 2	$3.29 \times 10^{-5} \text{ segundos}$	$6.56 \times 10^{-6} \text{ segundos}$
Tempo de execução - Grafo 3	$1.92 \times 10^{-3} \text{ segundos}$	1.82×10^{-5} segundos
Tempo de execução - Grafo 4	$5.12 \times 10^{-3} \text{ segundos}$	$7.27 \times 10^{-5} \text{ segundos}$

4. Conclusões

Como podemos ver na tabela, o Algoritmo de Prim sempre tem um tempo de execução pior que o DFS, e isso se dá por sua complexidade ser $O(V^2)$, enquanto a complexidade do algoritmo DFS é O(V+E). É notado que ambos algoritmos podem ser usados para detecção de ciclos em grafos conexos não direcionados, mas, quando performance é levada em conta, o DFS sempre será uma alternativa melhor que o Algoritmo de Prim.